



Revista Electrónica de Metodología Aplicada  
1999, Vol. 4 nº 2, pp. 63-75

---

## **NUEVA APROXIMACION AL ANALISIS DE SERIES TEMPORALES INTERRUMPIDAS.**

**José Ramón Escudero García y Guillermo Vallejo Seco**  
**Facultad de Psicología**  
**Universidad de Oviedo**  
**e-mail: jrescudero@correo.cop.es**

### **ABSTRACT.**

In the present work, we show an alternative to the verification of the intervention effect in time series to which the ARIMA model has been applied. This alternative is based on the consideration of significant differences in the parameters of ARIMA models, taking into account only the base line and also taking into account the complete series – base line and intervention phase. In order to be able to determine when the differences between parameters are significant, an investigation is carried out by means of the Montecarlo method so that different significance levels are defined statistically.

**Key words:** methodology, time series, box-jenkins.

## 1. Introducción.

La aplicación de los modelos ARIMA a los diseños de series temporales interrumpidas es una de las aproximaciones más novedosa y prometedora en el campo de la Psicología y de la Educación. A la hora de comprobar si el tratamiento aplicado ha sido relevante, es decir, si ha habido efecto intervención se vienen aplicando, fundamentalmente, dos aproximaciones:

a) Los modelos de función de transferencia, como son conocidos en ingeniería, modelos econométricos dinámicos en economía o regresión dinámica (Peña 1985), que permiten medir como se transmiten los efectos entre variables.

Esta aproximación ha sido desarrollada por Box y Tiao (1965, 1975), Tiao y Box (1983) y Tiao (1985).

b) La aproximación de Glass, Gotman y Wilson (1975). Los datos originales son transformados en series independientes con el fin de que cumplan el modelo lineal general.

En las ciencias del comportamiento la serie temporal procede de la toma de medidas repetidas (respuestas de un sujeto) a intervalos regulares de tiempo, ya sea en condiciones en que no se ha aplicado ningún tratamiento (línea base) o bajo la acción de éste (fase de intervención).

Si la aplicación del tratamiento no tuviese ningún efecto relevante sobre la conducta (respuestas del sujeto), el modelo ARIMA desde el que se supone han sido generadas las respuestas debería ser el mismo, ya se tenga en cuenta, únicamente, la línea base o la serie completa, mientras que si el tratamiento tuviese efecto el modelo ARIMA debería ser distinto. Entendemos por modelos diferentes, no sólo aquellos que tengan distinto número y tipo de parámetros, sino también aquellos en los que teniendo el mismo número y tipo de parámetros, hay diferencias significativas en la magnitud de los mismos.

Una prueba alternativa del efecto intervención podría derivarse del estudio de los modelos ARIMA que siguen la línea base y la serie temporal completa, o línea base y fase de intervención. Pero ¿cuándo dos modelos ARIMA pueden considerarse significativamente distintos?

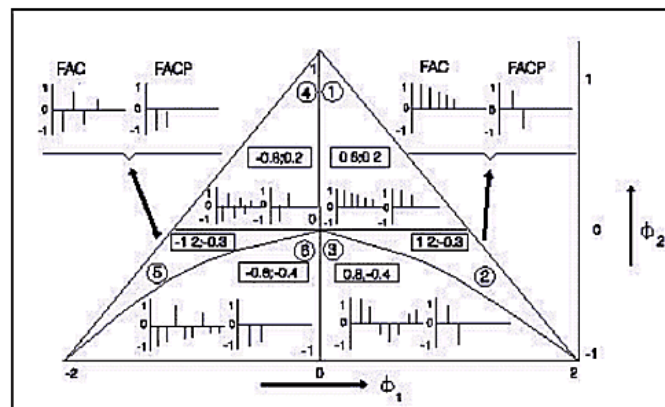
## 2.- Método.

Mediante este experimento se pretende elaborar una serie de tablas en las que aparezca recogida la distribución de las estimaciones de los parámetros de los principales modelos ARIMA utilizados en las ciencias socio-comportamentales.

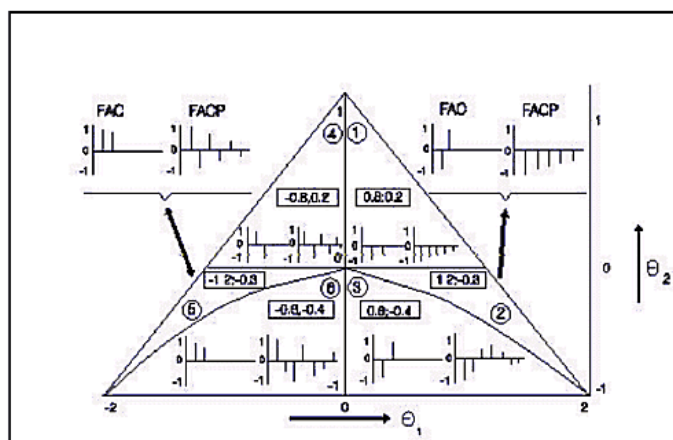
Para construir dichas tablas se han manipulado tres tipos de variables: tamaño de las series, tipo de modelo ARIMA y valor de los parámetros. Por lo que respecta a la primera

variable, los tamaños muestrales manipulados oscilaban entre treinta y quinientos datos, con incrementos de diez en diez, desde treinta hasta cien datos y con incrementos de cincuenta en cincuenta, desde cien hasta quinientos datos. En cuanto a la segunda variable utilizada, se han seleccionado los siguientes modelos de series temporales: AR (1), AR (2), MA (1) y MA (2). Estos modelos son los que con más frecuencia pueden encontrarse en Psicología y Ciencias Sociales (Gottman y Glass, 1978; Judd y Kenny, 1981; Glass, Willson y Gottman, 1975). También se ha utilizado el modelo ARMA (1,1), a pesar de que aparece con menor frecuencia en el citado ámbito.

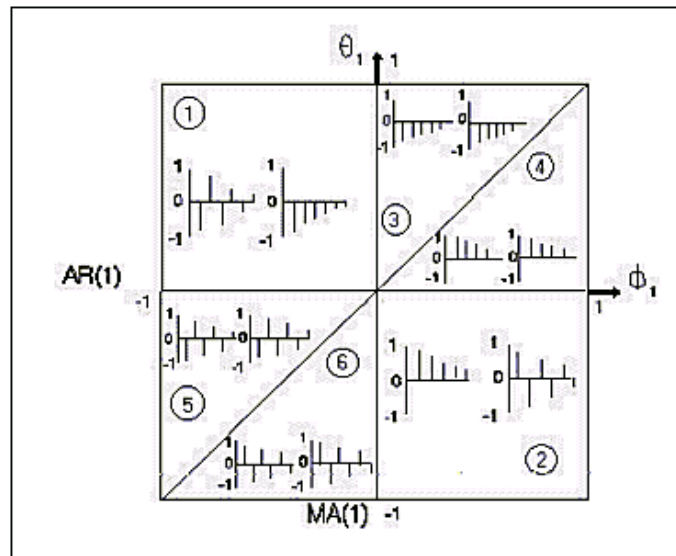
A su vez, por lo que respecta a la tercera variable, conviene destacar que los valores de los parámetros de los modelos AR(1) y MA(1) se han seleccionado de forma que se ajusten a las condiciones de estacionariedad e invertibilidad de cada uno de los modelos, mientras que los valores de los parámetros de los modelos AR (2), MA (2) y ARMA (1,1) se escogieron de manera que quedasen representadas cada una de las seis regiones de estacionariedad e invertibilidad de acuerdo con las delimitaciones gráficas elaboradas por Stralkowski, Wu y Devor (1970, 1974), que se muestran a continuación.



**Gráfica 1:**Regiones de estacionariedad para los procesos AR(2). (Según Stralkowsky, Wu y Devor, 1970).



**Gráfica 2:**Regiones de invertibilidad para los procesos MA(2). (Según Stralkowsky, Wu y Devor, 1970).



**Gráfica 3:** Regiones de estacionariedad e invertibilidad para los procesos ARMA(1,1). (Según Stralkowsky, Wu y Devor, 1970).

En los modelos AR(1) y MA(1) se establecieron dieciocho condiciones comprendidas entre -0,9 y 0,9, ambas inclusive, con incrementos de 0,1 excluido el 0.

Por último, para cada una de las condiciones experimentales se generaron mil series, especificándose que el término aleatorio siga una distribución normal  $N(0,1)$ . Para evitar efectos artefactuales de los valores iniciales, los primeros quinientos datos de cada simulación fueron suprimidos. Asimismo, se eliminaron treinta datos entre series consecutivas para mitigar la dependencia entre series, calculándose a continuación la media y la desviación típica de las estimaciones de los parámetros.

Los cálculos se realizaron con el programa informático MATLAB versión 5.1 de 1997. Se programaron las operaciones para cada uno de los distintos modelos que aparecen en las tablas. Por ejemplo, el programa que sigue:

```
for
k = 1:9
f=-0.1*k
for
j=1:7
g=20+10*j;
for
i=1:1000
modell=poly2th([1 f],[],[]);
e=randn(g,1);
y=idsim([e],modell);
th=arx(y,1);
coef(i,1)=th(3,1);
```

end  
 media(k,j) = mean(coef);  
 desviacion(k,j) = std(coef);  
 end  
 end

genera mil series que siguen un modelo AR (1), estima el coeficiente y halla su desviación estándar, para un tamaño del parámetro desde -0,1 hasta -0,9 con un incremento de -0,1, y para tamaño de muestra desde treinta datos hasta noventa con un incremento de diez.

3.- Resultados.

nº de datos \ coeficiente	$\phi=0.1$		$\phi=0.2$		$\phi=0.3$		$\phi=0.4$		$\phi=0.5$		$\phi=0.6$		$\phi=0.7$		$\phi=0.8$		$\phi=0.9$	
	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación
30	0.0948	0.1807	0.1945	0.1736	0.2888	0.1765	0.3805	0.1711	0.4661	0.1636	0.5629	0.1566	0.6504	0.1457	0.7492	0.1315	0.8447	0.1118
40	0.0888	0.1559	0.1928	0.1609	0.2815	0.1522	0.3769	0.1487	0.4725	0.1391	0.5681	0.1399	0.6651	0.1226	0.7608	0.1106	0.8532	0.1020
50	0.1024	0.1418	0.1948	0.1349	0.2927	0.1346	0.3866	0.1261	0.4802	0.1220	0.5721	0.1236	0.6678	0.1098	0.7669	0.0972	0.8654	0.0832
60	0.0955	0.1288	0.1895	0.1269	0.2925	0.1217	0.3877	0.1165	0.4809	0.1156	0.5834	0.1070	0.6743	0.0970	0.7740	0.0878	0.8713	0.0701
70	0.0927	0.1168	0.1944	0.1201	0.2908	0.1148	0.3827	0.1066	0.4909	0.1046	0.5826	0.1013	0.6803	0.0897	0.7763	0.0809	0.8747	0.0612
75	0.1015	0.1142	0.1886	0.1098	0.2960	0.1090	0.3880	0.1072	0.4868	0.1015	0.5831	0.0935	0.6800	0.0882	0.7825	0.0723	0.8789	0.0571
80	0.0965	0.1127	0.1954	0.1086	0.2930	0.1067	0.3905	0.1001	0.4901	0.0964	0.5828	0.0935	0.6809	0.0828	0.7837	0.0719	0.8785	0.0601
90	0.0990	0.1045	0.1922	0.1044	0.2918	0.1013	0.3847	0.0979	0.4906	0.0908	0.5855	0.0845	0.6871	0.0800	0.7851	0.0664	0.8795	0.0542
100	0.0994	0.1007	0.1968	0.1022	0.2906	0.0935	0.3926	0.0904	0.4905	0.0878	0.5862	0.0845	0.6886	0.0721	0.7830	0.0650	0.8831	0.0505
150	0.0986	0.0937	0.1948	0.0814	0.2943	0.0782	0.3946	0.0717	0.4935	0.0717	0.5915	0.0660	0.5903	0.0609	0.7869	0.0550	0.8880	0.0413
200	0.0979	0.0676	0.1993	0.0704	0.2979	0.0682	0.3957	0.0625	0.4932	0.0631	0.5955	0.0571	0.6923	0.0536	0.7911	0.0434	0.8901	0.0346
250	0.0980	0.0620	0.1997	0.0624	0.2946	0.0590	0.3970	0.0593	0.4957	0.0550	0.5934	0.0525	0.6957	0.0443	0.7905	0.0390	0.8927	0.0293
300	0.1012	0.0570	0.1972	0.0565	0.2992	0.0555	0.3978	0.0506	0.4924	0.0482	0.5973	0.0453	0.6957	0.0412	0.7931	0.0360	0.8945	0.0263
350	0.1009	0.0530	0.1974	0.0541	0.2984	0.0496	0.3978	0.0507	0.4958	0.0461	0.5957	0.0435	0.6973	0.0370	0.7963	0.0337	0.8947	0.0239
400	0.0998	0.0491	0.2006	0.0492	0.2982	0.0470	0.3996	0.0430	0.4979	0.0439	0.5959	0.0386	0.6967	0.0356	0.7963	0.0314	0.8959	0.0225
450	0.1009	0.0480	0.2015	0.0457	0.2989	0.0465	0.3982	0.0422	0.4966	0.0416	0.5973	0.0392	0.6962	0.0333	0.7966	0.0278	0.8959	0.0213
500	0.0986	0.0446	0.1987	0.0428	0.2991	0.0438	0.3982	0.0407	0.4961	0.0389	0.5981	0.0357	0.6978	0.0315	0.7960	0.0261	0.8966	0.0199

Tabla 1:Modelo AR(1) (coeficiente positivo)

nº de datos \ coeficiente	$\phi=-0.1$		$\phi=-0.2$		$\phi=-0.3$		$\phi=-0.4$		$\phi=-0.5$		$\phi=-0.6$		$\phi=-0.7$		$\phi=-0.8$		$\phi=-0.9$	
	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación	media	desviación
30	-0.0924	0.1789	-0.1846	0.1816	-0.2818	0.1715	-0.3741	0.1648	-0.4680	0.1665	-0.5663	0.1575	-0.6534	0.1423	-0.7506	0.1305	-0.8476	0.1121
40	-0.0961	0.1563	-0.1968	0.1540	-0.2883	0.1456	-0.3765	0.1462	-0.4750	0.1392	-0.5685	0.1363	-0.6633	0.1289	-0.7648	0.1057	-0.8610	0.0946
50	-0.0977	0.1465	-0.1951	0.1381	-0.2882	0.1342	-0.3814	0.1322	-0.4822	0.1246	-0.5791	0.1188	-0.6748	0.1049	-0.7694	0.0939	-0.8640	0.0803
60	-0.1028	0.1283	-0.1935	0.1229	-0.2905	0.1257	-0.3838	0.1260	-0.4911	0.1135	-0.5802	0.1069	-0.6807	0.0947	-0.7739	0.0881	-0.8703	0.0707
70	-0.0991	0.1193	-0.2022	0.1135	-0.2849	0.1105	-0.3897	0.1088	-0.4856	0.1029	-0.5840	0.0965	-0.6775	0.0928	-0.7781	0.0787	-0.8747	0.0663
75	-0.0930	0.1095	-0.1970	0.1118	-0.2921	0.1097	-0.3906	0.1051	-0.4881	0.1010	-0.5807	0.0969	-0.6847	0.0862	-0.7763	0.0782	-0.8766	0.0614
80	-0.0941	0.1112	-0.1984	0.1045	-0.2941	0.1038	-0.3870	0.1011	-0.4808	0.1006	-0.5847	0.0921	-0.685	0.0815	-0.7816	0.0728	-0.8775	0.0597
90	-0.0953	0.1050	-0.1955	0.0998	-0.2961	0.1008	-0.3919	0.0960	-0.4907	0.0904	-0.5877	0.0854	-0.6803	0.0802	-0.7820	0.0684	-0.8798	0.0533
100	-0.0998	0.0990	-0.1964	0.1026	-0.2929	0.0944	-0.3917	0.0926	-0.4907	0.0858	-0.5887	0.0811	-0.6841	0.0744	-0.7845	0.0658	-0.8824	0.0519
150	-0.1059	0.0768	-0.2011	0.0788	-0.2936	0.0759	-0.3943	0.0760	-0.4933	0.0715	-0.5922	0.0677	-0.6930	0.0581	-0.7933	0.0506	-0.8884	0.0393
200	-0.1025	0.0693	-0.1990	0.0685	-0.2944	0.0657	-0.3978	0.0648	-0.4929	0.0625	-0.5929	0.0566	-0.6959	0.0493	-0.7910	0.0430	-0.8924	0.0340
250	-0.0988	0.0623	-0.1988	0.0613	-0.3016	0.0592	-0.3930	0.0395	-0.4978	0.0556	-0.5980	0.0528	-0.6933	0.0452	-0.7957	0.0398	-0.8930	0.0296
300	-0.0991	0.0562	-0.1989	0.0548	-0.2996	0.0558	-0.3952	0.0556	-0.4977	0.0494	-0.5966	0.0475	-0.6940	0.0415	-0.7969	0.0345	-0.8941	0.0265
350	-0.0996	0.0524	-0.3001	0.0514	-0.3001	0.0514	-0.3972	0.0488	-0.4967	0.0455	-0.5962	0.0417	-0.6983	0.0398	-0.7950	0.0329	-0.8942	0.0225
400	-0.0990	0.0486	-0.1974	0.0486	-0.2990	0.0483	-0.3984	0.0455	-0.4971	0.0431	-0.5966	0.0405	-0.6968	0.0369	-0.7951	0.0314	-0.8940	0.0238
450	-0.0995	0.0472	-0.2001	0.0453	-0.3008	0.0431	-0.4981	0.0420	-0.4981	0.0420	-0.5972	0.0389	-0.7960	0.0289	-0.7960	0.0289	-0.8957	0.0214
500	-0.0995	0.0437	-0.2001	0.0436	-0.2993	0.0433	-0.3982	0.0399	-0.4995	0.0394	-0.5961	0.0351	-0.6970	0.0304	-0.7965	0.0272	-0.8960	0.0196

Tabla 2:Modelo AR(1) (coeficiente negativo)

Región n° de datos	REGION I	REGION II	REGION III	REGION IV	REGION V	REGION VI
30	0,1787	0,1913	0,1828	0,1792	0,1929	0,1801
40	0,1547	0,1666	0,1508	0,1536	0,1661	0,1509
50	0,1373	0,1451	0,1330	0,1370	0,1456	0,1336
60	0,1255	0,1321	0,1183	0,1246	0,1332	0,1185
70	0,1144	0,1216	0,1093	0,1154	0,1204	0,1100
80	0,1575	0,1157	0,1013	0,1078	0,1114	0,1012
90	0,1457	0,1070	0,0958	0,1009	0,1073	0,0954
100	0,0956	0,1017	0,0902	0,0964	0,1027	0,0891
150	0,0785	0,0825	0,0706	0,0778	0,0847	0,0722
200	0,0675	0,0721	0,0621	0,0674	0,0723	0,0623
250	0,0599	0,0634	0,0549	0,0604	0,0632	0,0546
300	0,0551	0,0588	0,0499	0,0547	0,0583	0,0503
350	0,0508	0,0533	0,0461	0,0516	0,0539	0,0463
400	0,0480	0,0504	0,0437	0,0479	0,0490	0,0438
450	0,0446	0,0467	0,0407	0,0453	0,0476	0,0403
500	0,0425	0,0442	0,0388	0,0426	0,0446	0,0383

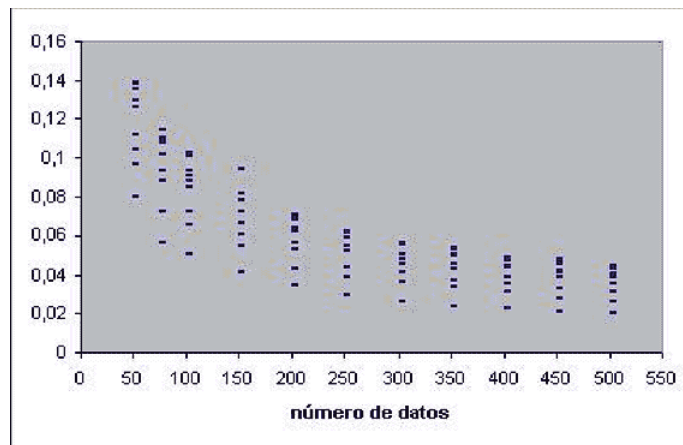
**Tabla 3:** Desviación típica de la estimación de parámetros AR2 en función del número de datos y de la región de estacionariedad

coeficiente n° de datos	$\theta=0.2$		$\theta=0.3$		$\theta=0.4$		$\theta=0.5$		$\theta=0.6$		$\theta=0.7$		$\theta=0.8$		$\theta=0.9$			
	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación	media desviación		
30	0.1191	0.2145	0.1964	0.2135	0.3097	0.2108	0.3892	0.2258	0.5003	0.1994	0.6045	0.1805	0.6840	0.1850	0.7611	0.1549	0.8223	0.1442
40	0.0795	0.1739	0.1938	0.1795	0.3021	0.1668	0.4047	0.1675	0.5119	0.1764	0.5980	0.1576	0.6981	0.1368	0.7712	0.1379	0.8533	0.1143
50	0.1135	0.1531	0.2153	0.1613	0.3115	0.1446	0.4077	0.1424	0.4997	0.1532	0.6079	0.1345	0.6914	0.1179	0.7748	0.1015	0.8496	0.0976
60	0.1074	0.1457	0.1974	0.1480	0.2927	0.1395	0.3997	0.1305	0.5064	0.1225	0.6108	0.1096	0.7006	0.1052	0.8030	0.0957	0.8569	0.0821
70	0.0964	0.1356	0.2060	0.1253	0.2888	0.1243	0.4101	0.1102	0.4966	0.1165	0.5904	0.1054	0.7003	0.1075	0.7863	0.0888	0.8597	0.0911
80	0.1067	0.1270	0.2041	0.1170	0.3040	0.1124	0.3974	0.1102	0.4968	0.1018	0.6022	0.1034	0.6960	0.0924	0.7832	0.0822	0.8730	0.0718
90	0.1037	0.1092	0.1979	0.1124	0.2964	0.1058	0.4036	0.1092	0.4973	0.0996	0.6065	0.0932	0.7023	0.0901	0.7968	0.0775	0.8686	0.0647
100	0.1021	0.1035	0.1980	0.1092	0.3037	0.1020	0.4022	0.0973	0.5048	0.0953	0.6059	0.0894	0.6976	0.0838	0.7869	0.0706	0.8822	0.0548
150	0.0941	0.0828	0.1996	0.0811	0.3002	0.0875	0.3988	0.0820	0.5013	0.0762	0.6026	0.0735	0.6999	0.0594	0.7962	0.0592	0.8910	0.0507
200	0.1009	0.0685	0.1923	0.0643	0.2993	0.0705	0.4017	0.0682	0.5051	0.0654	0.6043	0.0510	0.6928	0.0551	0.7934	0.0488	0.8866	0.0398
250	0.1005	0.0651	0.2002	0.0641	0.3064	0.0580	0.4024	0.0618	0.5010	0.0563	0.5965	0.0555	0.6968	0.0440	0.7930	0.0398	0.8872	0.0331
300	0.1016	0.0611	0.2034	0.0565	0.2977	0.0562	0.3977	0.0575	0.5004	0.0532	0.6002	0.0500	0.6987	0.0463	0.8022	0.0377	0.8894	0.0318
350	0.0987	0.0539	0.1998	0.0535	0.2984	0.0533	0.3952	0.0537	0.5024	0.0462	0.6004	0.0434	0.7006	0.0395	0.7953	0.0375	0.8914	0.0299
400	0.1042	0.0499	0.1994	0.0495	0.3010	0.0508	0.4004	0.0477	0.4954	0.0471	0.5990	0.0434	0.7044	0.0352	0.7966	0.0308	0.8937	0.0258
450	0.0982	0.0514	0.1979	0.0514	0.3019	0.0423	0.4036	0.0443	0.5002	0.0402	0.6013	0.0386	0.6990	0.0364	0.7946	0.0318	0.8931	0.0231
500	0.1035	0.0443	0.2008	0.0439	0.3003	0.0422	0.3987	0.0425	0.5026	0.0397	0.6011	0.0400	0.7009	0.0354	0.7978	0.0290	0.8946	0.0216

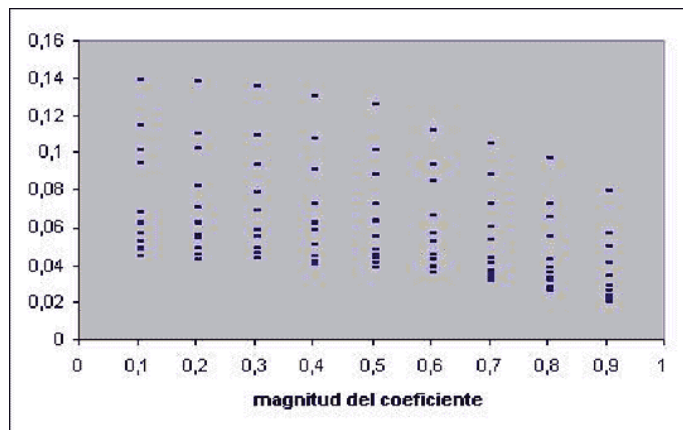
**Tabla 4:** Modelo MA(1) (coeficiente positivo)

#### 4.- Discusión.

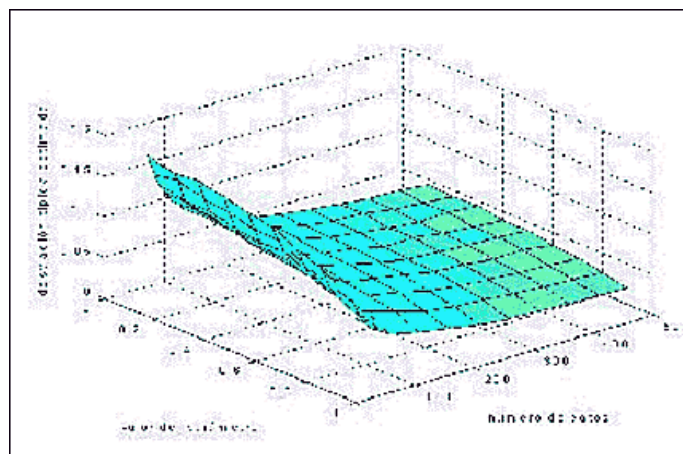
En los procesos AR(1), como podemos observar en las tablas, la varianza de las estimaciones del parámetro es una función del tamaño de la muestra empleada, pero también es función del tamaño del parámetro, disminuyendo a medida que aumenta el tamaño del parámetro que se va a estimar. Las siguientes figuras ayudan a verificar rápidamente lo dicho. En la tercera figura se ofrece la representación tridimensional de la desviación típica considerando el número de datos y la magnitud del coeficiente como variables independientes.



**Gráfica 4:** Desviación típica de la estimación del parámetro de un AR(1) (coeficiente positivo)

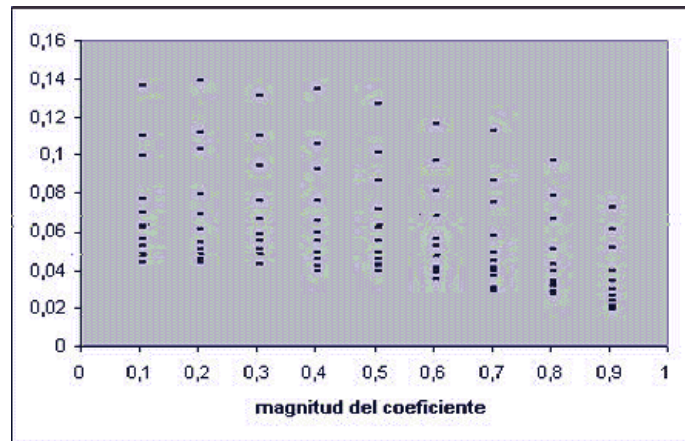


**Gráfica 5:** Desviación típica de la estimación del parámetro de un AR(1) (coeficiente positivo)

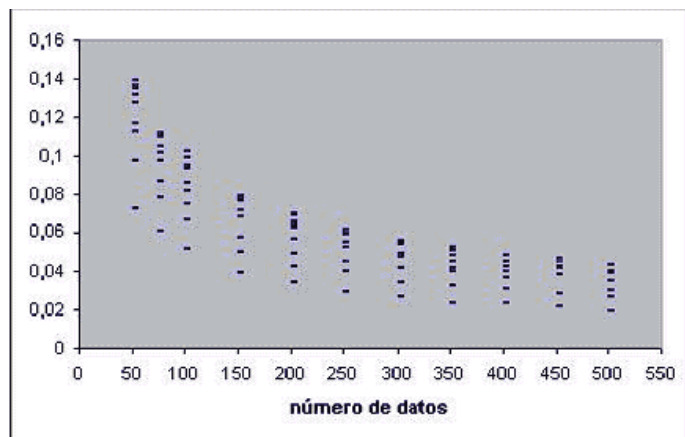


**Gráfica 6:** Superficie de variación de la desviación típica estimada en procesos AR(1) (coeficiente positivo)

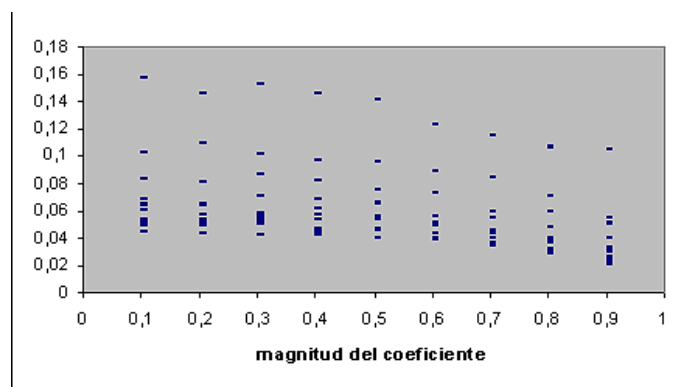
La varianza de las estimaciones de los parámetros de procesos MA(1), al igual que los procesos autorregresivos de orden uno, también es función del número de datos de la muestra y del tamaño del parámetro que se trata de estimar. En las siguientes figuras, se representa la varianza en función del número de datos y del tamaño del parámetro positivo. En el caso de ser negativo, también sigue una función parecida.



**Gráfica 7:** Desviación típica de la estimación del parámetro de un MA(1) (coeficiente positivo)

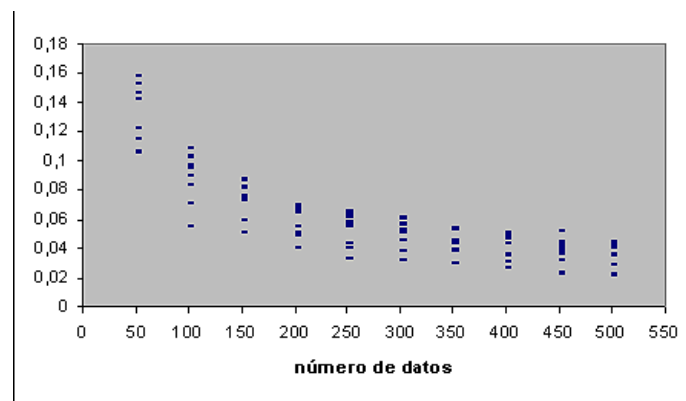


**Gráfica 8:** Desviación típica de la estimación del parámetro de un MA(1) (coeficiente positivo)



**Gráfica 9:** Desviación típica de la estimación del parámetro de un MA(1) (coeficiente positivo)





**Gráfica 10:** Desviación típica de la estimación del parámetro de un MA(1) (coeficiente positivo)

Las gráficas de la varianza en función del número de datos son totalmente semejantes en los procesos AR(1) y MA(1). Por lo que respecta a las gráficas de la varianza en función del tamaño del parámetro, resalta que si bien son parecidas desde el punto de vista cualitativo, no lo son desde el punto de vista cuantitativo, pues la varianza disminuye más y más rápidamente en el caso de los procesos AR(1) que en el de los procesos MA(1).

En los procesos AR(2), MA(2) y ARMA(1,1) la varianza disminuye en función del número de datos al igual que en los casos precedentes; sin embargo, la variabilidad en función de las distintas regiones de estacionariedad e invertibilidad, así como del tamaño de los parámetros, es mucho menor que en los anteriores casos.

Las diferencias observadas en la estimación de los parámetros en los procesos AR(1) y MA(1) queda explicada al considerar una variable subyacente a ambas, la estructura correlacional de las series. La varianza de las estimaciones disminuye a medida que es más fuerte la estructura correlacional. En este sentido, el primer coeficiente de autocorrelación de un proceso AR(1) coincide con el valor del parámetro  $\theta$ , mientras que en un proceso MA(1) el coeficiente de autocorrelación se obtiene según la expresión:  $\rho_1 = \frac{-\theta}{1+\theta^2}$ . En la siguiente tabla puede verse la relación de los primeros coeficientes de autocorrelación de procesos AR(1) y MA(1) de acuerdo con el valor del parámetro.

Coefficiente	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
AR(1)	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
MA(1)	0,50	0,49	0,47	0,44	0,4	0,34	0,27	0,19	0,1

**Tabla 5:** Autocorrelación de retardo uno para procesos AR(1) y MA(1)

Si se observan las gráficas de las varianzas correspondientes a ambos procesos, se comprueba que cuando los tamaños de los parámetros son pequeños, estos resultan prácticamente iguales; sin embargo, a medida que el tamaño del parámetro aumenta, en los procesos AR disminuye la varianza, mientras que en el caso de los procesos MA, esta tiende a estabilizarse, al igual que su coeficiente de correlación.

El resto de los procesos AR(2), MA(2) y ARMA(1,1) tienen estructuras correlacionales más altas que los AR(1) y MA(1), en general, por lo que la variabilidad se modifica en menor cantidad al considerarla en función del tamaño de los parámetros y de las distintas regiones de estacionariedad e invertibilidad.

Los resultados mostrados en las tablas anteriores ponen de manifiesto el carácter insesgado de los parámetros con independencia del tipo de variable manipulada, valor muestral y estructura correlacional, lo que no hace más que corroborar los resultados obtenidos por otros investigadores anteriores (Vallejo, 1994; Harrop y Velicer, 1995; Vallejo et al. 1992).

### 5.- Procedimiento a seguir para la comprobación del efecto de la intervención.

- 1°. Identificación y estimación del modelo ARIMA que sigue la serie completa.
- 2°. Identificación y estimación del modelo que sigue la serie en la línea base.
- 3°. Comprobar si en ambos casos los datos se ajustan al modelo estimado. Si los datos se ajustan se pasará a comprobar si la diferencia en la magnitud de los parámetros es significativa.
- 4°. Para comprobar si la diferencia entre dos parámetros es significativa se toma el parámetro estimado con la línea base y con la desviación típica obtenida en las tablas, expuestas con anterioridad, para la misma magnitud del parámetro y el mismo tamaño de muestra. A continuación se construye un intervalo de confianza donde podría encontrarse el parámetro. Si el parámetro estimado con la serie completa se encuentra fuera de este intervalo, deduciremos la significatividad de la diferencia de los parámetros con un determinado nivel de confianza, y por tanto la significatividad del tratamiento. El intervalo de confianza se será  $\hat{\phi}_i \pm z_\alpha \sigma_i$ , en el caso de parámetros autorregresivos, y  $\hat{\theta}_i \pm z_\alpha \sigma_i$ , para los MA.
- 5°. Si el tamaño de muestra no se encuentra en las tablas, puede hallarse por interpolación obteniéndose una aproximación razonable.

Los modelos que siguen la línea base y la serie temporal completa pueden diferenciarse, no sólo en el tamaño de los parámetros, sino en el número de los mismos o en el tipo de parámetros (cambio de AR a MA, por ejemplo). Para determinar cuando se presenta este caso, si esas diferencias no se producen por azar, se han generado 20 series de cada uno de tres modelos AR (1), tres modelos MA (1), seis modelos AR (2), seis modelos MA (2) y seis modelos ARMA (1,1), (de los tres últimos, uno por cada una de las regiones de estacionariedad e invertibilidad) y tamaños de muestras 30, 50, 75, 100, 200 y 500 datos y analizadas una a una estudiando la FAC y la FACP mediante el paquete estadístico BMDP.

Como conclusiones de este estudio se han obtenido las siguientes:

- A) La confusión más frecuente entre modelos ocurre entre ruido blanco y el resto de modelos cuando el número de datos es pequeño y coeficientes de autocorrelación pequeños.
- B) El cambio de tipo de parámetro solamente se produce entre AR 1 y MA 1 con pocos datos, y la incertidumbre desaparece al analizar los residuos del modelo.
- C) En muchas ocasiones, la confusión se presenta en el número de parámetros del

modelo. En todos los casos, cuando cambiaba el número de parámetros sugeridos del modelo, las estructuras correlacionales no eran muy claras. Por ejemplo, si se pasaba de un AR 2 a un AR 1, el segundo coeficiente de la FACP significativo se hallaba alrededor el límite de significación, y en muchos casos, el análisis de los residuos confirmaba el modelo con el que las series habían sido generadas.

En consecuencia, cuando los modelos estimados de la línea base y la serie temporal completa son diferentes, si las estructuras de la FAC y la FACP son claras y diferentes entre sí, aceptaríamos la significatividad del tratamiento. En el resto de los casos se realizaría el proceso antes descrito.

### **5.1.- Características del procedimiento propuesto.**

1) En otros enfoques, el modelo ARIMA identificado se usa para filtrar la serie y eliminar la autocorrelación. En el enfoque alternativo se utilizan los datos registrados directamente en la investigación y se evita la posible eliminación de información significativa.

2) Uno de los principales problemas en la utilización de la metodología ARIMA es la dificultad de identificar el modelo que sigue una determinada serie con escaso número de datos. Este problema se reduce, al menos parcialmente, en el Enfoque Alternativo ya que se analiza la serie completa, que a su vez puede servir de guía para la identificación del modelo que sigue la línea base. Si no se pudiese ajustar al mismo modelo, quedaría probada la efectividad del tratamiento.

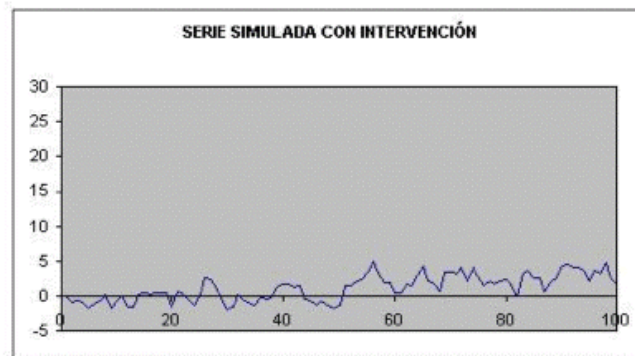
3) En un estudio de comparación con otros dos procedimientos de evaluación del impacto (Enfoque de la Transformación General, AR(5), y Modelo Correctamente Identificado), el Enfoque Alternativo se muestra como una prueba conservadora. En el nivel del 0,05 presenta una tasa de error Tipo I que es aproximadamente la mitad de la tasa de error de los otros dos procedimientos utilizados en la investigación, y en el nivel del 0,01 presenta una tasa de error despreciable y mucho menor que los otros dos.

4) Los bajos niveles empíricos a obtenidos con el Enfoque Alternativo se traducen en una ligera pérdida de eficacia, menor potencia de prueba, que los otros dos procedimientos cuando el efecto intervención es abrupto y permanente.

5) En los procesos ARMA con efecto intervención gradual y permanente, los niveles empíricos a se mantienen al mismo nivel que con efecto intervención abrupto y constante mientras que no se observa una disminución en la eficacia, potencia de prueba.

### **6.- Aplicación a una serie simulada.**

Se genera una serie de 100 datos según modelo autorregresivo (AR (1)) con intervención a partir del dato 51. La serie generada se muestra en la gráfica 11.



Gráfica 11. Serie generada con 100 datos.

### *Análisis de la serie completa.*

Una vez analizado las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, se llega a la conclusión previa de que se trata de un proceso AR (1). Estimado el parámetro, obtenemos  $f=0,91$ . El modelo quedaría:

$$X_t = 0,91X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Analizando los residuales, observamos que tanto en la FAC como en la FACP no hay ningún coeficiente de correlación que salga fuera de las bandas de significación, lo que nos indica la bondad del ajuste.

### *Análisis de la línea base.*

Considerando que la línea base sigue un proceso AR (1) se estima el parámetro y se obtiene  $f = 0,61$ . El modelo quedaría:

$$X_t = 0,61X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Analizando los residuales del modelo, se observa que los coeficientes de correlación de la FAC y de la FACP no son significativos, excepto uno de la función de autocorrelación parcial, que es permitido por las hipótesis del modelo, lo que nos indica la bondad del ajuste.

### *Comprobación del efecto intervención.*

Como se apuntaba más arriba el intervalo de confianza lo construiremos a partir del parámetro estimado en la línea base mediante la expresión  $(\phi_i - 1,96\sigma_i, \phi_i + 1,96\sigma_i)$ . En este caso mirando en la tabla de procesos AR(1) con coeficiente positivo y valor  $f = 0,60$  y para un tamaño de muestra de 50 datos, se obtiene la varianza que en este caso es:  $s = 0,1118$ , y por tanto el intervalo de confianza será  $(0'39, 0'83)$ . Como el segundo parámetro se encuentra fuera del intervalo de confianza, se acepta la significatividad de la diferencia en magnitud de los parámetros.

## 7.- Referencias.

- Box, G.E.P. y Tiao, G.C. (1965). A change in level of nonstationary time series. *Biometrika*, 52, 181-192.
- Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (1976). *Time Series Analysis. Forecasting and Control*. Revised Edition. Oakland. California: Holden Day.
- Glass, G.V., Willson, V.L. y Gottman, J.M. (1975). *Design and Analysis of Time-series Experiments*. Boulder, CO: Colorado Associated University Press.
- Gottman, J.M. y Glass, G.V. (1978). Analysis of interrupted time-series experiments. En T.R. Kratochwill (Ed.), *Single subject research: Strategies for Evaluating Change*. New York: Academic Press.
- Harrop, J.W. y Velicer, W.F. (1985). A comparison of alternative approaches to the analysis of interrupted time-series. *Multivariate Behavioral Research*, 20, 27-44.
- Judd, C.M. y Kenny, D.A. (1981). *Estimating the Effects of Social Interventions*. New York: Cambridge University Press.
- Stralkowski, C.M.; Wu, S.M. y Devor, R.E. (1970). Charts for the interpretation and estimation of the second order autorregressive model. *Technometrics*, 12, 669-685.
- Stralkowski, C.M.; Wu, S.M. y Devor, R.E. (1974). Charts for the interpretation and estimation of the second order moving average end mixed first order autorregressive-moving average models. *Technometrics*, 16, 275-285.
- Tiao, G.C. y Box, G.E.P. (1983). *An Introduction to Applied Multiple Time Series Analysis*. Working Paper N° 101. De Kalb, Illinois: Scientific Computing Associates.
- Tiao, G.C. (1985). ARMA models, intervention problems and outlier detection in time series. En E.J. Hannan, P.K. Krishnaiah y M.M. Rao (Eds.): *Handbook of Statistics, Vol. 5 Time Series in the Time Domain*, pp. 85-118. Amsterdam: North-Holland.
- Vallejo, G., Herrero, J. y Cuesta, M. (1992). Comparación de la potencia y eficacia de diversos modelos ARIMA en series temporales interrumpidas: Un estudio de simulación. *Revista de Investigaciones Psicológicas*, 10, 174-214.
- Vallejo, G. (1994). Evaluación del efecto de la intervención en diseños de series temporales en presencia de tendencia. *Psicothema*, 6, 469-490