

# ARITMÉTICAS ARAGONESAS DEL S. XVI. A LA SOMBRA DEL *QUADRIVIUM*

CARLOS USÓN VILLALBA

IES “Marco Fabio Quintiliano” (Calahorra)

## El siglo XVI, un siglo para la polémica

Pocos periodos de la historia de la ciencia española han estado sometidos a una polémica tan agria y pertinaz como el siglo XVI. Una controversia que, en realidad, nace en 1782 a partir de la airada pregunta, y la no menos vehemente conclusión, que planteara Masson de Morvilliers en su *Enciclopedia Metódica*: “¿Qué se debe a España? Desde hace dos siglos, desde hace cuatro, desde hace seis, ¿qué ha hecho por Europa? (...) En España no existen ni matemáticos, ni físicos, ni astrónomos, ni naturalistas”. Tan tendencioso planteamiento no pudo por menos que seguir hurgando en la herida abierta por el pesimismo en el acomplejado orgullo hispano, a pesar de provenir de un profundo desconocedor de la realidad española y de haber dejado constancia expresa de ello.

Respaldaron la tesis<sup>1</sup>: Manuel de la Revilla, José del Perojo, Gumersindo Azcárate y Echegaray que no encontraba en todo el siglo XVI, en este país “*donde no hubo más que látigo, hierro, sangre, rezos, braseros y humo*”, sino “*libros de cuentas y geometrías de sastres*”, y que concluía como Morvilliers que “*la ciencia matemática nada nos debe: no es nuestra; no hay en ella nombre alguno que labios castellanos puedan pronunciar sin esfuerzo*”. En el otro extremo, Picatoste centraba la desgracia de este país en sus hijos que “*lejos de defenderle le acriminan*”. Además de él terciaron en la contienda: Gumersindo Laverde, Alejandro Pidal y Mon, Fernández Vallín y Menéndez Pelayo para quien “*nuestra historia científica distaba mucho de ser un páramo estéril e inclemente*”.

Una disputa que acabaría por zanjar Rey Pastor, de un sonoro portazo, en el Discurso de Oviedo<sup>2</sup>. Obsesionado por la modernidad, su conclusión sobre las aportaciones de la centuria fue así de dura y contundente: “*¿Corresponden sus obras al nuevo modo de ser de la matemática? Es decir ¿son obras modernas? (...) bastaría con hojear aquellos libros, o simplemente ver sus índices, para poder contestar sin vacilaciones. Pues bien, señores, esta contestación es desgraciada-*

<sup>1</sup> Fue el botánico Antonio José de Cavanilles el primero en dar “cumplida respuesta” a Morvilliers en 1784. Antes de finalizar el siglo se formarían ya dos bandos. Por un lado Juan Pablo Forner, Martín Fernández de Navarrete, Jovellanos y Campomanes, por el otro: Iriarte, García de la Huerta y Vargas Ponce.

<sup>2</sup> Oviedo, 1913. Discurso inaugural del curso académico 1913-1914.

*mente negativa*". No menos rotundo fue su juicio sobre los matemáticos españoles de la Sorbona. Con esta frase: "... *el magisterio de los españoles en la Universidad de París, es más bien motivo para entristecerse, que para enorgullecernos*" dilapidó sin contemplaciones el trabajo de Pedro Ciruelo, Juan Martínez Guijarro (Sili-CEO), Gaspar Lax, Miguel Francés, Francisco Ortega y Álvaro Tomas<sup>3</sup>.

Su lacerante análisis le sirvió de argumento para dar por terminada la debacle y proclamar un forzado y condescendiente optimismo en el futuro -injustificado pero políticamente correcto- con el que dar por terminada su alocución<sup>4</sup>: "*Seamos optimistas porque sin fe no se ganó ninguna batalla; sémoslo con exageración, confiando ciegamente en nuestras fuerzas, -porque ya pondrá la dura realidad un dique a nuestras ambiciosas aspiraciones- y contestemos a la pregunta de Europa con decisión entusiasta: En España no ha habido matemáticos, es cierto; pero los habrá en este siglo*".

La venerada opinión del que sin duda fue el matemático español más relevante de principios del siglo XX, además de historiador de la ciencia, levantó una infranqueable barrera que ha dificultado, hasta ahora, un acercamiento crítico y desapasionado a aquellas aritméticas<sup>5</sup> que el desprecio de nuestro ilustre Premio Nobel calificó de "*libros de cuentas*". Es hora de superar aquella estéril controversia y analizar el papel que desempeñaron en el marco de las necesidades del momento y en referencia al ámbito social e intelectual en el que nacieron. Es hora, en definitiva, de escribir la historia de las matemáticas que no hicieron historia.

<sup>3</sup> Seguramente fue su cristianismo el que le movió a la indulgencia: "... *¿es justo que condenemos en juicio sumarisimo a aquella pléyade de españoles que laboraron fuera de su patria, honrándola grandemente, para luego traer a sus Universidades los frutos sazonados de su ciencia? No en verdad; ya que sus obras nacieron con un pecado original, el de no ser modernas*".

<sup>4</sup> En realidad la cierra con una alusión al romancero: *...si no vencí reyes moros, engendré quien los venciera*.

<sup>5</sup> A pesar de que, hay que ser justos, cuando Rey Pastor ponía el libro de Marco Aurel como paradigma del retraso hispano y aun cuando la obra comience con aritmética y dedique a ella los diez primeros capítulos, don Julio se refería al álgebra: "... *el álgebra fue ignorada por los españoles hasta que el alemán Marco Aurel se la dió a conocer en 1552 con un libro vulgar y atrasado*". Pero, para ser justos del todo, en este ámbito se debería reverenciar a esa figura cuya gloria reclamara Rey Pastor y cuya hipotética ausencia alimentó la polémica. Ese anhelado símbolo, cuyo reconocimiento hubiera zanjado de una vez por todas la deuda, y no pagada, que con tanta virulencia nos reclamara Masson de Morvilliers, no cabía en su particular concepción de lo hispano. Me refiero a al-Qalāsadi, al que de hecho nombra aunque lo rechace, por excluir de su análisis la parte islámica de nuestro pensamiento.

### Tomillos, romeros y espliegos entre la sarda aragonesa del XVI

A pesar de los augurios, el catálogo de las matemáticas aragonesas del XVI lejos de estar casi vacío da de sí para diferenciar cuatro tipos de aritméticas: especulativas, humanísticas, comerciales y contables. En cualquier caso, si aplicáramos criterios estadísticos, lo primero que deberíamos plantearnos, antes de sacar conclusiones, es si la muestra es, o no, representativa. Por contra, como historiadores, hemos de arrastrar siempre esa duda. Disponemos de una muestra y lo único que podemos plantearnos es de qué es representativa<sup>6</sup>. Pese a lo cual, estamos obligado a sacar conclusiones que, ante la imposibilidad de esperar a conseguir una muestra mayor, nunca pasarán de ser meras hipótesis. Por eso no cabe sino asumir el optimismo de Leonardo Sciacca cuando, en *El archivo de Egipto*, dice: “...Y creemos que la verdad existía antes que la historia y que la historia es mentira. En cambio, la historia rescata al hombre de la mentira, lo conduce hacia la verdad”.

### Aritméticas especulativas

Son, que duda cabe, aquellas que escribieran los ilustres de París que tuvieron la mala fortuna<sup>7</sup> de dedicar empeño e inteligencia al decadente escolasticismo francés: Ciruelo, Lax, etc. De hecho, el apelativo de especulativas alude intencionadamente al título de una de las obras<sup>8</sup> de Gaspar Lax a la que siempre se hace referencia pero de la que no existe estudio alguno en profundidad. De ellas, que son las únicas que preocupan a determinadas historias de la ciencia y a las que sus manuales dedican escasas cuatro líneas, no diré nada.

### Aritméticas humanísticas

Dirigidas al estudio y la consulta, se incluyen en este segundo grupo dos textos escritos en latín y nacidos de una doble necesidad. Por una parte la de establecer criterios científicos que permitieran fijar de forma rigurosa el calendario

<sup>6</sup> Si comparamos su número con el de las italianas podemos llegar a una significativa conclusión que puede no ser la misma sí, utilizando ese mismo criterio, la comparación se establece con otros países europeos o si se introduce, como variable en el análisis, el hecho de que en la Universidad de Salamanca hubieran desaparecido en 1610 casi todos los manuscritos que poseía en el siglo XV y que debieron ser numerosos, a tenor de lo que relata G. Beaujouan tras su minuciosa catalogación.

<sup>7</sup> Esa que decide, a posteriori, la historia oficial en función de los criterios ideológicos imperantes en cada momento y que son los que promueven el análisis y el propio –y a priori imprevisible– desarrollo interno de la ciencia. Unos criterios que, en estos momentos, por ejemplo, lejos de ser inequívocos asumen con naturalidad la impostura de aceptar el posicionamiento de Rey Pastor al mismo tiempo que sobrevaloran la docencia de sus profesores en universidades extranjeras, cuando resulta un hecho objetivo que pocas veces en la historia de este país ha habido más matemáticos impartiendo docencia fuera de España que en el siglo XVI.

<sup>8</sup> *Arithmetica speculativa magistri Gasparis Lax aragonensis de Sarinyena duodecim libris demonstrata*.

eclesiástico y por otra adoptar un modelo sólido que posibilitase una correcta interpretación de la Biblia. Pero son además una respuesta a la necesidad del humanista de entender, en su justa medida, a los escritores clásicos y poder hacer una valoración precisa del contenido de sus obras.

Tenemos por una parte el libro de Guido Morel publicado en 1536 bajo el título de *Minervae Aragoniae, assis Budeani supputatio compendiora ad monetam: ponderaque & mesura Hispaniae nostrae*. Una adaptación al ámbito aragonés de los trabajos métricos de Guillaume Buddeo (o Budé). La sola referencia al erudito y filólogo francés, a quien Erasmo denominara *el prodigio de Francia*, es suficiente para remarcar su adhesión a la corriente humanista que representaba el Colegio francés frente a la fidelidad incondicional a la tradición encarnada por la Sorbona.

Por otra, la obra de Miguel Berenguer (1577): *Michaeli Berengarij artium liberalium Magifri Caefaraugustanae univerfitatis potestate literarum & de Calendis, & de Arte computi libellus*, incluida en otra del mismo autor impresa en 1582 y titulada: *In Antonii Nebrissensis prosodiam Scholia a Michaelo Berengario artium liberalium Magifiro Scholae Caefaraugustanae pro Rectore obferanta*. Su carácter humanista queda refrendado por la propia publicación conjunta de ambos textos<sup>9</sup> y por la cualidad de maestro de Humanidades y profesor de Gramática de su autor, condición que corona los títulos de ambas obras y a los que también hace referencia el censor. Todo ello nos sitúa ante un tratado de aritmética que, como remarca la censura, “*será muy útil a los jueces que prestan su ayuda a las reglas de la Gramática que deben estudiarse*”. El hecho de haber sido publicada un año antes de la apertura oficial de la Universidad Zaragoza, el tener por autor al que fuera vicerrector de la misma durante más de treinta años: Miguel Berenguer, y el estar dirigida a su primer rector y a su mecenas Pedro Cerbuna (quien además da licencia para la publicación de 1577), nos permite suponer que estamos ante uno de los primeros textos de estudio de esta universidad.

### **Aritmética contable**

Incluyo en este apartado dos obras, fuertemente conectadas entre sí, que mantuvieron su vigencia a lo largo del siglo<sup>10</sup>. Escritas en romance y dirigidas a los jurados de la ciudad de Zaragoza y a los diputados del reino de Aragón, respectivamente, su finalidad era servir de base a los inspectores mercantiles del momento: los almutazafes, de cara al desarrollo de su trabajo, tanto en lo tocante al control de pesos y medidas como a la imposición de penas a los defraudadores. Destinadas por tanto a la lucha contra el fraude, carecen de pretensiones doctas o investigadoras en

<sup>9</sup> En esta última inserta también una serie de versos dedicados a la reina Ana de Austria con motivo de su muerte.

<sup>10</sup> La primera impresión del *Espejo de Almutazafes* es de 1510. El texto fue objeto de dos reediciones: 1577 y 1595, tras las que fue publicado el *Libro de Almutazafes* en 1609.

el campo de las matemáticas y adquieren su razón de ser en la utilidad que prestan a la ciudadanía en general<sup>11</sup> y al comercio en particular.

La primera: *Claro y lucido espejo de almutaçases o fieles en el cual se contienen muchas diferencias de precios, muy por menudo, y muchos avisos y cosas útiles, así para los almutaçases, como para los que compran y venden*, de Antonio Adrián de Aynsa (1510), constituye además un amplio recorrido social y político a través de las más cotidianas preocupaciones de los aragoneses del siglo XVI. La segunda, el tratado de Pascual de Abensalero (1609): *Libro de los Almutaçases en el que se trata de las dificultades y advertencias tocantes a precios y medidas, el precio de los comercios ordinarios, y lo que así en grueso, como por menudo, se ha de dar a cada uno de ellos para que ni los que venden se engañen ni los que compran queden defraudados* es, en realidad, un complemento del anterior que adapta a la zona del Jalón y a las peculiaridades del mundo rural las tablas de precios de Aynsa introduciendo redondeos y ajustes.

### Aritméticas mercantiles

Incluimos en este epígrafe, en el que centraremos la comunicación, las obras escritas en romance y caracterizadas por una marcada ambición didáctica. Algunas, con títulos tan elocuentes como *Libro subtilissimo por el qual se enseña a escreuir y contar pfectamente el qual lleua el mesmo horden que lleua vn maestro con su discipulo*, de Juan de Yciar, parecen orientadas directamente a la enseñanza<sup>12</sup> aunque su contenido, no así su sentido, poco tenga que ver con la aritmética.

Otras, como *Arte breve y muy provechoso de cuenta castellana y arismetica*<sup>13</sup> de Juan Gutiérrez de Gualda o *El Arte de la Aritmética*<sup>14</sup> de Francisco Sanclimente estarían más cerca de lo que habitualmente entendemos por una aritmética mercantil que ninguna de las anteriormente citadas. Máxime cuando este segundo autor fue enseñante en Zaragoza, tal como relata él mismo.

Tanto Beaujouan como Allard, aquí citados, parecen compartir el criterio de que existen muchas dificultades para establecer líneas de continuidad entre las aritméticas comerciales, en general, y en particular, entre las peninsulares. Parece lícito

<sup>11</sup> A todo aquel que compra o vende, como indica uno de los autores: “*Y pues la fin de hazer este libro no ha fido ni es, fino para folo defengañar a cada vno en fu cafo*”. Nombrando después de forma explícita al panadero, al almutazafe, al dueño de la casa, etc.

<sup>12</sup> Su carácter didáctico es una referencia explícita, directa o indirecta, en todas las obras que comentaremos.

<sup>13</sup> *donde se muestran las cinco reglas de guarismo por cuenta castellana, y reglas de memoria*. Así completa el título de la obra.

<sup>14</sup> He trabajado con la versión catalana, apoyándose en las diferencias que Antoni Malet destaca en ella respecto de la castellana.

pensar que, quizás, fuera posible debilitar la afirmación si se reduce el ámbito de estudio. En cualquier caso, esa tesis resulta una excelente excusa para realizar una primera aproximación a estas dos obras comparándolas entre sí y con otros referentes de la época. Por una parte, con aquella que es, de momento, la primera aritmética mercantil en suelo hispano: *El libro de Arismética que es dicho Alguarismo* (1393). Y no tanto por su primacía histórica como por su vigencia temporal. De hecho, que sepamos, fue objeto de dos copias manuscritas: la de 1489 se ha perdido y, la segunda, fechada entre 1520 y 1530, es precisamente la que ha llegado hasta nosotros<sup>15</sup>. Por otra, después de todo lo dicho anteriormente, resulta inevitable co-tejarlas con el *Libro Primero de Arithmetica* de Marco Aurel (1552) que, además de haber sido publicado en el Reino de Aragón, su propio autor se encargó de publicitarlo de forma tan elocuente<sup>16</sup> que resulta imposible sustraerse a la tentación de utilizarlo como contraste. Es cierto que debe considerarse más como un texto de álgebra que de aritmética pero en ese sentido suscribo el criterio de Antoni Malet cuando sitúa a las aritméticas mercantiles de la Baja Edad Media en los orígenes del álgebra renacentista: “... a mitad del siglo XVI la mayoría de los libros de álgebra no son sino aritméticas mercantiles extensas que incorporan una sección de álgebra”.

Resulta imposible desarrollar un análisis detallado de todas ellas en los límites expresos de este trabajo, y tampoco es ese el objetivo buscado para esta primera aproximación, pero un esquema de los resultados de ese estudio comparativo, como el que aparece en las tablas, nos puede servir de base para extraer algunas conclusiones generales acerca de las aritméticas mercantiles del XVI en Aragón.

<sup>15</sup> En realidad he usado la edición de B. Canuedo y R. Córdoba en *El arte del algarismo*. Salamanca, 2000. Junta Castilla y León.

<sup>16</sup> “Assi que por ser cosa nueua la que trato, y jamas vista, ni declarada, y podra ser, que ni aun entendida ni imprimida en España me he atreuido a tratarla y escriuirla en lengua tan por entero repugnante a la mia”.

	<b>Gutiérrez 1539-64-66-69</b>	<b>Santcliment 1487</b>	<b>Marco Aurel 1552</b>	<b>Libro de Aritmética 1393</b>
<b>Paralelismos</b>				
Invocación religiosa	Si en 1539. No en resto.	Si	No	Si
<i>Dedicatoria</i>	Juan Pacheco 1539-64-66	No	Mosen Bernardo Simón	No
<i>Referencia didáctica a Al lector</i>	Cualquiera	Escolares (pág. 141)	Principiantes y otros estudiosos	Maestro y alumnos
<i>Colofón</i>	No. Si 1539	No	Si	No
<i>Reflexiones filosóficas</i>	No	Si	Si	No
<i>Cita a:</i>	Boecio, Euclides 1539-64-6		Euclides, Boecio, Arquímedes	
<i>Índice (Tabla)</i>	Si 10 Capítulos: <b>Nombrar</b> Sumar Restar Multiplicar Medio partir Partir por entero Sumar y restar pesos y medidas Reglas de memoria Reducción de monedas Reglas de progresiones (Breve colección de problemas: regla de tres, proporciones, etc)  No en primera versión.	No 15 <i>Capítulos</i> Numerar Sumar Restar Multiplicar Dividir $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ dígito} \\ 2 \text{ dígitos} \\ 3 \text{ o más dígitos} \end{array} \right.$  Reducción de monedas Regla de tres Reglas de compañía Cambios. Aumentos de mercancías Aleaciones de oro Aleaciones de plata. Cuadrados y cubos. Progresiones Raíces cuadradas y cúbicas. Falsa posición. (Breve colección de problem.) <i>Medio partir</i> <i>Proporciones</i>	Si 24 Capítulos Numerar, Sumar, Restar, Multiplicar y Dividir. Quebrados Proporción Reglas breves Progresiones Cuadrados y raíces Raíz cuadrada N <sup>os</sup> cúbicos y sus raíces Binomios y residuos. Raíz cuadrada de binomios. Raíz cúbica de binomios. Operaciones con raíz cuadrada. Regla de la cosa Reglas de igualación Reglas de la cantidad Reglas de la 2ª igualación. Reglas de la 3ª igualación. Reglas de la 4ª igualación. Reglas de la 5ª igualación. Reglas de la 6ª igualación. Extracción de raíces por la cosa. Reglas de la 7ª igualación. Reglas de la 8ª igualación.	No 7 especies Conocer las letras Asumar (1ª especie) Amenguar (2ª especie) Multiplicar (3ª especie) Partir (4ª especie) Partir por mitad, 3, 4, 5... (5ª especie) Regla de tres (6ª especie) Espedazados Operar fracciones, menudos y “espedazados”

	No	Si	No	Si
<i>Aleaciones, cecas, etc</i>				
<i>Cifras:</i>				
	Figuras (1, 2, 3...) y zero	Letras o figuras (0, 1, 2, ..., 9) Decena (10, 20, ...) Más que decena (resto)	Números Dígito (1, 2, ..., 9) Artículo (10, 20, ...) Composito (resto)	Si Letras (1, 2, ..., 9)
<i>Cero:</i>	Cero, zero o cifra	Zero, círculo o teca (Sacrobosco)	zero	cifra
<i>Cantidades</i>				
<i>Unidades, decenas, ...</i>				
<i>Operaciones:</i>	Orden. Grados.	Orden. Grado.	Grado, casas, dignidades, géneros	Grado
<i>Millón</i>	Reglas o Especies (5) Cuento (quento)	Especies (4) cuento	Especies (7) ≠ regla (4) Cuento, millar de millares, millón	Especies (7) Cuento billón=cuento de cuentos
<i>Simbolismo</i>	Cifras arábegas <i>Números sin puntos</i> 12 <i>Números con puntos</i> .12. <i>versión</i> 1539	Cifras arábegas. Rayas oblicuas de tres en tres: 1/222/333 en algún caso. Números con puntos .12.	Cifras arábegas. “...” bajo la 4ª cifra indica miles. Raya bajo la séptima millones Números sin pto. +, -, √, √√, $\frac{a}{b}$	Cifras arábegas Números /12/
<i>Nºs fijados</i>	Si	1 y 5 no definitivos.	Si	5 no definitivo
<i>Memorizar</i>	Hacer de coro Reglas de memoria	Saber de coro	Aprender de coro	Saber de coro
<i>Reinos</i>	Nombra a la par Castilla y Aragón. Portugal.	Portugal, Castilla, Aragón (a través de sus monedas)		
<i>Profundiza en causas</i>	No ⇒ Aprender casuística	No ⇒ Aprender casuística	No ⇒ Aprender casuística	No ⇒ Aprender casuística

Suma	Gutiérrez 1539-64-66-69	Santcliment I 487	Marco Aurel 1552	Libro de Arismética 1393
<i>Definición:</i>	Si	Si	Si	Si
<i>Modelo</i>	Usa raya.	Usa raya (recuadro del resultado y vertical)	Usa raya.	Usa raya.
<i>Pruebas +</i>	7 (más cierta que la del 9), 9 y real	9 y real (no la llama así).	Real, 9 (la más ligera y breve), 7 (sólo nombra) + en ≠ orden	No
<i>Sumandos</i>	Números	Partidas	Partidas	Cuentas, precios
<i>Didáctica</i>	Explicación gral. detallada + Ejemplo.	Explicación gral. muy detallada + Ejemplo.	Explicación gral. muy detallada + Ejemplo.	Explicación gral. poco detallada.
<i>Cero</i>	Si preocupa	No preocupa	Preocupa	No preocupa
<i>Prueba del 9</i>	Saca 9 de la suma de todas las cifras del nº.	Saca los 9 cifra a cifra, no de la suma de las cifras de los resultados	Saca los 9 cifra a cifra, no de la suma de los resultados.	No
<i>Prueba del 7</i>	Saca los 7 cifra a cifra, no de la suma de las cifras de los resultados. No usa cruz	Usa cruz.	No usa cruz.	No
<i>Diferentes unidades</i>	Dos formas: reduciendo a una sola unidad y no reduciendo (obligatorio en Castilla).	Si: libras, sueldos, dineros... cargas, arrobas, quintales Anota las llevadas Prueba del 9 Sumas más complejas (alfonsís, ducados, florines)	Si: libras, sueldos, dineros... Anota las llevadas	

<b>Resta</b>	<b>Gutiérrez 1539-64-66-69</b>	<b>Santcliment 1487</b>	<b>Marco Aurel 1552</b>	<b>Libro de Arismética 1393</b>
<i>Definición:</i>	Si	Si	Si	Si (brevisima)
<i>Concepto:</i>	Resta maravedis	Resta números	Resta números	Números
<i>Pruebas -</i>	Real	Real (no la llama así)	Real	real (no la llama así)
<i>Modelo</i>	Usa raya y bajo el resultado otra con la prueba debajo.	Usa raya y bajo el resultado otra con la prueba debajo.	Usa raya y bajo el resultado otra con la prueba debajo.	Usa raya
- <i>Minuendo</i>	Recibí	Presta. Suma. Empréstito	Recibo	Precio
- <i>Sustraendo</i>	Gastos	Paga	Pago	Precio
- <i>Resultado</i>	Alcanza	Resta	Dejo a deber	
<i>Didáctica</i>	Explicación gral. detallada+Ejemplo+explicación sobre el ejemplo. Reiterativo. Parece dirigido a quien no tiene ni idea	Explicación gral. detallada + Ejemplo + conexiones teóricas. Reiterativo. Parece dirigido a quien si tiene idea previa	Explicación gral. muy detallada + Ejemplo sin explicación sobre él.	Explicación gral. breve y poco detallada sobre un ejemplo. Parece dirigido a recordarle a alguien que sabe operar.
<i>Llevadas</i>	35 De 7 a 10, 3; +5=8 -17 1+1=2, a 3 = 1	35 De 7 a 10, 3; +5=8 -17 1+1=2, a 3 = 1	35 De 7 a 10, 3; +5=8 -17 1+1=2; a 3 = 1	35 De 7 a 15, 8 -17 de 1 a 2=3-1; 1 (modelo préstamos)
<i>Cero</i>	Preocupa. Hincapié 9 en el sustraendo. Reglas = diferentes casos.	Preocupa. Hincapié 9 en el sustraendo. Reglas = diferentes casos.	Estudia. Analiza 9 en el sustraendo.	No estudia.
<i>Prueba del 9</i>				
<i>Prueba del 7</i>				
<i>Diferentes unidades</i>	Sin exhaustividad	Con exhaustividad	Sin exhaustividad	No
		Excluye n <sup>os</sup> negativos		

<b>Multiplicar</b>	<b>Gutiérrez 1539-64-66-69</b>	<b>Santcliment 1487</b>	<b>Marco Aurel 1552</b>	<b>Libro de Arismética 1393</b>
<i>Definición:</i>	Si: acrecentar o aumentar	No	Muy clara, correcta y actual.	No
<i>Concepto:</i>	Multiplica números. Pero asigna especie del multiplicador al resultado. En ej. varas x maravedís.	Multiplica números	Multiplica números = sumar un n° de veces	Multiplica números
<i>Orden</i>	Mayor encima, unidades sobre unidades, etc.	Sugiere una sobre otra. Todo lo demás sí.	Mayor encima, unidades sobre unidades, etc.	Menor encima. En XVI al revés. El de arriba x abajo.
<i>Tablas</i>	Formato actual en romanos Tabla doble entrada árabes repetidos en cada fila. Completa: 1x1 hasta 9x9 Se debe saber muy bien	Doble entrada escalonada Repite factor en cada fila Del 1 al 10 Saber de coro	Formato actual 2—3—6 De la del 1 a la del 9 Falta la del 1 Añade sólo, los que faltan Aprender de coro	No Se suponen conocidas. Sólo cuadrados
<i>Pruebas *</i>	Real, 7 y 9	9 y real (sólo nombrada)	9	7
<i>Modelo</i>	Usa dos rayas Desplaza hacia la izquierda Edición menos cuidada	Usa dos rayas horizontales y dos oblicuas. Desplaza hacia izquierda	Usa dos rayas Desplaza hacia la izquierda	Usa dos rayas? Desplaza hacia izquierda? Operación especial en cruz
<i>x 10, 100...</i>	No	No	Añadir los ceros.	x cada cero, explícitamente.
<i>Multiplicando</i>	Multiplicante	Multiplicat (suma)	Suma a multiplicar	Precio a multiplicar
<i>Multiplicador</i>	Multiplicador	Multiplicant (suma)	Multiplicador	Precio a multiplicar
<i>Resultado</i>	Monta	Suma general de la mult.	Producto total.	Sale multiplicado
<i>Didáctica</i>	Explicación gral. detallada + Ejemplo poco adecuado + explicación sobre el ejemplo	Explicación gral. detallada + Ejemplo + explicación sobre el ejemplo.	Explicación gral. muy detallada + Ejemplo sin explicación sobre él.	Explicación gral. muy detallada + Ejemplo literal sin operación a la vista.
<i>Llevadas</i>	En la memoria	En la memoria	En la memoria	En la memoria
<i>Cero</i>	Obsesión	Intermedios y finales del multiplicador	Unidad segunda ceros, sólo. Factores terminados en 0.	Unidad segunda ceros
<i>Prueba del 9</i>	Usa cruz	Usa cruz	No usa cruz.	No
<i>Prueba del 7</i>	Usa cruz	No	No	Usa cruz
<i>Reducir monedas</i>	Pasar ducados a maravedís. + fracc. por descomp.	Pasa todo a la moneda pequeña y luego traduce.	No	No
<i>Diferentes unidades</i>		Cargas x sueldos dineros Mult. X dineros y transf. después mult. X sueldos y suma.	Varas, @ £ x sueldos dineros Muy prolijo. Muchos ejemplos. Apoyo en cálculo calle: "cada uno haga lo que le pareciera" ⇒ saber calcular.	No

<b>Dividir</b>	<b>Cutiérrez 1539-64-66-69</b>	<b>Santcliment 1487</b>	<b>Marco Aurel 1552</b>	<b>Libro de Arismetica 1393</b>
<i>Definición:</i>	No	Meter gran suma en 2, 3 o muchas partidas. Contrario multiplicar	Con rigor. = Restar sucesivamente	No
<i>Conceptos:</i>	Divide dinero entre personas por exceso y defecto sin nombrarlos de forma diferenciada.	Considera restos	Dice dividir una gran suma en partidas pero actúa como si dividiera números.	Cosas en partes. Es la especie más noble, sutil y provechosa.
<i>Orden</i>			Dividendo $\geq$ divisor Alinear ambos a izquierda	
<i>Tipos</i>	Partir por medio=Partidor < 10 Partir por entero (1, 2, 3 y más)	Migpartir (/ 2 pero en ej. /3) Partir en cuantas partes se quiera. Por 12 y otros (caso particular).	Partir por una sola letra Partir por decena Partir por n° compuesto	Partir por n° compuesto Partir por 12 (y otros) Partir por decena Partir por una cifra
<i>Pruebas *</i>	Real ( $D=d*q+c+r$ ), 7 y 9.	Comparar dividiendo y divisor. 9, General (real) ( $D=d*q+c+r$ )	Real ( $D=d*q+c+r$ ), resto < divisor, 9.	7 (más cierta que las otras)
<i>Modelo</i>	Compañeros   <u>Suma partidera.</u> <u>Lo partido</u>   Partidorrrr	Suma... Partes... Partidorrrr	Suma partidera   Partidorrrrr     cociente	Nº a partir   Viene a la parte Partidorrr
<i>Dividendo.....</i> <i>Divisor.....</i> <i>Cociente.....</i> <i>Resto.....</i>	Suma partidera Partidor (compañeros) Lo partido Lo que sobró	Suma partidera (queremos partir) Partidor Partes Lo que resta (queda)	Suma partidera Partidor Quociente Lo que sobró	El n° que se ha de partir Partidor Viene a la parte Queda de partir
<i>Didáctica</i>	Explicación gral. detallada + Ejemplo + explicación sobre el ej. + otros ej. Explicados.	Explicación gral. detallada + ejemplo con explicación. Diferentes casos: Dividir entre 1, 2, 3 cifras. Exhaustividad.	Explicación gral. detallada + Ejemplo sin explicación pero troceado en pasos. Sólo dos ej. en total	Explicación detallada sobre un ejemplo. Tres ej. Uno para cada modelo de algoritmo.
<i>Resto</i>	Da cociente como $C+(r/d)$	Da cociente como $C+(r/d)$	Da cociente como $C+(r/d)$	Da cociente como $C+(r/d)$
<i>Cero</i>	Pone en el cociente: 0542	Dividir suma acabada en 0 sin ej. Por 20, 30, ...	Dividir por 10, 100, ... Por 40, 30, ...	Dividir por 10, 100, ... Por 20, 30, ...
<i>Prueba del 9</i>	Usa cruz	Usa cruz	No usa cruz.	Usa cruz.
<i>Prueba del 7</i>	Usa cruz	Usa cruz	La nombra (sólo)	Dividir por mitad, 3º, 4º etc que denomina 5º especie.
<i>Preocupaciones</i>	Por repartirlo todo	Dos algoritmos diferentes. Uno usando a la vez todo el divisor, el otro multiplicando cifra a cifra.	Quociente integral $\neq$ quebrado. La prueba del 9, 7, etc. pueden ser falsas.	

<b>Progresiones</b>	<b>Gutiérrez 1539-64-66-69</b>	<b>Santcliment 1487</b>	<b>Marco Aurel 1552</b>	<b>Libro de Arismética 1393, 1525?</b>
<i>Definición:</i>	Si basada en ejemplo	Si basada en ejemplo	General	
<i>Dirigido a:</i>	Liberales contadores			
<i>Orden</i>				
<i>Tipos</i>	Geométrica	Aritméticas	Aritméticas Geométricas Las actuales	Geométrica: ajedrez
<i>Fórmulas</i>	$S_n = a_{n+1} - a_1$ $S_n = \frac{a_{n+1} - a_1}{r - 1} + a_n$	$S_n = \frac{a_n + a_{n+1}}{2}$ si $a_n$ par $S_n = \frac{a_n + 1}{2} a_n$ si $a_n$ impar		

### Algunas obviedades como punto de partida

En *The place of Nicolas Chuquet in a typology of fifteenth-century French arithmetics*<sup>1</sup>, Guy Beaujouan remarcó las dificultades<sup>2</sup> que existen para clasificar las aritméticas comerciales debido a que un gran número de textos, que harían de intermediarios entre dos obras conocidas, han desaparecido y con ellos la posibilidad de establecer líneas nítidas de influencia. Aunque la imprenta garantice un grado de fidelidad similar al de la copia literal del amanuense, ofrece una facilidad para la reproducción de los originales que antes no existía. Si a eso unimos la dispersión de la demanda, su orientación a la docencia y la falta de sometimiento a una autoridad que controle la distribución, como lo era la eclesiástica en el ámbito conventual del medioevo, el resultado es una multiplicidad de variaciones sobre un mismo tema, que no existía cuando el receptor de la copia era la biblioteca del convento y sus usuarios se concentraban alrededor de ella. Por otra parte, el hecho de que esta institución, preservara mejor que el comerciante, y por más tiempo, la integridad del texto ha permitido que hayan llegado hasta nosotros manuscritos cuyo número de ejemplares era sensiblemente inferior al de muchas obras impresas desaparecidas de forma definitiva. Todo ello dificulta el poder determinar de forma fiable las fuentes en las que se apoyan y las líneas de continuidad entre ellas.

Tratar por tanto de establecer conexiones puntuales con las aritméticas de Boecio<sup>3</sup>, Casiodoro, Abraham ben Ezra, Beda, etc. no parece tener mucho sentido pues, aunque fueran claras, sólo demostrarían su persistencia temporal en la mezcla. Buscar referentes más cercanos tal como hace Antoni Malet al analizar la *Summa de l'art d'Aritmètica* parece más razonable, aunque haya que mantener la prudencia que manifiesta Beaujouan. Así, por ejemplo, resulta fácil detectar un claro influjo de Sacrobosco sobre Sanclimente nada más abrir el libro. En el prólogo, ambos toman como punto de partida la reflexión de Boecio en *De institutione arithmetica* en la que relaciona la palabra *algoritmo* con un cierto filósofo de nombre Albus. Los párrafos mantienen una coincidencia tal que parecen presagiar un claro modelo. Pero, esa influencia, que se presenta igualmente nítida cuando Marco Aurel distingue entre dígito (1, ..., 9), artículo (10, 20,...) y composito (12, 25, 27, 56, ...), ya se ha debilitado en la *Summa* que, aunque mantiene ese distinguo, opta por los términos *nombre simple, decena exacta y más que decena*. Y, sin embargo, reaparece con

<sup>1</sup> En *Mathematics from Manuscript to Print (1300-1600)*. Dins C. Hay. Oxford, 1988

<sup>2</sup> Similares a las que remarca André Allard para determinar la influencia árabe en las aritméticas cristianas del Medioevo y el Renacimiento en *L'influence des mathématiques arabes dans l'Occident médiéval* en *Historie des sciences arabes*. Dirigida por Roshdi Rashed y publicada por Editions du Seuil. París, 1977.

<sup>3</sup> Es cierto que se alude a ellos en algunas ocasiones, y a Euclides y Ptolomeo, pero más como vínculo obligado con el clasicismo y la posición oficial que como una fuente real de consulta o referencia constante.

toda su fuerza cuando, casi a renglón seguido, utiliza para el “cero” la denominación sacrobosquiana de *círculo* o *teca*<sup>4</sup>.

A partir de ahí las cosas parecen tomar otro cariz bien distinto: el término *especia*<sup>5</sup>, que también aparece en el *Algorismus Vulgaris* para denotar las diferentes operaciones, parece absolutamente generalizado. Lo mismo sucede con el orden en que presenta las operaciones cada autor, o la forma en que se ha de ejecutar la multiplicación. En el primer caso se opta por la disposición que mostraba la aritmética de Treviso y que ahora nos parece tan natural, pero que no compartieron ni Boecio, Ben Ezra, bar Hiyya o el *Liber Mahameleth*, ni Sacrobosco, Villa Dei o Fibonacci. En el segundo, resulta evidente que la propia práctica sobre papel ha eliminado la obligatoriedad de realizar el producto de izquierda a derecha como aconsejaba el “tablero de polvo”. Esa antigua costumbre, presente en Juan de Holywood, está ausente, sin embargo, en todas las aritméticas aquí tratadas, en las que el algoritmo, con ligerísimas variaciones, coincide paso a paso con el actual. Y sin embargo aquella vieja necesidad, que obligaba a borrar sobre la arena los dígitos generados en la operación anterior, sigue presente de uno u otro modo en los algoritmos de la división a ambos lados de los Pirineos. De paso, es la única de las cuatro operaciones que presenta diferencias manifiestas entre los autores que hemos comparado, a pesar de lo cual, de esa síntesis saldrá un método de cálculo, distinto del actual, que mantendrá su vigencia durante mucho tiempo.

En cualquier caso, y en lo que a las aritméticas aragonesas se refiere, parecería lógico pensar que mantienen fuertes conexiones con sus homónimas francesas. Esa idea queda reforzada por la adscripción francoprovenzal de la *Summa de l'art d'Aritmética* que establece Antoni Malet al compararla con el *manuscrito de Pamiers* y el de Nicolás Chuquet. La influencia del dominico aragonés fray Juan de Ortega<sup>6</sup>, reconocida explícitamente por Gutiérrez, e incluso la huella parisina a la que hemos hecho referencia en los párrafos precedentes y de la que sería reflejo el uso de contadores al que alude Rey Pastor<sup>7</sup> en el discurso de Oviedo, añaden nuevas

<sup>4</sup> Aunque la palabra *teca* no tenga un origen claro esta nomenclatura se relaciona con los “manuales del algoritmo”.

<sup>5</sup> Un consenso que, como señala Betsabé Canuedo, no existía en 1393 en el momento en que aparece *El libro de Arismética que es dicho algarismo*.

<sup>6</sup> Su aritmética, según Smith, pasa por ser la más célebre de las escritas en la península Ibérica en el siglo XVI. Su primera edición es de 1512, en Barcelona y en castellano. Ese mismo año se publica una traducción al francés en Lyon que es considerada como la primera aritmética comercial impresa en Francia. Luego habría otras ediciones: Roma (1515), Messina (1522 y 1534), Sevilla (1536, 1542 y 1552), París (1540) y Granada (1563).

<sup>7</sup> “... en la segunda mitad del siglo XV aparece en la península un nuevo modo de cálculo, modificación del antiguo ábaco de los romanos, que fue de general uso entre las mujeres y demás personas que no sabían o no querían escribir”.

razones para esa ligazón que, sin embargo, hace interferir las dos corrientes contrapuestas en las que clasifica Beaujouan las aritméticas del vecino país<sup>8</sup>.

### Un tupido entramado de referencias

A pesar de esta aparente adscripción regional se suscitan algunas dudas que parecen más que razonables: ¿qué tipo de intercambios aritméticos entre Aragón y Castilla acompañaron a los comerciales? ¿Por qué, si existió una fuerte conexión intelectual entre Zaragoza y Barcelona es lícito suponer que no sucediera lo mismo con Valencia? ¿Qué tipo de similitudes y diferencias aporta la obra de Marco Aurel desde la perspectiva de establecer un fuerte vínculo con las aritméticas alemanas? ¿Dónde queda, en esa ligazón, la obra de Peter Bienewitz (1527)? ¿Podemos prescindir en el análisis de Fibonacci, al que determinados historiadores atribuyen un papel decisivo en todo el proceso, o de al-Qalasadi al que por contra no conceden ningún protagonismo?

Establecer las líneas de convergencia entre unas y otras precisa un estudio más profundo del que propone este trabajo, lo cual no es óbice para detectar en esta primera aproximación que, como puede apreciarse en las tablas comparativas, las similitudes en lo que respecta a las cuatro operaciones básicas son mayores que las diferencias. Un hecho que demuestra hasta qué punto existía en el XVI un modelo aritmético profundamente asentado en lo que a terminología y algoritmos se refiere. Lo que nos remite a aquella afirmación de Malet de que, “*las aritméticas mercantiles (impresas o no) [sólo] difieren entre sí por la mayor o menor amplitud que dan a la tercera parte, la dedicada a las reglas y problemas*”.

Ese consenso afecta claramente a la suma, resta y multiplicación<sup>9</sup> cuyos algoritmos mantienen un extraordinario parecido con los actuales<sup>10</sup>. Las “llevadas”, sobre todo en la resta, que son todavía una gran preocupación escolar y base de interminables discusiones didácticas, tienen un mismo formato<sup>11</sup> en todas ellas. Una unanimidad que parece afectar incluso a la presentación didáctica y que, desde luego, se ha logrado, a nivel local, en el uso de la palabra *cuento* para designar nuestro millón. Un vocablo que sin embargo no era habitual en la zona catalana a tenor del cambio que introduce Santcliment cuando realiza, en Zaragoza, su edición de 1487.

Pero, aquí terminan los límites de ese acuerdo que parece una aspiración generalizada, aunque no explícita, y que acabará por imponerse como ya se señaló anteriormente en el caso de la división. En ella surgen las primeras diferencias entre

<sup>8</sup> *Ibidem* *The place of ...*

<sup>9</sup> André Allard analiza el momento de ruptura para la resta, y el del uso en ella de la prueba del 9, en la pág. 208, *ibidem* nota 18.

<sup>10</sup> Antes de la llegada de las calculadoras y, en las escuelas, aún todavía.

<sup>11</sup> A excepción del *Libro de Arimética* que utiliza el modelo de préstamos.

los textos comparados. Una falta de unanimidad que se extiende fuera de los estrictos límites de la aritmética de las cuatro operaciones pero que ya está presente en el uso de las “pruebas”, a la hora de determinar la exactitud del resultado, y que resulta evidente en infinidad de detalles, algunos muy reveladores, de los que sólo destacaremos aquí el tratamiento de las progresiones.

### **A gusto del consumidor**

Las escasísimas referencias a otros autores, citándolos como fuente, indican también que, en líneas generales, el contenido aritmético de estas obras formaba parte de un saber más popular que erudito. Situadas en el polo opuesto de aquella ciencia elitista de la que hablara Jacobi, y cuyo principal objetivo era el honor del espíritu humano, su importancia radica, como remarca Malet, en “*el elevado número de aritméticas mercantiles que pasan por la imprenta en sus primeros cien años de funcionamiento*” fruto de su dependencia directa de las necesidades de la sociedad que las genera. Y en un orden más interno, en haber servido de base al desarrollo del álgebra.

Debemos desterrar la idea de que en el siglo XVI se escriben “enciclopedias” tratando de recoger en un único texto todo el saber del momento, en Aragón no se hace. Se terminaron hace tiempo las ambiciones y los condicionantes de al-Mut’aman, mucho antes las de los sabios que vivían en sus observatorios y bibliotecas a la sombra del mecenas y que tenían la obligación de recopilar el saber de su época<sup>12</sup>. Los condicionantes políticos, sociales, teológicos o económicos que hacían de lo necesario una prioridad absoluta habían cambiado. En el siglo XVI se escriben libros a la medida de las necesidades del consumidor. Bajo esa perspectiva nacen las obras de Aynsa y Abensalero. Sus libros están escritos en notación literal porque van dirigidos a un sector social que sabe leer pero entiende poco de números: la ociosa nobleza zaragozana. También al molinero, al fabricante de ladrillos o al ten-

<sup>12</sup> Aquella heroica actitud de recopilación científica del califa al-Mamún (813, 833), y del resto de la dinastía abbasí, surge de su adhesión al movimiento teológico mutazilí, como oposición a la aristocracia persa que, haciendo uso de su tradición zoroástrica, maniquea y mazdea, había emprendido una ofensiva ideológica destinada a derrocar al naciente Estado Árabe. Este movimiento ideológico-teológico llevó a cabo una interpretación racional del Islam a partir de la aceptación del Corán como texto creado y de negar la predestinación del ser humano. Se constituyó en doctrina oficial y acabó por establecer controles ideológicos sobre los intelectuales. Pero, con estas perversiones y algunas más, hizo suyas las ideas de los tradicionales enemigos de los persas: Grecia y Bizancio, y propició la traducción y difusión de sus obras científicas y filosóficas, destinadas a contrarrestar el empuje ideológico de sus opositores. Ese hecho, surgido de una angustiosa necesidad, marcaría el desarrollo científico y filosófico del mundo musulmán hasta que, en el XII, se produjera la ruptura epistemológica del racionalismo radical andalusí y magrebí. El que, a su vez, determinaría el futuro de Occidente -nuestro presente-. Véase: M. Ábed Yabri, 2001. *El legado filosófico árabe*. Trotta. Madrid.

dero. Por eso carecen de dígito alguno<sup>13</sup>, ni árabe ni romano, y no pasan de ser meras tabulaciones de cantidades y precios, relacionadas además con lo más básico: el alimento. En el extremo opuesto, también está claro para quién escriben Ciruelo o Lax: para esa elite intelectual de la curia eclesiástica universitaria cuya preocupación por el saber la marcan las necesidades de la teología.

Un poco más abajo en el escalafón social, cobra sentido la obra de Berenguer y Morel. De su carácter docto deja huella el latín en el que escriben, de su ambición humanista sus títulos, de las necesidades que pretenden cubrir sus contenidos. Sus destinatarios son clérigos en formación, evidentemente.

Cabría pensar entonces que Gutiérrez e Yciar escriben para esa burguesía aragonesa limitada en su capacidad económica<sup>14</sup> y, por ende, en el marco geográfico en el que se mueven su capital y sus intercambios comerciales. No es así: pensarlos supondría olvidar un sector social tangente a la burguesía y al funcionariado, emergente en cierto modo y al que, ya en la primera edición de 1539, hace mención explícita Gutiérrez cuando al hablar de las progresiones señala: “*Esta regla es muy fofil y prouechofa para todos los que quifieren fer liberales contadores*”.

Después de revisar los libros de cuentas de la Casa de Ganaderos y los de fábrica de la Seo zaragozana se entiende perfectamente el esmero de Gutiérrez en explicar las operaciones básicas por *quenta castellana*, es decir usando los números romanos, y por *aritmética*, o sea mediante los arábigos. Máxime cuando los algoritmos empleados, sea una u otra la notación empleada, son siempre indoarábigos<sup>15</sup>. Los registros se efectúan por partida doble, utilizando ambos tipos de numeración: la romana para dar fe y la arábica para una rápida comprensión y cálculo. Una postura que se mantiene hasta que, una vez asentada definitivamente la grafía de los últimos dígitos que quedaban por concretar, los números romanos pierden sentido y se hacen cada vez más innecesarios por inusuales. Así se explica también que no exista la esperada correspondencia entre el título de las obras de Yciar y su inexistente contenido aritmético. En realidad, no son libros de aritmética sino cuadernos de caligrafía para adiestrar a los escribanos. Por eso las ediciones de 1564 y 1566 del *Arte breve...*, que conserva la Biblioteca Nacional, nos han llegado encuadernadas conjuntamente con las correspondientes de Yciar.

<sup>13</sup> Para no utilizar la exageración como argumento habrá que reconocer que se hace uso de ellos cuando se quiere acortar una línea y con ella el número de páginas a imprimir.

<sup>14</sup> Para más detalle véase Gómez, J.I. (1987) *La burguesía mercantil en el Aragón de los siglos XVI y XVII*. Zaragoza, DGA.

<sup>15</sup> Los únicos que he podido localizar en los citados libros y en los papeles “de sucio” que he encontrado entre ellos.

En cuanto a la obra Marco Aurel, editada en la *coronada ciudad* de Valencia, y la de Francesc Santcliment, que primero publica en Barcelona y después en Zaragoza como Francisco Sanclimente, su destinatario sí es esa burguesía mercantil necesitada de aprender la *arismetica sobre la arte mercantiuol* al que se refiere este último en el prefacio de la *Summa*. Unas necesidades que no limitaron los contenidos matemáticos y las pretensiones de estos dos textos y que son mayores, que duda cabe, en el *Libro Primero de Arithmetica*. En honor a la verdad –y a la pretendida objetividad, por supuesto- es preciso señalar que, más allá de la aritmética que es lo que analizamos aquí, tanto en simbolismo como en contenidos, la obra del *Intitulado despertador de ingenios* no tiene parangón con ninguna otra de las que hemos descrito en esta comunicación como aritméticas comerciales porque, de hecho, es un álgebra y, como tal, su referencia en cuanto a contenidos y ámbito de aplicación debiera ser el *Kasf al-asrar'an'ilm huruf al-gubar* de al-Qalasadi.