

LAS MÚLTIPLES FACETAS DE UNA CONSTANTE UNIVERSAL: h

En el estudio de la radiación del cuerpo negro se consideraba que la densidad de energía radiada por un colectivo de resonadores en equilibrio térmico era proporcional a una función asociada con la energía media de un oscilador cargado típico de frecuencia “ ν ”, asumiéndose como válido el “teorema de equipartición de energía”. Esta hipótesis de trabajo condujo a los científicos a proponer teorías en franca contradicción con la experiencia. Así, si el teorema de equipartición de la energía fuera válido los cuerpos emitirían continuamente energía (catástrofe ultravioleta).

Max Planck eliminó esta discrepancia postulando que un oscilador sólo puede emitir o absorber determinadas energías que son múltiplos enteros de una magnitud: “ $h\nu$ ” ($\epsilon = nh\nu$), donde “ h ” es una nueva constante universal, “ ν ” la frecuencia del oscilador y “ n ” un número entero. Bajo esta premisa, se da cuenta del hecho experimental por el que la energía no se emite de forma continua, sino sólo según unos valores discretos permitidos (es decir, según “cuantos” o “paquetes de energía”). La naturaleza discreta de “ ϵ ” no es consecuencia de la frecuencia “ ν ”, que puede tomar cualquier valor, sino de la constante de proporcionalidad “ h ”. Y tal propiedad no es un artificio para explicar mejor los fenómenos, sino que representa una realidad esencial de la Naturaleza.

Pero la significación profunda de la constante “ h ” hay que buscarla en la relación que ha obligado a introducir entre las propiedades dinámicas de los sistemas materiales acotados e individuales y su comportamiento periódico, vinculado a una naturaleza de tipo colectivo.

Francisco J. Olivares del Valle

Catedrático Química Física. UEX.

1. SU ALUMBRAMIENTO.

A principios de este siglo se llevaron a cabo varios intentos para formular una teoría, basada en principios generales y aplicable a todos los sistemas físicos, capaz de dar cuenta detallada de las propiedades de los cuerpos calientes, en especial del denominado “cuerpo negro” o perfecto absorbente/emisor de energía electromagnética.

En uno de estos intentos se consideró que la absorción o emisión de la radiación se produce a consecuencia del movimiento acelerado que adquieren las cargas constituyentes de las paredes del cuerpo negro. Cada una de estas cargas efectúa oscilaciones armónicas simples, con una frecuencia definida, alrededor de su posición de equilibrio. De acuerdo con la teoría electromagnética, en estas condiciones, cada carga puede absorber o emitir radiación electromagnética con una frecuencia igual a la frecuencia de oscilación. En el equilibrio térmico, la energía asociada a una frecuencia determinada debe ser proporcional a la energía promedio del oscilador cargado correspondiente, ya que el oscilador y la radiación están intercambiando energía constantemente.

Los intentos de explicar teóricamente las curvas experimentales, obtenidas en 1898

por Lummer y Pringsheim para la capacidad emisiva del cuerpo negro, pusieron de manifiesto las limitaciones de la termodinámica ordinaria, como fundamento de una justificación completamente válida; siendo necesario afrontar el problema mediante los métodos de la termodinámica estadística.

Por este procedimiento, Rayleigh y Jeans llegaron a demostrar que el poder emisivo global de un cuerpo negro, $E(\nu, T)$, es proporcional a una función, asociada con la *energía media de un oscilador típico* de frecuencia (color) ν , para un colectivo de osciladores en equilibrio térmico: $u(\nu, T)$. Rayleigh y Jeans adoptaron el enfoque clásico de la termodinámica estadística, asumiendo como válido el teorema de *equipartición de la energía*, es decir, que $u(\nu, T) = kT$, siendo k la constante de Boltzmann y considerando que la energía promedio de un oscilador es independiente de la frecuencia.

La ecuación obtenida para $E(\nu, T)$, sin embargo, conducía a un absurdo y a valores en franca discrepancia con la experiencia: aunque en el límite de pequeñas frecuencias (infrarrojo), el espectro de Rayleigh y Jeans se aproxima a los resultados experimentales, cuando ν es grande (ultravioleta) la energía emitida por unidad de volumen y tiempo tiende a ser infinita. El experimento, por el contrario, evidencia que tal energía

permanece siempre finita e igual a cero para frecuencias muy altas. Este comportamiento irreal para las grandes frecuencias se conoce en Física como *catástrofe ultravioleta*.

En 1900 Planck elimina la discrepancia entre la experiencia y la teoría abandonando el teorema de equipartición e introduciendo una nueva forma en la expresión de $u(v, T)$:

$$u(v, T) = \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$$

Para llegar a ello, establece un postulado nuevo que se aparta claramente de los conceptos admitidos en Física clásica:

Cualquier entidad física, con una sola coordenada configuracional que efectúa oscilaciones armónicas simples, sólo puede tener una energía total, ε , que satisface la relación

$$\varepsilon = n \cdot hv, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

donde v es la frecuencia de la oscilación y h es un valor finito (6.545×10^{27} erg.seg), con categoría de constante universal, que representa la unidad de área o área elemental en el espacio fásico.

En la concepción clásica, el estado de un sistema físico se representa por un punto, llamado *imagen*, que evoluciona en un "espacio" abstracto de $6N$ dimensiones ($3N$ coordenadas más $3N$ momentos), denominado *fásico*. Así, conociendo el estado del sistema en un instante dado y las fuerzas que operan sobre él, es posible saber la "trayectoria" que tendrá su imagen en el tiempo. Todo el problema de la mecánica

clásica, se reduce a determinar la *trayectoria* de la imagen del sistema en el espacio fásico y a instrumentar la metodología necesaria para su determinación.

Una forma cómoda de abordar el problema consiste en buscar una trayectoria de la imagen que haga extrema (mínima) una cantidad denominada *integral de acción*. Se trata de una integral (suma) sobre el tiempo, a lo largo de la trayectoria, de una función llamada *hamiltoniana*, que representa a la energía total del sistema (energía cinética más energía potencial). Dado el contenido dimensional de la hamiltoniana (energía), la integral de acción tendrá las dimensiones de una energía multiplicada por una duración, es decir, una *acción*: ML^2T^{-1} .

Se puede demostrar matemáticamente que, de todas las trayectorias posibles, la que sigue efectivamente la imagen del sistema es la que hace mínima la integral de acción. Este comportamiento se conoce como *principio de Hamilton o de mínima acción* y equivale al conjunto de leyes de la mecánica clásica. Son las ecuaciones de Euler, Lagrange y Hamilton las que expresan esta equivalencia.

Para ver claramente el origen de h y la ruptura que supuso la propuesta de Planck en el contexto de la Física clásica, consideraremos brevemente algunos aspectos dinámicos de los osciladores cargados o resonadores. Supongamos que uno de ellos, de masa m y oscilando con frecuencia v , forma parte de las paredes de un cuerpo negro ideal. Su imagen describe en el espacio fásico una trayectoria en forma de elipse cuyos semiejes mayor ($a = 1/2\pi v \sqrt{2\varepsilon/m}$) y menor ($b = \sqrt{2m\varepsilon}$) permiten conocer el comportamiento ener-

gético del oscilador calculando el valor de su área: $S = \pi \cdot a \cdot b = \varepsilon/v$; es decir,

$$\varepsilon = S \cdot v.$$

El arrojo de Planck consistió en admitir que existe un área elemental indivisible en el espacio fásico (representada por h); es decir, que el área de la figura que describe la imagen del oscilador en el espacio de las fases sólo puede tener valores que sean múltiplos enteros de h . Con ello, se llega a la expresión $\varepsilon = n \cdot hv$. Es importante señalar que la naturaleza discreta de ε aparece como consecuencia de la constante de proporcionalidad $n \cdot h$, ya que cualquier valor es posible para v . La aparición de un valor constante y no nulo h en la expresión derivada para la energía le imprime a ésta un carácter discreto, intrínsecamente dependiente de las propiedades asociadas, en *género y número*, a la propia constante h .



La naturaleza discreta de ε aparece como consecuencia de la constante de proporcionalidad $n \cdot h$, ya que cualquier valor es posible para v .



2. SU NATURALEZA.

Precisamente, una de las características más notables de h es su condición de *constante universal*. En general, las magnitudes físicas aparecen en la formulación matemática de las teorías bajo la forma de *variables*, entendiéndose este término



En primera fila a la izquierda: I. Langmuir, M. Planck, M. Curie, H. A. Lorentz, A. Einstein, P. Langevin, C. E. Cruve, C. T. R. Wilson, O. W. Richardson. En segunda fila, desde la izquierda: P. Debye, M. Knudsen, W. L. Bragg, H. A. Kramers, P. A. M. Dirac, A. H. Compton, L. V. de Broglie, M. Born, N. Bohr; en pie desde la izquierda: A. Piccard, E. Henriot, P. Ehrenfest, E. Herzen, T. De Donder, E. Schrödinger, E. Verschaffelt, W. Pauli, W. Heisenberg, R. H. Fowler, L. Brillouin.

(Foto Institut Solvay).

como sinónimo de "nombre" para el *individuo genérico* perteneciente a un conjunto. Una variable es algo que varía, es decir que cambia con el tiempo, aunque pueden encontrarse casos particulares de variables invariantes con el tiempo. Así por ejemplo, c , valor de la velocidad de la luz en el vacío, es un valor definido como invariable para una magnitud física (la velocidad). Lo mismo ocurre con e , la carga del electrón. La generalidad de c y e (siempre presentan el mismo valor, sea cual sea la teoría en la que puedan implicarse) es lo que nos hace decir que son constantes *universales*.

Existen sin embargo, otras magnitudes con argumento físico que son constantes en virtud de su *especificidad*, como,

por ejemplo, el llamado calor específico, la resistividad específica, el peso específico, etc., pero su constancia se limita a ciertos sistemas materiales constituidos por objetos que tienen una característica físicamente determinable. Así, por ejemplo, el peso específico -peso por unidad de volumen- no es una constante universal porque varía de unas sustancias a otras, si bien es constante para volúmenes unidad de una misma sustancia.

Al contrario de lo que ocurre con c y e , que por representar valores particulares de magnitudes físicas genéricas están provistas de una precisa referencia física, existen otras constantes universales que no tienen referencia física en sentido propio, pero que pueden llamarse "constantes fís-

sicas" debido a que aparecen integradas en fórmulas físicas, desempeñando el papel de *constantes de proporcionalidad*. La constante h de Planck es un ejemplo de esta clase de constantes universales, ya que no puede ser vinculada a un "valor concreto h de una cierta magnitud" que aparece referida a un sistema perfectamente preciso de sistema material. El significado físico de h es circunstancial y se concreta por su aparición en las fórmulas de la Física. Aunque esto suponga una significación contextual, el valor numérico asignado a h va siempre acompañado de su determinación dimensional, lo cual implica una relación directa e implícita con ciertas magnitudes físicas. Así, por ejemplo, se dice que la constante de Planck vale $h = 6,545 \cdot 10^{27}$ ergios x segundo, con lo

$$H \Psi = E \Psi$$

cual se concreta que la misma tiene la dimensión de una *acción*, pero con ello no se quiere decir que tal *acción* esté asociada a una determinada clase de partícula o entidad física, como ocurre en el caso de la constante c , por ejemplo, que designa la *velocidad de la luz*.

3. SU MAGNITUD.

El valor numérico de h es extraordinariamente pequeño:

$$h = 0,0000000000000000000000006545$$

El hecho de que esta ínfima constante haya originado convulsiones tan importantes en la Física ilustra claramente la audacia de la idea de Planck. Estableciendo una comparación grosera podríamos decir que la relación entre h y el número 1 es, aproximadamente, equivalente a la que existe entre la masa de un grano de arena y el planeta Tierra. Los saltos en los intercambios energéticos son, pues, sumamente minúsculos. A nuestra escala, el átomo de *acción* h , a pesar de su omnipresencia, nos parece inexistente. Los fenómenos que observamos en nuestro mundo macroscópico ponen siempre en juego una enorme cantidad de cuantos. Todo ocurre como si los cambios energéticos se hicieran de una manera continua, respetándose las previsiones de la Física clásica. Debido al pequeño valor de h los acontecimientos individuales, con su aspecto discontinuo, cuántico, desaparecen, enmascarándose en el aspecto continuo del fenómeno global, estadístico, el único accesible a nuestros sentidos.

Tal situación desaparece y la continuidad se quiebra cuando tratamos de estudiar sistemas y fenómenos microscópicos, en donde h alcanza un valor significativo en su magnitud relativa. La trascendencia del pequeño valor de h nos ha conducido a la adopción de una estrategia nueva para el estudio de la realidad: puesto que la discontinuidad que reina en la escala inferior no puede ser explicada ni descrita por la continuidad observada en nuestra escala macroscópica, tenemos que operar en forma inversa, explicando el Universo en base a la discontinuidad, al cuanto elemental h .

Todo cambiaría si la velocidad c fuera mucho mayor y h mucho más pequeña. Las leyes de la naturaleza se volverían más simples, obedecerían perfectamente a las ecuaciones de Newton y de Laplace, y se acomodarían idealmente a las teorías de Fresnel y de Maxwell. Con una velocidad luminosa que tendiera a un valor infinito, la distancia y la duración serían invariantes con el referencial; el espacio y el tiempo se convertirían en absolutos, y el reloj universal de Newton, indicando un tiempo valedero para todos los puntos del cosmos, sería una realidad. Si el valor h fuera más pequeño, tendiendo a cero, la repartición de la energía se realizaría de un modo continuo y la luz se propagaría en forma de ondas. Además, las partículas elementales tendrían en cada instante un lugar y una velocidad exactamente determinados.

4. SU GÉNERO.

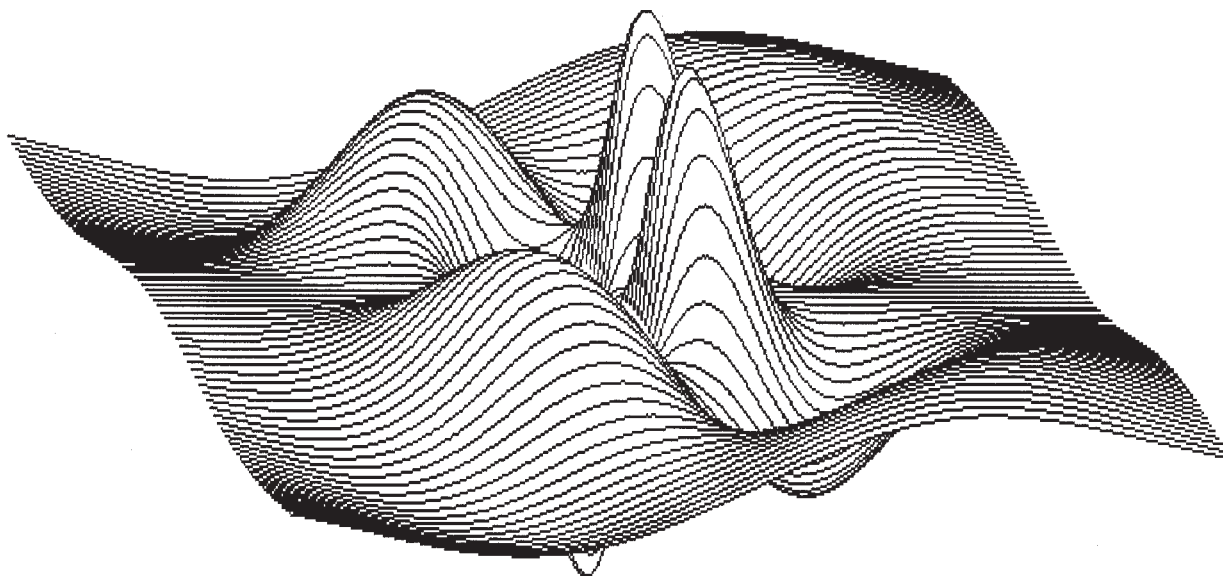
No es la pequeñez lo que confiere a h su carácter excepcional, sino su estructura íntima, su dimensión física: *energía* (ergios) multiplicada por *tiempo* (segundos).

Estas dimensiones corresponden a una magnitud llamada *acción*, que no es muy usual en la Física clásica pues no existe una ley de conservación de la *acción* análoga a la ley de conservación de la energía o de la cantidad de movimiento, por ejemplo. Sin embargo, la *acción* tiene una propiedad particularmente interesante que comparte, entre otras cosas, con la entropía: una *acción constante* es siempre absolutamente constante para cualquier observador, en el espacio y en el tiempo. Esto se traduce en que h es un *invariante* tetradimensional cuya pertinencia y significado pleno sólo puede encontrarse al considerarla en el continuo espacio-tiempo.

◆◆
El significado físico de h es circunstancial, el valor numérico asignado va siempre acompañado de su determinación dimensional



En este sentido y de acuerdo con la teoría de la Relatividad, un suceso físico hay que considerarlo tanto en el espacio como en el tiempo; el comportamiento de ambas dimensiones dependerá de la velocidad del sistema y resulta relativo; solamente su unión es real, absoluta. Así, casi todas las magnitudes fundamentales de la vieja Física son secciones tridimensionales de la realidad y, por ello, distintas para diferentes referenciales. Observadores que se muevan por el espacio a dife-



rentes velocidades obtienen diferentes visiones de las cosas y, por ejemplo, estarán en desacuerdo en la longitud de un lápiz que midan al pasar. Pero el lápiz puede concebirse como un ente tetradimensional y, en su movimiento a través del tiempo, dibuja una superficie tetradimensional, un hiper-rectángulo, cuya altura es la longitud del lápiz y su anchura es igual al tiempo transcurrido. El área de dicho rectángulo se mide en unidades de *longitud x tiempo*, y este área resulta ser la misma para todos los observadores que la midan, incluso aunque ellos discrepen en cuanto a la longitud y al tiempo que están midiendo.

Esta es la cualidad más trascendente de h : se trata de una constante universal, propia del mundo espacio-temporal. Por ser una unidad constante de *acción* es un equivalente tetradimensional de la energía, y resulta ser la misma para todos los

observadores, aún cuando éstos no estén de acuerdo en la cantidad de energía y tiempo que componen tal *acción*. En la Relatividad especial, existe una ley de conservación de la *acción* de igual importancia que la ley de conservación de la energía.



Todo cambiaría si la velocidad c fuera mucho mayor y h mucho más pequeña. Las leyes de la naturaleza se volverían más simples.



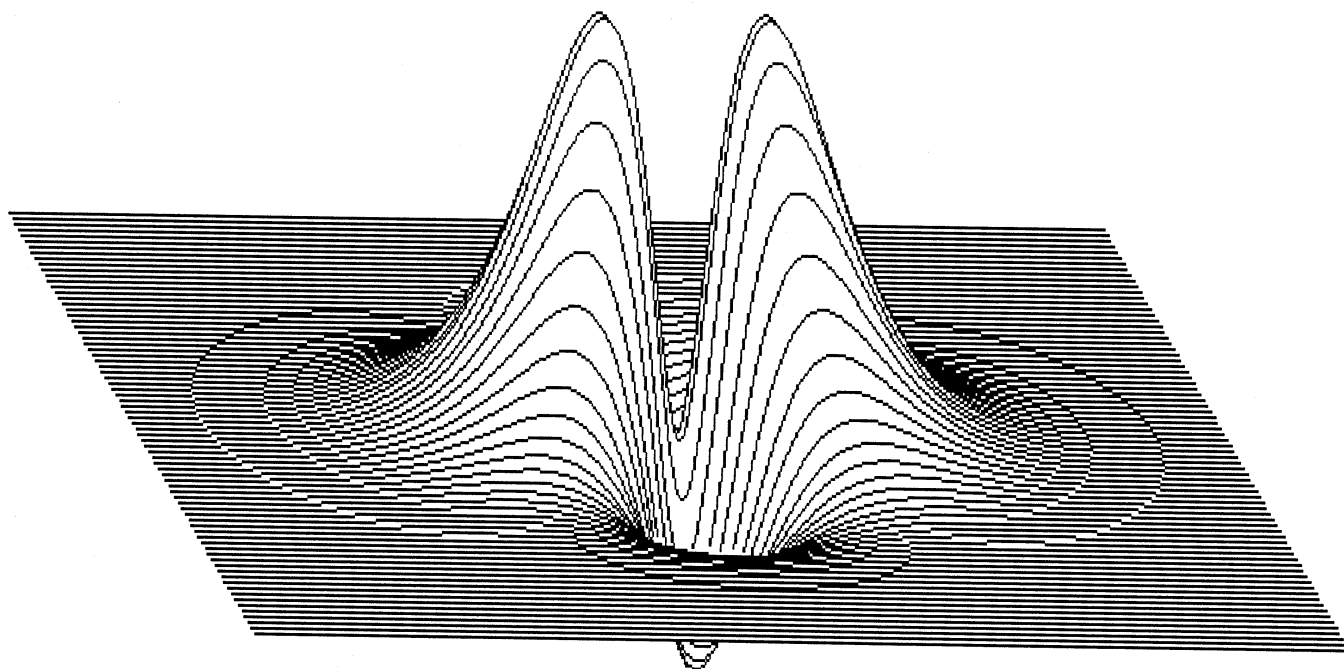
5. SU FUNCIÓN Y TRASCENDENCIA.

A causa de la naturaleza extraña de h , su necesaria presencia en la formulación de la Física clásica conduce a conclusiones e interpretaciones que rayan en la paradoja y la contradicción.

Podría decirse que una de las implicaciones más desconcertantes que introduce h es la de servir de vínculo insólito con el que se identifican propiedades asociadas a *entidades individuales* y propiedades exclusivas de *colectivos*. Un caso típico de esto es la expresión de De Broglie para los electrones o, en general, cualesquiera otra partícula elemental con masa:

$$h = \lambda \cdot p,$$

en donde h aparece como nexo entre una propiedad, λ , que sólo tiene significado en la descripción de una *onda* que se



propaga en un medio material (constituido por muchas partículas) y otra, p o *cantidad de movimiento*, que es local y típica de las partículas individuales. Así, según la expresión anterior, λ y p adquieren una condición de *complementariedad* tal que, para un sistema físico material, en todo momento, el producto de ambas se mantiene constante e igual a h ; de tal forma que, cuando el *carácter corpuscular* aumenta, disminuye el *carácter ondulatorio*, en la medida en la que su producto se mantiene constante e igual a h . Nuevamente vemos la trascendencia que tiene el que h no sea igual a cero.

En correspondencia con lo anterior, para las partículas elementales portadoras de masa, podríamos construir una expresión equivalente para fenómenos tra-

◆◆

La discontinuidad que reina en la escala inferior no puede ser explicada ni descrita por la continuidad observada en nuestra escala macroscópica, tenemos que operar en forma inversa

◆◆

dicionalmente considerados con naturaleza ondulatoria, como la luz o radiación electromagnética.

La dificultad en la interpretación surge cuando intentamos asociar el *concepto onda* (fenómeno distribuido de propagación de energía, no de masa, limitado por condiciones de contorno y con comportamiento periódico) al *concepto de partícula* (entidad local, homogénea e isótropa, que se resiste al cambio de movimiento y que puede interactuar con sus análogas de forma atractiva o repulsiva). En el primer caso, la energía se propaga tridimensionalmente desde el foco emisor o fuente de la perturbación y, en el segundo, la energía propia (masa y potencial) y actual (cinética) se propagan de forma localizada según una dirección determinada.

6. SU CAUSA ESENCIAL

La causa de lo anterior proviene del hecho de que h crea una insoluble interdependencia entre el espacio-tiempo y los procesos dinámicos que se desarrollan en ellos. Esta conexión aparece impuesta a consecuencia de las dimensiones de h , en donde se asocian siempre un par de magnitudes de diferente naturaleza: la una de carácter geométrico, la otra de carácter dinámico; la una define la configuración espacial, la otra el estado del movimiento del sistema. El acoplamiento de estas dos categorías de magnitudes, reunidas inseparablemente en h , entraña la imposibilidad de determinar a la vez posición y velocidad de una partícula en el espacio y en el tiempo. Esta fatal vinculación entre el estado dinámico de un corpúsculo y el marco espacio-temporal donde el corpúsculo evoluciona, se presenta como inevitable ley de la naturaleza, insospechada antes del descubrimiento de h .

En la mecánica clásica, la "densidad" de materia equivale a la masa dividida por el volumen. Es decir, si se sabe la densidad de una pequeña parte, se puede descubrir la cantidad total de materia, multiplicando la densidad por el volumen que ocupa la pequeña parte. En la mecánica relativista, donde siempre se sustituye espacio por espacio-tiempo, una determinada "región" ya no debe tomarse como un simple volumen, sino como volumen que dura un tiempo. Una pequeña parte será un pequeño volumen que dura un tiempo pequeño. La consecuencia es que, dada la densidad, una pequeña región en el nuevo sentido contiene no una pequeña masa simplemente, sino una pequeña masa (energía) multiplicada por un pequeño tiempo; es decir, una pequeña cantidad de *acción*.



La nueva fisonomía de la acción como producto de la masa por el tiempo nos lleva inmediatamente al significado profundo de aquella magnitud



La nueva fisonomía de la *acción* como producto de la masa por el tiempo nos lleva inmediatamente al significado profundo de aquella magnitud: la *acción* está íntimamente ligada, representa, a la *curvatura* del universo y h es su unidad elemental. No es posible dar una representación en forma de imagen para esta afirmación, dado que nuestra noción de curvatura deriva de la que presenta una superficie bidimensional en un espacio tridimensional, y esto da una idea bastante limitada acerca de la posible forma de una superficie de cuatro dimensiones en un espacio de cinco o más dimensiones. En dos dimensiones hay sólo una curvatura total, y si ésta se anula, la superficie se vuelve plana o al menos puede ser desarrollada en un plano. En cuatro dimensiones hay varios coeficientes de curvatura. Estos coeficientes vienen expresados en la teoría de la Relatividad General mediante un tensor G , que representa a la *curvatura* espacio-temporal por excelencia y es un invariante. Si G fuera igual a cero, la curvatura se anularía y el espa-

cio-tiempo sería plano, aún conteniendo masa. No ocurre esto en la realidad, pues en un campo gravitacional material el espacio-tiempo no es plano. Donde existe materia, existe *acción* y, por consiguiente, curvatura.

7. SUS CONSECUENCIAS.

La *acción* (o lo que es lo mismo, $n \cdot h$) es una de las dos magnitudes de la Física prerrelativista que sobreviven sin modificaciones en una descripción del universo absoluto. La otra magnitud es la *entropía*. Ambas forman parte de dos grandes generalizaciones interdependientes: el principio de mínima acción y la segunda ley de la termodinámica o principio de máxima entropía (probabilidad). Esta es la significación última de la teoría de Weyl: la constante h es una fracción pequeñísima de una unidad universal, de naturaleza absoluta, que puede representar la probabilidad de cualquier cosa, o una función de tal probabilidad. De hecho, la *acción* puede identificarse con el logaritmo, cambiado de signo, de la probabilidad estadística de un estado en el universo existente, lo cual no es más que el reflejo de la identidad entre el principio de mínima *acción* y el de máxima probabilidad.

Finalmente, mencionar un aspecto relacionado con la complementariedad de las propiedades que, como individualidad y colectivo, presentan los objetos materiales. Se trata del carácter dual con el que se manifiestan las partículas elementales, cuyo comportamiento colectivo está vinculado íntimamente con la curvatura del continuo materia-espacio-tiempo y materializado, formalmente, en términos de una estadística, no clásica, de composición de probabilidades