

REDES NEURONALES FUZZY EN LA GESTION DE EMPRESAS

*A. M. Gento Municio
R. del Olmo Martínez*

1. INTRODUCCION

La captación de la realidad se ha producido tradicionalmente, a través de unos razonamientos basados en el concepto de precisión y que, frecuentemente, eran plasmados para su cuantificación a través de los esquemas clásicos de las matemáticas. Esto dio lugar a que se formalizara una «realidad modificada» adaptada a los modelos matemáticos, en lugar de adaptar los modelos a los hechos reales. Es por esto por lo que la realidad sólo ha podido ser captada a través de alguno de sus aspectos, lo que ha conducido a simplificarla quitándole precisión.

El hecho de la normalización implica una visión restringida de la realidad, lo que obliga al investigador a realizar una selección de las variables a considerar para poder operar con un instrumental preciso, o bien captar la realidad con toda su imprecisión y operar con estas informaciones «borrosas», aun sabiendo que los resultados vendrán dados de forma imprecisa. La decisión pues será elegir entre un modelo preciso que no refleja la realidad o un modelo vago pero que refleja mejor aquella.

Los conceptos de azar e incertidumbre tienden a confundirse en el lenguaje habitual. Resulta fundamental la distinción entre imprecisión e inexactitud. Lo impreciso, lo borroso, no tiene por qué ser inexacto. La teoría de los subconjuntos borrosos agrupa unos conocimientos imprecisos pero exactos. En la lógica formal una cosa es verdadera o falsa, pero no puede ser las dos cosas a la vez, mientras que los estudios de la borrosidad asignan una importancia fundamental al «grado» o nivel de verdad. Con demasiada frecuencia en el lenguaje diario se confunden las nociones azar e incertidumbre y las de probabilidad y posibilidad. Por ejemplo, cuando se encuentran dos amigos, resulta muy normal oír la expresión: «tenía pocas probabilidades de encontrarte aquí». Se ha utilizado la palabra probable, y

esto indicaría que se ha vigilado durante un período suficiente de tiempo las veces que ha pasado por aquella calle y las que no se ha pasado y se ha realizado una pequeña estadística para poder decir que la probabilidad estaba allí. Cuando se pronuncia la palabra azar se sobreentiende que existe una ley de probabilidad. La palabra adecuada hubiera sido posibilidad y en lugar del azar debería haberse hecho referencia a la incertidumbre.

Se habla de una probabilidad cuando es posible realizar una medida pero cuando no resulta factible se debe recurrir a la posibilidad. En matemáticas existe una teoría de la posibilidad de la misma forma que existe una teoría de la probabilidad, y aunque son diferentes, se pueden asociar en muchos casos.

La teoría de los subconjuntos borrosos es una parte de las matemáticas que permite el tratamiento tanto de lo subjetivo como de lo incierto. Es un intento de recoger un fenómeno tal cual se presenta en la vida real. Estos instrumentos matemáticos no son mucho más complicados que los utilizados hasta ahora, e incluso resultan más sencillos y mucho más cercanos a la manera habitual de pensar del hombre.

Actualmente se está imponiendo la utilización de los esquemas borrosos en la totalidad de las ciencias. Todo problema situado en el ámbito de la incertidumbre es susceptible de ser tratado con la teoría de los subconjuntos borrosos, ya que a medida que transcurre el tiempo resulta más factible introducir en los esquemas formales mecanismos del pensamiento tales como las sensaciones.

Desde hace más de cincuenta años un elevado número de matemáticos se había interesado por las lógicas multivariantes, pero es en 1965 cuando Lofti A. Zadeh publica su primer artículo sobre los «Fuzzy Sets» y tienen que pasar otros diez años para que se produzca una cierta expansión. En la actualidad se estima que existen más de 10.000 investigadores dedicados al estudio y desarrollo de esta teoría.

El entorno económico, social y tecnológico de las empresas resulta en la actualidad menos previsible y se halla en una situación más inestable que en el pasado inmediato. Se han planteado nuevos esquemas que permiten una consideración más completa de la realidad, evitando en lo posible la deformación que se produce cuando recurrimos a la precisión numérica. Para cuantificar esta imprecisión se han utilizado tradicionalmente las técnicas suministradas por la teoría de la probabilidad, lo que implica aceptar que los hechos imprecisos son equivalentes a los aleatorios, algo totalmente falso.

Mientras que el concepto de probabilidad se haya asociado al de aleatoriedad, la llamada función característica de pertenencia lo está al de borrosidad y dado que ambos conceptos tienen distinto origen, gozan también de propiedades diferentes.

Con la aparición de la teoría de los subconjuntos borrosos se ha conseguido una mejor clarificación al aportar una descripción de aquello que no puede ser medido a través de la probabilidad.

Es sabido que la decisión en el ámbito empresarial resulta cada vez más compleja como consecuencia de los avances tecnológicos, la diversidad de mercados, la multiplicidad y variedad de productos,... La complejidad de los problemas y la imprecisión de las situaciones con que nos encontramos en la gestión de empresas han hecho necesario introducir esquemas matemáticos más flexibles y adecuados a la realidad, siendo la teoría de los subconjuntos borrosos una alternativa que puede facilitar la solución de aquellos problemas en los que la incertidumbre aparece de forma fundamental. Sin embargo, las técnicas tradicionales no pueden ser relegadas pues resultan muy útiles cuando un fenómeno pueda ser medible. Pero cuando la realidad plantea muchas circunstancias que escapan a la medición conviene realizar una estimación susceptible de ser tratada a través de los criterios borrosos.

2. LA TEORIA DE LOS SUBCONJUNTOS BORROSOS

Matemáticamente, la borrosidad significa posibilidad de muchos valores y surge a partir del principio de incertidumbre de Heisenberg de la mecánica cuántica.

Una paradoja incapaz de resolver la lógica clásica es la del mentiroso cretense: «Todos los cretenses son unos mentirosos». Si todos son unos mentirosos, él también es un mentiroso, con lo cual si miente está diciendo la verdad, pero si dice la verdad, está mintiendo. Lo mismo pasa con la paradoja del barbero que anuncia sus servicios diciendo: «Afeitado a todos aquellos hombres que no se afeitan a sí mismos», ¿Quién afeita al barbero? Si él se afeita a sí mismo, entonces de acuerdo con su anuncio no lo hace, y si no lo hace, de acuerdo con su anuncio lo hace. Otro ejemplo típico es el del folio que tiene escrito por una cara «La frase del otro lado es verdad» y por la otra «La frase del otro lado es falsa».

Todas estas «paradojas» tienen la misma forma. Un estado S y su opuesto tienen el mismo valor de verdad $t(S)$: $t(S) = t(\bar{S})$. Las dos afirmaciones son VERDAD(1), o FALSO(0). Esto viola las leyes de la no contradicción y de la exclusión. Podemos poner $t(\bar{S}) = 1 - t(S)$, por lo que $t(S) = 1 - t(S)$. Si $t(S) = 1$, entonces $1 = 0$, y $t(S) = 0$ también implica la contradicción $1 = 0$. La interpretación borrosa acepta la resolución de $t(S) = 1 - t(S)$, sin más que resolver en $t(S)$: $t(S) = 1/2$, con lo que reducimos las paradojas a *medias-verdades*.

El aspecto borroso de un subconjunto lo indicaremos a través de una tilde encima de la letra, $\tilde{\cdot}$. Los números que indican el grado de pertenencia pertenecen al intervalo $[0,1]$, pero pueden ser sustituidos por otros símbolos con la única condición de que estos sean capaces de representar los diferentes niveles de pertenencia.

Tanto en los subconjuntos vulgares como en los borrosos, a todos los elementos se les asocia una función característica de pertenencia $\mu_p(x)$, que en el primer caso tomará valores 1 ó 0 según pertenezcan o no al subcon-

junto A, y en el segundo cualquier valor del segmento $[0,1]$. La construcción de la teoría de los subconjuntos borrosos ha hecho posible la realización de uniones, intersecciones, sumas y cualquier tipo de las operaciones realizadas tradicionalmente en matemáticas.

2.1. LOS NÚMEROS BORROSOS

En el ámbito de la gestión de empresas se han utilizado tradicionalmente números exactos. Recientemente se ha intentado construir una teoría de los números borrosos que permita una cuantificación de los fenómenos reales más acorde con la estructura del pensamiento humano.

Así se define un número borroso como un subconjunto borroso del referencial de los reales, que tiene una función de pertenencia normal (debe existir una x_i para la cual $\mu(x)$ tome el valor uno) y convexa (cualquier valor a la derecha e izquierda de este valor x_i , $\mu(x)$ va disminuyendo).

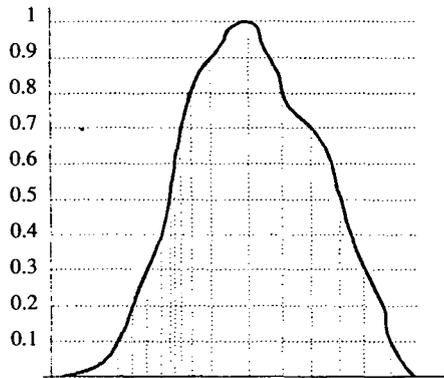


FIG. 1. Número borroso.

Un número borroso puede ser representado a través de los segmentos formados al «cortar» la función de pertenencia a unos determinados niveles. Por ejemplo el número borroso de la figura 1, se puede escribir como:

$\alpha = 1$	$A_1 = [5.83, 5.83]$
$\alpha = 0.9$	$A_{0.9} = [4.81, 6.41]$
$\alpha = 0.8$	$A_{0.8} = [4.28, 6.82]$
$\alpha = 0.7$	$A_{0.7} = [4, 7.63]$
$\alpha = 0.6$	$A_{0.6} = [3.83, 8.2]$
$\alpha = 0.5$	$A_{0.5} = [3.64, 8.44]$
$\alpha = 0.4$	$A_{0.4} = [3.42, 8.73]$
$\alpha = 0.3$	$A_{0.3} = [3.04, 9.11]$
$\alpha = 0.2$	$A_{0.2} = [2.66, 9.64]$
$\alpha = 0.1$	$A_{0.1} = [2.23, 9.83]$
$\alpha = 0$	$A_0 = [0.8, 10.52]$

Se observa que a medida que el «nivel de presunción» disminuye, los segmentos obtenidos se encajan progresivamente. Se puede considerar la teoría de los números borrosos como una ampliación de la teoría de los intervalos de confianza, cuando se consideran estos intervalos a todos los niveles desde cero hasta la unidad, en lugar de considerar un único nivel.

Para realizar operaciones con números borrosos se actúa en general de la misma forma que para los números reales ordinarios, operando nivel por nivel tal como se hace con los intervalos de confianza.

De entre todos los números borrosos aparece por su facilidad de utilización el número borroso triangular, cuya singularidad consiste en que se halla determinado por tres cantidades: una por debajo de la cual no va a descenderse, otra en la que por encima no será posible llegar y, finalmente, aquella que representa el máximo valor de presunción. La representación gráfica del número borroso triangular (a_1, a_2, a_3) puede observarse en un sistema de coordenadas, en la figura 2.

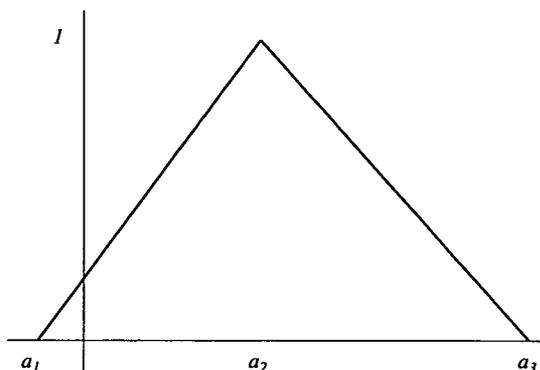


FIG. 2. Número borroso triangular.

El número borroso triangular (a_1, a_2, a_3) permite formalizar de forma muy fidedigna muchas situaciones de la empresa y dado que en el ámbito de la economía y gestión de empresas se estudian problemas cuyas magnitudes se proyectan hacia el futuro, lo importante no es una excesiva precisión sino que se refleje lo que va a suceder en la realidad con «una buena aproximación». Por ejemplo, una estimación de ventas para un período largo no puede hacerse de una manera totalmente rígida, pues hay demasiados elementos que influyen en ellas, de ahí el interés de los números borrosos en general y de los triangulares en particular.

Con los números borrosos triangulares se realizan las operaciones habituales de los números ordinarios:

$$(a_1, a_2, a_3) (+) (b_1, b_2, b_3) = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$$

y así sucesivamente.

Cuando se realizan productos y divisiones los resultados constituyen una aproximación triangular, dado que el número borroso ha quedado deformado.

3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

La neurona es la unidad más pequeña del sistema nervioso biológico. Es la parte más simple que recibe y procesa las señales que le vienen de otras neuronas, a través de las dendritas. La actividad de las neuronas es un proceso «todo-nada»: si la suma de las señales que llegan es bastante fuerte, entonces genera una señal de salida por el axón denominada sinapse. La cantidad e importancia de las señales transferidas depende del tipo de unión sináptica, la cual puede ser modificada durante el aprendizaje.

Las redes neuronales artificiales no son más que la representación matemática del proceso biológico tal como lo entendemos hoy en día. Representamos las neuronas como los elementos de cálculo básicos, a los que llegan las diferentes entradas, generando la salida mediante una función de transferencia apropiada. La importancia de cada señal de entrada la representamos mediante pesos que cambiarán durante el proceso de aprendizaje.

Las redes neuronales artificiales han tenido un enorme desarrollo en áreas tales como el reconocimiento de imágenes y de voces. Los modelos de redes neuronales exploran muchas hipótesis simultáneamente mediante el uso de redes en paralelo compuestas de muchos elementos de cálculo conectados mediante pesos variables. Estos elementos de cálculo, o nodos, no son lineales. El nodo más simple suma N entradas ponderadas, y pasa el resultado a través de una función no lineal del tipo umbral mínimo, sigmoidal, o salto. El nodo está caracterizado por un umbral interno y por el tipo de no linealidad.

La mayoría de las redes neuronales pueden adaptar las conexiones en el tiempo para mejorar la salida, basándose en los resultados precedentes. La capacidad de adaptarse a las nuevas circunstancias es fundamental en muchas áreas donde los entornos están cambiando de forma continua. La adaptación también suministra un cierto grado de robustez mediante minimización de la variabilidad de las características de los elementos. Las técnicas estadísticas tradicionales no son adaptativas porque procesan todos los datos de entrenamiento de forma simultánea.

Ante la ausencia de una definición aceptada por todos acerca de que constituye una red neuronal artificial, algunos se refieren a ellas como un conjunto de unidades simples unidas mediante una regla de aprendizaje para ajustar los pesos de las uniones entre ellas (Lisboa, 1992). Para otros, como por ejemplo Cox (1993), las redes neuronales artificiales son un sistema adaptativo que resuelve problemas mediante la imitación de la arquitectura de las redes neuronales naturales. Los niveles de las redes neuronales artificiales están interconectados mediante pesos, que representan las

conexiones sinápticas entre las neuronas. Pero la definición que mejor expresa qué son las redes neuronales es la dada por T. Kohonen (1988): Las «redes neuronales artificiales» son redes en paralelo conectadas masivamente (normalmente adaptativas) de elementos simples y con organizaciones jerárquicas que son proyectadas para interactuar con los objetos del mundo real de la misma forma que lo hacen los sistemas nerviosos naturales.

Una comparación entre las redes neuronales y los ordenadores convencionales viene dada en la tabla, 1 donde se ve como ambos tipos de procesadores de información no son incompatibles sino que se complementan entre sí, pues cada uno de ellos actúa en campos diferentes.

TABLA 1. Comparación entre redes neuronales y ordenadores convencionales.

Redes Neuronales	Ordenadores convencionales
Muchos procesadores simples	Pocos procesadores complejos
Pocos pasos de cálculo	Muchos pasos de cálculo
Procesamiento distribuido	Procesamiento simbólico
Entrenadas mediante ejemplos	Programación explícita

FUENTE: Lisboa, P.G.J. (1992), *op. cit.*

Lo que no pretenden las redes neuronales, en ningún caso, es calcular operaciones matemáticas que ya están resueltas hoy en día con total y absoluta garantía. Las redes neuronales proporcionan ventajas significativas cuando queremos resolver problemas en tiempo real y cuando queremos interpretar relaciones entre una gran cantidad de variables.

En las redes neuronales hay que distinguir cuatro aspectos básicos:

1. Topología de la red (disposición de los nodos y las uniones entre ellos).
2. Tamaño de la red (nº de nodos, nº de niveles,...).
3. Aprendizaje (algoritmo para la fase de entrenamiento de la red).
4. Funcionalidad (interpretación de las respuestas de la red durante la fase de operación: función de transferencia y función discriminadora).

Respecto a la topología de la red decir que las neuronas pueden estar totalmente conectadas, o agrupadas en niveles con intercambio de información tan solo del nivel precedente. La figura 3 muestra diferentes topologías de organización de las redes, tales como: redes en cascada, parcialmente recurrentes, totalmente recurrente, realimentadas, aleatorias,... Cada una de las diferentes interconexiones tienen unas características determinadas que las hacen especialmente útiles para unas aplicaciones u otras.

Los tipos de aprendizaje con los que nos encontraremos en las redes neuronales artificiales son dos: aprendizaje supervisado y aprendizaje sin supervisión.

La distinción entre ambos depende de si el algoritmo de aprendizaje usa o no información agrupada en clases. El aprendizaje supervisado la usa, mientras que el aprendizaje sin supervisión no.

Los algoritmos de aprendizaje supervisado dependen de las relaciones entre las diferentes clases de cada entrenamiento. La información de las clases permite a los algoritmos de aprendizaje detectar clasificaciones erróneas y quizás calcular un vector de errores. La información de los errores refuerza el proceso de aprendizaje, recompensamos las clasificaciones correctas y castigamos las erróneas.

El aprendizaje sin supervisión usa para el aprendizaje ejemplos sin clasificar. Esto hace que los algoritmos diseñados sean menos complejos desde el punto de vista de cálculo, pero también menos exactos que los algoritmos de aprendizaje supervisados. Una ventaja de los algoritmos sin supervisión es que aprenden rápidamente, lo que les hace muy prácticos en entornos de simulación en tiempo real, donde la precisión es menos importante que la velocidad de procesamiento de la información.

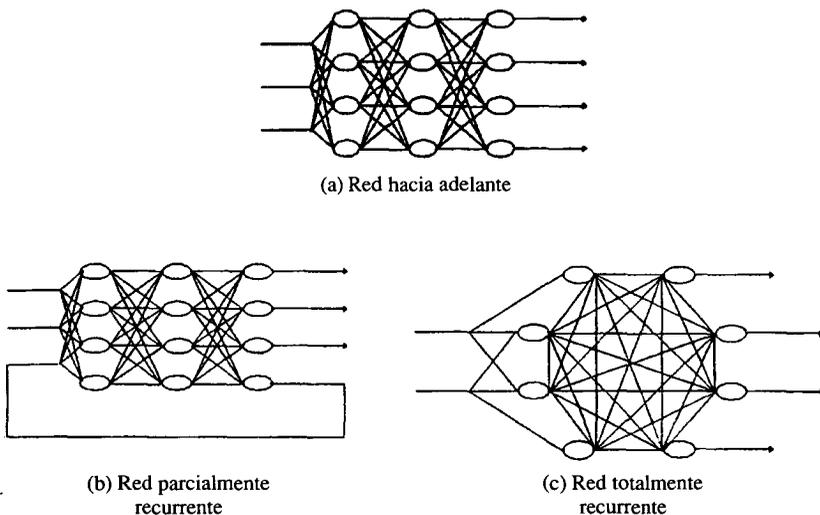


FIG. 3. Diversas topologías de redes neuronales.

Dentro del aprendizaje sin supervisión las leyes más importantes son:

- Leyes de Hebb: ley de aprendizaje de señal, ley de aprendizaje competitiva, ley de aprendizaje diferencial y ley de aprendizaje competitiva diferencial
- Leyes aleatorias: las leyes aleatorias son las mismas que las de Hebb, a las que se les ha añadido un término independiente denominado ruido blanco.

Y dentro del aprendizaje con supervisión:

- El algoritmo LMS (Least-Mean-Square)
- El algoritmo BACKPROPAGATION
- El algoritmo LVQ (Learning Vector Quantization)

La funcionalidad de los nodos proporciona a la red la capacidad de representar el conocimiento adquirido. Está formada por dos partes:

- Una función de transferencia, que combina las entradas ponderándolas con el peso asociado a cada una de ellas para obtener un único valor e introducirlo en la
- Función discriminadora, la cual transforma el valor introducido en otro dentro de los límites de salida del nodo. Las más conocidas son las representadas en la figura 4.

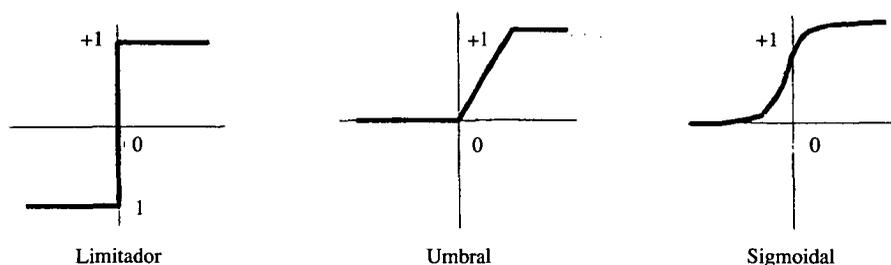


FIG. 4. Funciones no lineales más comunes.

Por último entre las propiedades más importantes y características de las redes neuronales citamos las siguientes:

1. *Procesamiento paralelo y distribuido de la información.* Además, diferentes porciones de la red neuronal pueden realizar diferentes tareas en paralelo.
2. *Alta sensibilidad al deterioro de la información.* Cuando introducimos una entrada con ruido, la red es capaz de eliminarlo y proporcionar una respuesta correcta.
3. *Capacidad de extraer las generalidades.*
4. *Procesamiento en tiempo real.* Esto es posible debido a la naturaleza asíncrona de las redes.
5. *Procesamiento «difuso».* Muchas redes neuronales representan y procesan la información de forma analógica, en vez de forma discreta. Esto las hace fácilmente aplicables a tareas de procesamiento borroso.

3.1. REDES NEURONALES MÁS CONOCIDAS

Nos vamos a referir en este apartado, a las redes neuronales más conocidas: el modelo de McCulloch-Pitts, el «adaline» de Widrow, el «perceptron» de Rosenblatt, la «matriz adaptativa» de Steinbuch, el «cognitron»

de Fukushima, la red de Hopfield, la máquina de Boltzman, la «counter-propagation» de Hecht-Nielsen, los «mapas autoorganizados» de Kohonen, las memorias asociativas de Kosko y la teoría de la resonancia adaptativa de Carpenter & Grossberg.

Modelo de McCulloch-Pitts. El primer modelo de neurona artificial es el debido al trabajo original de McCulloch y Pitts (1943), aparecido a principio de la década de los cuarenta. Este modelo describe la actividad de una neurona x_j como la suma ponderada de todas las entradas. La entrada por un determinado camino es S_i , y el peso asociado a ese camino es w_{ij} . Las entradas ponderadas se suman de forma independiente. La señal de salida $S_j = f(x_j)$ es típicamente una función no lineal (binaria, sigmoideal, o con umbral) de la actividad x_j de la célula, pudiendo tener también un término de sesgo (ver figura 5).

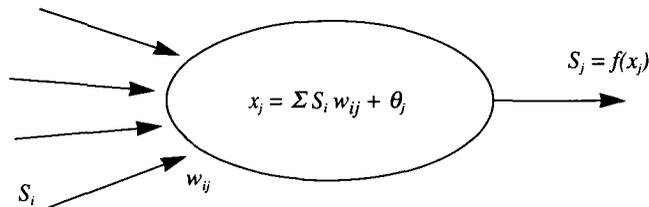


FIG. 5. Neurona de McCulloch-Pitts.

ADALINE (ADAPtive LINear Element). Los «adalines» fueron desarrollados por Widrow en 1960. Están compuestos de dos elementos donde, tal como se observa en la figura 6, la primera unidad es un dispositivo de combinación lineal adaptativa, en el que se realiza la suma ponderada de los componentes del vector señal de entrada, formando la salida. Esa salida se compara con la correcta a través de un comparador adecuado. La diferencia es realimentada a un bloque de corrección de los pesos en el que se lleva a cabo el cambio de estos, de manera que disminuya la magnitud de la diferencia hasta anularse a lo largo de sucesivas aproximaciones.

La regla de aprendizaje, que usa el «adaline» es la que desarrolló Widrow, conocida con el nombre de LMS (Least Mean Squares).

Perceptrón. A la vez que Widrow presentó sus «adalines», Rosenblatt hizo lo propio con los perceptrones. Un perceptron puede utilizarse con entradas binarias y continuas. Esta red generó mucho interés por su capacidad para reconocer formas simples. Un perceptron decide si una determinada entrada pertenece a una clase de dos propuestas. Un nodo calcula una suma ponderada de todas las entradas, restando un umbral y pasa este resultado a través de una función no lineal cuya salida es +1 ó -1. El perceptron forma dos regiones de decisión separadas por un hiperplano.

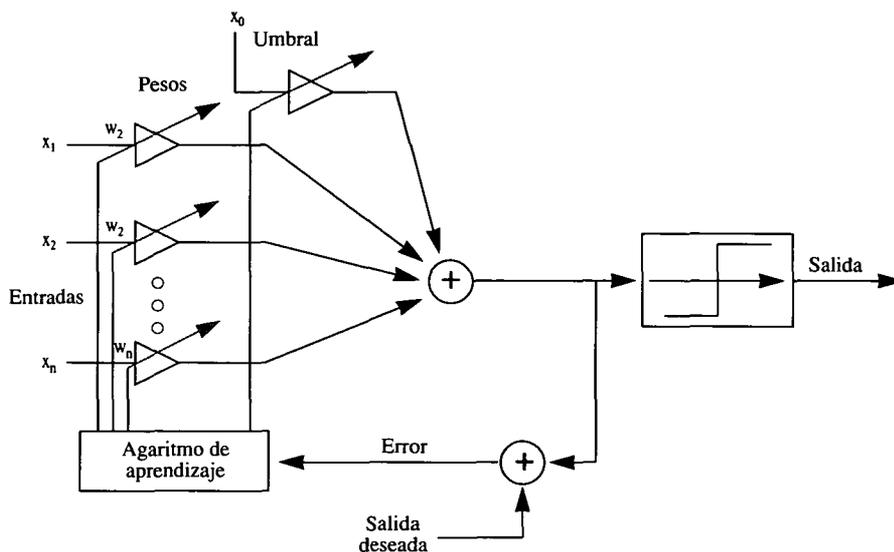


FIG. 6. ADAPtive LINear Element. ADALINE.

Tanto los pesos de las conexiones, como el umbral mínimo pueden ser valores fijos o irse adaptando mediante diferentes algoritmos.

Rosenblatt estudió también el perceptron multinivel o multicapa (Multi-Layer Perceptron) (ver figura 7). Consiste en múltiples capas de elementos simples que están interconectados entre capas mediante conexiones ponderadas. No existen conexiones entre elementos de la misma capa. Los pesos miden el grado de correlación entre la actividad de los diferentes niveles de neuronas. La primera capa es únicamente un conjunto de neuronas que envían las variables de entrada a las capas ocultas, que son las encargadas del procesamiento, y una capa de salida que muestra el resultado al mundo exterior.

El algoritmo de aprendizaje tiene que determinar los parámetros internos de los nodos ocultos basándose en su conocimiento de las entradas y de las salidas deseadas.

Históricamente, este tipo de red ha sido entrenada con el algoritmo LMS de Widrow o con el Backpropagation (BP) de Werbos.

Matriz adaptativa. El siguiente paso en la investigación vino dado por Steinbuch (1961), el cual desarrolló la «matriz adaptativa», la cual trataba de simular en su forma original los procesos de condicionamiento clásico (tipo Pavlov).

Este modelo es un precursor del *aprendizaje competitivo* utilizado en la actualidad. Se tienen dos fases completamente diferenciadas, y la dinámica del sistema es muy diferente en una y otra. Durante el aprendizaje, la actividad de las unidades de salida p_h se hace igual a la salida deseada s_k , y

hay una adaptación de los pesos. Sin embargo, durante el funcionamiento real, la dinámica es contraria: los pesos no cambian, y la salida viene determinada por la propia red a partir de los valores anteriores de los pesos.

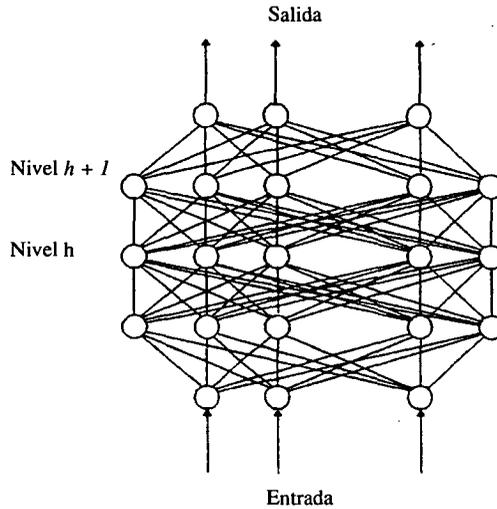


FIG. 7. Perceptrón multinivel.

Cognitron. Neocognitron. El cognitron fue presentado por Fukushima en 1975 para el reconocimiento de formas visuales. Se trata de una versión potenciada del *adaline*, que el propio Fukushima desarrolló.

Su evolución a la hora de aplicarlo en estrategias de aprendizaje sin supervisión ha derivado en el neocognitron, cuyas principales características son: la existencia de una entrada inhibidora y que a diferencia de la neurona formal, el efecto de la entrada inhibidora, no es absoluto sobre el cognitron, sino que viene definido mediante una función.

El proceso adaptativo que usan es el de aprendizaje sin supervisión: dada una entrada correspondiente a un prototipo, la evolución continuada hacen que se vayan adaptando los pesos que provocan la salida correcta, reduciendo a la vez a los demás.

Fukushima propone una estructuración en capas de las «células» anteriores, en planos superpuestos, de manera que cada capa recibe sus entradas desde las salidas del anterior, a la vez que envía sus propias salidas a las entradas de la siguiente. Sin embargo, este proceso se realiza en ambos sentidos; hacia adelante y hacia atrás. Así, hay dos tipos de información circulando constantemente por la red: la «directa», en la que se encadenan los procesos de reconocimiento, y la «inversa», que interactúa con la anterior, para extraer aquellas entradas significativas, eliminando las superfluas e innecesarias.

Red de Hopfield. Hopfield presentó su diseño en 1982 en los laboratorios de la Bell (AT&T). Básicamente se trata de una red neuronal especialmente diseñada para el reconocimiento de imágenes, con una estructura muy simple y cuyo principal mérito consiste en el algoritmo de identificación de las entradas.

En principio, la red está constituida por N neuronas interconectadas entre sí mediante pesos w_{jk} fijos y simétricos. En cuanto a la función implementada por cada célula, es la clásica de umbral, con dos valores posibles de salida $+1$ y -1 . De esta forma tratamos con funciones binarias de variables binarias.

También Hopfield y Tank (1985), extendieron el modelo discreto anterior a neuronas analógicas.

Máquina de Boltzman Este modelo fue propuesto por Hinton (1984, 1985) y es una generalización de la red de Hopfield, en la que los nodos actualizan sus estados de acuerdo a una regla de decisión estocástica. Los nodos tienen estados 1 ó 0 y la probabilidad de encontrar a la red en un estado constante sigue una función de distribución conocida.

El algoritmo que usa esta red, para alcanzar el equilibrio se conoce con el nombre de *recocido simulado* (simulated annealing).

El interés en esta red vino provocado porque es relativamente fácil su implementación en hardware, con lo que se podrían fabricar muchos elementos en VLSI, y hacerlos trabajar en paralelo, con lo que el problema de su lentitud se vería solucionado. Hay algunos desarrollos experimentales (Alspector 1987), pero no ha llegado a comercializarse.

Red Counterpropagation. Es, a grandes rasgos, una combinación de la estructura instar/outstar de Grossberg y del mapa autoorganizativo de Kohonen. Fue desarrollada por Hecht-Nielsen en 1986, mientras investigaba la aplicación de los mapas autoorganizados al aprendizaje de funciones explícitas (Hecht-Nielsen, 1991).

Durante el entrenamiento, los ejemplos (x_k, y_k) de f , siendo $y_k = f(x_k)$, se presentan a la red. Esos vectores x e y se *propagan* a través de la red de una forma *cruzada* hasta alcanzar los vectores de salida x' e y' , que intentan aproximar a x e y . Así continuaríamos hasta que las salidas x y x' , e y e y' estén lo suficientemente cerca. Debido a esta propagación cruzada de los datos introducidos es por lo que se denomina *counterpropagation*.

Red de Kohonen. Mapas Autoorganizativos. Kohonen ha hecho un nuevo planteamiento de la función de la neurona: partiendo de los principios ya conocidos, la función de actividad de la neurona se define indirectamente. Utiliza como método de aprendizaje una extensión del algoritmo LVQ.

Este método forma un *vector cuantificador* mediante el ajuste de los pesos desde los nodos de entrada a los nodos de salida. Los nodos de salida están interconectados mediante muchas conexiones locales, no establecidas previamente por un conjunto de estado ni por reproducciones de clasificaciones correctas suministradas por un tutor. La red Kohonen simplemente inspecciona los datos para encontrar regularidades, y se organiza de tal forma como para ordenar la descripción de los datos. Es un algoritmo útil para usar con vectores y tiene unas buenas propiedades de optimabilidad.

La principal diferencia en la disposición de redes autoorganizadas es la presencia de conexiones laterales, que unen nodos de un mismo nivel. Estas conexiones imitan a las encontradas en la corteza cerebral.

Memorias Asociativas. Podemos mencionar dos tipos (Kosko, 1992):

BAM: Bidirectional Associative Memory. Fue desarrollada por B. Kosko en 1987. No es más que una memoria de contenido direccionable de 2 niveles, que usa la ley de aprendizaje de Hebb. La BAM tiene estabilidad incondicional, y su capacidad depende únicamente del número de nodos de los niveles de la red. También existe una versión adaptativa: ABAM (Adaptative BAM), y una versión para valores continuos: CABAM (Continuous ABAM).

FAM: Fuzzy Associative Memory. No es más que un clasificador heteroasociativo desarrollado por Kosko que puede ser usado para almacenar reglas borrosas. Codificamos usando una versión borrosa del aprendizaje de Hebb, lo cual significa que el peso entre dos nodos es el mínimo de los valores de las funciones de pertenencia entre los nodos de entrada y los de salida.

Esta red puede aplicarse fácilmente a sistemas de control borroso.

Teoría de Resonancia Adaptativa (ART)

Las redes ART fueron diseñadas, en particular, para resolver el dilema de estabilidad-*plasticidad*. Con el término *plasticidad* nos referimos a lo siguiente: cada sistema genera unos códigos adaptativos en respuesta a una serie de entradas del entorno. Cuando aprendemos, las interacciones entre las entradas y el sistema generan nuevos estados estables. Con el término *estabilidad* nos referimos a que los códigos aprendidos deberán permanecer inalterados ante las entradas no significativas.

Las dos propiedades anteriores están íntimamente ligadas, ya que un sistema debe ser capaz de adaptarse a las nuevas circunstancias (*plasticidad*), pero también debe ser lo suficientemente estable, para no estar cambiando ante la más mínima variación.

Las ventajas más significativas del uso de las arquitecturas ART frente a otros modelos de aprendizaje neuronal quedan resumidas en la tabla 2.

TABLA 2. Comparación de la arquitectura ART con otros modelos

ARQUITECTURA ART	OTROS MODELOS
Aprendizaje en tiempo real	Aprendizaje controlado
Entorno no estacionario	Entorno estacionario
La memoria se autoestabiliza en respuesta a un número arbitrario de entradas	Inestabilidad en repuesta a un número arbitrario de entradas
Uso efectivo de toda la capacidad de la memoria	Uso parcial de la capacidad de la memoria
Aprendizaje lento o rápido	Aprendizaje lento o riesgo de oscilaciones inestables
Aprendizaje conducido por coincidencias	Aprendizaje conducido por errores
Mantiene la plasticidad en un entorno inesperado	Apagado externo de la plasticidad para evitar la inestabilidad
Criterio de error variable (parámetro de vigilancia)	Criterio de error fijo

FUENTE: Elaboración propia.

4. TEORIA DE LA RESONANCIA ADAPTATIVA: ARQUITECTURAS

La *Teoría de Resonancia Adaptativa*, ha sido propuesta y desarrollada por S. Grossberg y G. Carpenter, de la Universidad de Boston.

Normalmente, las ecuaciones de activación tienen una constante de tiempo mucho menor que las de aprendizaje, algo lógico al tratarse de memorias a corto plazo. Por tanto, la evolución dinámica de las activaciones es mucho más rápida que la de los pesos, y es lógico que alcancen antes que estos el equilibrio. Esta es la razón por la que en la mayoría de las redes suele calcularse la activación de las neuronas a partir del estado de equilibrio de la ecuación de activación, sin resolver ninguna ecuación diferencial, algo que no podemos hacer para los pesos y que permite diferenciar dos tipos de aprendizaje: *aprendizaje rápido (fast learning)* y *aprendizaje lento (slow learning)*.

En el *aprendizaje rápido*, los pesos alcanzan su estado de equilibrio en una sola iteración, o sea, calculamos los pesos a partir del estado de equilibrio de la ecuación de aprendizaje. Por contra, en el *aprendizaje lento*, dejamos evolucionar a los pesos de acuerdo a la ecuación diferencial, sin que deban alcanzar el equilibrio durante una presentación de entrada. En este modo de aprendizaje, el vector de entrada se presenta durante un tiempo finito; mientras que en el modo de aprendizaje rápido, asumimos que presentamos la entrada durante un tiempo lo suficientemente grande como para permitir que los pesos alcancen el equilibrio.

Dos componentes claves de estos sistemas son el *INSTAR*, y el *OUTSTAR*. El *INSTAR* hace corresponder un estado de activación del nivel F_1

con la activación de una unidad del nivel F_2 , mientras en el OUTSTAR (que es el dual del INSTAR) cuando se activa una unidad del nivel F_2 , este nos responderá con un estado de activación en el nivel F_1 que es el patrón asociado a esa unidad. En el INSTAR el *contenido accede a la memoria*, mientras en el OUTSTAR, *la memoria accede al contenido*. Mediante la combinación de módulos INSTAR y OUTSTAR pueden construirse poderosas redes neuronales. Una representación esquemática de estos elementos es la figura 8.

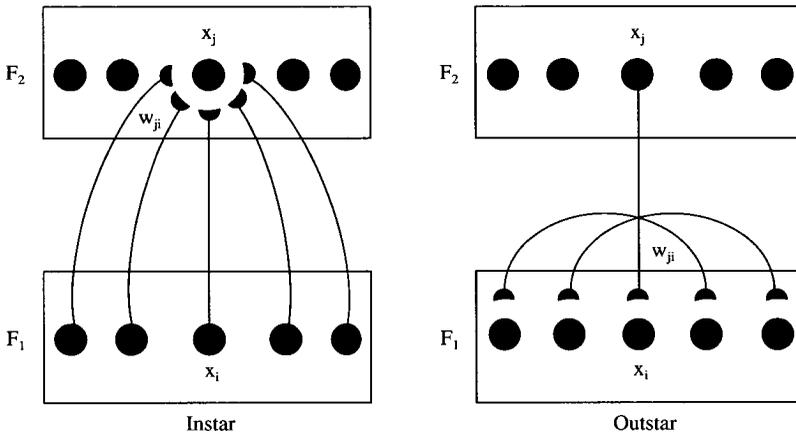


FIG. 8. Modelos instar y outstar.

Cabe también hablar de la red competitiva multiplicativa de tipo «on_center off_surround» (centro excitatorio, periferia inhibidora) cuya estructura puede verse en la figura 9.

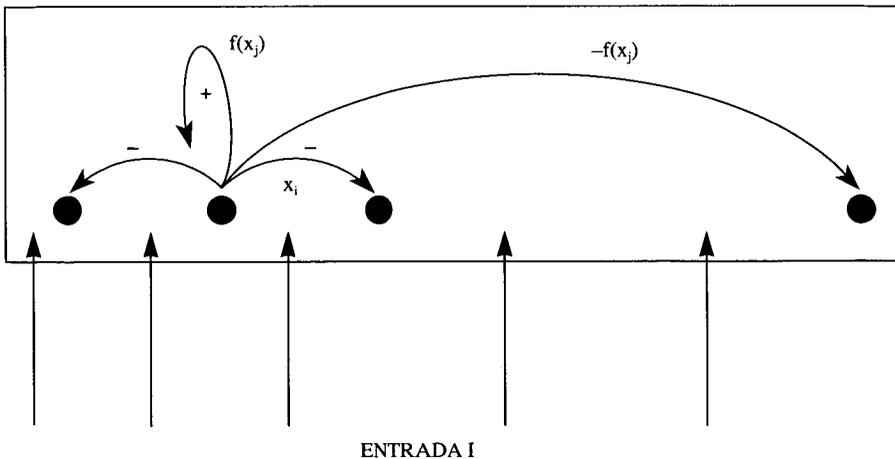


FIG. 9. Red Competitiva Multiplicativa ON-CENTER OFF-SURROUND (Carpenter, 1989).

En esta estructura cada neurona trata de potenciar su propia activación e inhibir la activación de las neuronas cercanas (competir). Al final son las neuronas más fuertes las que consiguen mantener su activación. Cuando trabajamos en el caso de elección consideramos un único ganador en la red competitiva. El vector de entrada a este nivel suele ser altamente distribuido.

On-center se refiere al proceso de realimentación positiva por el que la célula envía señales excitadoras a sí misma y a las vecinas próximas. *Off-surround* se refiere al proceso dual, por el cual la misma célula envía señales inhibitorias a las vecinas más lejanas.

El aprendizaje rápido se caracteriza normalmente por ser un aprendizaje de un único ciclo. Y aunque debido a esta ventaja, el tiempo de entrenamiento de la red se reduce considerablemente, podemos dar lugar a un número elevado de categorías si las entradas vienen con ruido. Por eso la elección entre aprendizaje lento y rápido es una solución de compromiso entre tolerancia al ruido y tiempo de entrenamiento.

El modelo de aprendizaje competitivo mostrado en la figura 10 consta de los siguientes pasos:

- Presentación de una entrada I al sistema que genera un vector de activación x en el nivel F_1 .
- Propagación, a través de los pesos adaptativos, de la actividad al nivel F_2 .
- Competición en F_2 quedando sólo una unidad activa.
- Aprendizaje por parte de la unidad ganadora en F_2 , aproximándose su vector de pesos al vector de activación del nivel F_1 : x .

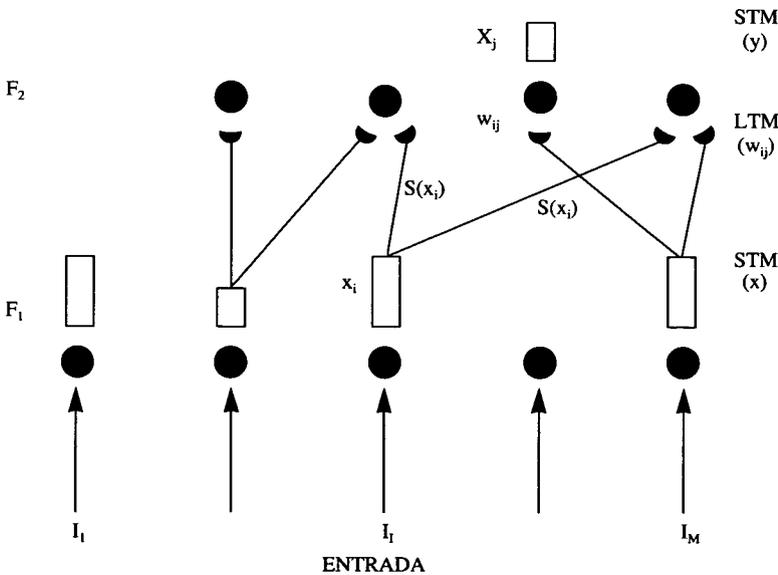


FIG. 10. Módulo básico de APRENDIZAJE COMPETITIVO.

Se puede demostrar que si los patrones de entrada cumplen ciertas condiciones, el aprendizaje de los códigos de reconocimiento puede estabilizarse. Las condiciones que se deben cumplir es que no haya demasiados patrones de entrada y que no se agrupen en demasiadas clases en relación al número de nodos.

Sin embargo, también se puede demostrar que el aprendizaje no siempre aprende categorías estables en respuesta a entradas arbitrarias. Esto se debe a la plasticidad de la red. Los patrones aprendidos recientemente tienden a borrar el aprendizaje pasado.

Las redes ART fueron diseñadas para resolver este problema. Debían ser bastante estables para preservar el aprendizaje pasado más significativo, pero debían ser adaptables para incorporar nueva información si aparecía.

La idea clave de la teoría de resonancia adaptativa es que el dilema de estabilidad-plasticidad pueda ser resuelto por una red en tres niveles donde el nivel superior (F_3) se identifica con el nivel inferior (F_1). De esta forma el módulo ART incluye una ley de aprendizaje bottom-up combinada con una ley de aprendizaje top-down. Cuando presentamos una entrada I a la red ART, el sistema inicia de forma dinámica el aprendizaje competitivo, con activación bottom-up, llevándola a una categoría de realce de contrastes en F_2 . En la ausencia de otras entradas en F_2 , la categoría de activación está determinada por el aprendizaje pasado codificado en pesos adaptativos en el filtro bottom-up. Pero ahora, en contraste a las redes en cascada, las señales son enviadas desde F_2 hacia F_1 mediante el filtro adaptativo top-down. Este proceso de realimentación permite al módulo ART superar la inestabilidad de dos formas diferentes:

Primero, como en el módulo de aprendizaje competitivo, la categoría activa en F_2 puede jugar el papel de forma activa en F_1 . El proceso de búsqueda emplea un subsistema orientativo que incorpora un *parámetro de vigilancia* para establecer el criterio de decisión.

Segundo, una vez que la entrada es aceptada y el aprendizaje continua, el filtro top-down juega un papel de estabilizador. Es decir, las señales top-down que representan el aprendizaje pasado encuentran las señales de entrada en F_1 . La actividad de F_1 será función de lo aprendido en el pasado y de la entrada actual.

Las señales bottom-up y top-down se refuerzan mutuamente por la realimentación y el sistema entra en un estado *resonante* (cuando ambas señales coinciden). El aprendizaje sólo se produce en el estado resonante y de ahí el nombre de *Teoría Resonante Adaptativa*.

4.1. ARQUITECTURA ART 1

Esta arquitectura es capaz de hacer una clasificación no supervisada de un conjunto de vectores de entrada que vamos presentando al sistema.

La arquitectura de la red ART 1 está compuesta de dos niveles unidos entre sí mediante un módulo instar y un outstar como vemos en la figura

11. El nivel F_1 está compuesto por N unidades que será la dimensión de los patrones de entrada. El nivel F_2 es un red competitiva multiplicativa de tipo «on_center off_surround», con un número de unidades que puede crecer a medida que aumenta la cantidad de información que está almacenando el sistema, representando cada unidad de este nivel una categoría.

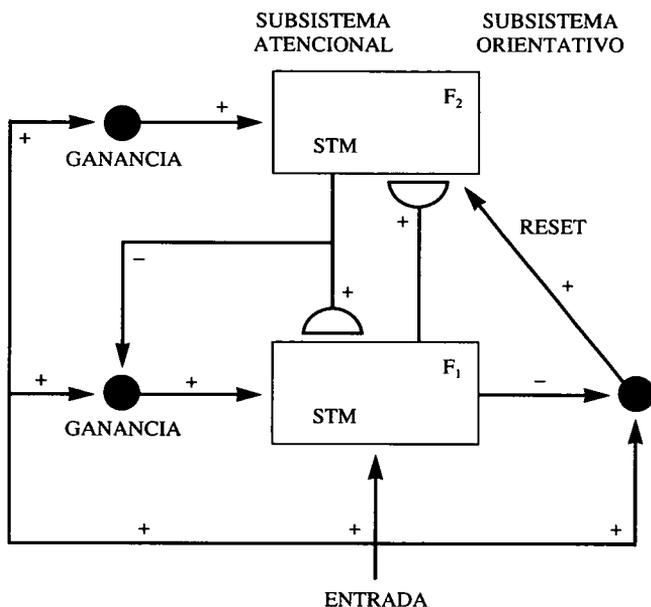


FIG. 11. Arquitectura ART 1 (Carpenter 1988).

La Regla de los 2/3

Esta regla es necesaria para el ciclo de comprobación de hipótesis y la autoestabilización del aprendizaje en ART 1. La regla de los 2/3 reconcilia dos propiedades importantes de este tipo de modelos. Por una parte, en respuesta a un patrón de entrada bottom-up, los nodos de F_1 pueden ser lo suficientemente activados como para generar una señal de salida hacia otras partes de la red, y por tanto para iniciar el ciclo de comprobación de hipótesis. Por otra parte, en respuesta a una señal top-down arbitraria, los nodos de F_1 no están suficientemente activados. Puede decirse que las señales top-down sensibilizan al nivel F_1 para patrones de entrada futuros que pueden o no generar una adecuada coincidencia con este patrón prototipo esperado, pero por sí mismas no generan una señal de salida. Esto es lo que permite a las arquitecturas ART, «anticiparse» a los acontecimientos futuros.

Para implantar la regla de los 2/3, es necesario que el nivel F_1 sea capaz de distinguir entre las señales top-down y bottom-up, de forma que pueda reaccionar según corresponda. Para distinguirlas, es para los que tenemos una tercera entrada en F_1 , llamada *control de ganancia atencional*.

La regla de los 2/3 representada gráficamente en la figura 12, dice que al menos dos de las tres fuentes de activación son necesarias para activar suficientemente un nodo de F_1 . Las tres fuentes de activación son, como hemos visto anteriormente, las señales top-down, las señales bottom-up y la señal proveniente del control de ganancia. Cuando a F_1 llegan únicamente señales top-down, estas señales inhiben la fuente de control de ganancia y, por tanto, cada nodo de F_1 recibe como máximo la entrada de una fuente de activación, por lo que los nodos no son activados. En cambio, si llegan las señales bottom-up, estas señales activan el control de ganancia. Todos los nodos de F_1 reciben la entrada del control de ganancia, pero sólo los que también reciben las entradas bottom-up son activados.

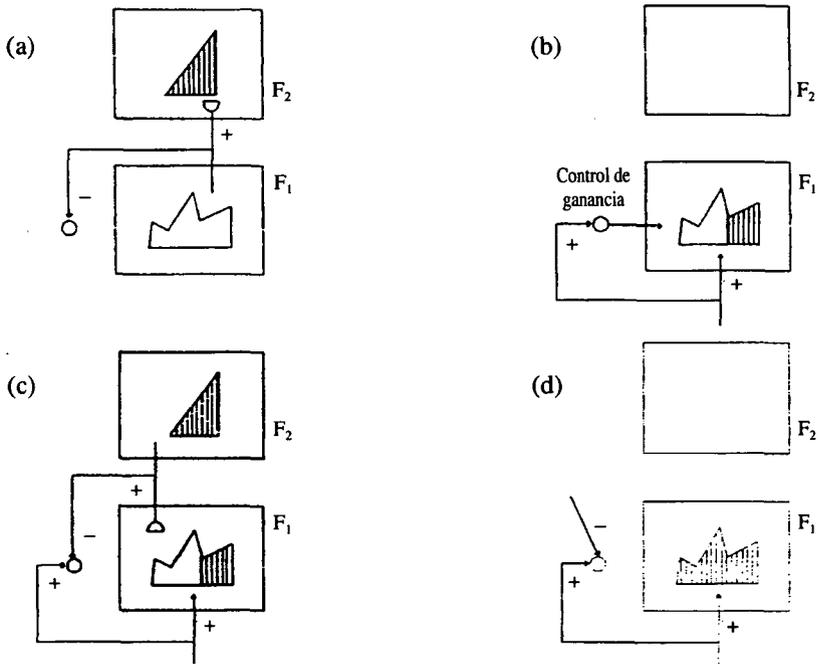


FIG. 12. Reglas de los 2/3.

Cuando las señales top-down y bottom-up llegan al nivel F_1 , el control de ganancia está desactivado, de manera que únicamente aquellos nodos que reciben ambas señales son activados. Entonces, si una entrada bottom-up causa la selección de un prototipo top-down que concuerda pobremente con la entrada, el número total de nodos de F_1 activos puede decrecer bruscamente, causando la disminución de la señal de salida emitida por F_1 .

Comprobación de Hipótesis

Las arquitecturas ART llevan a cabo la comprobación de hipótesis mediante la interacción entre un *subsistema atencional* y un *subsistema orientativo*.

El subsistema orientativo genera una señal de salida sólo cuando hay concordancia entre un patrón de entrada bottom-up y el prototipo esperado top-down en el nivel F_1 del subsistema atencional. El subsistema orientativo rechaza por tanto las hipótesis que no concuerdan en F_1 .

La figura 13 presenta un conjunto de cuatro gráficas en las que puede observarse el ciclo completo de comprobación de hipótesis, descrito a continuación, realizado en una red ART-1.

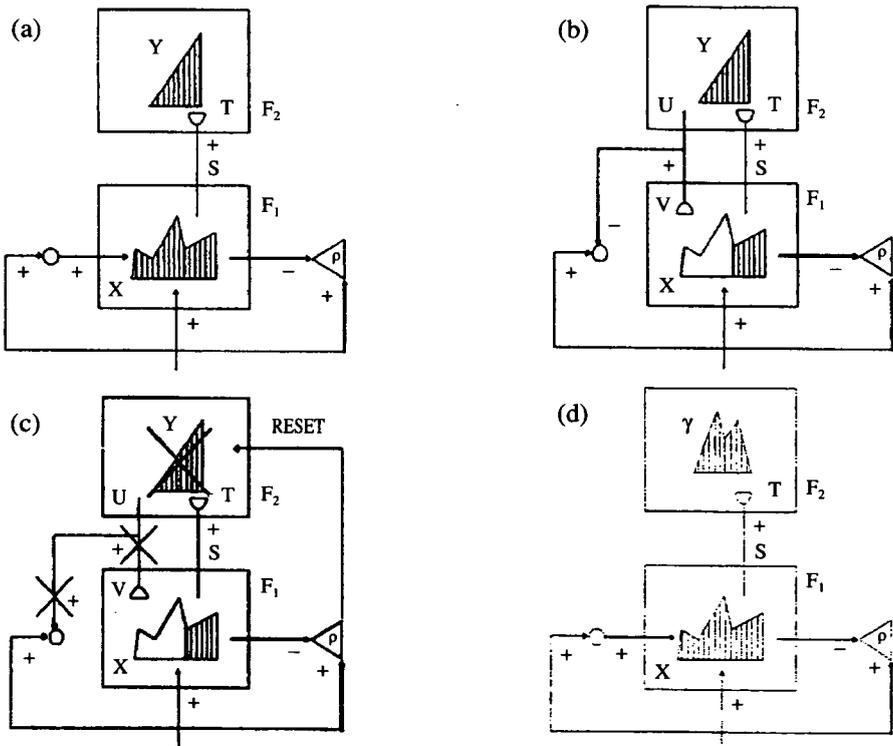


FIG. 13. Ciclo de comprobación de hipótesis.

La regla de los 2/3 controla la onda de reset emitida por el subsistema orientativo de la siguiente forma. Cuando se presenta una entrada bottom-up, cada una de las componentes activas de ese patrón de entrada envía una señal hacia el subsistema orientativo, donde se suman, mientras que el patrón activo en F_1 envía una señal inhibitoria. El sistema está pensado

para que la señal inhibitora no sea nunca mayor que la excitadora, y por tanto no se dispare el reset sólo con la entrada bottom-up.

Este equilibrio se rompe cuando un prototipo esperado top-down llega a F_1 y no concuerda suficientemente con el patrón bottom-up. En ese caso, la activación total de F_1 disminuye en una cantidad que crece cuanto menor sea la concordancia. Si la atenuación es suficientemente grande, se produce el reset. El *parámetro de vigilancia* determina cuanta desavenencia entre las señales top-down y bottom-up se tolera antes de producirse el reset. Un parámetro de vigilancia elevado (cercano a la unidad) fuerza al sistema a buscar una nueva categoría en respuesta a pequeñas diferencias entre la entrada y el prototipo esperado, con lo cual el sistema clasifica los patrones de entrada en categorías muy finas. Al contrario, un parámetro de vigilancia pequeño permite al sistema tolerar fuertes desavenencias, y agrupa a los patrones de entrada en unas pocas categorías. Lógicamente, ante entradas con mucho ruido, el parámetro de vigilancia no deberá tener un valor elevado.

Cuando se produce el reset se inhiben los nodos activos de F_2 , con lo que el prototipo esperado que causaba la desavenencia desaparece. Entonces la señal de entrada vuelve a activar un nodo de F_2 , que será diferente del activado anteriormente, y vuelve a repetirse el ciclo anterior hasta que se produzca una coincidencia en el nivel F_1 entre las señales top-down y bottom-up.

El proceso de búsqueda de un nodo adecuado de F_2 sólo termina cuando el prototipo concuerda suficientemente con la entrada, o cuando se selecciona un nodo que no había aprendido anteriormente. En este caso, se establece una nueva categoría y los pesos top-down y bottom-up se adaptan siguiendo las reglas de aprendizaje respectivas.

4.2. ARQUITECTURA FUZZY ART

El modelo Fuzzy Art, propuesto por Carpenter, Grossberg y Rosen (1991), incorpora la teoría de los conjuntos difusos dentro de una arquitectura ART 1. Consiste en trasladar las operaciones normales a operaciones borrosas mostradas en la figura 14. En ella puede apreciarse como las operaciones de ART 1, se pueden trasladar a operaciones de Fuzzy ART sin más que reemplazar el operador intersección de la teoría de conjuntos (\cap), por el operador MIN de la teoría de conjuntos borrosos (\wedge). Para el caso especial de entradas binarias y aprendizaje rápido, los cálculos de la Fuzzy ART son idénticos a los de la red ART 1.

También realizaremos un preprocesamiento de las entradas mediante el uso de código complementario (Si $I = a$ hacemos $I = (a, a_c)$ donde $a_c = 1-a$), lo cual evita la proliferación de categorías, además de provocar también una normalización de las entradas conservando las características de amplitud individual de las componentes de las entradas.

ART (BINARIA)	FUZZY ART (ANALOGICA)
<u>ELECCION DE CATEGORIA</u>	
$T_j = \frac{ I \cap w_j }{\alpha + w_j }$	$T_j = \frac{ I \wedge w_j }{\alpha + w_j }$
<u>CRITERIO DE COINCIDENCIA</u>	
$\frac{ I \cap w_j }{ I } > \rho$	$\frac{ I \wedge w_j }{ I } > \rho$
<u>APRENDIZAJE RAPIDO</u>	
$w_j^{(new)} = I \cap w_j^{(old)}$	$w_j^{(new)} = I \wedge w_j^{(old)}$
$\cap =$ AND lógico intersección	$\wedge =$ AND borroso mínimo

Fig. 14. Comparación entre ART 1 y FUZZY ART.

4.3. ARQUITECTURA ARTMAP

Hasta ahora hemos visto modelos no supervisados capaces de hacer una clasificación no supervisada; es decir, de forma autónoma de las entradas que vamos suministrando. Ahora vamos a ver modelos supervisados, mediante los cuales somos capaces de ir dirigiendo la catalogación para que ésta cumpla unas premisas determinadas.

La ventaja de esta forma de actuar es que cuando el sistema se equivoca, mediante la supervisión somos capaces de enmendar este error y hacer que el sistema reaccione y busque otra configuración que no lleve a estos errores.

La arquitectura ARTMAP fue propuesta por Carpenter, Grossberg y Reynolds en 1991. Está formada por dos módulos de tipo ART 1 (denominados ART-a y ART-b) que se relacionan entre sí por un mapa asociativo denominado mapa inter ART, como vemos en la figura 15. El sistema incluye un mecanismo de control interno para regular el aprendizaje y el flujo de información. Esta red inicial tan sólo podía procesar patrones binarios, al estar compuesta principalmente por dos módulos ART-1 y además usaba aprendizaje rápido.

Esta clase de arquitecturas son llamadas arquitecturas ART Predictivas, porque incorporan módulos ART en sistemas que pueden aprender a predecir un vector de salida m -dimensional b prescrito dándole un vector de entrada n -dimensional a , también prescrito. Se la denomina ARTMAP porque su transformación de vectores de R^n a vectores de R^m define un mapa que es aprendido mediante la presentación de parejas correlacionadas $\{a^{(p)}, b^{(p)}\}$, siendo $p=1, 2, \dots$

Mediante el aprendizaje supervisado, un vector de entradas $a^{(p)}$ es asociada con otro vector de entradas $b^{(p)}$.

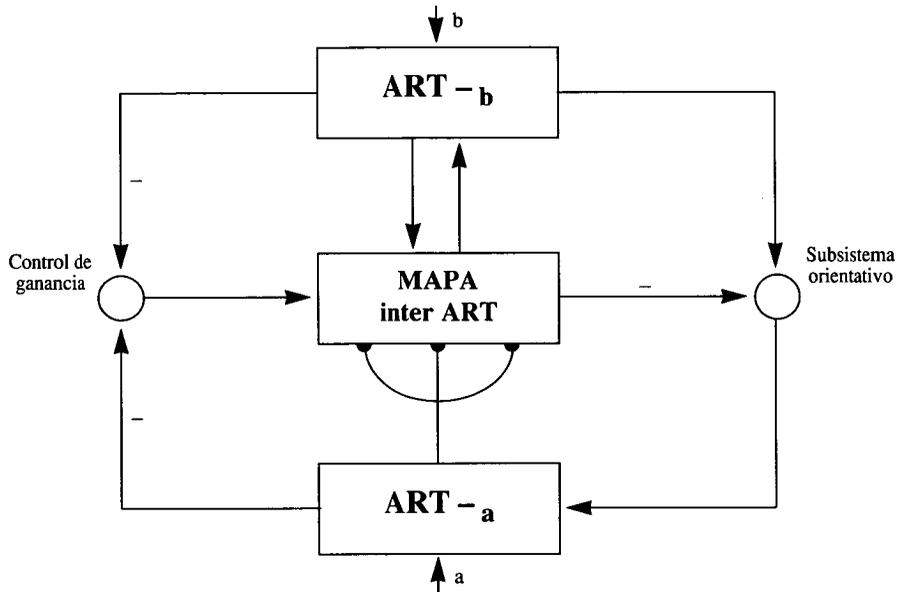


FIG. 15. Diagrama de bloques de un sistema ARTMAP.

El sistema ARTMAP está diseñado para de forma conjunta *maximizar* la generalización y *minimizar* los errores predictivos, con condiciones de *aprendizaje rápido en tiempo real* en respuesta a una secuencia aleatoria de los patrones de entrada. Cada sistema ARTMAP aprende a hacer predicciones exactas rápidamente, en el sentido de que usa poco tiempo de cálculo; eficientemente en el sentido de usar pocos patrones de entrenamiento; y de forma flexible, en el sentido de que en aprendizaje estable permite aprendizajes nuevos, sin borrar los conocimientos previos, hasta la capacidad total de la memoria. En una red ARTMAP, la capacidad de la memoria puede ser elegida arbitrariamente grande sin sacrificar la estabilidad del aprendizaje rápido.

Las entradas a cada uno de estos módulos van a ser, respectivamente, un vector a clasificar (en el módulo ART-a) y la categoría a la cual pertenece (en el módulo ART-b), durante la fase de entrenamiento. Y durante la

fase de test tan sólo presentaremos un patrón de entrada en el módulo ART-a, recibiendo la categoría a la que pertenece en el módulo ART-b.

La arquitectura se completa con un mecanismo de control que nos va a servir para tener en cuenta los casos de discrepancia entre la catalogación que el sistema proporciona en un principio y el valor de supervisión.

En cada ciclo de aprendizaje, y debido a la presentación de los vectores de entrada a los módulos ART-a y ART-b, habremos llegado a la activación de dos unidades del nivel F_2 que ha catalogado dichas entradas. Tendremos por tanto activadas una unidad de ART-a y otra de ART-b. A través del campo inter ART la activación de una unidad de ART-a nos lleva a la predicción de una unidad en el campo F_2 de ART-b. Si la unidad predicha y la unidad realmente activada coinciden, se produce un refuerzo de los pesos adaptativos del campo inter-ART que nos han llevado a esa predicción. Si la predicción y la supervisión no coinciden, se dispara el mecanismo de RESET inter-ART que hace que se eleve el parámetro de vigilancia en ART-a y se proceda a hacer una nueva catalogación de la entrada que ha causado la disparidad, volviéndose a efectuar el ciclo anterior. Este mecanismo permite que el sistema consiga un máxima generalización, y a la vez sea capaz de asumir las excepciones que requieren una catalogación más fina.

4.4. ARQUITECTURA FUZZY ARTMAP

La arquitectura Fuzzy ARTMAP fue propuesta por Carpenter, Grossberg y sus colaboradores en 1991. Responde a una síntesis de la lógica borrosa y de la Teoría de Resonancia Adaptativa (ART). La red Fuzzy ARTMAP también usa una regla de aprendizaje Minimax que de forma conjunta minimiza los errores predictivos y maximiza la generalización. Esto se logra mediante un proceso de rastreo que incrementa el parámetro de vigilancia ART en la cantidad mínima necesaria para corregir el error predictivo. Se previene la proliferación de categorías normalizando los vectores de entrada en un nivel de preprocesamiento. El aprendizaje es estable porque todos los pesos adaptativos sólo pueden decrecer en el tiempo. El decrecimiento de los pesos se corresponde a aumento de tamaño de las categorías. Un pequeño valor de vigilancia nos lleva a categorías mayores.

Esta arquitectura no es más que una generalización de la arquitectura ARTMAP, sin más que sustituir los módulos ART-1 por módulos Fuzzy ART, donde los módulos ART-1 están descritos mediante operaciones de conjuntos clásicos, y los Fuzzy ART lo están mediante operaciones de conjuntos borrosos.

El funcionamiento del sistema se divide en dos fases:

1. Fase supervisada: durante la cual proporcionaremos al sistema pares de vectores $\{a,b\}$. Se entiende que el vector b es la salida que desea-

mos nos proporcione el sistema cuando a éste se le presenta la entrada a .

2. Fase no supervisada: o de funcionamiento normal, en la cual proporcionamos al sistema los vectores a y esperamos que nos responda con vectores b que sean coherentes con el aprendizaje efectuado en la primera fase.

Como se muestra en la figura 16, está compuesta de dos módulos Fuzzy ART: Fuzzy ART-a y Fuzzy ART-b, relacionados entre sí mediante un mapa asociativo denominado mapa inter ART: F^{ab} . El mapa inter-ART se usa para predecir asociaciones entre categorías y para realizar la regla de rastreo. Se completa la arquitectura con un mecanismo de control denominado RESET inter ART cuyo funcionamiento es análogo a su homólogo en la arquitectura ARTMAP.

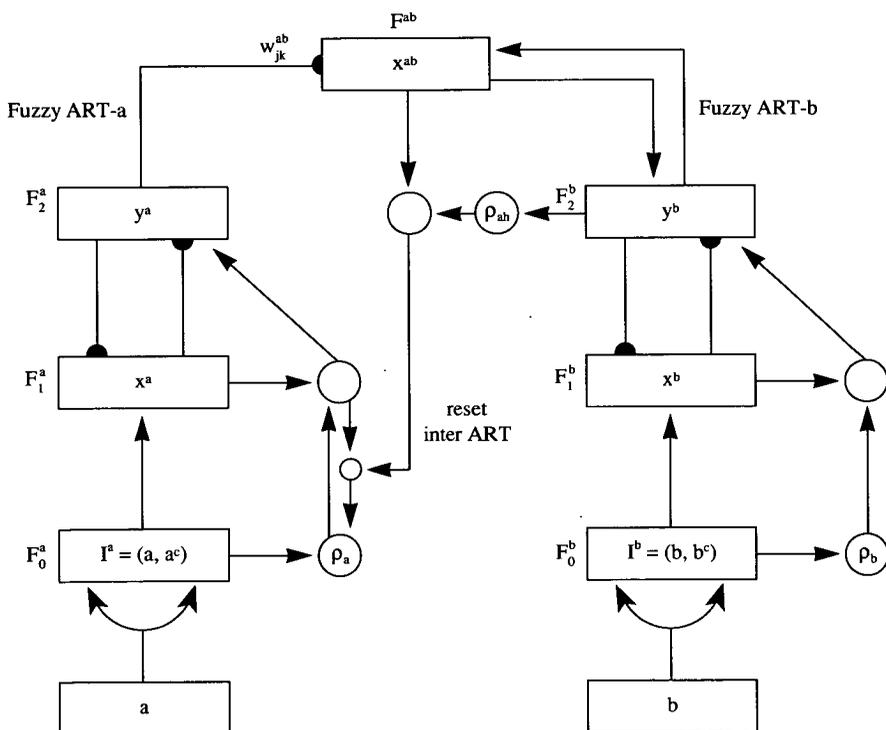


Fig. 16. Arquitectura Fuzzy ARTMAP.

El preprocesador de la Fuzzy ART-a transforma el vector de dimensión M_a a en el vector de dimensión $2-M_a$: $I^a = (a, a^c)$ en el nivel F_0^a . I^a es el vector de entrada al nivel F_1^a de la red Fuzzy ART-a. De forma análoga, la entrada al F_1^b es el vector (b, b^c) . Cuando una predicción hecha por Fuzzy ART-a no es confirmada por Fuzzy ART-b, la inhibición de la activación

del mapa inter-ART induce el proceso de rastreo. El proceso de rastreo provoca un aumento del parámetro de vigilancia del módulo Fuzzy ART-a, ρ_a , hasta ajustar el parámetro de similitud de F_I^a a F_O^a por encima de $|x^a|/|I^a|$. Esto provoca una búsqueda en el módulo Fuzzy ART-a que lleva la activación a otra categoría que prediga correctamente b .

5. INVERSION EN STOCKS

5.1. ¿ES EL APROVISIONAMIENTO EN LA EMPRESA UN PROBLEMA?

El proceso de producción precisa del suministro de ciertos tipos de materiales en determinados momentos. El suministro sólo podrá ser garantizado, en principio, si se cumple el supuesto de que la empresa tiene en su mano, y no se halla en la de sus proveedores, la posibilidad de recibir un determinado tipo y cantidad de materiales en cada momento.

Surge así la necesidad de establecer un programa eficaz de entregas de materiales al proceso productivo, ya que en caso contrario podría encontrarse ante una situación de inactividad que implicaría soportar unos costes de inacción de los otros factores productivos entre los que destacan la mano de obra y los equipos industriales.

Esta incidencia en los costes, como consecuencia de un deficiente aprovisionamiento de los materiales, ha intentado subsanarse con la acumulación de unas cantidades de materiales en el ámbito interno de la empresa formando unos almacenes. Con ello se trata de conseguir que las deficiencias en los suministros desde el exterior no incidan o quede minimizada su incidencia en el proceso de fabricación.

Desde el punto de vista formal, la creación de los almacenes ha permitido separar un problema complejo en dos partes: la primera trata de la adquisición de materias primas o productos semielaborados al exterior, y la segunda del suministro desde los almacenes de la propia empresa hasta las líneas de fabricación, quedando así como centro y eje de esta función de aprovisionamiento la existencia de unos stocks de materias primas y productos semielaborados cuyo objeto es, precisamente, el normal funcionamiento del proceso de producción.

En este planteamiento pueden ser consideradas tres fases relativas a la función general de aprovisionamiento de materiales para la producción. La primera hace referencia a la compra, cuyo reflejo físico consiste en una entrada de materias primas y productos semielaborados a los almacenes. La segunda se refiere al volumen de existencias en el almacén, es decir, a los stocks. La tercera lleva consigo un flujo desde los almacenes hasta las secciones de producción.

El funcionamiento físico del almacén consiste en un movimiento de materiales en dos sentidos. Por una parte tienen lugar la entrada procedente del exterior de la empresa y por otra un flujo que va desde el almacén hasta el proceso de producción.

Una vez establecidos los programas de necesidades, se exige el mantenimiento de unas determinadas existencias que físicamente están formadas por los stocks de los almacenes. Cuando se plantea en términos generales el problema de los stocks queda de manifiesto que existen, en el ánimo del empresario, dos impulsos contrapuestos en relación con la magnitud de los mismos. En un sentido, el empresario tiende a disponer de la mayor cantidad posible de materiales para que, en todo momento, pueda poner a disposición de los centros usuarios las cantidades que por ellos le sean demandadas. Pero por otra parte, sin embargo, el mantenimiento de un depósito con elevadas cantidades exige el desembolso de masas monetarias que, evidentemente, comportan un coste por el interés del capital, así como la necesidad de poseer unos edificios y una organización suficiente para poder custodiarlos.

Con esta manera intuitiva de enfocar el problema surge la necesidad de encontrar un equilibrio de contraposición que deberá satisfacer determinadas condiciones para que pueda ser considerado como un óptimo económico.

Es evidente que la gestión de stocks en la empresa no se limita a la tarea de conseguir unos materiales para la producción o para la venta, sino que, dado que los stocks constituyen en esencia una inmovilización financiera equiparable a la realizada en equipos industriales o en acciones, constituye, en cierto modo, un problema financiero. La diferencia con los otros elementos productivos se halla en el plazo de la inmovilización.

Los empresarios mantienen los stocks de materiales cuando podrían colocar en otras cosas el dinero así inmovilizado por cuatro razones fundamentales:

1. La existencia de la actividad productiva hace inevitable que se mantenga un cierto volumen de stocks.
2. Una actitud de prudencia en relación a un futuro que se considera incierto dado que en muchos casos no es posible prever la demanda de productos con exactitud, además de salvaguardar la posibilidad de que un proveedor no cumpla los plazos de entrega. Solamente en contadas ocasiones se puede prescindir de un stock de seguridad cuando las materias primas son obtenidas inmediatamente sin coste excesivo, o bien la ruptura de stocks o el retraso de los pedidos no entrañaran coste alguno.
3. El aspecto especulativo surge cuando se espera un aumento rápido de los precios o existe una expectativa de aumento en las ventas futuras, con lo que se da la posibilidad de obtener un beneficio por las modificaciones de los parámetros citados.
4. El aprovechamiento de condiciones de precio ventajosas al emitir órdenes de pedido mayor.

Se pone así de manifiesto la necesidad de un coste por el almacenamiento de materiales, cuyo objetivo consistirá en mantener un nivel de ser-

vicio tendente a la obtención de un beneficio para la empresa. Por ello será necesario el tratamiento formal del problema de los stocks para conseguir la optimización de las magnitudes económicas que le afectan.

5.2. LA GESTIÓN DE STOCKS EN LA EMPRESA

Se ha comprobado que en los grandes almacenes que trabajan con una gran variedad de artículos, los productos que representan un menor porcentaje del número de artículos son los que representan un mayor tanto por ciento del valor invertido.

Obtenemos una curva, figura 17, en la que representamos la cantidad de stocks frente a su valor económico, denominada *curva de Pareto o ABC*.

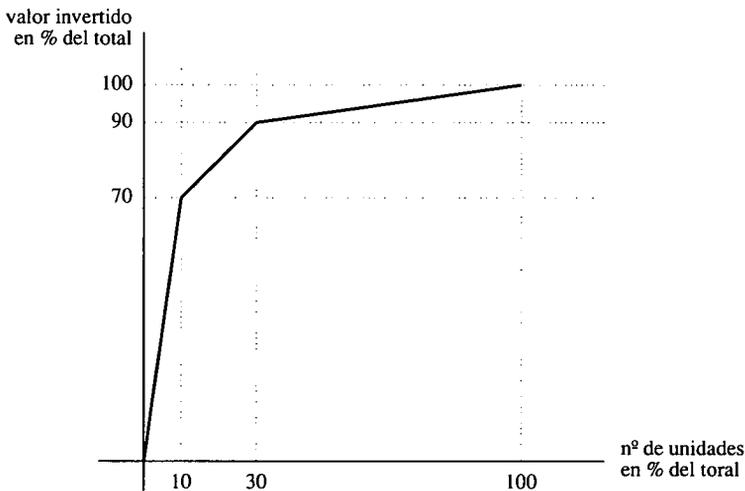


FIG. 17. Curva ABC.

Se observa cómo podemos dividir los stocks en tres tipos fundamentales:

1. *Tipo A*: valor monetario elevado. El 10% del número de unidades en el almacén representan el 70% del valor total invertido en stocks.
2. *Tipo B*: valor económico medio. El 20% del número de unidades almacenadas representan el 20% del valor total invertido en stocks.
3. *Tipo C*: valor monetario bajo. El 70% del número de unidades en el almacén representa el 10% del valor total invertido en stocks.

Con este sistema de control de los inventarios se persigue dar un trato diferente a cada uno de los tres artículos. En el tipo A nos encontramos con artículos de mucha importancia en el valor total de las inversiones en stocks. Sobre estos se ha de realizar un fuerte control ya que se incurre en costes elevados pues el número de artículos es muy limitado. En el tipo B situamos los artículos con un valor intermedio por lo que el control sobre

estos se hará de forma global. Por último, en el tipo C aparecen los artículos de menor valor de stock aunque representen el 70% de las unidades del stock. Por su poco valor serán objeto de menos cuidado que los otros dos grupos.

Los factores más importantes que intervienen en el problema son los siguientes:

- el *conocimiento de la demanda futura*, D ,
- el *tiempo de suministro*, T_s , que definiremos como el intervalo de tiempo que transcurre entre el momento en que se solicita un pedido y el instante de llegada.
- y los costes que a su vez se pueden considerar de diferentes tipos: *coste de adquisición*, c_a , *coste de emisión de un pedido*, c_e , *coste de posesión*, c_p , *coste de ruptura*, c_R , *coste de sobrealmacenamiento*, c_s .

5.3. APLICACIÓN DE LOS N° BORROSOS A LA GESTIÓN DE STOCKS

Partiendo del supuesto de demanda constante se puede incorporar la noción de borrosidad, cuando se parte de que tanto c_e , como c_p no son conocidos con nitidez, lo cual sucede en una gran cantidad de situaciones reales. Se puede admitir entonces que c_e y c_p son números borrosos y que para mayor facilidad toman la forma triangular. Serán pues:

$$\begin{aligned}\tilde{c}_e &= (C_{1e}, C_{2e}, C_{3e}) \\ \tilde{c}_p &= (C_{1p}, C_{2p}, C_{3p})\end{aligned}$$

Como dijimos en el capítulo de subconjuntos borrosos, el que los números borrosos c_e y c_p sean triangulares, no implica que los sean \tilde{c}_e/\tilde{c}_p , ni $\tilde{c}_e \cdot \tilde{c}_p$. Para obtener los números borrosos Q , T y Γ deberá realizarse el cálculo para los α -cortes con independencia de que se puedan obtener los citados números borrosos triangulares, mediante aproximación cuando el proceso resulte evidentemente válido.

Resulta evidente como la utilización de datos borrosos puede extenderse también al caso de que haya unos datos aleatorios y otros borrosos, permitiendo la introducción de números aleatorios borrosos y en otros problemas de números híbridos (Gil Aluja, 1986).

6. APLICACION DE LAS REDES NEURONALES A LA GESTION DE STOCKS

Vamos a tratar de aplicar las redes neuronales a la gestión de stocks a través de los números borrosos. Además nos proponemos que el funcionamiento del sistema sea rápido, para una posible implantación en la empresa en tiempo real y con el menor índice posible de errores. Para ello usaremos una red Fuzzy Artmap, por la posibilidad que tiene este tipo de arqui-

ectura en el procesamiento de datos borrosos, así como su aprendizaje supervisado a partir de módulos ART no supervisados.

Cada almacén puede tener diferentes criterios en el momento de seleccionar las variables más importantes en la gestión de sus stocks, así como a la hora de realizar pedidos de materiales y de restricciones en dichos pedidos. Las variables que hemos tomado como características de nuestro problema de gestión de stocks son las más comunes para una posterior ampliación y particularización a cualquier almacén que quiera implantar este sistema, sin más que realizar una pequeña variación en la entrada de datos.

Estas variables son las necesarias para el caso más simple de gestión de stocks: el de sólo compras y sin ruptura. Este caso en que no está permitida la ruptura puede considerarse adecuado para aquellas empresas en las cuáles una falta de suministro les ocasione grandes pérdidas económicas, debido a paros en la producción o a pérdidas de posibles futuros clientes. Son las siguientes:

- d : demanda diaria,
- T_s : tiempo de suministro del proveedor,
- S : stock en el momento del recuento,
- c_e : coste de emisión del pedido y
- c_p : coste de posesión de los materiales en el almacén

Estas variables son consideradas todas números borrosos, excepto el stock en el momento del recuento que evidentemente aunque variable a lo largo de la semana es una variable conocida. El resto de variables en su mayor parte son variables estimadas, por lo que el experto nos suministrará un valor mínimo y otro máximo, ambos en teoría con probabilidad cero de alcanzarse, así como el valor más probable.

Además para cada uno de estos patrones de entrada, el experto nos suministrará su decisión acerca de la cantidad de material a pedir y el tiempo entre cada pedido. Estos también serán datos borrosos, que al igual que los anteriores simularemos con un número triangular del que el experto dará el valor mínimo, el máximo y el de máxima probabilidad basándose en su conocimiento del entorno, por lo cual no será necesaria ninguna justificación adicional.

Como se ve claramente, las variables seleccionadas como características no tienen todas las mismas dimensiones y por lo tanto no son comparables de manera directa. Por ejemplo, la demanda diaria está dada en unidades, mientras que el tiempo de suministro lo está en días y los costes vienen dados en unidades monetarias. Por esto será necesaria una fase de preprocesamiento de los datos, en la cual se utilizan funciones heurísticas para la transformación de todos los datos iniciales en parámetros adimensionales. Para ello, damos unos referenciales y a ellos vamos refiriendo los valores de cada una de las variables en tanto por ciento. En definitiva, lo que hacemos es una normalización de los datos de entrada antes de su introducción a la red.

La red que usaremos para la implementación de nuestro problema es la arquitectura Fuzzy ARTMAP. Responde a una síntesis de la lógica borrosa y de la Teoría de Resonancia Adaptativa (ART).

6.1. FUNCIONAMIENTO GLOBAL DE LA RED

Se realiza un preprocesamiento de las entradas mediante el uso de código complementario, lo cual evita la proliferación de categorías, además de provocar también una normalización de las entradas conservando las características de amplitud individual de las componentes de las entradas.

El funcionamiento del sistema se divide en dos fases:

1. *Fase supervisada*: durante la cual proporcionaremos al sistema pares de vectores $\{a,b\}$. Se entiende que el vector b es la salida que deseamos nos proporcione el sistema cuando a éste se le presenta la entrada a . Durante esta fase es cuando será necesaria la intervención del experto, el cuál nos proporcionará la salida deseada ante una determinada entrada. Estas dos entradas se presentarán al sistema de forma normalizada y se deja evolucionar a la red, produciéndose la adaptación de los pesos y la clasificación de las entradas en categorías.
2. *Fase no supervisada*: o de funcionamiento normal, en la cual proporcionamos al sistema los vectores a y esperamos que nos responda con vectores b que sean coherentes con el aprendizaje efectuado en la primera fase.

Durante la fase de aprendizaje, dependiendo del parámetro de vigilancia que hayamos fijado para el modelo Fuzzy ART-b, ρ_b , se formará un mayor o menor número de categorías. Si tomamos un valor elevado tienden a producirse muchas categorías, debido a que la red obliga a buscar una nueva categoría ante pequeñas discrepancias entre el patrón de entrada y el prototipo esperado para la categoría elegida, mientras que si el parámetro no es muy alto, tienden a producirse menos categorías, agrupando algunas de las categorías anteriores y en las que se reúnen patrones de entrada que presentan diferencias considerables entre sí. Del mismo modo, en Fuzzy ART-b se producirá también una agrupación de entradas en diferentes categorías dependiendo del parámetro de vigilancia impuesto ρ_b .

Cuando estemos en la fase de predicción podemos prescindir totalmente de la ayuda del experto humano. Se supone que la red ha aprendido ya, y será ella la que aporte la decisión de la cantidad a pedir dependiendo de las condiciones de entrada introducidas.

Aunque el sistema así descrito parece sencillo de resolver, la dificultad aumenta con el número de variables a tratar en el problema, de forma que aunque un problema de stocks sencillo puede tratarse de forma analítica, según aumenta el número de variables su tratamiento se escapa de las

posibilidades de los ordenadores convencionales, sobre todo si las variables que introducimos son cualitativas.

6.2. DATOS A INTRODUCIR

Recordemos que en el aprendizaje las entradas de la red son los datos sobre la demanda esperada, el tiempo esperado de suministro, el stock disponible en el momento del pedido y los costes de emisión y de posesión, además de la cantidad a pedir de material y el tiempo entre pedidos, estos dos últimos datos propuestos por el experto.

Como vimos anteriormente las variables que introduciremos serán:

- d_{min} : demanda mínima diaria,
- d_{mp} : demanda diaria más probable,
- d_{max} : demanda máxima diaria,
- $T_{s,min}$: tiempo de suministro del proveedor mínimo,
- $T_{s,mp}$: tiempo más probable de suministro del proveedor,
- $T_{s,max}$: tiempo de suministro del proveedor máximo,
- S : stock en el momento del recuento,
- $c_{e,min}$: coste mínimo de emisión del pedido,
- $c_{e,mp}$: coste más probable en la emisión del pedido,
- $c_{e,max}$: coste máximo de emisión del pedido,
- $c_{p,min}$: coste mínimo de posesión de los materiales,
- $c_{p,mp}$: coste más probable de posesión de los materiales
- $c_{p,max}$: coste máximo de posesión de los materiales.

De esta forma vemos como el adiestramiento de la red se produce introduciendo vectores de dimensión trece al módulo Fuzzy ART-a por una parte y presentando para cada uno de ellos un vector con seis parámetros que nos indicarán:

- Q_{min} : cantidad mínima a pedir,
- Q_{mp} : cantidad más probable,
- Q_{max} : cantidad máxima,
- T_{min} : tiempo mínimo para el siguiente pedido,
- T_{mp} : tiempo más probable y
- T_{max} : tiempo máximo.

al módulo Fuzzy ART-b, dados por el experto.

Una vez entrenada la red con estos casos, necesitamos comprobar su eficiencia a la hora de decidir por sí misma la gestión de stocks. Para hacer esto, introduciremos a la red un conjunto de casos lo suficientemente significativos como para comprobar su correcto funcionamiento sin ayuda exterior.

7. CONCLUSIONES

Se ha pretendido desarrollar una nueva metodología de tratamiento para dar solución a un problema ampliamente estudiado y de importancia

empresarial, pero no tratado con la suficiente profundidad y problemática que el mundo de la empresa requiere, mediante la integración de redes neuronales y los subconjuntos borrosos.

Los subconjuntos borrosos aplican la estructura del pensamiento humano a una nueva lógica para un mejor aprovechamiento de sus capacidades, en vez de limitarse a las relaciones bivalentes on-off o blanco-negro de la lógica clásica.

Las redes neuronales son un conjunto de elementos de cálculo unidos en paralelo altamente conectados mediante pesos adaptables por una regla de aprendizaje especificada.

En particular, la red usada, basada en la teoría de la resonancia adaptativa, ha resuelto el dilema estabilidad-plasticidad por lo que es suficientemente estable como para salvaguardar el aprendizaje pasado más significativo, pero a su vez es lo suficientemente adaptable como para permitir la incorporación de nueva información cuando ésta aparezca.

La aplicación de estos dos conceptos a la gestión de stocks puede contribuir a una mayor competitividad en la empresa por las siguientes razones:

- El ahorro económico que supone, debido a los importantes costes asociados a tener materiales en el almacén, que se ven agravados por el deterioro y la falta de uso.
- Una gestión eficaz, con el consiguiente aumento en la fabricación lo que nos hace ser más competitivos en el mercado actual.
- El control automático y en tiempo real de las existencias disponibles en todo momento en el almacén, así como las cantidades necesarias a pedir y el tiempo aproximado para la realización del siguiente pedido.

Una característica adicional de este trabajo es su posterior posible aplicación a diferentes campos de la gestión de las empresas, y que actualmente se realiza sin unas herramientas adecuadas en la mayoría de los casos, como pueden ser la renovación económica de equipos y las decisiones de inversión.

BIBLIOGRAFIA

- Alspector, J. and Allen, R. B. (1987): «A neuromorphic VLSI learning system». *Advanced Reserarch in VLSI: Proceedings of the 1987 Stanford Conference*, M.I.T. Press. Cambridge.
- Carpenter, G. A. and Grossberg, S. (1998): «The ART of Adaptative Pattern Recognition by a Self-Organizing Neural Network». *IEEE Computer*, March, 77-88.
- Carpenter, G. A., Grossberg, S. and Rosen, D. B. (1991). «Fuzzy ART: Fast Stable Learning and Categorization of Analog Patterns by an Adaptive Resonance System». *Neural Networks*, 4: 759-771.
- Carpenter, G. A., Grossberg, S. and Reynolds, J. H. (1991): «ARTMAP: Supervised Real-Time Learning and Classification of Nonstationary Data by a Self-Organizing Neural Network». *Neural Networks*, 4: 565-588.

- Carpenter, G. A., Grossberg, S., Markuzon, N., Reynolds J. H., and Rosen, D. B. (1991): «Fuzzy ARTMAP: A Neural Network Architecture for Incremental Supervised Learning of Analog Multidimensional Maps». *Technical Report CAS/CNS-TR-91-016*.
- Cox, E., (1993). «Adaptive Fuzzy Systems, (Advance Technology & Controls)». *IEEE Spectrum*, 27-31.
- Fukushima, K. (1975): «Cognitron: A self-organizing multilayered neural network». *Biological Cybernetics*, vol 20, 121-136.
- Gil Aluja, J. (1986): «Introducción de la teoría de los Subconjuntos Borrosos a la Gestión de Empresas» Ed. Milladoiro, Santiago de Compostela
- Hecht-Nielsen, R., (1991): *Neurocomputing. Addison-Wesley Publishing Company, New York*.
- Hinton, G. E., Sejnowski, T. J. and Ackley, D. H. (1984): «Boltzman machines: constrain satisfaction networks that learn». *CMU Technical Report*.
- Hinton, G.E., Sejnowski, T.J. and Ackley, D. H. (1985): «A learning algorithm for Boltzman machines». *Cognitive Science*, 9: 147-169.
- Hopfield, J. J., and Tank, D. W. (1985): «Neural computation of decisions in optimization problems». *Biological Cybernetics*, 52: 141-152.
- Kohonen, T.: *Learning vector quantization for pattern recognition*, (Tech. Rep. N° TKK-F-A601). Finland: Helsinki, University of Technology.
- Kohonen, T. (1988): «An Introduction to Neural Computing». *Neural Networks*, 1: 3-16.
- Kosko, B. (1992): «Neural Networks and Fuzzy Systems. A dynamical systems approach to machine intelligence». *Prentice-Hall International, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey*.
- Lisboa, P. G. J. (1992): *Neural Networks. Current applications*. Chapman & Hall, London.
- McCulloch, W. S. and Pitts, W. (1943): «A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity». *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 9: 127-147.
- Steinbuch, K. (1961): «Die Lemmatrix» *Kybernetik*, 1: 36-45.
- Zadeh, L (1965): «Fuzzy Sets». *Information and Control*, 8: 338-353.