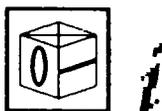


El papel del análisis gráfico en la resolución de problemas aritméticos

Elena Botsmanova



El planteamiento de los problemas matemáticos adopta tradicionalmente una formulación verbal. Pero dar cuenta con la palabra de los elementos y las relaciones que caracterizan la situación de un problema tiene sus ventajas y sus limitaciones y a veces el niño no alcanza a representarse correctamente los hechos: no alcanza a encontrar los referentes concretos que soportan esas expresiones verbales con cierto grado de abstracción. Se ha sugerido que la ayuda de representación y esquemas gráficos facilita una mejor comprensión del problema que la formulación verbal. En este artículo se presenta una investigación que lo demuestra.

LA FUNCION DEL ANALISIS GRAFICO EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ARITMETICOS

Las dificultades que tienen los alumnos más pequeños para resolver sin ayuda problemas están significativamente relacionadas con su incapacidad para abstraer los elementos arbitrarios de una situación concreta (descrita en el planteamiento del problema) y para aislar las relaciones matemáticas abstractas. Es preciso, si queremos hacer este proceso más sencillo, hallar métodos de interacción que permitan presentar estas relaciones abstractas al nivel más concreto posible. Nuestra hipótesis es que el uso de diagramas gráficos en la resolución de problemas puede ser uno de esos métodos.

Una expresión gráfica es una expresión abstracta y generalizada de ciertas relaciones matemáticas. Al mismo tiempo, es una forma específica de presentación visual, que permite traducir parcialmente la solución de un problema y expresarla en un esbozo concreto. Pero dicha concreción es, a su vez, bastante relativa. Como ha quedado bien establecido en la teoría psicológica, la imagen visual experimenta, al nivel del pensamiento, una «esquemmatización» sustancial. En un dibujo o un diagrama gráfico, esta esquematización de una imagen visual llega a su punto culminante, sin que por ello pierda concreción. Este entrelazamiento de lo abstracto y lo concreto en la expresión gráfica es lo que permite claramente el uso del diagrama gráfico en la resolución de problemas tanto en

el proceso de transición de lo abstracto a lo concreto como en el proceso inverso, desde lo concreto o visual a lo abstracto. La capacidad de operar con diagramas permite al alumno descubrir más fácilmente las relaciones matemáticas y puede llegar a constituir, bajo ciertas condiciones, un método general de análisis y de síntesis.

La investigación de los psicólogos soviéticos (S. L. Rubinstein, 1958; N. A. Menchinskaya, 1955; L. I. Ansyferova, 1960 y Z. I. Kalmykova) ha mostrado que la resolución de problemas es un proceso analítico-sintético de gran complejidad. De los datos obtenidos por estos investigadores puede inferirse que un diagrama gráfico debe emplearse en la resolución de un problema únicamente como resultado final de un análisis gradual, paso a paso, de dicho problema¹.

El desarrollo de la capacidad escolar para operar con un gráfico en la enseñanza politécnica es particularmente importante. La capacidad para presentar gráficamente el planteamiento de un problema, en la forma de un dibujo o diagrama, al igual que la capacidad de apreciar visualmente la solución a un problema en una expresión gráfica (de «leer» un dibujo), son habilidades técnicas de gran relevancia que no suelen enseñarse de manera sistemática al alumnado. Así y todo, la necesidad de desarrollar efectivamente tales habilidades es cada día mayor.

Este artículo da cuenta de los resultados obtenidos en los experimentos que diseñamos para: clarificar la forma en que los alumnos de enseñanza básica aprenden a construir un diagrama de forma independiente durante el proceso de resolución de un problema; establecer las etapas que atraviesa la construcción de un diagrama, considerando éste como el medio seguido para dar con la solución al problema; y establecer el efecto que el hecho de aprender a construir un diagrama en forma independiente puede tener sobre la resolución de problemas aritméticos. Para aclarar estos temas, sometimos a prueba un método de instrucción para la resolución de problemas con ayuda de diagramas gráficos. La instrucción estaba organizada siguiendo el principio de efectuar una transición gradual hacia este uso de los diagramas gráficos, considerándola como la forma más abstracta posible de ayuda visual. Como forma transicional utilizamos una imagen analítica de objetos del problema en la que, por una parte, se representaba el objeto del problema y, por la otra, se aislaban ciertas relaciones esenciales entre los datos y las incógnitas.

Seleccionamos para instruirlos con el método de enseñanza experimental cuatro alumnos del tercer año de básica y de un rendimiento promedio en aritmética. (Insistimos en utilizar alumnos de esta edad por dos razones: la primera es que esto dejaba al experimentador un margen algo mayor de libertad para incorporar problemas estructuralmente complejos; y la segunda es que podíamos inferir con confianza que, si el uso de diagramas resultaba efectivo para alumnos del tercer año, su efectividad sería aún mayor con niños del cuarto año en adelante). La instrucción duró tres meses y en ella cada alumno recibió diez lecciones. Al mismo tiempo se impartieron lecciones a un grupo de control, también de cuatro alumnos que hubieron de resolver los mismos problemas. La actividad de resolución de problema del grupo de control se limitaba a efectuar las tareas asignadas con ayuda de ciertas preguntas orientativas del maestro, pero sin utilizar ningún método gráfico visual.

El método de instrucción utilizado con el grupo experimental fue el siguiente. Solicitamos primero a los alumnos que resolvieran varios problemas que iban acompañados por una figura «analítica del contenido del problema»; luego in-

rodujimos un diagrama de ese mismo problema comparándolo con la figura «analítica del contenido»; y a continuación introdujimos una transición, de modo que los alumnos crearan en forma independiente un diagrama gráfico y operaran con él para dar con alguna vía de solución.

El experimento demostró que la comparación de una figura «analítica del contenido» y un diagrama gráfico constituía un eficaz método de enseñanza. Utilizar esta comparación para confrontar dos representaciones de las mismas relaciones —la más concreta, en la que se representaban los detalles concretos y la más abstracta, en que se representaban las relaciones extraídas de una forma general— conducía, como si dijéramos, a la «manifestación» de las relaciones que habían permanecido previamente ocultas a los ojos de los alumnos y servía como un medio efectivo para resolver el problema.

Al final del periodo de instrucción, se llevó a cabo una serie de experimentos de control. Los grupos control y experimental participaron en todos ellos de manera simultánea. Adicionalmente, configuramos otro grupo de alumnos que habían sido entrenados mediante el método habitual del aula (grupo control II).

Las series de control consistieron en tres experimentos, que diferían en la naturaleza de las instrucciones brindadas a los sujetos. En el primero de ellos, el planteamiento del problema se acompañaba de instrucciones en las que se sugería la posibilidad de utilizar un método gráfico de resolución del problema («Si queréis, podéis hacer un dibujo»). En el segundo experimento, la insinuación estaba ausente. En el tercero, el problema se acompañaba de un diagrama hecho por el experimentador en la pizarra. Los experimentos de control se desarrollaron en dicha secuencia para asegurarse de proporcionar a los sujetos del grupo experimental complicaciones sucesivas de las lecciones que se les habían impartido. En los tres experimentos de control, los problemas tenían una estructura compleja y su solución requería la extracción de numerosos elementos así como establecer relaciones complejas entre ellos. A partir de los resultados obtenidos en la instrucción experimental y en los experimentos de control, pudimos identificar tres etapas por las que atraviesa la utilización de un diagrama en el proceso de resolución de un problema sin ayuda:

1. La etapa de reflexión no analítica en torno a la situación que configura el problema. Normalmente, a esta prolongada reflexión sobre la situación, general e indiferenciada, va asociada la extracción de uno o dos elementos esenciales.

2. La etapa de «especificación»: la extracción de todos o casi todos los elementos y relaciones básicas, sin una síntesis final.

3. La etapa de configuración de un diagrama adecuado, basado en un análisis completo y en la síntesis de la situación que configura el problema.

Hemos de aclarar que no observamos estas tres etapas en todos los sujetos. En algunos alumnos el proceso se dio de manera condensada. Así por ejemplo, no pudimos observar en todos ellos la primera etapa. Es muy probable que los alumnos con una aptitud más o menos elevada para el análisis de un problema y de su planteamiento no precisen de la primera etapa. Por otra parte, la síntesis final de la tercera etapa deriva de trasladar habitualmente a una solución de tipo numérico. Sin embargo, en todos aquellos casos en que el diagrama operaba realmente como medio de solución del problema, se mantenía en su lugar la segunda etapa, es decir la atracción de los elementos esenciales para la resolución del problema planteado. Podemos por tanto concluir que la función operativa fundamental de un diagrama para la resolución de un problema está, igual que el análisis, íntimamente relacionada con la abstracción.

Es preciso resaltar de manera muy especial que los alumnos completaron la transición de una etapa a otra en forma independiente, sin ser inducidos por el experimentador. Este hecho es esencial para entender el proceso de confeccionar un diagrama durante la resolución de un problema. Para crear aunque sólo sea la expresión gráfica más incompleta del planteamiento de una problemática, se ha de dar una etapa definida mínima, de análisis del texto verbal-abstracto, en que se expone el problema. Pero es el diagrama gráfico el que se convierte tan pronto hace su aparición en el objeto de ulteriores análisis como portador concreto de las relaciones abstractas. La comparación juega, en apariencia, un papel fundamental en este proceso. La permanente correlación del texto en que se plantea el problema con cada nueva variante del diagrama, y las contradicciones que aparecen durante esta correlación, fuerzan al sujeto que trata de resolver el problema a seguir introduciendo nuevos cambios en el dibujo a medida que se afana en buscar una representación más profunda. Por otra parte, el propio dibujo se convierte en una ayuda visual distintiva para resolver el problema: un análisis del dibujo permite al alumno descubrir nuevas relaciones en el texto del problema. Esta continua interacción entre lo concreto y lo abstracto, durante el curso de una solución de tipo gráfico, hace que la creación de un diagrama sea un proceso minucioso y complejo.

Exponemos a continuación los resultados de los experimentos de control, que caracterizaron el desempeño relativo de los distintos grupos de niños en la solución del problema.

En el primer experimento control, todos los sujetos del grupo experimental que habían creado un diagrama como medio de solución, lograron resolver con éxito el problema, con el menor número de intentos fallidos (9 para todo el grupo). En el grupo de control, ninguno de los alumnos resolvió el problema: hubo 32 intentos fallidos en el grupo de control I y 110 intentos fallidos en el grupo de control II.

En el segundo experimento, se dio a los alumnos entera libertad para utilizar cualquier método de solución. No se hizo insinuación alguna para que utilizaran un método de tipo gráfico. A pesar de ello, todos los sujetos del grupo experimental utilizaron un método gráfico en la solución y todos resolvieron con éxito el problema; y una vez más hubo 9 intentos fallidos. Cinco de los ocho alumnos de los dos grupos de control resolvieron correctamente el problema; en el grupo control I se dieron 45 intentos fallidos y 67 intentos fallidos en el grupo control II.

En el tercer experimento, el problema al que iba asociado un diagrama hecho de antemano, fue también resuelto por todos los alumnos del grupo experimental, con un mínimo de intentos fallidos (5 para todo el grupo). Cuatro (de ocho) alumnos resolvieron el problema en los grupos de control: en el grupo control I hubo 71 intentos fallidos y 145 en el grupo control II.

Como bien lo demuestran los datos, el número de intentos fallidos fue significativamente más bajo, para los tres problemas de la fase de control, en el grupo experimental, comparado con ambos grupos control. Además, es digno de destacarse el hecho de que la cantidad de intentos fallidos del grupo experimental no dependía de la naturaleza de las instrucciones, e incluso disminuyó cuando se presentó a los sujetos un diagrama hecho de antemano. En los grupos de control, por su parte, la introducción de un diagrama hecho de antemano aumentó de manera sustancial el número de intentos fallidos.

Así pues, para los alumnos del grupo experimental, la creación de un dia-

grama se convirtió en un método efectivo para resolver el problema sin ayuda. Como muestran los experimentos de control y como resultado del método de instrucción experimental, los alumnos que la recibieron fueron capaces de aplicar con éxito este método en condiciones variables, no sólo tras recibir una insinuación por parte del experimentador para que utilizaran un diagrama, sino también cuando no se les hizo insinuación alguna y el alumno hubo de crear un diagrama por iniciativa propia, buscando sólo alguna forma de resolver el problema. Los alumnos aprendieron pues en cierto grado a utilizar diagramas como método auxiliar de solución, no sólo cuando los creaban ellos mismos por su cuenta, sino cuando se les brindaba un diagrama confeccionado de antemano. De los datos obtenidos, concluimos que el uso de un diagrama gráfico es uno de los métodos efectivos de enseñar a los alumnos a resolver problemas aritméticos en forma independiente.

Notas

* Miembro del Instituto de Psicología de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la RSFSR. Publicado en el *Boletín (Doklady) de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la RSFSR*, 1960, núm. 6, pp. 67-70.

¹ No nos referimos aquí a diagramas gráficos de las relaciones espaciales y que representan la propia índole del problema (como ocurre por ejemplo, en problemas de movimiento), sino expresiones esquemáticas de relaciones del tipo «costo-cantidad-valor» y que son lo que podríamos denominar diagramas espaciales de relaciones no espaciales.

Referencias

- ANTSYFEROVA, L. I., 1960. «The Role of Analysis in the Cognition of Causal Investigative Relationships», en *The Thinking process and the laws of Analysis, Synthesis and Generalization*, Moscú.
 KALMYKOVA, Z. I. «Processes of Analysis in Solving Arithmetic Problems», *Proceedings (Inzvestiya) of the Academy of Pedagogical Sciences of the RSFSR*, número 68.
 MENCHINSKAYA, N. A. (1955) *The Psychology of Arithmetic instruction*, Moscú, Uchpedgiz.
 RUBINSTEIN, S. L. (1958). *On thinking and modes of its investigation*, Moscú, Uchpedgiz.

El papel del análisis en la resolución de problemas aritméticos. *Elena Botsmanova*. CL&E, 1989, 3-4, pp.

Datos sobre el autor:

Elena Botsmanova es miembro del Instituto de Psicología de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la Unión Soviética.

Artículo original:

Boletín de la Academia de Ciencias Pedagógicas, 1960, 6, 67-70.

© de todos los artículos. Deberá solicitarse por escrito autorización de CL&E y de los autores para el uso en forma de facsímil, fotocopia o cualquier otro medio de reproducción impresa. CL&E se reserva el derecho de interponer las acciones legales necesarias en aquellos casos en que se contravenga la ley de derechos de autor.