

# DESAGREGACIÓN DE MAGNITUDES ANUALES CON RESTRICCIONES: UNA APLICACIÓN A LA TRIMESTRALIZACIÓN DE LA CONTABILIDAD REGIONAL DE CATALUÑA<sup>(\*)</sup>

**Ernest Pons-Fanals**  
**Jordi Suriñach**

*Universidad de Barcelona*

Uno de los instrumentos más importantes para el análisis de la evolución económica en el corto plazo es la disponibilidad de estimaciones trimestrales de las componentes del PIB. Esta información de carácter trimestral puede obtenerse vía estimación directa, o bien mediante algún método de trimestralización. Entre éstos, el más utilizado es el método propuesto por Chow y Lin (1971), aunque este método no garantiza la conciliación de las estimaciones trimestrales del PIB por el lado de la oferta y por el lado de la demanda.

En este trabajo se desarrolla una ampliación multivariante del método de Chow-Lin que permite resolver el problema de la estimación de valores trimestrales bajo un conjunto de restricciones. Como ilustración de sus ventajas, se ha aplicado este método a la estimación de series trimestrales de las diferentes componentes del PIB en Cataluña para el período 1986-2000.

*Palabras clave:* Trimestralización, estimación lineal óptima, estimación restringida, conciliación, método de Chow-Lin, cuentas nacionales.

---

(\*) Los autores agradecen la financiación recibida de los proyectos CICYT-SEC99-0693, CICYT-SEC99-0700 y Plan Nacional I+D 2FD97-1004-C03-01.

El inicio de este trabajo cabe situarlo en el marco de un proyecto conjunto con el *Institut d'Estadística de Catalunya*.

## 1. INTRODUCCIÓN

Para todo análisis de coyuntura económica es fundamental disponer de información estadística que cumpla dos condiciones básicas: en primer lugar que se trate de información de alta frecuencia y, en segundo lugar, que el retraso entre el momento de su publicación y el instante temporal de referencia sea reducido.

Es indudable que uno de los aspectos que más interés genera en el análisis económico en el corto plazo es la evolución del PIB y sus componentes. Como la información que contiene la Contabilidad Nacional (CN) no cumple ninguno de los dos requisitos señalados (ya que se trata de información de carácter anual publicada con un importante retraso debido a las dificultades de su elaboración) es imprescindible disponer de una estimación de la evolución, trimestre a trimestre, de las diferentes componentes del Producto Interior Bruto (PIB), en otras palabras, es necesario contar con una estimación de la Contabilidad Nacional Trimestral (CNTR).

A pesar de que esta información está disponible hace ya bastantes años para el conjunto del Estado español, no es así a escala regional. Así, a pesar del esfuerzo realizado por el Instituto Nacional de Estadística (INE) con el fin de elaborar la Contabilidad Regional de España (CRE), esta información no cumple ninguno de los dos requisitos señalados ya que se trata de información de carácter anual publicada con retraso dadas las dificultades de su elaboración. En este sentido, el objetivo de este trabajo consiste en presentar una metodología que permita obtener las estimaciones trimestrales del PIB a nivel de Comunidad Autónoma, realizando las aportaciones metodológicas que permiten garantizar que la agregación de las componentes de demanda coincida con la agregación de las componentes de oferta. Dicha metodología se aplica a la estimación de la evolución trimestral de las diferentes componentes del PIB en Cataluña, tanto por el lado de la oferta como por el lado de la demanda, para el período comprendido entre los años 1986 y 2000.

Esta información de carácter trimestral puede obtenerse por dos vías bien distintas. La primera posibilidad consiste en la utilización de procedimientos de estimación directa, a través de los mismos instrumentos estadísticos que permiten la estimación de las magnitudes anuales de la CN, pero dicha opción supone un coste importante y un retardo significativo en la publicación de dichas estimaciones. La segunda posibilidad consiste en desagregar los datos anuales mediante algún método de trimestralización<sup>1</sup>. Algunos de estos métodos de trimestralización no utilizan más información que los datos anuales de CN y son conocidos bajo el nombre genérico de métodos de trimestralización sin indicadores. Dentro de éstos se encuentran los de Lisman y Sandee (1964), Boot, Feibes y Lisman (1967), Zani (1970) y Greco (1979). En general, se trata de métodos basados en algún criterio con un elevado grado de arbitrariedad que per-

---

(1) Para una excelente recopilación de los diferentes métodos de trimestralización véase Sanz (1982).

mite distribuir el total anual entre los cuatro trimestres. Otros, en cambio, permiten aprovechar la información adicional que proporcionan otras variables económicas relacionadas con la magnitud a trimestralizar y de las que se dispone de información trimestral. A este segundo grupo de métodos se los conoce de manera genérica como métodos de trimestralización basados en indicadores, y entre ellos cabe citar los propuestos por Bassie (1958), Vangrevelinghe (1966), Denton (1971), Chow y Lin (1971) y Ginsburg (1973).

En la mayoría de ellos la estimación de los valores trimestrales se realiza en dos etapas. En primer lugar se utilizan los indicadores para obtener una primera estimación de las series trimestrales, y se recurre después, a algún criterio de optimización que permita corregir dicha estimación preliminar hasta conseguir que la agregación de los trimestres de cada año coincida con el valor anual previo.

En cambio, el método propuesto por Chow y Lin (a partir de ahora CL) consigue integrar ambas etapas y permite resolver el problema de la estimación trimestral de manera muy elegante bajo un enfoque estadístico de optimalidad. Concretamente, el método CL permite encontrar el estimador lineal, insesgado y de varianza mínima (estimador ELIO) de los valores trimestrales a partir de un modelo de regresión lineal múltiple entre la magnitud a trimestralizar y un conjunto de indicadores representativos de su evolución. Es por ello que, de los diferentes métodos de trimestralización con indicadores propuestos en la literatura, es éste probablemente el más utilizado<sup>2</sup>.

Sin tener en cuenta los problemas derivados de la selección de los indicadores y de la especificación del modelo de regresión más adecuado, la estimación de una CNTR a partir de la CN presenta un problema adicional en la necesidad de conciliar, tras la estimación de cada una de las series trimestrales, las diferentes desagregaciones del PIB. En efecto, el PIB puede descomponerse atendiendo a diferentes criterios dando lugar a una desagregación por el lado de la demanda, por el lado de la oferta y por el lado de la renta.

Respecto a la CN dichas agregaciones dan lugar a una estimación común del PIB año tras año, pero las series trimestrales, tanto si han sido estimadas por el método de CL o por cualquier otro método de trimestralización con indicadores, no cumplen necesariamente esta condición<sup>3</sup>. Ello hace necesaria una etapa posterior de conciliación de las diferentes desagregaciones<sup>4</sup>.

(2) En particular, éste es el método utilizado por el INE para la elaboración de la Contabilidad Nacional Trimestral de España (INE, 1993).

(3) En el caso de utilizar algún método de trimestralización sin indicadores, siempre que se trate de un método lineal y se aplique el mismo a todas las componentes del PIB, queda automáticamente garantizada la conciliación de las estimaciones.

(4) En INE (1993) puede consultarse el método de conciliación utilizado en la estimación de la Contabilidad Nacional Trimestral de España.

En este trabajo se propone obviar la necesidad de conciliación ampliando el método de CL de manera que permita estimar conjuntamente las series trimestrales para las componentes de oferta y demanda del PIB de manera que las diferentes desagregaciones sean compatibles<sup>5</sup>. El enfoque utilizado para ello se basa en el estimador ELIO sujeto a un conjunto lineal de restricciones, que denominaremos como método de Chow-Lin restringido (CLR). Debe destacarse que la aplicación del método CLR no se limita a la desagregación temporal de las magnitudes de la Contabilidad Nacional sino que permite abordar cualquier problema de desagregación temporal donde sea necesario imponer el cumplimiento de alguna restricción lineal entre diferentes variables además de la restricción temporal habitual.

El artículo se estructura de la siguiente manera: en primer lugar, se revisa el método CL; a continuación se amplía el planteamiento anterior imponiendo un conjunto de restricciones lineales que dan lugar al estimador CLR; después se analizan algunos aspectos relevantes de la aplicación de dicho método a la estimación de series trimestrales conciliadas; a continuación se aplica el método propuesto a la estimación de valores trimestrales de las diferentes componentes del PIB en Cataluña para el período 1986-2000; y, por último se presentan las principales conclusiones del trabajo y algunas líneas de investigación pendientes.

## 2. EL MÉTODO DE DESAGREGACIÓN TEMPORAL PROPUESTO POR CHOW Y LIN (1971)

Aunque el método CL está concebido inicialmente para estimar series mensuales a partir de valores trimestrales, ya en el trabajo original, sus autores indican que el procedimiento sugerido puede utilizarse para la estimación de datos trimestrales a partir de datos anuales. En primer lugar, se supone que los valores de la serie trimestral desconocida que se desea estimar (que denotaremos con el vector  $y$ ) están relacionados con las observaciones de un conjunto de variables trimestrales o indicadores (matriz  $X$ ) a través de un modelo de regresión lineal múltiple:

$$y = X\beta + u$$

donde suponemos que el término de perturbación  $u$  se distribuye como una normal<sup>6</sup> con vector de medias nulo y matriz de varianzas y covarianzas  $V$ .

La primera condición que debe cumplir toda estimación de los valores trimestrales es la de compatibilidad con los datos anuales, de manera que

(5) Dicha metodología puede aplicarse también a la estimación trimestral de las componentes del PIB por el lado de la renta en el caso de disponer de dicha información con periodicidad anual.

(6) El supuesto de normalidad puede relajarse sin que ello tenga consecuencias sobre las propiedades del estimador CL.

los valores anuales (que denotaremos con el vector  $Y$ ) y los valores trimestrales deben ser coherentes, es decir, la agregación (o la media si se trata de magnitudes del tipo *stock*) de los cuatro trimestres de un año debe coincidir con el dato anual correspondiente. Formalmente:

$$Y = B'y = B'X\beta + B'u$$

donde la matriz  $B$  se define de manera que permita agregar los datos trimestrales en anuales:

$$B' = \begin{bmatrix} f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & f \end{bmatrix}$$

Si se pretende trimestralizar una magnitud flujo debe utilizarse  $f=(1 \ 1 \ 1 \ 1)$ , mientras que si se trata de una magnitud *stock* debe utilizarse  $f=(1/4 \ 1/4 \ 1/4 \ 1/4)$ . Sin pérdida de generalidad, a partir de este momento nos ceñiremos al primer caso.

Los anteriores supuestos son suficientes para obtener una estimación de los valores trimestrales (vector  $y$ ). Concretamente, Chow y Lin (1971) demuestran que el estimador lineal, insesgado y de varianza mínima es:<sup>7</sup>

$$\tilde{y} = PY = X'(X'B(B'VB)^{-1} B'X)^{-1} X'B(B'VB)^{-1} Y + VB(B'VB)^{-1} [I - B'X(X'B(B'VB)^{-1} B'X)^{-1} X'B(B'VB)^{-1}]Y \quad (1)$$

Este resultado admite una interpretación muy interesante. Considérese el estimador Mínimo Cuadrático Generalizado (MCG) de  $\beta$  en el modelo anual  $Y = B'X\beta + B'u$ :

$$\tilde{\beta} = (X'B(B'VB)^{-1} B'X)^{-1} X'B(B'VB)^{-1} Y \quad (2)$$

que tiene los residuos siguientes:

$$Y - \tilde{Y} = B\tilde{u} = Y - B'X\tilde{\beta} \quad (3)$$

Obsérvese que, con esta notación, puede escribirse la estimación (1) de manera alternativa como:

$$\tilde{y} = PY = X\tilde{\beta} + VB(B'VB)^{-1} B\tilde{u} \quad (4)$$

Por tanto, puede observarse a partir de la expresión (4) que la solución obtenida con el método CL es la combinación lineal de dos componentes:

1. En primer lugar, una combinación lineal de los indicadores que no es más que el resultado de regresar, usando el estimador generalizado o estimador de Aitken, la variable a trimestralizar contra los indicadores uti-

(7) Véase el Teorema 1 del Anexo A.

lizados. A partir de dicha regresión se obtienen unos errores anuales que denotaremos como:

$$e = (Y - \tilde{Y}) = B\tilde{u} \quad (5)$$

2. En segundo lugar, una combinación lineal de dichos errores. Si definimos una nueva matriz como  $W = VB(B'VB)^{-1}$ , el segundo término de (4) es igual a  $We$ , es decir, el resultado de trimestralizar los errores anuales de la regresión a partir de dicha matriz.

También puede calcularse la matriz de varianzas y covarianzas de la estimación CL<sup>8</sup>:

$$\text{Var}(\tilde{y} - y) = (I - WB')V + (X - WB'X) [X'B(B'VB)^{-1} B'X]^{-1} (X - WB'X)' \quad (6)$$

A partir de esta expresión puede conocerse la fiabilidad de cada uno de los valores trimestrales estimados. Además, la expresión (6) puede interpretarse como la suma de dos efectos que generan dispersión en la estimación:

1. El primer término de (6) es la diferencia entre la matriz de varianzas y covarianzas  $V$  y el resultado de trimestralizar, usando la matriz  $W$ , los valores de  $V$  agregados a anuales. Puede comprobarse que este término es la matriz de varianzas y covarianzas de  $(WY - y)$ .

2. El segundo término depende de  $X - WB'X$ , es decir, de la diferencia entre los indicadores y el resultado de trimestralizar a través de  $W$  el valor anual de dichos indicadores.

Puede observarse que si la matriz  $W$  permite trimestralizar los indicadores anuales sin errores, es decir,  $X = WB'X$ , entonces, como  $P = W$ , el estimador ELIO de la serie trimestral es:

$$\tilde{y} = PY = WY \quad (7)$$

y, por tanto, para obtener los valores trimestrales no se utilizan los indicadores. También es importante tener en cuenta que dicha combinación lineal depende de la matriz  $V$  de varianzas y covarianzas. El mayor problema que presenta la aplicación práctica de este método es que dicha matriz es, en general, desconocida y no puede ser estimada directamente.

Las principales opciones que permiten la aplicación del estimador CL consisten en suponer que el término de perturbación es ruido blanco (Chow y Lin, 1971), que se trata de un AR(1) estacionario (Chow y Lin, 1971), un camino aleatorio (Fernández, 1981) o un paseo aleatorio markoviano (Litterman, 1983)<sup>9</sup>. En todo caso, aunque no se disponga de una

(8) El supuesto de normalidad del término de perturbación del modelo trimestral permite realizar inferencia a partir de la expresión (9).

(9) Para un análisis de las consecuencias de seleccionar una u otra especificación y la relación de cada una de estas especificaciones con otros métodos de trimestralización puede consultarse Sanz (1982).

estimación directa de dicha matriz, siempre se puede recurrir a algún método de estimación indirecto una vez se ha seleccionado alguna de las especificaciones anteriores (INE, 1993).

### 3. UNA AMPLIACIÓN DEL MÉTODO DE CHOW-LIN MEDIANTE LA INCORPORACIÓN DE RESTRICCIONES

En general, tanto el método de trimestralización CL como cualquier otro método de trimestralización con indicadores, siempre que sea lineal, conducen a estimaciones de las series trimestrales de la forma:

$$\tilde{y} = P_X Y$$

donde la matriz de proyecciones  $P_X$  depende de los indicadores utilizados ( $X$ ) para trimestralizar  $Y$ . Considérese el caso del PIB y sus componentes en que se pretende trimestralizar un conjunto de  $p+q$  magnitudes anuales  $Y_1, \dots, Y_{p+q}$ ,  $p$  correspondientes a la desagregación del PIB por el lado de la oferta y las otras  $q$  correspondientes a la desagregación por el lado de la demanda. Como los indicadores utilizados para cada magnitud son diferentes, las estimaciones de cada serie trimestral se basan en matrices de proyecciones  $P_1, \dots, P_{p+q}$  diferentes, de manera que, en general:

$$P_1 Y_1 + \dots + P_p Y_p \neq P_{p+1} Y_{p+1} + \dots + P_{p+q} Y_{p+q}$$

La solución más habitual a dicho problema pasa por diseñar un proceso de conciliación que modifique las estimaciones iniciales de forma que satisfagan las restricciones impuestas por el sistema de cuentas utilizado<sup>10</sup>.

A continuación se plantea, como alternativa a dichos procesos de conciliación, utilizar una modificación del método CL que permita incorporar además de la restricción temporal otras restricciones sobre los valores trimestrales estimados. De manera análoga al planteamiento del apartado anterior se supone que la magnitud a trimestralizar está relacionada con un conjunto de indicadores a través de un modelo lineal como (1). En este contexto se desea obtener un estimador lineal:

$$\tilde{y} = P_R Y$$

condicionado ahora a un conjunto de restricciones lineales que denotaremos como:

$$R\tilde{y} = r$$

y que en nuestro caso obligaría a que la suma de las componentes de demanda del PIB coincida con la suma de sus componentes de oferta.

(10) En INE (1993) se recogen los criterios básicos que debe cumplir todo método de conciliación.

El Teorema 2 del Anexo A, principal aportación metodológica de este trabajo, permite demostrar que el estimador lineal, insesgado y de varianza mínima en este caso se obtiene mediante la siguiente matriz de proyecciones:

$$P_R = P + \frac{R'(RR')^{-1}[r-RPY]Y'N(I - B'XH)}{Y'N(I - B'XH)Y} \quad (8)$$

donde  $P$  es la matriz utilizada en el método de Chow-Lin. A partir de este resultado se deducen varias conclusiones importantes:

1. Es obvio que si el estimador de Chow-Lin definido en (1) cumple por algún motivo la restricción deseada, es decir, si  $r = RPY$ , entonces el estimador restringido coincide con el anterior.

2. Además, es fácil comprobar cómo el estimador definido por (8) cumple siempre las restricciones impuestas, es decir,  $RP_R Y = r$ .

3. Otra observación, no tan obvia, es que la desagregación temporal restringida sólo tiene sentido cuando los valores anuales cumplen la restricción. En efecto, se trata de una condición necesaria, ya que si los valores trimestrales cumplen alguna restricción lineal, es obvio que los valores anuales también la cumplirán (siempre que se trate de restricciones que tengan sentido a escala anual). Por tanto, el método sólo funciona en el caso en que los valores anuales cumplan con la restricción. En efecto, a partir de (8) se puede comprobar que sólo si los valores anuales cumplen la restricción impuesta, entonces los valores trimestrales cumplen la restricción temporal.

4. De la expresión (8) se deduce que el estimador CLR es una combinación del estimador CL y de la discrepancia entre el estimador CL y el grado de cumplimiento por dicho estimador de las restricciones impuestas:

$$\tilde{Y}_{CLR} = \tilde{Y}_{CL} + R'(RR')^{-1}[r - R\tilde{Y}_{CL}]$$

#### 4. TRIMESTRALIZACIÓN Y CONCILIACIÓN DE MAGNITUDES ECONÓMICAS ANUALES

En el apartado anterior se ha obtenido el estimador ELIO de un problema de desagregación temporal con indicadores condicionada a un conjunto de restricciones sobre los valores trimestrales. Es necesario, a continuación, analizar cómo puede utilizarse dicho estimador en el problema de la estimación de las series de Contabilidad Nacional Trimestral.

Considérese de nuevo que el PIB está formado por el lado de la oferta por un conjunto de  $p$  magnitudes anuales, y  $q$  magnitudes por el lado de la demanda, de manera que la estimación de las series trimestrales de Contabilidad Trimestral implica la desagregación de  $p+q$  vectores anua-

les,  $Y_1, \dots, Y_{p+q}$ . Para aplicar CLR es necesario definir un nuevo vector formado por la totalidad de las magnitudes a trimestralizar:

$$Y = (Y'_1 Y'_2 \dots Y'_{p+q})' \tag{9}$$

y una matriz de indicadores que incluya los indicadores de cada una de las magnitudes anuales:

$$X = \text{diag}(X_1 X_2 \dots X_{p+q}) \tag{10}$$

Obsérvese que trimestralizar uno a uno los vectores anuales por el método CL es equivalente a la estimación conjunta de todas las series trimestrales si se utiliza una matriz de varianzas y covarianzas conjunta definida por:

$$V = \text{diag}(V_1 V_2 \dots V_{p+q}) \tag{11}$$

En efecto, puede comprobarse que:

$$\tilde{y} = PY = (\tilde{y}'_1 \tilde{y}'_2 \dots \tilde{y}'_{p+q})' \tag{12}$$

La ventaja de utilizar este enfoque conjunto es que permite imponer restricciones sobre los valores trimestrales de las diferentes magnitudes. En efecto, el conjunto de restricciones:

$$R\tilde{y} = r \tag{13}$$

donde  $r=0$  y:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

es equivalente a la imposición de que la desagregación por el lado de la demanda y por el lado de la oferta sean compatibles para cada trimestre, es decir:

$$\tilde{y}_{1t} + \tilde{y}_{2t} + \dots + \tilde{y}_{pt} = \tilde{y}_{p+1t} + \tilde{y}_{p+2t} + \dots + \tilde{y}_{p+qt} \tag{15}$$

De esta manera, es posible obtener estimaciones de las series trimestrales sin necesidad de aplicar con posterioridad algún criterio de conciliación, usando el estimador CLR, que garantiza la coherencia de la desagregación por el lado de la oferta y por el lado de la demanda:

$$\tilde{y}' = (\tilde{y}'_1 \tilde{y}'_2 \dots \tilde{y}'_{p+q})' = P_R Y \tag{16}$$

Debe destacarse que continúa siendo fundamental, tal como pasaba con el método de Chow-Lin, la especificación de la matriz V de varianzas y covarianzas. En el caso de la estimación conjunta, esta matriz contiene además de las varianzas y covarianzas de los términos de perturbación de cada uno de los modelos de regresión, las covarianzas cruzadas de dichas perturbaciones. De todas maneras, no parece excesivamente restrictivo

suponer, como en (11), que se trata de modelos independientes, con lo que la matriz  $V$  es una matriz diagonal por bloques<sup>11</sup>.

Respecto a la definición de cada uno de los bloques  $V_1, \dots, V_{p+q}$ , parece razonable utilizar las mismas matrices y los mismos criterios que en la aplicación del método CL a cada una de las series de manera individual. No obstante, aparece en este contexto un problema adicional que no tiene relevancia en la estimación individual de las series trimestrales. En general, en la aplicación del método CL, se supone que el término de perturbación del modelo:

$$y = X\beta + u \quad (17)$$

tiene momentos de segundo orden iguales a:

$$E(uu') = \sigma^2 V \quad (18)$$

pero se obvia el factor de escala constante  $\sigma^2$  dado que no tiene relevancia alguna en el resultado final. De manera que en el proceso de selección o estimación de la matriz  $V$  es suficiente determinar la matriz de correlaciones. En el contexto de la estimación conjunta, utilizar en (11) matrices de correlaciones como  $V_1, \dots, V_{p+q}$  es equivalente a suponer que los términos de perturbación de cada uno de los modelos de regresión asociados a cada uno de los componentes del PIB tienen la misma varianza, supuesto que parece demasiado restrictivo. Es necesario, por tanto, completar la definición de la matriz  $V$ , incluyendo estimaciones de dichas varianzas:

$$V = \text{diag}(\bar{\sigma}_1^2 V_1 \bar{\sigma}_2^2 V_2 \dots \bar{\sigma}_{p+q}^2 V_{p+q}) \quad (19)$$

Esta estimación puede obtenerse a partir del análisis individual de cada uno de los modelos de regresión.

En todo caso, queda abierta una importante línea de investigación respecto a las ventajas que puede reportar la aplicación de algún método de estimación multiecuacional alternativo al presentado en este trabajo como puede ser la utilización de variables instrumentales, mínimos cuadrados en dos etapas o algún procedimiento iterativo de estimación que permita realizar inferencia sobre la matriz  $V$  de momentos de segundo orden.

## 5. ESTIMACIÓN DE SERIES TRIMESTRALES DE LAS COMPONENTES DEL PIB EN CATALUÑA PARA EL PERÍODO 1986-2000

Tal como ya se ha señalado, el método de estimación utilizado está basado en la desagregación temporal de las macromagnitudes anuales. Por tanto, la necesidad de usar como referencia datos contables anuales ha

(11) De todas maneras, de existir evidencia empírica contraria a este supuesto, puede ampliarse la definición de la matriz  $V$  de momentos de segundo orden, incorporando dicha dependencia.

condicionado la elección del período de estimación. En este sentido, existen dos fuentes que proporcionan datos contables anuales sobre Cataluña:

- El Instituto Nacional de Estadística (INE) proporciona información hasta el año 1996 a través de la CRE base 1986, e información a partir del año 1995 a través de la CRE base 2000. Así, a pesar de las expectativas de su próxima disponibilidad, no se dispone por el momento de una serie enlazada de datos contables a escala regional.

- Por otra parte, el *Institut d'Estadística de Catalunya* proporciona datos contables con periodicidad anual desde el año 1986.<sup>12</sup>

La disponibilidad de una serie homogénea ha motivado la utilización de los datos anuales del *Institut d'Estadística de Catalunya*. Ello no impide que, en el momento en que el INE publique los datos enlazados de la CRE base 2000, puedan revisarse los resultados aquí presentados.

A partir de estos datos, se han estimado series trimestrales para el Consumo Privado (CPR), el Consumo Público (CPU), la Formación Bruta de Capital en Bienes de Equipo (FBE), la Formación Bruta de Capital en Construcción (FCO), la Variación de Existencias (VE), las Exportaciones e Importaciones de Bienes y Servicios con el extranjero (XBS y MBS) así como el saldo con el resto de España (SRE) por el lado de la demanda; y el Valor añadido bruto en Agricultura (VABA), Industria (VABI), Construcción (VABC) y Servicios (VABS), además del IVA y los Impuestos Netos a la Importación (IM) por el lado de la oferta.

El proceso de estimación de las series trimestrales se ha estructurado en cuatro etapas: recopilación de la información disponible sobre indicadores económicos; extracción de la señal tendencia-ciclo de estos indicadores; selección de los indicadores para trimestralizar cada una de las magnitudes consideradas y, por último, trimestralización de las magnitudes anuales.

En primer lugar, se ha recogido toda la información disponible sobre datos de alta frecuencia referidos a la economía catalana. Las condiciones que se han exigido a estos indicadores antes de usarlos en el proceso de trimestralización son las siguientes:

- Que sean indicadores altamente relacionados con la evolución económica.

- Que estén disponibles para el período considerado tanto para Cataluña como para España. Esta condición se impone para poder aplicar el mismo procedimiento de trimestralización a los datos anuales de Contabilidad Nacional para validar los resultados comparando con las series de Contabilidad Nacional Trimestral.

Para cada uno de los indicadores seleccionados se ha estimado una señal ciclo-tendencia de su evolución robusta. La aplicación del filtro Wie-

---

(12) Sólo proporciona datos contables con periodicidad trimestral desde el año 1996.

ner-Kolmogorov genera un desfase entre la señal estimada y los datos originales con lo que, en función de cuál es el último dato disponible del indicador ha sido necesario, en algunos casos, obtener predicciones ARIMA de su evolución para algunos meses/trimestres.

La etapa siguiente consiste en la especificación de modelos de regresión entre cada macromagnitud y algunos indicadores que sean representativos de su evolución. Para algunas de las componentes del PIB no se dispone de indicadores adecuados para su desagregación por lo que se ha optado por obtener una estimación a través de un método sin indicadores.

Como primera condición, el modelo seleccionado debe ser capaz de reproducir el comportamiento de la magnitud anual en Cataluña. Además, como método de validación, se han utilizado los mismos indicadores para obtener estimaciones trimestrales de las componentes del PIB para España<sup>13</sup>.

Concretamente, los indicadores utilizados para trimestralizar cada una de las magnitudes contables aparecen en el cuadro 1, a excepción del Consumo Público (CPU), el Valor Añadido Bruto en la Agricultura (VABA), la Variación de Existencias (VE) y el Saldo con el resto de España (SRE) que se han trimestralizado sin indicadores<sup>14</sup>. Respecto al IVA y los Impuestos Netos a la Importación, se han tratado conjuntamente y trimestralizado también sin indicadores ya que no se dispone por el momento de estimaciones separadas de la evolución de estas magnitudes en Cataluña<sup>15</sup>.

En el Anexo C se recogen los resultados obtenidos mediante el método CL con la utilización de estos indicadores. Naturalmente, dicho método no garantiza que las estimaciones trimestrales del PIB por el lado de la oferta y por el lado de la demanda coincidan, pero se han calculado dichas estimaciones para que puedan ser comparadas con las obtenidas mediante el método CLR.

**Cuadro 1**

Magnitud contable	CPR	FCO	FBE	EXP	IMP	VABC	VABI	VABS
Indicadores	POCT	ACO	MAVIN	EXPM	IMPM	POCC	POCI	POCS
	CELEC	CCIM	IPPIE			CCIM	IPPIG	ASE
	IPPIC							CELEC

(13) Dicha comprobación ha permitido validar los indicadores seleccionados, ya que a pesar de disponer de un número de indicadores muy reducido en relación a la información utilizada por el INE en la estimación de la Contabilidad Nacional Trimestral los resultados obtenidos son muy parecidos. Los resultados de dicha estimación pueden consultarse en Pons *et al.* (1997).

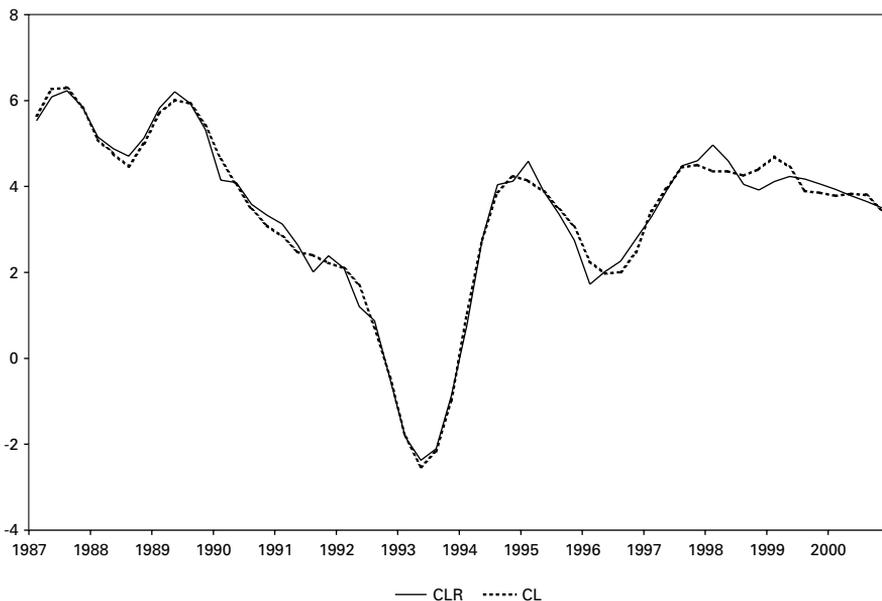
(14) Mediante el método de Boot, Feibes y Lisman (1967).

(15) En el Anexo B se describen las variables utilizadas y su procedencia.

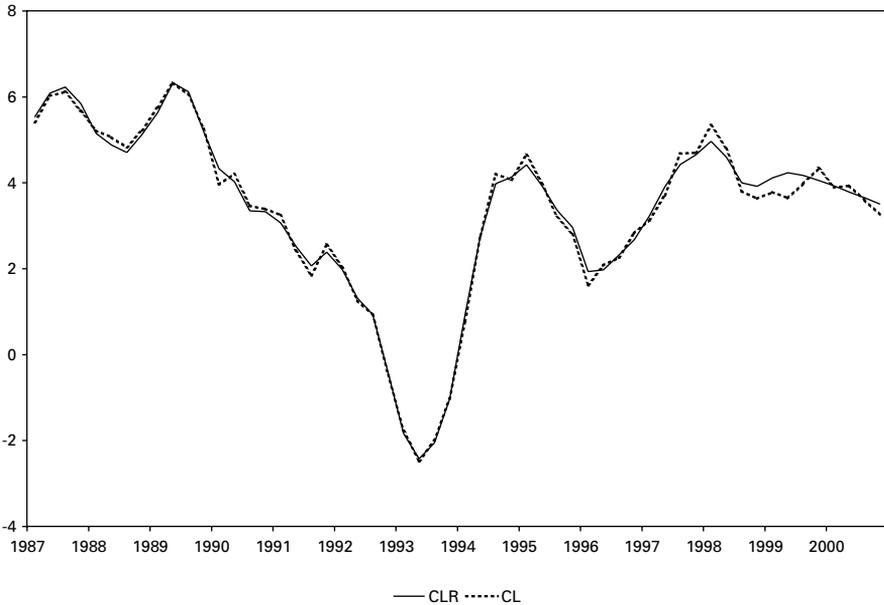
A continuación, se ha aplicado la metodología propuesta en este trabajo para obtener directamente estimaciones conciliadas de dichas series, cuyos resultados se recogen en el Anexo D. El método de Chow-Lin restringido permite eliminar dichas diferencias mediante la estimación conjunta de series trimestrales para el conjunto de componentes del PIB. Debe señalarse, además, que la no disponibilidad de indicadores para algunas de las series anuales no supone ningún problema ya que puede demostrarse que la aplicación del método propuesto por Boot, Feibes y Lisman (1967) es equivalente a la aplicación del método propuesto por Chow y Lin (1971) utilizando como único indicador un término constante.

Naturalmente, la comparación de los resultados obtenidos mediante el método CL y el método CLR nos informa acerca de la robustez de dichos resultados. A tal fin se presentan, en los gráficos 1 y 2, las tasas de crecimiento de la estimación del PIB no conciliado (método CL) y de la estimación del PIB conciliado (método CLR). En estos gráficos se constata cómo las diferencias entre los resultados de la aplicación del método CL y del método CLR son muy reducidas, las indispensables para que oferta y demanda estén conciliadas. También puede comprobarse cómo son mínimas las diferencias entre las series estimadas por ambos métodos para cada una de las componentes del PIB.

**Gráfico 1**  
**TASAS DE CRECIMIENTO DEL PIB (OFERTA)**



**Gráfico 2**  
**TASAS DE CRECIMIENTO DEL PIB (DEMANDA)**



## 6. CONCLUSIONES

La disponibilidad de estimaciones de la evolución trimestral de los componentes del PIB, tanto por el lado de la oferta como por el lado de la demanda, es imprescindible para conocer en cualquier momento cuál es la senda de la economía. El método más habitual para la obtención de dicha información, especialmente a escala regional, consiste en la trimestralización de las magnitudes anuales con métodos basados en indicadores. Pero dichos métodos no permiten, en general, obtener estimaciones trimestrales que permitan conciliar la desagregación por el lado de la oferta con la desagregación por el lado de la demanda.

En este trabajo se ha presentado una propuesta metodológica que permite obtener el estimador ELIO de los valores trimestrales sujeto a la restricción de conciliación para obviar la necesidad de aplicar, posteriormente, un proceso de conciliación. Su utilización ha permitido obtener estimaciones trimestrales de las diferentes componentes del PIB de Cataluña, tanto por el lado de la oferta como por el lado de la demanda, para el periodo 1986-2000.

Estos resultados contienen, a nuestro entender, una información relevante que puede ser de utilidad para efectuar un seguimiento de la economía catalana en el corto plazo. A pesar de todo, deben destacarse algu-

nas características de la investigación que deben llevarnos a tratar los resultados con cierta cautela:

a) Las series trimestrales obtenidas están condicionadas por los datos anuales de referencia.

b) Los métodos de trimestralización utilizados, tanto CL como CLR, presentan el problema del desconocimiento de la matriz de varianzas y covarianzas del término de perturbación del modelo lineal de los valores trimestrales. Ello hace indispensable efectuar ciertos supuestos sobre el comportamiento de esta matriz que pueden afectar a los resultados obtenidos en el proceso de trimestralización.

c) Las series de los indicadores parciales utilizados en el proceso de trimestralización han sido filtradas para obtener las señales tendencia-ciclo de cada una de las series. El intento de obtener señales que no presenten oscilaciones irrelevantes puede provocar que en alguna ocasión se obtenga una señal excesivamente suave.

d) Los modelos de regresión propuestos se pueden ver afectados por el escaso número de observaciones disponibles a escala anual.

De todos modos, este trabajo constituye, a nuestro entender, un instrumento relevante para efectuar un seguimiento de la evolución económica en el corto plazo, es decir, puede permitir disponer de series trimestrales históricas de las principales macromagnitudes y, en un futuro, disponer de previsiones sobre su evolución futura con un retardo reducido entre su publicación y el momento al que hacen referencia.

Finalmente, debe destacarse que el método propuesto permite obtener directamente series trimestrales que, además de cumplir condición de compatibilidad con los datos anuales, también cumplan el criterio contable de que la suma de las componentes de demanda coincida con la suma de las componentes de oferta, sin necesidad de proceder a una segunda etapa de conciliación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bassie, V.L.(1958): *Economic Forecasting*, Mc Graw-Hill, Nueva York.

Boot, J.C.G.; Feibes, W. y Lisman, J.H.C. (1967): "Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data", *Applied Statistics*, vol. 16, pp. 67-75.

Chow, G. y Lin, A.L. (1971): "Best Linear Unbiased Distribution and Extrapolation of Economic Time Series by Related Series", *The Review of Economics and Statistics*, vol. 53, nº 4, noviembre, pp. 471-476.

Denton, F.T. (1971): "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization", *Journal of American Statistical Association*, vol. 66, nº 333, marzo, pp. 99-102.

- Espasa, A. y Cancelo, J.R. (ed.) (1993): *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*, Alianza Editorial, Madrid.
- Fernández, R.B. (1981): "A Methodological Note on the Estimation of Time Series", *The Review of Economic and Statistics*, vol. 63, nº 3, agosto, pp. 471-478.
- Ginsburgh, V.A. (1973): "A further Note on the Derivation of Quarterly Figures Consistent with Annual Data", *Applied Statistics*, vol. 22, pp. 368-374.
- Greco, C. (1979): "Alcune considerazione sui criteri di calcolo di valori trimestrali di tendenza di serie storiche annuali", *Annali della Facoltà di Economia e Commercio, Università di Palermo*, vol. 4, pp. 134-155.
- Instituto Nacional de Estadística (1993): *Contabilidad Nacional Trimestral de España. Metodología y serie trimestral 1970-1992*, Madrid.
- Instituto Nacional de Estadística: *Boletín Trimestral de Coyuntura*, varios volúmenes, Madrid.
- Institut d'Estadística de Catalunya: *Evolució de les principals macromagnituds de l'economia catalana*, varios volúmenes, Barcelona.
- Lisman, J.H.C. y Sandee, J. (1964): "Derivation of Quarterly Figures from Annual Data", *Applied Statistics*, vol. 13, pp. 87-90.
- Litterman, R.B. (1983): "A Random Walk, Markov Model for the Distribution of Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 1, nº 2, abril, pp. 169-173.
- Matea, M.L. y Regil, A.V. (1994): "Métodos para la extracción de señales y para la trimestralización", Banco de España, Documento de Trabajo nº 9415, Madrid.
- Pons, E.; Pons, J. y Suriñach, J. (1997): "Trimestralización y conciliación de magnitudes económicas: una ampliación del método de Chow-Lin", *Documents de Treball de la Divisió de Ciències Jurídiques, Econòmiques i Socials*, E97/20, Universitat de Barcelona.
- Sanz, R. (1981): "Métodos de desagregación temporal de series económicas", Banco de España, Documento de Trabajo nº 22, Madrid.
- Suriñach, J., Pons, E. y Pons, J. (1996): *Comptabilitat econòmica de Catalunya i mètodes de trimestralització*, Institut d'Estadística de Catalunya, Barcelona.
- Vangrevelinghe, G. (1966): "L'évolution à court terme de la consommation des ménages: connaissance, analyse et prévision", *Études et Conjoncture*, vol. 9, pp. 54-102.
- Zani, S. (1970): "Sui criteri di calcolo dei valori trimestrali di tendenza degli aggregati di contabilità nazionale", *Studi e Ricerche, Facoltà de Economia e Commercio, Università degli Studi di Parma*, vol. 7, pp. 285-349.

**Anexo A  
RESULTADOS TÉCNICOS**

**Teorema 1.** Supóngase la siguiente relación:

$$y = X\beta + u \tag{A1}$$

donde  $X$  es una matriz de valores no estocásticos y  $u$  se distribuye con vector de medias nulo y matriz de varianzas y covarianzas  $V$ . Se desea estimar el vector  $\gamma$  sabiendo que  $Y=B'\gamma$  donde la matriz  $B$  y el vector  $Y$  de valores anuales son conocidos. Considérense los estimadores lineales de  $\gamma$ :

$$\tilde{\gamma} = PY \tag{A2}$$

Bajo estas condiciones, el estimador insesgado y de varianza mínima que cumple las restricciones anteriores corresponde a la siguiente matriz de proyecciones:

$$P = X(X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1} + VB(B'VB)^{-1}[I - B'X(X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1}] \tag{A3}$$

*Demostración:* Chow y Lin (1971).

**Teorema 2.** Supóngase que  $y = X\beta + u$ , donde  $X$  es una matriz de valores no estocásticos,  $u$  se distribuye con vector de medias nulo y matriz de varianzas y covarianzas  $V$ , y el vector  $Y=B'\gamma$  es conocido. Supóngase además que se cumplen las restricciones  $R\gamma=r$ , con la matriz  $R$  y el vector  $r$  conocidos. Considérense los estimadores lineales de  $\gamma$ :

$$\tilde{\gamma} = P_R Y \tag{A4}$$

El estimador insesgado y de varianza mínima que cumple estas restricciones se obtiene como

$$P_R = P + \frac{R'(RR')^{-1}[r - RPY]Y'N(I - B'XH)}{Y'N(I - B'XH)Y} \tag{A5}$$

donde  $P$  es la matriz definida en el Teorema 1,

$$N = (B'VB)^{-1} \text{ y } H = (X'BNB'X)^{-1}X'BN$$

*Demostración:* Si se cumple la relación (A4) a nivel trimestral, entonces a nivel anual se cumple  $Y = B'\gamma = B'X\beta + B'u$ . Obsérvese que el cumplimiento de las restricciones impuestas requiere que  $RP_R Y = r$ . Para que el estimador sea insesgado es necesario que:

$$E(\tilde{\gamma} - \gamma) = E[P_R(B'X\beta + B'u) - (X\beta + u)] = (P_R B'X - X) = 0 \tag{A6}$$

Si el estimador es insesgado, la matriz de varianzas y covarianzas del error de estimación es:

$$\begin{aligned} E[(\tilde{\gamma} - \gamma)(\tilde{\gamma} - \gamma)'] &= E[(PB'u - u)(PB'u - u)'] = \\ &= E[(PB'uu'BP' - uu'BP' - PB'uu' - uu')] = \\ &= PB'VBP' - VBP' - PB'V + V \end{aligned} \tag{A7}$$

Para minimizar la varianza del error de estimación debe plantearse el lagrangiano siguiente:

$$\begin{aligned} L(P_R, \Omega, \Gamma) &= \frac{1}{2} \text{tr}[P_R B'V'BP'_R - V'BP'_R - P_R B'V + V] - \\ &- \frac{1}{2} \text{tr}[\Omega^{*'}(P_R B'X - X)] - \frac{1}{2} \text{tr}[\Gamma^{*'}(RP_R Y - r)] \end{aligned} \tag{A8}$$

donde aparecen dos matrices de multiplicadores  $\Omega$  y  $\Gamma$ . Derivando respecto a cada uno de los parámetros desconocidos de (A8), se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial L}{\partial P_R} = P_R B' VB - VB - \Omega X' B - R' \Gamma Y' = 0 \quad (A9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Omega} = P_R B' X - X = 0 \quad (A10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Gamma} = R P_R Y - r = 0 \quad (A11)$$

Para resolver dicho sistema es necesario despejar  $P_R$  en la expresión (A9) de manera que:

$$P_R = (VB + \Omega X' B + R' \Gamma Y')(B' VB)^{-1} \quad (A12)$$

Si  $N = (B' VB)^{-1}$  al sustituir  $P_R$  en (A12) se obtiene la igualdad siguiente:

$$VBNB'X + \Omega X' B NB'X + R' \Gamma Y' NB'X - X = 0 \quad (A13)$$

y aislando en (A13) la matriz de multiplicadores  $\Omega$ :

$$\Omega = [X - VBNB'X - R' \Gamma Y' NB'X] [X' B NB'X]^{-1} \quad (A14)$$

Sustituyendo de nuevo  $\Omega$  en la expresión (A12) se obtiene:

$$P_R = VBN + [X - VBNB'X - R' \Gamma Y' NB'X] H + R' \Gamma Y' N \quad (A15)$$

donde  $H = [X' B NB'X]^{-1} X' BN$ , de manera que la restricción (A11) puede escribirse como:

$$RVBNY + R[X - VBNB'X - R' \Gamma Y' NB'X] HY + RR' \Gamma Y' NY - r = 0 \quad (A16)$$

Despejando en esta última expresión la otra matriz de multiplicadores  $\Gamma$ :

$$\Gamma = (RR')^{-1} [r - RVBNY - R(X - VBNB'X)HY][Y' NY - Y' NB' XHY]^{-1} \quad (A17)$$

puede sustituirse la expresión de  $\Gamma$  en (A15) y obtener:

$$P_R = VBN + LH + R'(RR')^{-1} [r - RVBNY - RLHY] X [Y' N(I - B'XH)Y]^{-1} Y' N(I - B'XH) \quad (A18)$$

donde  $L = X - VBNB'X$ . La primera parte de dicha expresión coincide con la matriz de proyecciones del método propuesto por Chow y Lin sin restricciones ya que:

$$VBN + LH = VB(B'VB)^{-1} + X[X' B(B'VB)^{-1} B'X]^{-1} X' B(B'VB)^{-1} - VB(B'VB)^{-1} B'X[X' B(B'VB)^{-1} B'X]^{-1} X' B(B'VB)^{-1} = P \quad (A19)$$

Finalmente, como  $Y' N(I - B'XH)Y$  es escalar,

$$P_R = P + \frac{R'(RR')^{-1} [r - RPY] Y' N(I - B'XH)}{Y' N(I - B'XH)Y}$$

donde la matriz  $P$  es la obtenida en el Teorema 1.

**Anexo B**  
**DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES UTILIZADAS EN LA ESTIMACIÓN**  
**TRIMESTRAL DE LAS COMPONENTES DEL PIB EN CATALUÑA**

**B.1. Desagregación de la Contabilidad Anual.**

DEMANDA	
Consumo Privado	CPR
Consumo Público	CPU
Formación Bruta de Capital	FBK
- en bienes de equipo	FBE
- en construcción	FCO
- variación de existencias	VE
Exportaciones de Bienes y Servicios	EXP
Importaciones de Bienes y Servicios	IMP
Saldo con el resto de España	SRE
Producto Interior Bruto	PIB
OFERTA	
Agricultura, silvicultura y pesca	VABA
Industria	VABI
Construcción	VABC
Servicios	VABS
IVA + Impuestos netos a la importación	IVA+IM
Producto Interior Bruto	PIB

**B.2. Indicadores de actividad.**

Descripción	Fuente	
Consumo de cemento	CCIM	OFICEMEN
Consumo de energía eléctrica	CELEC	FECSA
Exportación total	EXPM	Aduanas
Importación total	IMPM	Aduanas
Índice de Producción de Productos Industriales. General	IPPIG	IDESCAT
Índice de Producción de Productos Industriales. B. de Consumo	IPPIC	IDESCAT
Índice de Producción de Productos Industriales. B. de Equipo	IPPIE	IDESCAT
Matriculación de vehículos industriales	MAVIN	DGT
Ocupados construcción	POCC	INE (EPA)
Ocupados industria	POCI	INE (EPA)
Ocupados servicios	POCS	INE (EPA)
Ocupados totales	POCT	INE (EPA)
Parados registrados en la construcción	ACO	INEM
Parados registrados en los servicios	ASE	INEM

**Anexo C**  
**ESTIMACIONES OBTENIDAS MEDIANTE EL MÉTODO DE CHOW-LIN**  
**(CL).<sup>16</sup>**

		CPR	CPU	FBK	FBE	FBC	VE	EX	IM	SRE	VABA	VABI	VABC	VABS	IVA
1989	I	5.878	950	2.158	992	1.040	120	2.224	3.263	1.647	204	3.498	631	4.706	565
	II	5.950	956	2.242	1.040	1.070	132	2.272	3.378	1.659	204	3.522	643	4.748	577
	III	6.034	974	2.332	1.082	1.112	138	2.308	3.516	1.695	204	3.552	667	4.826	589
	IV	6.124	1.004	2.422	1.118	1.166	138	2.344	3.660	1.743	204	3.594	691	4.856	601
1990	I	6.232	1.040	2.518	1.154	1.226	138	2.368	3.828	1.809	210	3.642	733	4.964	607
	II	6.323	1.070	2.596	1.178	1.280	138	2.398	3.967	1.863	210	3.690	733	5.055	619
	III	6.401	1.094	2.662	1.202	1.328	138	2.434	4.087	1.905	210	3.732	775	5.091	625
	IV	6.467	1.112	2.711	1.208	1.358	138	2.482	4.183	1.929	210	3.762	787	5.079	631
1991	I	6.515	1.124	2.747	1.214	1.388	144	2.536	4.255	1.941	204	3.786	805	5.133	631
	II	6.575	1.136	2.777	1.214	1.412	150	2.584	4.327	1.953	204	3.792	829	5.283	631
	III	6.635	1.154	2.801	1.208	1.442	144	2.620	4.393	1.953	198	3.792	829	5.337	637
	IV	6.701	1.178	2.819	1.202	1.478	138	2.650	4.460	1.953	192	3.780	841	5.367	643
1992	I	6.773	1.196	2.831	1.190	1.515	126	2.675	4.520	1.953	186	3.780	811	5.409	655
	II	6.840	1.214	2.843	1.184	1.539	120	2.723	4.604	1.947	180	3.786	889	5.481	661
	III	6.894	1.238	2.861	1.184	1.551	126	2.795	4.706	1.947	192	3.810	877	5.445	667
	IV	6.948	1.256	2.873	1.190	1.551	138	2.885	4.826	1.947	204	3.828	877	5.523	667
1993	I	6.990	1.274	2.891	1.202	1.533	156	2.999	4.964	1.947	222	3.822	859	5.547	673
	II	7.008	1.286	2.861	1.190	1.509	156	3.089	5.024	1.929	240	3.804	865	5.553	673
	III	6.990	1.298	2.783	1.166	1.484	138	3.149	5.006	1.893	240	3.750	835	5.607	661
	IV	6.948	1.304	2.662	1.112	1.448	96	3.179	4.898	1.839	240	3.702	829	5.625	649
1994	I	6.882	1.310	2.494	1.040	1.412	42	3.185	4.712	1.773	228	3.666	811	5.589	631
	II	6.834	1.316	2.374	992	1.382	0	3.239	4.622	1.725	222	3.648	799	5.571	619
	III	6.815	1.322	2.308	962	1.364	-18	3.354	4.628	1.695	216	3.654	793	5.595	613
	IV	6.827	1.328	2.290	956	1.352	-18	3.516	4.724	1.689	216	3.684	763	5.656	613
1995	I	6.864	1.340	2.320	968	1.352	0	3.738	4.910	1.695	222	3.720	787	5.656	625
	II	6.900	1.352	2.362	986	1.358	18	3.925	5.085	1.713	222	3.774	799	5.734	631
	III	6.936	1.358	2.422	1.004	1.376	36	4.087	5.247	1.731	222	3.840	793	5.842	631
	IV	6.972	1.364	2.488	1.034	1.406	54	4.213	5.397	1.749	216	3.907	793	5.824	637
1996	I	7.008	1.370	2.572	1.064	1.442	72	4.309	5.529	1.773	210	3.943	835	5.896	637
	II	7.038	1.370	2.632	1.088	1.460	78	4.435	5.644	1.767	204	3.973	853	5.932	643
	III	7.074	1.370	2.662	1.106	1.472	78	4.580	5.740	1.731	204	4.015	841	5.980	649
	IV	7.110	1.376	2.662	1.118	1.472	72	4.748	5.818	1.659	210	4.051	829	5.956	649
1997	I	7.140	1.376	2.638	1.124	1.454	60	4.934	5.878	1.551	222	4.045	811	5.974	655
	II	7.182	1.388	2.632	1.136	1.448	48	5.127	5.980	1.478	234	4.051	829	6.064	667
	III	7.236	1.400	2.638	1.154	1.442	48	5.313	6.124	1.448	234	4.069	823	6.154	673
	IV	7.296	1.424	2.662	1.172	1.442	48	5.505	6.311	1.448	240	4.111	847	6.142	685
1998	I	7.368	1.454	2.705	1.202	1.442	60	5.692	6.539	1.484	240	4.177	823	6.130	703
	II	7.441	1.472	2.753	1.232	1.454	66	5.866	6.749	1.515	234	4.255	853	6.226	715
	III	7.513	1.491	2.819	1.268	1.472	72	6.028	6.954	1.545	234	4.333	841	6.377	727
	IV	7.579	1.503	2.891	1.310	1.503	72	6.166	7.140	1.569	234	4.399	835	6.383	739
1999	I	7.645	1.509	2.975	1.358	1.545	66	6.293	7.314	1.587	240	4.447	883	6.401	745
	II	7.723	1.515	3.059	1.400	1.593	66	6.425	7.513	1.623	240	4.484	914	6.479	757
	III	7.813	1.521	3.143	1.436	1.641	66	6.557	7.729	1.665	240	4.502	914	6.557	775
	IV	7.909	1.533	3.233	1.460	1.701	72	6.689	7.969	1.725	234	4.514	956	6.545	799
2000	I	8.018	1.551	3.324	1.478	1.767	78	6.827	8.234	1.803	234	4.532	968	6.641	823
	II	8.096	1.557	3.390	1.491	1.815	78	6.930	8.426	1.857	234	4.556	1.004	6.707	841
	III	8.150	1.563	3.432	1.503	1.851	84	6.996	8.558	1.893	228	4.604	1.034	6.785	853
	IV	8.174	1.569	3.456	1.509	1.863	84	7.032	8.625	1.911	228	4.658	1.094	6.767	865

(16) En millones de euros a precios constantes del año 1986.

**Anexo D**  
**ESTIMACIONES OBTENIDAS MEDIANTE LA**  
**CONCILIACIÓN PROPUESTA (CLR)**

		CPR	CPU	FBK	FBE	FBC	VE	EX	IM	SRE	VABA	VABI	VABC	VABS	IVA
1989	I	5.884	950	2.158	998	1.040	120	2.224	3.263	1.647	204	3.498	631	4.706	565
	II	5.950	956	2.242	1.040	1.070	132	2.272	3.384	1.659	204	3.522	643	4.748	577
	III	6.034	974	2.332	1.082	1.112	138	2.314	3.516	1.695	204	3.546	661	4.826	589
	IV	6.124	998	2.416	1.118	1.160	138	2.338	3.666	1.743	210	3.600	691	4.862	601
1990	I	6.232	1.040	2.524	1.154	1.226	138	2.368	3.822	1.815	204	3.642	733	4.958	607
	II	6.323	1.070	2.602	1.184	1.280	138	2.398	3.967	1.869	210	3.690	733	5.055	619
	III	6.401	1.094	2.668	1.202	1.328	138	2.434	4.087	1.905	210	3.732	775	5.085	625
	IV	6.461	1.106	2.699	1.208	1.358	138	2.476	4.189	1.929	210	3.768	787	5.085	631
1991	I	6.515	1.118	2.735	1.208	1.382	144	2.530	4.261	1.941	210	3.792	811	5.139	631
	II	6.575	1.142	2.783	1.214	1.418	150	2.584	4.321	1.953	198	3.792	823	5.277	631
	III	6.635	1.160	2.807	1.208	1.448	144	2.620	4.393	1.959	192	3.786	823	5.337	637
	IV	6.701	1.172	2.813	1.202	1.478	138	2.650	4.460	1.953	192	3.780	841	5.367	649
1992	I	6.773	1.196	2.831	1.190	1.515	126	2.675	4.520	1.953	186	3.786	871	5.409	655
	II	6.840	1.220	2.855	1.184	1.545	126	2.729	4.598	1.953	180	3.786	889	5.481	655
	III	6.894	1.232	2.849	1.178	1.545	126	2.789	4.706	1.947	192	3.810	877	5.451	667
	IV	6.948	1.256	2.879	1.190	1.551	138	2.885	4.826	1.947	204	3.822	871	5.523	667
1993	I	6.990	1.274	2.891	1.202	1.533	156	2.999	4.964	1.947	222	3.822	859	5.547	673
	II	7.002	1.286	2.855	1.190	1.509	156	3.089	5.024	1.923	240	3.804	865	5.553	673
	III	6.990	1.298	2.783	1.160	1.484	138	3.143	5.006	1.893	246	3.750	835	5.607	661
	IV	6.948	1.304	2.662	1.112	1.448	96	3.179	4.898	1.839	240	3.702	823	5.625	649
1994	I	6.882	1.310	2.494	1.046	1.412	42	3.185	4.712	1.773	228	3.666	811	5.583	631
	II	6.834	1.316	2.374	992	1.382	0	3.239	4.622	1.725	222	3.648	805	5.571	619
	III	6.815	1.322	2.308	962	1.364	-18	3.354	4.628	1.695	216	3.654	793	5.595	613
	IV	6.827	1.334	2.290	956	1.352	-18	3.516	4.718	1.689	216	3.684	763	5.650	613
1995	I	6.858	1.340	2.308	962	1.346	-6	3.732	4.916	1.695	228	3.726	787	5.656	625
	II	6.900	1.352	2.362	986	1.358	18	3.925	5.085	1.713	228	3.774	799	5.734	631
	III	6.936	1.364	2.434	1.010	1.382	42	4.087	5.247	1.731	216	3.834	787	5.836	631
	IV	6.972	1.364	2.488	1.034	1.406	54	4.213	5.397	1.749	216	3.907	793	5.824	637
1996	I	7.008	1.370	2.578	1.064	1.442	72	4.315	5.529	1.779	204	3.943	829	5.896	637
	II	7.038	1.370	2.632	1.088	1.460	78	4.435	5.644	1.767	204	3.973	853	5.932	643
	III	7.074	1.376	2.662	1.112	1.472	78	4.580	5.740	1.731	204	4.015	841	5.980	643
	IV	7.104	1.370	2.656	1.118	1.466	72	4.742	5.824	1.653	216	4.057	829	5.956	655
1997	I	7.134	1.370	2.626	1.118	1.454	54	4.928	5.884	1.545	228	4.051	817	5.974	661
	II	7.182	1.388	2.632	1.136	1.448	48	5.127	5.980	1.484	228	4.051	829	6.064	661
	III	7.242	1.406	2.650	1.154	1.442	48	5.319	6.118	1.448	234	4.069	823	6.154	673
	IV	7.296	1.424	2.662	1.172	1.436	48	5.505	6.311	1.448	240	4.111	847	6.142	685
1998	I	7.362	1.442	2.681	1.196	1.436	54	5.686	6.545	1.478	246	4.183	829	6.142	709
	II	7.441	1.472	2.753	1.232	1.454	66	5.866	6.749	1.515	240	4.255	859	6.226	715
	III	7.513	1.497	2.837	1.274	1.478	78	6.034	6.948	1.551	228	4.327	835	6.371	721
	IV	7.579	1.503	2.897	1.316	1.509	72	6.172	7.140	1.569	234	4.399	835	6.383	733
1999	I	7.651	1.509	2.975	1.364	1.545	66	6.299	7.314	1.587	234	4.447	883	6.401	745
	II	7.729	1.521	3.065	1.406	1.593	72	6.431	7.507	1.623	234	4.478	914	6.479	757
	III	7.813	1.527	3.149	1.436	1.647	66	6.557	7.729	1.671	234	4.502	914	6.557	775
	IV	7.903	1.527	3.215	1.454	1.695	66	6.683	7.975	1.719	240	4.520	962	6.551	805
2000	I	8.011	1.539	3.300	1.472	1.761	66	6.821	8.240	1.797	240	4.538	974	6.647	829
	II	8.090	1.557	3.378	1.491	1.809	78	6.924	8.432	1.851	234	4.562	1.004	6.713	847
	III	8.150	1.569	3.438	1.503	1.851	84	7.002	8.558	1.893	228	4.598	1.034	6.779	853
	IV	8.180	1.575	3.480	1.515	1.875	90	7.038	8.619	1.917	222	4.652	1.088	6.761	853

## ABSTRACT

One of the more important tools for the monitoring and analysis of the economic activity evolution in the short term is the availability of estimations of the quarterly GDP components. We can obtain this information by both a direct estimation or some quarterly distribution method. The more popular method is that proposed by Chow and Lin in 1971, but this method do not guarantee the coincidence between the GDP quarterly estimations by the supply side and the demand side. This leads to the need of a reconciliation method. In this paper it is developed a multivariate extension of the Chow-Lin method that allows to solve the quarterly values estimation problem in an optimal way, subject to several restrictions. For example, the proposed method can be used in the joint estimation of quarterly data, conditioned to the need that both GDP estimations have to be equal, avoiding the need of applying further reconciliation methods. We use that method to obtain estimations of the quarterly GDP components in Catalonia from 1986 to 2000.

*Key words:* Quarterly distribution, best linear unbiased estimation, restricted estimation, national accounts.