

PRESTAMOS ASEGURADOS PARA EMPRESAS

*Salvador Cruz Rambaud
María José Muñoz Torrecillas*

RESUMEN.— La operación financiera que proponemos en este trabajo es una combinación de otras tres: la de préstamo, la de seguro y la de ahorro. Como resultado, obtenemos un producto financiero relativamente novedoso que contribuye a la flexibilización del mercado financiero y, sobre todo, ayuda al empresario a obtener financiación en casos en los que no podría obtenerla o a conseguir una financiación mayor. Nos vamos a centrar en la operación de seguro, ya que nuestro objetivo va a ser calcular la prima que deberá pagar el prestatario. La cobertura de dicho seguro va a estar condicionada por los beneficios netos obtenidos por la empresa en cada ejercicio, de manera que el empresario pagará según sus «posibilidades», pero sin incrementarse por ello el tipo de interés del préstamo.

Key-words: amortización, prima, seguro, reserva.

1. INTRODUCCION

El objetivo de este trabajo es presentar un sistema de amortización de préstamos combinado con una operación de seguro que garantice el pago de los términos amortizativos por el prestatario, cualesquiera que sean los beneficios obtenidos por su empresa. En la actualidad, podemos encontrar productos similares para el caso de prestatarios individuales y determinados tipos de préstamo¹.

Se trata de préstamos hipotecarios para adquisición de viviendas, que cuentan con un seguro complementario que cubre un importe igual a las cuotas a abonar a la entidad de crédito en los casos en que el titular de la operación sufra una situación de desempleo o incapacidad temporal por accidente o enfermedad.

El empresario, dependiendo de los beneficios netos reales obtenidos en cada período económico, tendrá una mayor o menor «facilidad», «comodi-

1 Estos productos están siendo ofrecidos por entidades financieras como Argentaria.

dad» o liquidez para hacer frente al pago de las anualidades. Como el empresario es el que conoce mejor su negocio, proponemos que sea él mismo quien fije la cantidad a asegurar, es decir, que el valor de referencia o beneficio habitual o necesario para el correcto funcionamiento de la empresa sea fijado por él. Así, en los años en que el beneficio real esté por debajo del valor dado por el empresario la entidad aseguradora cubrirá la parte del término amortizativo correspondiente a ese período en la proporción de esa diferencia; en caso contrario, el seguro no realizaría ningún pago en dicho ejercicio.

Consideramos, además, la capacidad de ahorro del empresario que se materializará en una reserva creada como garantía complementaria del pago. Esta reserva permitirá aprovechar el beneficio extra obtenido en ciertos ejercicios y será utilizada para hacer frente al pago de los términos amortizativos en los ejercicios de menor rendimiento de la empresa. De este modo, el seguro queda como mecanismo de pago subsidiario/complementario a la reserva en todos los ejercicios económicos a excepción del primero, en el que aún no se habrá realizado ninguna dotación a dicha reserva.

En esta línea, va encaminado el trabajo de Rahman y Barry (1981, pp. 99-103) aplicado a las granjas de arroz de Texas, según diferentes modalidades de ayudas del gobierno.

Para comprender en qué consiste esta modalidad de préstamo, presentamos a continuación el cuadro 1 en el que se desarrolla la simulación de un caso práctico que aparece en dicho trabajo.

Las cantidades monetarias que aparecen en este cuadro están en dólares. Las condiciones del préstamo son: duración de 20 años, tipo de interés variable y cuota de amortización variable.

La diferencia de esta modalidad de préstamo con la descrita anteriormente de protección contra el desempleo, accidente o enfermedad es que una persona, cuando pasa a situación de paro, deja de percibir el sueldo en su totalidad; mientras que una empresa puede ganar por encima o por debajo del valor de referencia (con infinitas posibilidades) y, además, tener beneficios nulos o negativos. Esto quiere decir que, mientras en un seguro de desempleo la entidad aseguradora desembolsa la totalidad de la anualidad o nada, en el seguro que proponemos la entidad tendría que aportar (o, mejor dicho, complementar) la parte proporcional que no ha desembolsado el prestatario.

El objetivo de este trabajo es calcular la prima pura de la operación financiera de amortización asegurada, en los términos expuestos anteriormente, sin tener en cuenta la existencia de:

- Un período de carencia desde la fecha de inicio del seguro, es decir, una fecha a partir de la cual puede iniciarse la cobertura del hecho causante.
- Un período de franquicia, es decir, un número de períodos que cubre el propio asegurado con anterioridad a la intervención del seguro.

CUADRO 1. Cuadro de flujos de la reserva y el seguro

| Año | Cuota de Amortización | Pagos Indiciados | Pagos con cargo al Seguro | Pagos con cargo a la Reserva | Aportaciones a la Reserva | Balance de la Reserva |
|-----|-----------------------|------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------------|-----------------------|
| 1 | 21,768 | 15,309 | 6,459 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 22,481 | 22,481 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 22,147 | 44,901 | 0 | 0 | 22,744 | 22,744 |
| 4 | 41,289 | 33,142 | 0 | 8,147 | 0 | 14,597 |
| 5 | 43,151 | 25,510 | 3,044 | 14,597 | 0 | 0 |
| 6 | 34,936 | 32,302 | 2,634 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 33,101 | 32,519 | 0,582 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 32,320 | 19,369 | 12,951 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 25,905 | 39,300 | 0 | 0 | 13,395 | 13,395 |
| 10 | 27,225 | 32,752 | 0 | 0 | 5,527 | 18,922 |
| 11 | 40,427 | 62,812 | 0 | 0 | 22,385 | 41,307 |
| 12 | 51,424 | 86,629 | 0 | 0 | 35,205 | 76,512 |
| 13 | 59,608 | 94,092 | 0 | 0 | 34,484 | 110,996 |
| 14 | 86,415 | 77,014 | 0 | 9,401 | 0 | 101,595 |
| 15 | 85,469 | 69,675 | 0 | 15,794 | 0 | 85,801 |
| 16 | 69,134 | 65,643 | 0 | 3,491 | 0 | 82,310 |
| 17 | 61,007 | 56,864 | 0 | 4,143 | 0 | 78,167 |
| 18 | 62,637 | 37,006 | 0 | 25,631 | 0 | 52,536 |
| 19 | 49,733 | 74,088 | 0 | 0 | 24,355 | 76,891 |
| 20 | 49,164 | 54,287 | 0 | 0 | 5,123 | 82,014 |

FUENTE: Rahman and Barry (1981)

Pero sí se tendrá en cuenta la existencia de un número máximo de períodos asegurados o, alternativamente, una cuantía máxima asegurada.

Sólo faltaría tomar una referencia para poder saber si un año ha sido bueno o malo para la empresa. Este valor debe tomarse a priori, ya que la prima del seguro tiene carácter prepagable.

El valor que tomaremos será un valor elegido por el empresario (V_i). Lo más lógico será que éste elija el valor del beneficio habitual obtenido por la empresa que permita hacer frente al pago de todas las obligaciones contraídas por ésta. De todas formas, si el empresario eligiese un valor muy grande para hacer que la entidad aseguradora pagase gran parte de las cuotas amortizativas el coste de las primas del seguro se dispararía. En caso de que eligiese un valor muy pequeño, el coste del seguro sería muy pequeño.

Este trabajo se enmarca en la línea introducida por Cruz y otros (1996, pp. 119-142) o García y otros (1998) de flexibilización del pago de los términos amortizativos de un préstamo a una empresa.

2. OPERACION DE SEGURO DE LOS TERMINOS AMORTIZATIVOS DE UN PRESTAMO: PLANTEAMIENTO MATEMATICO-FINANCIERO

2.1. OPERACIÓN DE PRÉSTAMO

Consideremos una empresa que recibe de una entidad bancaria un préstamo de C_0 unidades monetarias. Nos situamos en el caso general de una operación de amortización mediante términos amortizativos variables y pospagables:

$$a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n.$$

Con objeto de adecuar los términos amortizativos a los beneficios netos reales obtenidos por la empresa, se han presentado algunos sistemas de amortización novedosos como el préstamo de duración variable (De Pablo, 1995: pp. 64-73) en el que los términos amortizativos se incrementan sucesivamente en función de las tasas de inflación habidas en los períodos anteriores, dedicándose ese incremento a rescatar los términos más alejados, de manera que la duración se vaya reduciendo paulatinamente. Esta posibilidad sería aplicable en nuestro caso si los beneficios empresariales fuesen siempre crecientes, pero, para cubrir la eventualidad de que los rendimientos netos fuesen decrecientes, el prestatario ha de cubrirse con una línea de crédito subsidiaria o bien con la petición de un préstamo puente.

En este trabajo pretendemos aglutinar las dos posibilidades; por una parte, la posibilidad de que los cash-flows obtenidos por la empresa sean superiores o iguales al valor de referencia, en cuyo caso ésta se comprometerá a amortizar el término correspondiente y constituir una provisión para los futuros; y, por otra parte, la posibilidad de que el cash-flow generado sea inferior al previsto, en cuyo caso una entidad aseguradora abonaría la parte de la anualidad no cubierta por el prestatario.

De esta forma, si todos o la mayor parte de los ejercicios económicos fuesen de bonanza en cuanto a las ganancias obtenidas, la empresa amortizaría por sí sola la deuda. Ahora bien, como no todos los años van a ser «buenos», es lógico que el banco quiera cubrirse de cualquier eventualidad que mermara la solvencia del prestatario.

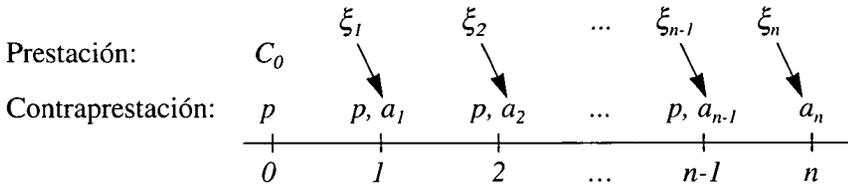
2.2. OPERACION DE CONSTITUCION DE UNA RESERVA

Por otra parte, se plantea el problema de cuánto tiene que aportar el empresario a la reserva. En principio, dicha cuantía puede ser, al menos teóricamente, ilimitada. Por ejemplo, podríamos pensar que si el beneficio real en el instante 1, B_1^r , fuese mayor que el esperado: $B_1^r > V_1$, aportase a la reserva $\frac{B_1^r - V_1}{V_1} a_2$, en el supuesto de que $B_1^r - V_1 \leq V_2$, ó $a_2 + \frac{B_1^r - V_1 - V_2}{V_3} \cdot a_3$ en el supuesto de que $V_2 < B_1^r - V_1 \leq V_3$ y así sucesivamente.

Este planteamiento nos debe servir como línea directriz de nuestro razonamiento, pero no como procedimiento matemático, ya que nosotros no nos vamos a centrar en el funcionamiento de la reserva sino en el cálculo de la prima teniendo en cuenta la existencia de un ahorro potencial (reserva).

2.3. OPERACIÓN DE SEGURO: CÁLCULO DE LA PRIMA

Si llamamos p a la prima pura que, con carácter prepagable, pagaría la empresa a la aseguradora, la operación quedaría representada de la siguiente forma:



donde ξ_i es una variable aleatoria que representa lo que el prestatario tienen que pagar en el instante i .

Al valor de referencia fijado por el empresario lo llamaremos V_i y, como hemos indicado anteriormente, éste será el valor con el que compararemos el beneficio real obtenido en cada ejercicio para calcular la parte del término amortizativo que deberá pagar el prestatario en cada ejercicio económico y, por diferencia, la que deberá pagar la entidad aseguradora. El valor de referencia puede ser el mismo para todos los ejercicios o variar debido a estimaciones que haga el empresario de las fluctuaciones de sus beneficios futuros. Nosotros supondremos un valor de referencia distinto para cada uno de los períodos considerados.

Comenzaremos realizando el planteamiento para el primer año:

$$\xi_i = \begin{cases} 0, & \text{si } B_i \leq 0 \\ B_i, & \text{si } 0 < B_i \leq V_i \\ V_i, & \text{si } B_i > V_i \end{cases} a_i$$

cuya función de densidad, $f(V_i)$, es la función de densidad de los beneficios estimados o dados como referencia por el empresario para el primer año.

A continuación, calculamos la esperanza matemática que representa lo que el prestatario pagará por término medio:

$$E[\xi_1] = a_1 \left[\frac{\int_0^{V_1} Bf(B)dB}{V_1} + 1 - F(V_1) \right]$$

Si consideramos sólo el primer ejercicio, el equilibrio financiero en el inicio de la operación será:

$$C_0 - p_1 = E[\xi_1](1+i)^{-n}$$

y de ahí calculamos la prima del primer año:

$$p_1 = C_0 \left[F(V_1) - \frac{\int_0^{V_1} Bf(B)dB}{V_1} \right].$$

Está claro que la prima del primer período será mayor que la del segundo y sucesivos períodos (en los cuales es posible que existan reservas acumuladas).

Cuando realizamos el mismo razonamiento para el segundo período, tenemos que considerar que aparece ya el concepto de reserva, que es uno de los elementos característicos de este tipo de préstamo. Así tenemos una nueva variable A_1 , que representa el ahorro potencial del primer período:

$$A_1 = \begin{cases} 0, & \text{si } B_1 \leq V_1 \\ B_1 - V_1, & \text{si } B_1 > V_1 \end{cases}$$

cuya función de densidad es f_1 .

Los beneficios que consideraremos ahora para calcular la prima de este segundo período serán los beneficios desde el punto de vista de la aseguradora, es decir, la suma de las variables $B_2 + A_1$, que tiene como función de densidad la convolución de las funciones de densidad de A_1 y B_2 .

Usando el mismo razonamiento para el tercer año, tendremos que considerar sólo que el ahorro potencial es la suma de los precedentes, ya que éste es acumulativo. La función de beneficio será ahora la suma de las variables A_2 y B_3 .

Y así sucesivamente seguiremos operando hasta el último año, en el cual el ahorro acumulado durante este último período ya no influirá en el cálculo de la prima, ya que ésta es prepagable. Entonces, para su cálculo sólo incluiremos el beneficio B_n más el ahorro acumulado hasta el ejercicio $n-1$.

Una vez obtenidas las primas para cada período, calcularíamos la prima «global», p , como la «media financiera» de las primas calculadas independientemente:

$$p_1(1+i)^n + p_2(1+i)^{n-1} + \dots + p_n(1+i) = pS_{\overline{n}|i}$$

Así obtenemos p , que es la prima prepagable anual y constante que tendría que pagar el prestatario.

Hasta ahora, hemos calculado la prima del seguro como si no existiesen restricciones, pero, como hemos señalado anteriormente, podemos considerar dos restricciones en la cobertura del seguro: un número máximo de períodos asegurados o bien una cuantía máxima asegurada, tomando como referencia la cuantía total del préstamo. Esta última posibilidad

parece más justa por el hecho de que la entidad aseguradora, cuando realiza un pago, puede aportar la totalidad o sólo una parte de la cuota amortizativa dependiendo del beneficio real obtenido y del balance de la reserva. Vamos a plantear ambas posibilidades.

2.3.1. Seguro con una cuantía máxima asegurada

Vamos a llamar M a dicha cuantía máxima. La variable aleatoria η_i es una variable aleatoria que representa lo que ha de pagar la entidad aseguradora en el instante i , suponiendo que no existe una cuantía máxima asegurada. Ahora bien, si consideramos la cuantía máxima, la cantidad que pagaría la aseguradora en cada ejercicio pasaría a ser η'_i .

Así, en el primer ejercicio la aseguradora pagaría, si no existiese cuantía máxima:

$$\eta_1 = \begin{cases} a_1, & \text{si } B_1 \leq 0 \\ V_1 - B_1, & \text{si } 0 < B_1 \leq V_1 \\ V_1, & \text{si } B_1 > V_1 \end{cases}$$

Pero al existir una cuantía máxima asegurada, lo que en realidad pagará será el mínimo de entre η_1 y M , es decir, $\eta'_1 = \min(\eta_1, M)$. En cada ejercicio se irá restando de esa cuantía máxima M , la cantidad pagada hasta el momento por el seguro. Así, la cantidad a pagar por el seguro en los ejercicios siguientes será:

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \min(\eta_2, M - \eta'_1). \\ \eta'_3 &= \min(\eta'_3, M - \eta'_1 - \eta'_2). \\ &\dots \\ \eta'_n &= \min(\eta'_n, M - \sum_{i=1}^{n-1} \eta'_i). \end{aligned}$$

2.3.2. Seguro con un número máximo de períodos asegurados

Vamos a suponer que el préstamo tiene una duración de n años, pero la entidad aseguradora garantiza el pago de k períodos ($k \leq n$).

En este caso, tendremos que calcular la media de los posibles pagos que la aseguradora podría hacer a la empresa asegurada. Para ello, consideraremos todos los posibles grupos de k o menos primas dentro del conjunto de las n primas. O, lo que es lo mismo, afectaremos a cada prima p_i de un coeficiente α_{ij} que puede valer 0 ó 1, siendo k el máximo número de coeficientes iguales a 1, para cada j . Por consiguiente, hay $VR_2^k C_{n,k}$ posibles agrupaciones de los coeficientes $(\alpha_{1j}, \alpha_{2j}, \dots, \alpha_{nj})$, donde k valen 1 y el resto 0. El razonamiento se basa en que podemos corregir, a lo sumo, k unos haciendo variaciones con repetición de dos elementos (el cero y el uno) tomados de k en k . Pero como estos k coeficientes han de estar inter-

calados en los n períodos siendo los $n-k$ restantes todos cero, entonces cada variación fija podría estar en $C_{n,k}$ lugares posibles.

Por tanto,

$$\frac{I}{VR_2^k C_{n,k}} \sum_{i=1}^N VR_2^k C_{n,k} \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} p_i (1+i)^{-(i-1)} = p \ddot{a}_{\bar{n}|i}$$

donde cada $\alpha_{ij} = 0$ ó 1 , $i = 1, 2, \dots, n$ y $j = 1, \dots, VR_2^k C_{n,k}$.

4. CONCLUSIONES

El mundo de las finanzas demanda, de forma creciente, productos más flexibles, especialmente en ambientes de incertidumbre. Estos productos podrían resultar de la combinación de otros ya conocidos, como en nuestro caso, el préstamo que sugerimos que es la combinación de un préstamo, un seguro y la reserva que representa el ahorro. De este modo, la flexibilización podría provocar una mayor actividad empresarial.

El producto que presentamos es un préstamo con los términos amortizativos asegurados y vinculados a una reserva creada por el prestatario. Nuestro trabajo se centra en el cálculo de la prima del seguro como media financiera de las primas individuales de cada período. Este tipo de préstamo está especialmente pensado para empresas agrícolas, ya que éstas tienen una mayor incertidumbre acerca de sus beneficios futuros, pero puede ser aplicado, en general, a cualquier tipo de empresa.

En el artículo se presenta un caso de seguro con un máximo de términos asegurados, pero no se contemplan ni un período de carencia, ni uno de franquicia. Se podrían plantear múltiples casos distintos si se consideran estas u otras restricciones en la operación de préstamo y también si se utiliza cualquier otro sistema de amortización. Nuestra intención ha sido, sin embargo, mostrar la idea del modo más sencillo posible y dejamos estas consideraciones para futuros trabajos.

BIBLIOGRAFÍA

- Cruz, S., García, J. y Andújar, A. S. (1996): Préstamos al Sector Agrícola: Propuesta de un nuevo Sistema de Amortización. *Revista Española de Economía Agraria*, nº 175, 119-142.
- Cruz, S. y Muñoz M. J. (1998): Amortization Loan Insurance for Enterprises. Ponencia presentada en el «First Spanish-Italian Meeting on Financial Mathematics», pp. 399-408.
- García, J.; Cruz, S. y Andújar, A. S. (1998): Métodos de Amortización de Capital asociados a Operaciones de Inversión. *Revista Dirección y Organización* (1998) (aceptado y pendiente de publicación).
- Gil Peláez, L. (1992): *Matemática de las Operaciones Financieras*. Editorial AC, Madrid.
- De Pablo, A. (1995): *Matemática de las Operaciones Financieras*. U.N.E.D., Madrid.
- Rahman M. L. and Barry P. J. (1981): Financial Control and Variable Amortization Under Uncertainty: An Application to Texas Rice Farms. *Southern Journal of Agricultural Economics*, July (1981), pp. 99-103.
- Vegas, J. y Nieto de Alba, U. (1993): *Matemática Actuarial*. Mapfre, Madrid.
- Rodríguez, A. (1994): *Matemática de la Financiación*. Ediciones S, Barcelona.