CAMBIO TECNOLOGICO ENDOGENO Y CRECIMIENTO A MUY LARGO PLAZO. DINAMICA DE LA TRANSICION AL CRECIMIENTO CERO

Pablo Alvarez de Toledo
José Teba

RESUMEN.—En este trabajo se utiliza un modelo estándar de dos sectores (producción convencional e I+D) en el que el progreso tecnológico depende del nivel ya alcanzado. La forma que adopte esta dependencia da lugar a distintos tipos de crecimiento, de los que el que parece ajustarse mejor a la experiencia histórica, es el correspondiente al modelo que supone dificultad creciente del progreso tecnológico. En este caso, la desaceleración del crecimiento de la población implicaría la convergencia de la economía mundial a una senda de crecimiento cero. Del análisis realizado se deduce que la transición sería larga y permitiría alcanzar altos niveles de renta per cápita en relación al inicial.

1. INTRODUCCION

En una perspectiva histórica mundial a muy largo plazo el crecimiento económico y demográfico se ha ido acelerando desde los orígenes de la humanidad hasta mediados del siglo actual, momento en el que podría haberse alcanzado un punto de inflexión, iniciándose una desaceleración, al menos por lo que respecta a la población. Tasas de crecimiento del producto y la población entre el 1% y el 3% sostenidas durante bastantes décadas, que actualmente resultan normales, parecen haber sido inalcanzables hasta la Revolución Industrial. Explicar cómo se determinan estas tasas de crecimiento, si los valores que pueden alcanzar tienen límites, las razones de la aceleración histórica pasada y los factores de que dependerá su evolución futura, constituyen temas ya clásicos de la teoría del crecimiento económico y otras disciplinas relacionadas (demografía, ecología, historia de la tecnología y de las instituciones...).

Existe una larga tradición, y no sólo en el ámbito de la economía, de puntos de vista contrapuestos sobre las posibilidades de crecimiento y su deseabilidad. Como muestra Hughes (1985), ya desde la antigüedad se pueden encontrar planteamientos que implican, más o menos explícitamente, que el crecimiento tiene o *debe* tener límites bastante estrictos. A este punto de vista se contraponen, a partir sobre todo de la Revolución Industrial y hasta la actualidad, planteamientos en los que aparece como posible y deseable un crecimiento cuyos límites están todavía muy lejos de alcanzarse, si es que existen.

Desde los economistas clásicos, la economía se ha ocupado de desarrollar y analizar algunos elementos relevantes en este debate, entre los que cabe destacar el papel del progreso técnico como motor del crecimiento y el de los rendimientos decrecientes como factor limitador del mismo. El modelo neoclásico de Solow (1956, 1957) incluye ambos elementos, formalizando la contribución del progreso técnico bajo la denominación A que se generaliza a partir de entonces. Bajo los supuestos del modelo, se puede mostrar que la simple acumulación de capital sin progreso técnico, no permite un crecimiento sostenido a largo plazo del producto por unidad de trabajo ni, por tanto, del nivel de renta per cápita. El progreso técnico es el factor fundamental que permite dicho crecimiento, pero en el modelo original de Solow queda inexplicado, suponiéndose simplemente que A crece a una tasa exógena dada.

Para superar esta limitación, ya durante los años 60, autores como Shell, Nordhaus, Phelps, Arrow, Sheshinski o Uzawa, desarrollaron modelos en los que el progreso tecnológico, o las variaciones de A, se determinan endógenamente como resultado de actividades de I+D, aprendizaje o educacionales (la distinción entre conocimientos tecnológicos con carácter no rival y capital humano con carácter rival, no parece estar entonces claramente establecida). Tras el resurgir de la investigación en el campo del crecimiento económico a mediados de los años 80, se desarrollaron modelos con cambio tecnológico endógeno más completos, incorporando en un equilibrio general dinámico, estructuras de mercado no competitivas (competencia monopolística, patentes) que permiten remunerar la actividad de I+D. Entre las referencias de este tipo más usuales están Romer (1990), Grossman y Helpman (GH) (1991) y Aghion y Howitt (AH) (1992).

En los modelos que incorporan los determinantes de la evolución temporal de A, su incremento por unidad de tiempo, $\dot{A}$, depende en general del nivel de A ya alcanzado[1]. Según se expondrá en la sección 2, si esta dependencia se expresa mediante un factor multiplicativo de la forma A^{ϕ}, el valor que tome ϕ (elasticidad de $\dot{A}$ respecto a A) es uno de los factores clave, junto con el crecimiento de la población, del tipo de crecimiento (explosivo, sostenido, cero...) a que se tiende. La mayoría de los modelos, y en particular los anteriormente citados de Romer/GH/AH, corresponden al caso $\phi=1$, lo que, en sus modelos con población constante, hace que se tienda al crecimiento equilibrado. Jones (1995a, 1995b) y Kremer (1993) consideran que el supuesto $\phi=1$ es arbitrario y defienden el supuesto alter-

1 Véase, por ejemplo, Romer (1994).

nativo $\phi<1$, mostrando que, con una tasa de crecimiento de la población positiva, también se tiende a una senda de crecimiento equilibrado alternativa. Si la población es constante o su crecimiento tiende a cero, los modelos tipo Jones-Kremer implican que el crecimiento económico (del producto o renta per cápita, en particular) también tiende a cero.

En la sección 2 de este trabajo se estudia el crecimiento con cambio tecnológico endógeno y, mediante un modelo estándar de dos sectores (producción convencional e I+D), se analiza, siguiendo un planteamiento parecido al de D. Romer (1996) la relación entre los valores de los distintos parámetros (especialmente ϕ) y los distintos tipos de crecimiento. En la sección 3 se comparan los distintos casos examinados en la sección anterior con algunos de los «hechos estilizados» que muestra la experiencia histórica. En la sección 4 se analiza la dinámica de la transición al crecimiento cero que se da en un modelo del tipo Jones-Kremer cuando la población tiende a estabilizarse, prestando especial atención a la rapidez con que las distintas tasas de crecimiento tienden a cero y los niveles que alcanzan las variables en relación al inicial. En la sección 5 se exponen las conclusiones obtenidas.

2. MODELOS DE CRECIMIENTO CON CAMBIO TECNOLOGICO ENDOGENO

Los modelos de crecimiento en los que se incluyen los procesos (I+D, aprendizaje...) que determinan la evolución de la tecnología se han denominado modelos con *cambio tecnológico endógeno.* El modelo que se utilizará en este trabajo es un modelo de este tipo, aunque también incluye el cambio tecnológico exógeno como un caso particular.

En la literatura sobre crecimiento económico ha jugado un papel central, la variable, designada normalmente como A, que suele aparecer formando parte de una función de producción:

$$Y = F(A, F_i), \ con \ F_i = L, K, H... \qquad [1]$$

donde Y es el producto y F_i los demás factores distintos de A que se consideren en cada caso: trabajo L, capital K, capital humano H, etc.

El significado de A ha tenido interpretaciones diversas, no siempre equivalentes: productividad total, efectividad del trabajo, tecnología, conocimiento, ideas, diseños, residuo.... En la formulación particular de [1] que se expondrá posteriormente, A representa la *efectividad del trabajo asociada al nivel tecnológico alcanzado por la economía.* Dicho nivel se refiere a los conocimientos tecnológicos de que dispone la economía en conjunto y que tienen carácter no-rival, a diferencia de los que haya adquirido en particular cada trabajador (capital humano) que tienen carácter rival[2]. El

2 Véase, por ejemplo, Romer (1990).

capital humano puede incluirse en la función de producción como un factor distinto H o bien considerando que K incluye el capital físico y humano[3].

El papel primordial del factor A dentro del crecimiento económico ha sido puesto repetidamente de manifiesto en numerosos estudios. Por ello tiene gran importancia el análisis de los factores determinantes de su evolución. Entre los distintos enfoques desarrollados los más frecuentes son:

— Considerar que A viene dado *exógenamente*, sin entrar por tanto en el análisis de sus factores determinantes. Por ejemplo, en el modelo neoclásico original de Solow (1956) se supone que A se incrementa exponencialmente a una tasa g dada.

— Enfoques en los que las variaciones de A se deben al *aprendizaje* («learning by doing») o experiencia adquirida en el desarrollo de determinadas actividades no dirigidas específicamente a la obtención de nuevos conocimientos o tecnologías. Un caso considerado con frecuencia es el del aprendizaje obtenido en la formación de capital o proceso de inversión (se aprendería al «hacer máquinas»). Pero también se podría considerar el aprendizaje a que daría lugar el trabajo empleado en la producción de cualquier tipo de bienes o incluso el derivado de la simple «experiencia vital» (aprendizaje casual fuera incluso del trabajo).

— Enfoques en los que las variaciones de A se deben al progreso técnico obtenido como resultado de una actividad específica de *investigación y desarrollo (I+D)*.

Formalmente, para modelar la evolución de A puede utilizarse una *función de producción de conocimientos*[4] análoga a la función de producción convencional [1]:

$$\dot{A} = F(A, F_A) \qquad [2]$$

donde F_A representa los demás factores distintos de A que se consideren en cada caso: trabajo empleado en I+D, actividad de aprendizaje, etc. La presencia de A dentro de la función indica que su incremento por unidad de tiempo, $\dot{A}$, depende del nivel ya alcanzado a igualdad de los demás factores. La forma de esta dependencia tiene importancia como se verá más adelante.

Las ecuaciones [1] y [2] admiten múltiples formas particulares. Siguiendo una formulación análoga a las empleadas por Jones (1995a, 1995b), Kremer (1993) y D. Romer (1996), en lo que sigue se considerará

3 Véase, por ejemplo, Barro y Sala-i-Martin (1995).

4 Se emplea la expresión *función de producción de conocimientos* por encontrarse ya, con análogo significado en otros trabajos (como Jones (1995b) o D. Romer (1996)). Sin embargo, en el contexto más general de la ecuación [2], en el que representa los factores determinantes de la evolución de A, ya sean debidos a una actividad de I+D, al aprendizaje o se consideren exógenos, podría ser más adecuada otra denominación como, por ejemplo, *función de progreso técnico.*

una economía con dos sectores: uno en el que se obtiene el producto Y y otro (I+D) que permite incrementar el nivel tecnológico asociado a A. El primero se rige por la forma particular de [1]:

$$Y = K_Y^{\alpha}(A\ L_Y)^{1-\alpha},\ 0 < \alpha < 1 \qquad [3]$$

que es una función de producción macroeconómica tipo Cobb-Douglas con progreso técnico aumentativo del trabajo, donde K_Y y L_Y son las cantidades de capital y trabajo dedicadas a la obtención de Y. El sector de I+D se rige por la forma particular de [2]:

$$\dot{A} = g\ A^{\phi}\ L_A^{\lambda}\ K_A^{\gamma},\ g > 0,\ \lambda \geq 0,\ \gamma \geq 0 \qquad [4]$$

que es una función tipo Cobb-Douglas generalizada, donde g es una constante y L_A, K_A son las cantidades de trabajo y capital dedicadas a I+D. En general, los enfoques que relacionan la evolución de A tanto con la actividad de I+D como con el aprendizaje pueden dar lugar a una expresión del tipo [4], si bien el significado de L_A será distinto en cada caso: trabajo empleado en I+D, en formación de capital, trabajo total, población... En cualquier caso, si las proporciones entre éstos se mantienen, los resultados serán, probablemente, parecidos (de forma análoga, también será distinto en cada caso el significado de K_A). La ecuación [4] es equivalente a:

$$g_A = gA^{\phi-1}\ L_A^{\lambda}\ K_A^{\gamma} \qquad [5]$$

donde g_x significa la tasa de crecimiento de x (A en este caso).

Siendo el trabajo total $L \equiv L_A + L_Y$, el producto por unidad de trabajo[5] $y \equiv Y/L$, del que depende básicamente el nivel de renta per cápita, puede obtenerse a partir de [3]:

$$y = A\ a_L\ (a_K/Z)^{\alpha/(1-\alpha)} \qquad [6]$$

donde $a_L \equiv L_Y/L$ y $a_K \equiv K_Y/K$ son las proporciones de trabajo y capital dedicadas a la obtención de Y, siendo $K \equiv K_A + K_Y$, el capital total, y $z \equiv Y/K$ la relación producto-capital. En un plazo suficientemente largo, las variaciones de a_L, a_K y z serán generalmente mucho menores que las de A, de forma que el crecimiento de y dependerá básicamente del de A.

En el caso de que no se considere el capital ($\alpha=0$, $\gamma=0$) las ecuaciones [3], [4] y [5] se reducen a:

$$Y = A\ L_Y \qquad [7]$$

5 Debe tenerse en cuenta que el numerador (producto) no incluye el incremento de A, pero el denominador sí incluye el trabajo que esto requiere.

$$\dot{A} = gA^{\phi} L_A^{\lambda} \qquad [8]$$

$$g_A = gA^{\phi-1} L_A^{\lambda} \qquad [9]$$

También se obtienen unas ecuaciones análogas a las [7], [8] y [9] si se supone que se mantienen constantes a_L, a_K y z[6].

El significado de ϕ (elasticidad de $\dot{A}$ respecto a A) se relaciona con la medida en que el incremento de la efectividad del trabajo asociada al nivel tecnológico favorezca posteriores incrementos. Considérese por ejemplo el caso más simple correspondiente a la ecuación [9]. De ella se deduce que para mantener constante una g_A positiva o, lo que es equivalente según [7], la tasa a la que decrece el tiempo de trabajo necesario por unidad de producto, el trabajo empleado en I+D, L_A, deberá ser cada vez mayor, menor o mantenerse constante según que ϕ sea menor, mayor o igual a 1. Jones (1995a, 1995b) y Kremer (1993) consideran que el supuesto $\phi=1$ es arbitrario y, con argumentos teóricos y empíricos, defienden el supuesto alternativo $\phi<1$. Esto puede relacionarse con la complejidad y diversificación crecientes al alcanzar mayores niveles tecnológicos.

El significado de λ (elasticidad de $\dot{A}$ respecto a L_A) se relaciona según Kremer (1993) y Jones (1995b) con la existencia de economías o deseconomías de escala en la actividad de I+D en la medida en que un mayor esfuerzo investigador *simultáneo* pueda ser más efectivo (los trabajos se refuerzan unos a otros) o al contrario (por ejemplo por «duplicación» de trabajos).

El modelo se completa con los siguientes supuestos, que permiten exponer con gran sencillez los aspectos que interesa destacar en este trabajo:

— El trabajo total L y la población N crecen a una tasa n constante y no negativa dada exógenamente. Posteriormente se considerará la modificación de este supuesto.

— El producto Y se divide entre consumo e inversión, siendo la proporción dedicada a inversión o tasa de ahorro s una constante dada exógenamente. El capital total K se deprecia a una tasa constante δ. Así:

$$\dot{K} = s\,Y - \delta K,\ 0 \leq s \leq 1,\ \delta > 0 \qquad [10]$$

— Las proporciónes a_L y a_K de trabajo y capital dedicadas a la obtención de Y son constantes dadas exógenamente.

El modelo puede fundamentarse microeconómicamente como muestra Jones (1995b), siguiendo a su vez a Romer (1990).

Los resultados del modelo dependen de los valores que tomen los parámetros, según muestran Jones, Kremer y D. Romer en los trabajos mencionados. Aquí únicamente interesa destacar la relación entre dichos valores y los siguientes tipos de crecimiento:

6 En este caso, los segundos miembros de [7], [8] y [9] se multiplican por otras constantes y a los exponentes de A y L_A en [8] y [9] se les suma γ.

— Crecimiento *explosivo*: las tasas de crecimiento de algunas variables como A son cada vez mayores (al menos, a partir de cierto punto) y dichas variables tienden a infinito («explotan») en un tiempo finito[7].

— Crecimiento *equilibrado* o de estado estacionario (*steady state*): las tasas de crecimiento se mantienen constantes. Si g_A y g_y son constantes positivas el crecimiento es *sostenido*, mientras que si son nulas (A e y constantes) el crecimiento es *cero*.

Los casos que pueden presentarse según los valores de ϕ, γ, n y λ son los siguientes:

a) Si $\phi + \gamma > 1$, el crecimiento es explosivo.

b) Si $\phi + \gamma = 1$, λ ó $\gamma > 0$ y $n > 0$, el crecimiento es explosivo.

c) Si $\phi + \gamma = 1$, λ ó $\gamma > 0$ y $n = 0$, la economía converge a una senda de crecimiento equilibrado sostenido en la que:

$$g_A = g_y = g_Y = g_k = g_K = c_I \; L^{(1-\alpha)(\gamma+\lambda)/(\phi-\alpha)} \qquad [11]$$

donde k es el capital por unidad de trabajo y c_I es una constante positiva que depende de los valores de g, α, ϕ, λ, a_L, a_K y s. La ecuación [11] muestra que en este caso se presentan los denominados «efectos de escala»[8], de forma que las tasas de crecimiento equilibrado aumentan con L (y la población, ya que se han supuesto proporcionales).

Si $\gamma = 0$, entonces $\phi = 1$ y la ecuación [11] se reduce a:

$$g_A = g_y = g_Y = g_k = g_K = g\,[(1 - a_L)\,L]^{\lambda} = gL_A^{\lambda} \qquad [12]$$

y si, además, $\lambda = 1$:

$$g_A = g_y = g_Y = g_k = g_K = g\,L_A \qquad [13]$$

Este último caso es equivalente a los modelos desarrollados a comienzos de los años 90 por Romer/GH/AH[9]. Las ecuaciones [12] o [13] muestran que en este caso las tasas de crecimiento equilibrado aumentan con la proporción de trabajo empleado en I+D, $1\text{-}a_L$.

d) Si $\phi = 1$, $\lambda = 0$ y $\gamma = 0$, la economía converge a una senda de crecimiento equilibrado sostenido. Este caso es equivalente al modelo neoclásico de Solow[10] con crecimiento exógeno de A. Se obtiene que en la senda de crecimiento equilibrado:

7 Véase, por ejemplo, Romer (1994), Solow (1994), Kremer (1993), D. Romer (1996). Si esto no es posible, se considera que, en todo caso, el modelo dejaría de ser válido antes de alcanzar el momento de la «explosión».

8 Véase, por ejemplo, Jones (1995a, 1995b), Barro y Sala-i-Martin (1995).

9 Véase Romer (1990), Grossman y Helpman (1991), Aghion y Howitt (1992).

10 Véase, Solow (1956) y versiones actuales en, por ej., Barro y Sala-i-Martin (1995), D. Romer (1996).

$$g_A = g_y = g_k = g \qquad [14]$$

$$g_Y = g_K = g+n \qquad [15]$$

Interesa destacar que en este caso la tasa de ahorro no influye en las tasas de crecimiento equilibrado, que dependen únicamente de las constantes g y n, dadas exógenamente.

e) Si $\phi + \gamma < 1$ y $n > 0$, la economía converge a una senda de crecimiento equilibrado sostenido en la que:

$$g_A = g_y = g_k = \frac{(\lambda + \gamma)\, n}{1 - (\phi + \gamma)} \qquad [16]$$

$$g_Y = g_K = \frac{(\lambda + \gamma)\, n}{1 - (\phi + \gamma)} + n \qquad [17]$$

Desaparecen los efectos de escala ya que lo que ahora influye en las tasas de crecimiento equilibrado es la tasa de crecimiento n de trabajo y población pero no sus *niveles*.

Si $\gamma = 0$, las ecuaciones [16] y [17] se reducen a:

$$g_A = g_y = g_k = \frac{\lambda n}{1 - \phi} \qquad [18]$$

$$g_Y = g_K = \frac{\lambda n}{1 - \phi} + n \qquad [19]$$

que es equivalente al modelo desarrollado por Jones (1995a, 1995b).

f) Si $\phi + \gamma < 1$ y $n = 0$, la economía converge a una senda de crecimiento cero en la que:

$$g_A = g_y = g_Y = g_k = g_K = 0 \qquad [20]$$

En los casos c a f también puede obtenerse (véase Jones (1995b)) que en la senda de crecimiento equilibrado:

$$z = \frac{g_A + n + \delta}{s} \qquad [21]$$

resultado que se utilizará en la sección 4.

Los casos anteriores suponen que el trabajo total L y la población N crecen a una tasa n constante y no negativa dada exógenamente. Kremer (1993) desarrolla un modelo similar con n variable, sin capital ($\alpha = 0$, $\gamma = 0$) y en el que, en vez de [3], supone la función de producción:

$$Y = (A\ N)^{1-\beta},\ 0 < \beta < 1 \qquad [22]$$

donde la población N ocupa el lugar de L_Y (en cierto modo, se identifican) y β refleja los rendimientos decrecientes debidos a la dotación fija de tierra o recursos naturales. N también ocupa el lugar de L_A en [4]. Se tienen entonces los siguientes casos:

g) Si la renta per cápita (que en Kremer es prácticamente equivalente al producto por unidad de trabajo y) se mantiene constante en un nivel de «subsistencia» (porque para valores mayores o menores la población crece o decrece, respectivamente, lo suficientemente rápido) la *tasa de crecimiento de la población n* depende de su *nivel N* según:

$$n = c_2\, N^{\lambda-(1-\phi)\frac{\beta}{1-\beta}} \qquad [23]$$

donde c_2 es una constante positiva.

h) Si n aumenta con la renta per cápita cuando ésta es baja y decrece a partir de un cierto umbral y^*, tendiendo a estabilizarse en un nivel más bajo para niveles altos de la renta per cápita, esto da lugar a una senda en la que el crecimiento se acelera hasta superar dicho umbral, a partir del cual el comportamiento será el de los casos *a, b, c, d, e* o *f*, según los valores de ϕ, λ y el n al que se tiende. Para g_A son de aplicación las fórmulas correspondientes[11], mientras que g_Y y g_y, debido a la presencia de β, se obtendrían mediante:

$$g_Y = (1 - \beta)\,(g_A + n) \qquad [24]$$

$$g_y = (1 - \beta)\, g_A - \beta n \qquad [25]$$

Los valores que tomen ϕ, γ, n y λ dan lugar a los distintos casos examinados y tienen implicaciones importantes para el crecimiento a muy largo plazo. Los casos *a* y *b* (explosivos) no han recibido mucha atención, posiblemente porque no parece que puedan ser modelos válidos de las economías reales. En el caso *c* (tipo Solow), los determinantes del crecimiento a muy largo plazo son variables exógenas (g y n) inexplicadas. En el caso *d* (tipo Romer/GH/AH) el crecimiento equilibrado se consigue con trabajo-población constante y el cumplimiento de una condición ($\phi + \gamma = 1$) bastan-

11 Con N en el lugar de L_A en el caso *c*.

te estricta[12]. Además, las tasas de crecimiento resultantes son, en cierto modo, arbitrarias por los efectos de escala antes comentados (tan plausibles podrían ser tasas anuales del 2% como del 0,2% o del 20%). En el caso *e* (tipo Jones) la dificultad creciente del progreso tecnológico hace que se tengan rendimientos de escala decrecientes respecto a los factores producidos, capital y tecnología[13], y que el crecimiento sostenido requiera una tasa de crecimiento *n* del trabajo-población constante positiva, lo que plantea interrogantes en un mundo limitado. Por otra parte, el campo de variabilidad de las demás tasas de crecimiento queda ligado al de *n* (a través de ϕ, γ y λ). Por ejemplo, de la ecuación [16] se deduce que si $\lambda + \gamma$ es del orden de *1* y la distancia de $\phi + \gamma$ a *1* es del orden de *1/m* las tasas de crecimiento de *A*, *y*, *k* serán del orden de *m* veces *n*. El caso *f* (crecimiento cero) tampoco ha recibido mucha atención, aunque, precisamente, será el objeto de la sección 4 de este trabajo. Finalmente, los casos *g* y *h* suponen un intento de ajuste a la experiencia histórica a muy largo plazo, tema que constituye el objeto de la próxima sección.

3. EXPERIENCIA HISTORICA

Los distintos casos examinados en la sección anterior pueden compararse con algunos de los «hechos estilizados» que muestra la experiencia histórica. En esta sección se exponen algunas de las observaciones que en este sentido han formulado autores como Kremer (1993), Jones (1995a, 1995b) o Barro y Sala-i-Martin (1995). Los hechos serían:

A) En una perspectiva histórica mundial a muy largo plazo el crecimiento no ha sido equilibrado, sino que tanto el de la población como el del producto se han ido acelerando (con tasas de crecimiento cada vez mayores) desde los orígenes de la humanidad hasta el siglo actual[14]. En particular, la *tasa de crecimiento* de la población ha sido aproximadamente proporcional a su *nivel* hasta la década 1960-70. En ese momento podría haberse alcanzado un punto de inflexión en el que, al menos por lo que respecta a la población, se ha iniciado una desaceleración (con tasas de crecimiento cada vez menores). El crecimiento del producto per cápita ha sido mucho más lento hasta que se produjo la Revolución Industrial, de forma que solamente a partir de entonces una proporción grande de la población ha alcanzado niveles de renta muy superiores a los de subsistencia.

B) En las distintas zonas del mundo (el Viejo Mundo, América, Australia, Tasmania) que quedaron aisladas entre sí geográfica y tecnológicamente al final de la última glaciación, también se estima que la tasa de crecimiento

12 Véanse, a este respecto, los distintos puntos de vista mantenidos por Solow (1994) y Romer (1994).

13 Véase, por ejemplo, D. Romer (1996).

14 Véase, por ejemplo, Kremer (1993), Maddison (1982), Hughes (1985).

de la población ha sido aproximadamente proporcional a su nivel hasta que se restableció el contacto al final del siglo XV.

C) En un plazo menos largo y al menos para determinados países desarrollados, el crecimiento experimentado desde hace bastantes décadas se ajusta bastante en su *tendencia* a una senda de crecimiento equilibrado sostenido con $n>0$[15].

D) La relación entre escala (por países) y crecimiento parece positiva, pero es muy débil.

El hecho C no se corresponde con el comportamiento de los casos *a* y *b* en los que la tendencia sería al crecimiento explosivo o *c* (Romer/GH/AH) que requiere $n=0$[16]. En cambio, se ajusta cualitativamente al comportamiento de los casos *d* (Solow) o *e* (Jones). Si se toman como valores típicos $g_A = g_y = g_k = 0{,}03$; $n = 0{,}02$, en el caso *d* éstos serían los valores exógenos de *g* y *n*, mientras que en el caso *e* debería cumplirse de acuerdo con la ecuación [16]:

$$\frac{\lambda + \gamma}{1 - (\phi + \gamma)} = 1{,}5, \ \phi + \gamma < 1 \qquad [26]$$

El hecho D supondría que la contrastación empírica de los efectos de escala que se presentan en el caso *c* es muy débil, pero esto se basa en el supuesto muy discutible de considerar cada país como una unidad aislada. La alternativa puede ser considerar como una unidad el total mundial o bien zonas del mundo aisladas tecnológicamente.

El hecho A (aceleración histórica del crecimiento) seguido del C (tendencia al crecimiento equilibrado en las últimas décadas) se ajusta cualitativamente al comportamiento del caso *h* (Kremer) tendiendo al *e* ($\phi + \gamma < 1$ y $n > 0$)[17]. En cambio, el caso *d* (Solow) al considerar exógenos tanto el

15 Jones (1995a) analiza el caso de Estados Unidos en el período 1880-1987, durante el cual la tendencia del crecimiento del producto per cápita se ajusta mucho a una tasa constante ligeramente inferior al 2 % anual. Para otros países, el ajuste no sería tan bueno. Para el mundo en su conjunto, el crecimiento medio del producto per cápita durante las últimas décadas ha sido del orden del 3 % anual. La tasa de crecimiento de la población, a nivel mundial se ha mantenido bastante estable en torno al 2 % anual en el período 1950-1990 (véase, por ejemplo Kremer (1993)), aunque en los países desarrollados ha sido bastante menor (1 % o menos, en general) y con clara tendencia decreciente. La relación capital (físico)-producto se ha mantenido, en general, bastante estable. La tasa de ahorro (bruto) ha mostrado cierta tendencia al alza. La proporción de recursos (trabajo y capital) empleados en el sector de I+D ha mostrado una tendencia creciente en las últimas décadas en los principales países desarrollados (USA, Japón, Alemania, Francia, entre otros) y, posiblemente, a nivel mundial.

16 Jones (1995a, 1995b) hace un razonamiento similar basándose en que, al menos desde los años 50 hasta la actualidad L_A ha crecido mucho, mientras que la tasa de crecimiento de *A* se ha mantenido aproximadamente constante o incluso presenta una tendencia ligeramente decreciente.

17 Kremer (1993), también argumenta en contra de la posibilidad $\phi > 1$ (en su modelo $\gamma = 0$) basándose en que la aceleración histórica del crecimiento de *A*, al menos del siglo XIX al XX, debería haber sido bastante mayor en este caso que la realmente ocurrida.

crecimiento de la población como el de A, no permite dar una explicación de esta evolución histórica.

La proporcionalidad aproximada entre la tasa de crecimiento de la población y su nivel (hechos A y B), se ajusta al comportamiento del caso g, admitiendo que la renta per cápita se mantuvo aproximadamente constante mientras ocurrió esto, y debiendo cumplirse de acuerdo con la ecuación [23]:

$$\gamma - (1 - \phi)\frac{\beta}{1 - \beta} \cong 1 \qquad [27]$$

Si se supone que los valores de los parámetros se mantienen desde la época anterior (ecuación [27]) hasta el crecimiento equilibrado de las últimas décadas (ecuación [26]), y se considera el caso sin capital ($\alpha = 0$, $\gamma = 0$) para el que se obtuvo la ecuación [23], entonces [26] y [27] deben cumplirse simultáneamente[18]. Si, por ejemplo, se supone $\beta = 1/4$, se obtendría $\phi \approx 1/7$ y $\lambda \approx 9/7$. Pero las formas funcionales de los modelos son sólo aproximaciones convenientes del mundo real, de forma que los valores de ϕ, λ (elasticidades de $\dot{A}$ respecto a A y a L_A), etc, pueden variar según las circunstancias de tiempo y lugar. Por ejemplo, si se producen «revoluciones tecnológicas»[19] esto podría dar lugar a una simplificación en la complejidad creciente al alcanzar mayores niveles tecnológicos y reflejarse en una discontinuidad en la función de producción de conocimientos.

En resumen, las conclusiones más fiables que se extraen son cualitativas e indican que los modelos tipo Jones-Kremer (caso *h* tendiendo al *e*), basados en el equilibrio entre la dificultad creciente del progreso tecnológico y la mayor actividad innovadora que posibilita el crecimiento de la población, son los que parecen ajustarse mejor a la experiencia histórica. En estos modelos el crecimiento cero de la población implica también el crecimiento cero de las demás variables (caso *f*), tema que será objeto de análisis más detallado en la sección siguiente.

4. PERSPECTIVAS FUTURAS A MUY LARGO PLAZO. DINAMICA DE LA TRANSICION AL CRECIMIENTO CERO

Los estudios sobre las perspectivas futuras de crecimiento a muy largo plazo muestran importantes divergencias[20]. Una hipótesis frecuente es que

18 La ecuación [6] con $\gamma = 0$ se reduce a la [18] que es aplicable a g_A, aunque se presenten los rendimientos decrecientes reflejados en la presencia de β, mientars que g_y se obtendría mediante [25]. Las ecuaciones [16] y [23] pueden generalizarse para incluir simultáneamente los supuestos de utilización del capital en ambos sectores y rendimientos decrecientes debidos a la dotación fija de recursos naturales.

19 Véase, por ejemplo, Hughes (1985).

20 Véase, por ejemplo, Cohen (1995), Hughes (1985), Deevey (1960).

continúe la desaceleración del crecimiento de la población, lo que podría conducir finalmente a un nivel de población aproximadamente constante, si bien las estimaciones sobre cuál podría ser este nivel difieren bastante. Esta hipótesis suele plantearse a partir de dos consideraciones:

— La reducción de la fertilidad observada en numerosos países a medida que ha ido aumentando su renta per cápita. Esto contrarrestaría la disminución previa de la mortalidad que originó la aceleración del crecimiento de la población, completándose así la «transición demográfica».

— Los posibles límites a la población humana que la Tierra puede soportar. Aunque puede parecer claro que esta capacidad no es ilimitada, las estimaciones numéricas de la misma difieren mucho en cuanto a metodología y resultados[21].

Si la tasa de crecimiento de la población tiende a cero también lo hará la del trabajo total y el dedicado a I+D. Por otra parte, en la sección anterior se vio que los modelos con $\phi + \gamma < 1$ parecen ajustarse mejor a la experiencia histórica. Suponiendo que ocurran ambas cosas, un modelo similar[22] al caso *h* tendiendo al *f*, predice que la economía mundial convergerá a una senda de crecimiento cero[23]. En esta sección, utilizando un modelo de este tipo, se analiza la dinámica de la transición, prestando especial atención a la rapidez con que las distintas tasas de crecimiento tienden a cero, los niveles que alcanzan las variables en relación al inicial y la forma en que todo ello se ve afectado por los valores que tomen los distintos parámetros.

El modelo que se emplea es el modelo general expuesto en la sección 2, para el caso en que $\phi + \gamma < 1$, con la única diferencia de que el trabajo total L y la población N crecen a una tasa n variable:

$$n = \frac{c_3\, e^{-c_4 t}}{(1 + e^{-c_4 t})^2}, \; c_3 \geq 0, \; c_4 \geq 0 \qquad [28]$$

donde c_3 y c_4 son constantes y t es el tiempo. Esta función «imita» la aceleración-desaceleración del crecimiento de la población, alcanzando un máximo:

$$n_o = \frac{c_3}{4} \qquad [29]$$

21 Incluso caber imaginar posibilidades, todavía dentro de la ciencia-ficción, para superar estos límites: colonización de otros mundos extraterrestres, reducción del tamaño de los seres humanos o su conversión en seres virtuales...

22 En el modelo que se utilizará en esta sección la tasa de crecimiento de la población, *n*, no depende de la renta per cápita como en el caso *h*, sino que varía tendiendo a cero según una función exógena.

23 Hughes (1985), hace referencia a trabajos con predicciones similares.

para $t=0$, mientras que la relación entre la población límite N_L y la alcanzada cuando $t=0$, N_o, es:

$$\frac{N_L}{N_o} = e^{\frac{c_3}{2c_4}} \quad [30]$$

Por otra parte, y de forma análoga a la empleada por Jones (1995b), a partir de las ecuaciones [3], [4] y [10] puede obtenerse:

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A} = -(1 - \phi - \gamma)g_A + (\lambda + \gamma)n - \frac{\gamma}{1 - \alpha} g_z \quad [31]$$

$$g_z = \frac{\dot{z}}{z} = (1 - \alpha)(g_A + n) - (1 - \alpha)(sz - \delta) \quad [32]$$

El sistema formado por las ecuaciones diferenciales [31] y [32], junto con [28], es no lineal, pudiendo obtenerse soluciones numéricas para $g_A(t)$ y $z(t)$, dados los valores de los distintos parámetros y los valores iniciales g_{Ao} y z_o. En el análisis que se hará posteriormente resulta útil comparar estas soluciones con la del caso «simple» en que $\gamma = 0$ (sector de I+D sin capital), $\phi_s = \phi + \gamma$ del caso general y $n = 0$ (el crecimiento de la población se detiene bruscamente en el instante inicial). Entonces la tasa de crecimiento de A y su nivel en el caso «simple», g_{As} y A_s, se obtienen teniendo en cuenta que [31] queda:

$$\frac{\dot{g}_{As}}{g_{As}} = -(1 - \phi_s)\, g_{As} \quad [33]$$

cuya solución analítica es:

$$g_{As} = \frac{g_{Ao}}{1 + (1 - \phi_s)\, g_{A_o} t} \quad [34]$$

y de aquí:

$$\frac{A_s}{A_0} = [1 + (1 - \phi_s)\, g_{A_o} t]^{\frac{1}{1-\phi_s}} \quad [35]$$

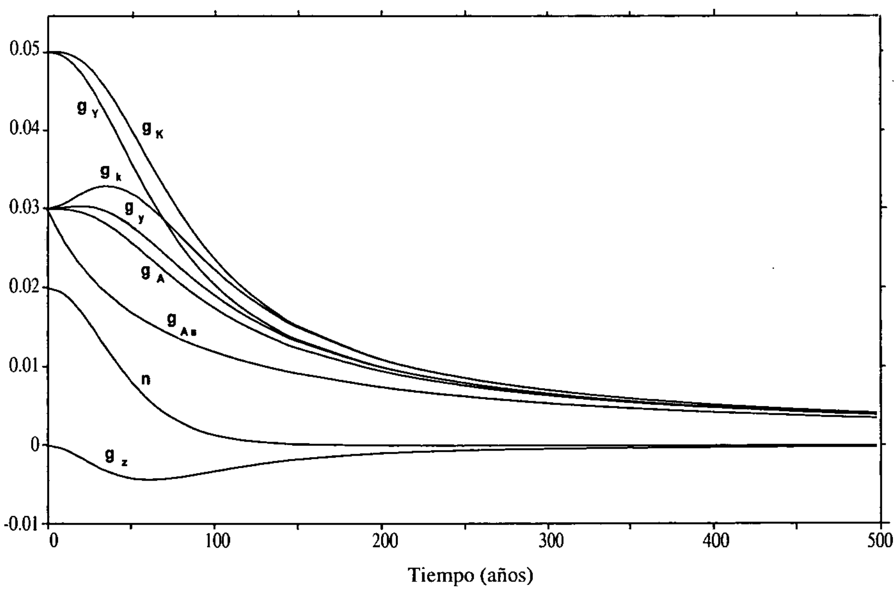
En el caso general, de las soluciones numéricas de $g_A(t)$ y $z(t)$ junto con [28] se obtiene fácilmente la evolución de las tasas de crecimiento de z, y, k, Y, K y de los niveles que alcanzan en relación al inicial. La obtención de $g_y(t)$ puede hacerse mediante:

$$g_y = g_A - \frac{\alpha}{1 - \alpha} g_z \quad [36]$$

que se deduce de la ecuación [6].

En los gráficos 1 y 2 se representa la solución numérica obtenida para la evolución de las tasas de crecimiento de las distintas variables y sus niveles respecto al inicial en la transición al crecimiento cero, junto con la solución analítica del caso simple. Se han tomado los siguientes valores: $n_o = 0{,}02$, $N_L/N_o = 10000/3700$, $g_{Ao} = 0{,}03$, $z_o = 0{,}5$, $\phi = 0{,}5$, $\lambda = 0{,}75$, $\gamma = 0$, $\alpha = 1/3$, $s = 0{,}2$ y $\delta = 0{,}05$. Los valores de g_{Ao} y z_o corresponden a una situación inicial de crecimiento equilibrado según el caso *e* de la sección 2, que se alcanzaría en el punto de inflexión del crecimiento de la población (según se expuso en la sección 3, la experiencia de las últimas décadas se ajusta hasta cierto punto a esto), de forma que la transición ocurre entre dos sendas de crecimiento equilibrado (casos *e* y *f*) al desacelerarse el crecimiento de la población tendiendo a cero. El valor de N_L/N_o corresponde a la relación entre la población mundial cuando comienza la desaceleración de su crecimiento (hacia 1970), unos 3700 millones, y un promedio de estimaciones de la población límite que la Tierra puede soportar, unos 10000 millones[24].

GRÁFICO 1. *Tasas de crecimiento a lo largo de la senda de transición.*

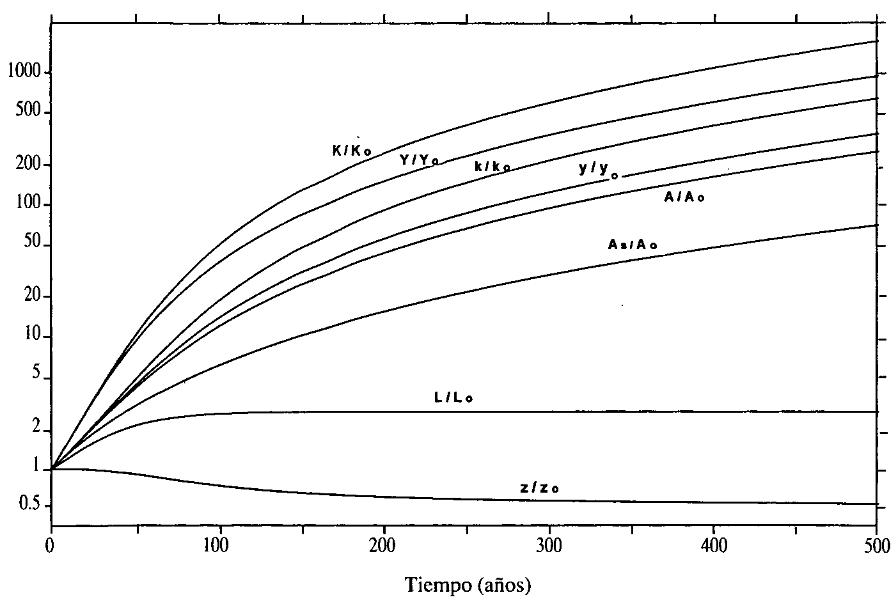


Como puede observarse en los gráficos 1 y 2, g_A, g_y, g_k, g_Y y g_K convergen a g_{As} y, como consecuencia, la evolución, en escala logarítmica, de los niveles de estas variables en relación al inicial, A/A_o, y/y_o, k/k_o, Y/Y_o y K/K_o tiende a hacerse paralela a la de A_s/A_o o, lo que es equivalente, los

24 Véase Cohen (1995).

cocientes entre los niveles tienden a una constante. Al comienzo de la transición g_y y g_k disminuyen menos que g_A, e incluso llegan a aumentar, debido a la disminución de la relación producto-capital z (g_z negativa), pero este efecto desaparece cuando z vuelve a estabilizarse en un valor más bajo de acuerdo con la ecuación [21]. A su vez, g_Y y g_K son superiores inicialmente a g_y y g_k, respectivamente, debido al crecimiento de la población-trabajo (n positiva), convergiendo a medida que dicho crecimiento tiende a cero. Finalmente, g_A también disminuye menos que g_{As} al comienzo de la transición debido al efecto de g_z (negativa) y n (positiva), como se deduce de la comparación de las ecuaciones [31] y [33], desapareciendo este efecto cuando g_z y n tienden a cero.

GRÁFICO 2. *Niveles de las variables (respecto al inicial) a lo largo de la senda de transición.*



La relación que tiende a establecerse entre los niveles que alcanzan las distintas variables viene dada por:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{A/A_o}{A_s/A_o} = \left(\frac{N_L}{N_o}\right)^{\frac{\lambda+\gamma}{1-\phi-\gamma}} \quad [37]$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{y/y_o}{A/A_o} = \left(\frac{z_o}{z_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad [38]$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{k/k_o}{y/y_o} = \frac{z_o}{z_L} \qquad [39]$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{Y/Y_o}{y/y_o} = \lim_{t\to\infty} \frac{K/K_o}{k/k_o} = \frac{N_L}{N_o} \qquad [40]$$

donde z_L es el valor al que tiende z al final de la transición:

$$z_L = \frac{\delta}{s} \qquad [41]$$

y:

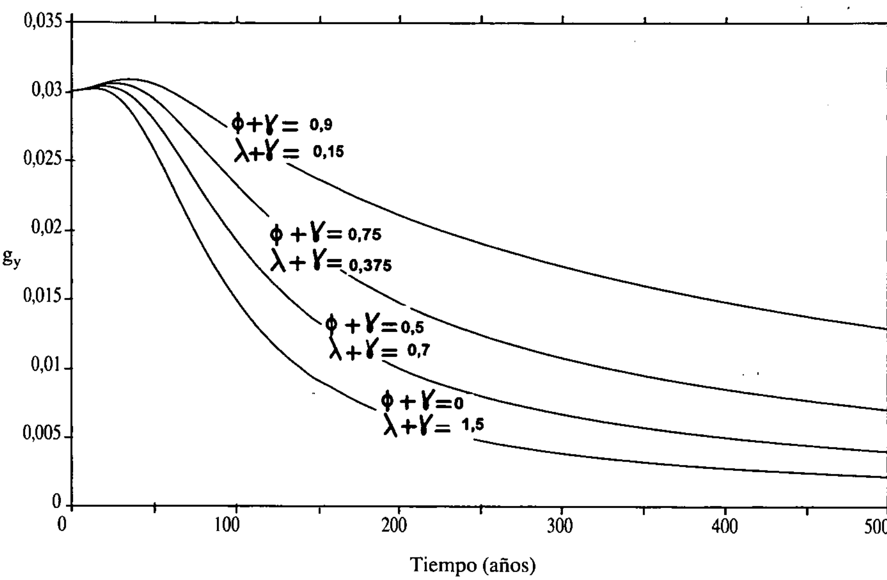
$$\frac{z_o}{z_L} = \frac{g_{Ao} + n_o + \delta}{\delta} \qquad [42]$$

Las ecuaciones [37] a [42] se obtienen de forma sencilla a partir de [5], [6], [21] teniendo en cuenta las definiciones de las variables y supuestos simplificadores del modelo expuesto en la sección 2.

De esta forma queda establecida la relación entre el caso general y el caso simple, cuya solución analítica, dada por [34] y [35], depende únicamente de ϕ_s $(= \phi + \gamma$ del caso general) y g_{Ao}. Teniendo en cuenta que g_{Ao} es un valor «observable», resulta que la dinámica de la transición depende principalmente de las hipótesis que se hagan sobre el valor de $\phi + \gamma$. Esto se ilustra en los gráficos 3 y 4, que muestran como cambia la evolución de g_y e y/y_o, respecto a la representada en los gráficos 1 y 2 ($\phi = 0{,}5$, $\lambda = 0{,}75$, $\gamma = 0$), para otros valores de ϕ (0,9; 0,75; 0). Los valores de λ se han variado simultáneamente (0,15; 0,375; 1,5) para mantener una situación inicial de crecimiento equilibrado y los valores de los demás parámetros no se han variado. A medida que aumenta $\phi + \gamma$, la transición se hace más larga, de forma que cuando $\phi + \gamma \to 1$ $(\lambda + \gamma \to 0)$, g_y tiende a mantenerse estable en su valor inicial (se tendería al caso *d* (Solow) de la sección 2). En el caso simple, se deduce de la ecuación [34], que el tiempo que transcurre hasta que g_{As} se reduce a la mitad de su valor inicial es inversamente proporcional a $1 - \phi_s$ $(1 - \phi - \gamma$ del caso general); en el caso general y para g_y esta relación puede tomarse únicamente como una primera aproximación. Así, en los casos representados en el gráfico 3 en los que $1 - \phi - \gamma$ vale 1; 0,5; 0,25 y 0,1, este tiempo es 99, 132, 196 y 393 años, respectivamente.

La influencia de las hipótesis que se hagan sobre el valor de otros parámetros es menor y, en lo que se refiere a los niveles que alcanzan las distintas variables y las distancias (en escala logarítmica) que, por tanto, tienden a establecerse en el gráfico 2, puede analizarse a partir de las ecuaciones [37] a [42]. Un mayor valor de la relación N_L/N_o hará que aumente la distancia a A_s/A_o de A/A_o, y/y_o, k/k_o y, más todavía, de Y/Y_o y K/K_o. Un mayor α hará que aumente la distancia a A/A_o de y/y_o, k/k_o, Y/Y_o y K/K_o. Un mayor δ hará que disminuya z_o/z_L y la distancia a A/A_o de y/y_o e Y/Y_o y, más todavía, de k/k_o y K/K_o.

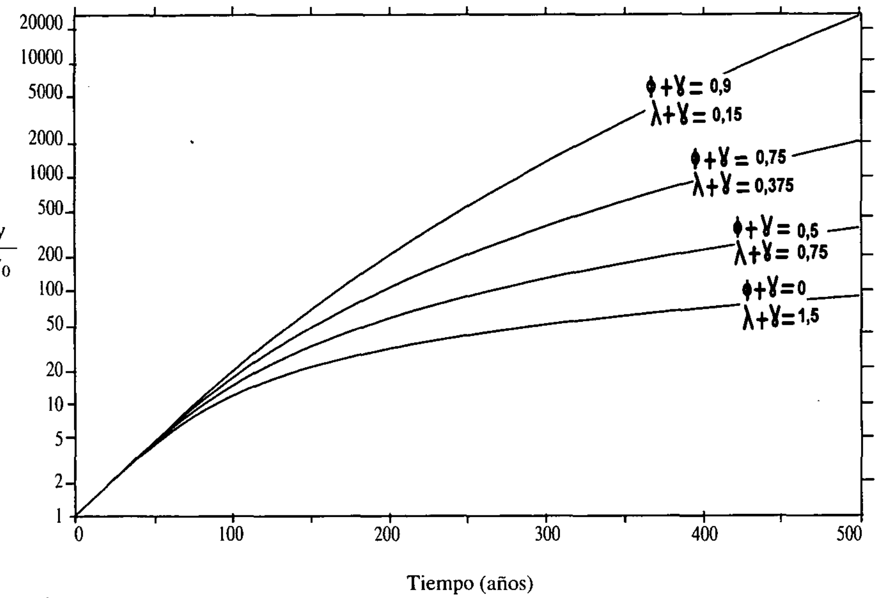
GRÁFICO 3. *Tasa de crecimiento del producto por unidad de trabajo a lo largo de la senda de transición.*



En general, el resultado del análisis de la transición al crecimiento cero realizado en esta sección puede calificarse de «optimista» en el sentido de que, aunque el crecimiento tienda a estancarse, la transición sería larga y permitiría alcanzar altos niveles de y (y de renta per cápita, por tanto) en relación al inicial. Incluso con un valor de $\phi + \gamma = 0$, que da lugar a una transición más rápida que otros valores más altos, g_y tardaría del orden de un siglo en reducirse a la mitad, alcanzándose entonces niveles de y que multiplicarían por unas diez veces los actuales.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudia el crecimiento con cambio tecnológico endógeno mediante un modelo estándar de dos sectores (producción convencional e I + D). Se ha mostrado, siguiendo un planteamiento parecido al de D. Romer (1996), la importancia que tienen los valores que tengan los parámetros, especialmente ϕ, la elasticidad de $\dot{A}$ respecto a A (o $\phi + \gamma$ si se emplea capital en el sector de I+D), para que se den uno u otro de los distintos tipos de crecimiento: explosivo, sostenido o cero. Como casos particulares se obtienen, GRÁFICO 4. *Nivel de producto por unidad de trabajo (respecto al inicial) a lo largo de la senda de transición.*



entre otros, modelos similares a los de Solow, Romer/GH/AH y Jones-Kremer. En el modelo tipo Solow, los determinantes del crecimiento a muy largo plazo son variables exógenas inexplicadas. En el modelo tipo Romer/GH/AH, el crecimiento equilibrado se consigue con trabajo-población constante y el cumplimiento de una condición ($\phi + \gamma = 1$) bastante estricta. Además, las tasas de crecimiento resultantes son, en cierto modo, arbitrarias debido a los efectos de escala. En los modelos tipo Jones-Kremer, para un crecimiento sostenido de la renta per cápita, se requiere que la dificultad creciente del progreso tecnológico ($\phi + \gamma < 1$) se compense mediante un crecimiento también sostenido del trabajo empleado en I + D y, por ende, de la población, lo que plantea interrogantes en un mundo limitado. Por otra parte, al quedar ligado el crecimiento de las demás variables al de la población, las tasas de crecimiento resultan menos arbitrarias.

De la comparación de los distintos casos con algunos de los «hechos estilizados» que muestra la experiencia histórica se deduce un mejor ajuste de los modelos tipo Jones-Kremer. Esta valoración, sin embargo, es fundamentalmente cualitativa. Su confirmación mediante estudios más precisos puede verse dificultada por la inestabilidad de los parámetros en circunstancias de tiempo y lugar tan distintas como las que abarca el ámbito considerado.

El crecimiento de la población mundial se ha ido acelerando históricamente hasta la década 1960-70, iniciándose entonces una desaceleración, todavía incipiente. Una hipótesis frecuente es que continúe esta desaceleración y la población se estabilice en un nivel aproximadamente constante. En un modelo tipo Jones-Kremer esto implicaría la convergencia de la economía mundial a una senda de crecimiento cero (de variables como la renta per cápita, por ejemplo) teniendo entonces un interés evidente la cuantificación del ritmo al que se produciría esta hipotética convergencia. Del análisis realizado se deduce que la dinámica de la transición depende principalmente del valor de $\phi + \gamma$. A medida que aumenta $\phi + \gamma$, la transición se hace más larga, siendo inversamente proporcional a $1 - \phi - \gamma$ el *orden de magnitud* del tiempo que transcurre hasta que g_y se reduce a la mitad de su valor inicial. Aunque su importancia es menor, también se analiza la influencia del valor de otros parámetros. En general, puede concluirse que, para valores típicos de los parámetros, la transición sería larga y permitiría alcanzar altos niveles de y (y de renta per cápita, por tanto) en relación al inicial.

BIBLIOGRAFIA

Aghion, P. y Howitt, P. (1992): «A model of growth through creative destruction», *Econometrica* 60, pp. 323-351.

Barro, R. J. y Sala-i-Martin, X. (1995): *Economic growth*, McGraw-Hill, New York.

Cohen, J. E. (1995): «Population growth and earth's human carrying capacity», *Science* 269, pp. 341-346.

Deevey (1960): «The human population», *Scientific American* 203, pp. 195-204.

Grossman y Helpman (1991): *Innovation and growth in the global economy*, MIT Press, Cambridge.

Hughes (1985): *World Futures: A critical analysis of alternatives*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore.

Jones, C. I. (1995a): «Time series tests of endogenous growth models», *Quarterly Journal of Economics*, 110, pp. 495-525.

Jones, C. I. (1995): «R&D-Based Models of Economic Growth», *Journal of Political Economy* 103, pp. 759-784.

Kremer, M. (1993): «Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990», *Quarterly Journal of Economics*, 108, pp. 681-716.

Maddison, A. (1982): *Phases of capitalist development*, Oxford University Press, Oxford.

Mankiw, N. G. (1995): «The growth of nations», *Brookings Papers on Economic Activity*, 1: 1995, pp. 275-326.

Romer, D. (1996): *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill, New York.

Romer, P. M. (1990): «Endogenous technological change», *Journal of Political Economy*, 98, pp. S71-S102.

Romer, P. M. (1994): «The origins of endogenous growth», *Journal of Economic Perspectives*, 8, pp. 3-22.

Solow, R. M. (1956): «A contribution to the theory of economic growth», *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp. 65-94.

Solow, R. M. (1957): «Tecnnical change and the aggregate production function», *The Rewiew of Economics and Statistics*, 39, pp. 312-320.

Solow, R. M. (1994): «Perspectives on growth theory», *Journal of Economic Perspectives*, 8, pp. 45-54.