

UNHA EXPERIENCIA NO ENSINO DA XEOMETRÍA DO ESPACIO

Ileana Roque Hernández

Héctor Jiménez Milián

Universidade Pedagóxica E. J. Varona

Cuba

INTRODUCCIÓN

A disciplina de xeometría, na carreira Matemática-Computación,

na Universidade Pedagóxica da Habana, está estruturada da forma seguinte:

Contido	Materias	Ano
* Xeometría plana	Xeometría I e II	1º
* Xeometría do espacio	Xeometría III	2º
* Xeometría analítica	Xeometría IV e V	2º e 3º resp.

En xeral, esta estrutura é compatible coa estruturación que ten a xeometría no ensino xeral medio, e pode aparentar unha harmonía que garanta o tránsito dun nivel de ensino a outro cun maior grao de accesibilidade.

Non obstante, as dificultades que se detectan na aprendizaxe fannos reflexionar e lévannos a formula-las interrogantes seguintes:

1. ¿A estruturación da disciplina é realmente a mellor?

2. ¿Lógrase en cada contido o nivel de desenvolvemento xeométrico ó que se aspira?

3. ¿Conséguese nos estudantes unha adecuada motivación e orientación para a tarefa de aprendizaxe?

4. ¿Alcanzan os estudantes un nivel eficiente de execución das tarefas?

5. ¿Logran os estudantes un autocontrol da súa actuación?

6. ¿O coñecemento dos estudantes posúe unha estruturación que lles permita facer uso dela de maneira organizada e eficiente?

7. ¿Cal é o sistema de habilidades que hai que desenvolver no estudante?

¿Que habilidades debemos desenvolver en cada materia?

8. ¿Poden os nosos estudantes resolver, polo menos, problemas de carácter xeométrico?

9. ¿Os métodos de ensino que utilizamos inflúen de xeito positivo na aprendizaxe dos estudantes?

10. ¿Desenvolvemos nos estudantes un pensamento xeométrico?

Non é posible —nin se aspira a tal cousa— resolver todas estas interrogantes ó mesmo tempo, pois cada unha pode ser en por si un tema de investigación. A busca de información impúñase. Para non actuar nos só a partir de criterios e experiencias, decidimos buscala no que resulta se-lo centro do proceso, o estudante.

O ano escollido foi segundo, xa que permite contar con estudantes que durante un curso recibiron as influencias do claustro e ademais un dos autores exercería a docencia nel.

DIFICULTADES DETECTADAS NOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO ANO

Ó inicio do semestre aplicouse —para todo o ano— un instrumento para diagnosticar as dificultades de aprendizaxe, relativas ós contidos da xeometría plana recibidos no primeiro

ano. As maiores dificultades detectadas estiveron nos contidos relativos a:

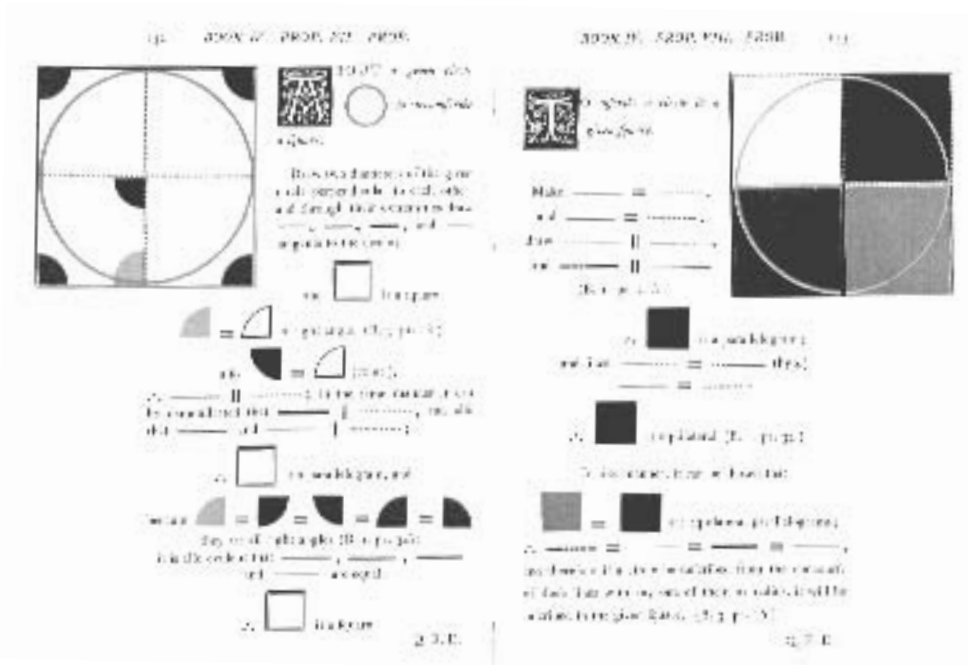
- O sistema de axiomas e algunhas consecuencias da xeometría plana.
- As construcións xeométricas.
- Circunferencia e círculo.
- O cálculo de áreas de figuras planas.
- Os movementos e transformacións do plano.
- Os polígonos regulares.

Nestes contidos, unha parte importante dos estudantes confrontou dificultades, tanto no seu dominio conceptual coma na súa aplicación.

Era necesario tamén coñecer-lo que “traían” da escola en relación cos contidos da xeometría do espazo, entre outras razóns, por se-la disciplina que se ía desenvolver neste semestre. A mostra escollida á cal se lle aplicou o instrumento (anexo 1) limitouse ó grupo docente co que se ía realiza-la experiencia.

As dificultades anteriores súmanse as seguintes:

- Dificultade coa comprensión dos contidos da estereometría da escola.



Dúas páxinas dunha estraña edición dos Elementos de Euclides. Oliver Byrne. *The Elements of Euclid*. Londres, 1847, William Pickering.

- Non se senten motivados ó resolver un problema xeométrico por demostrar.
- Dificultade ó resolver un problema cando non se dá a figura.
- Non dominan o método indirecto de demostración.
- Dificultade para representala demostración.
- Dificultade para fundamentar.

- Dificultade para expresalas súas ideas utilizando o vocabulario xeométrico.

No programa da materia xeometría III, as orientacións dadas para o tratamento do tema 2 (“Relación de posición entre rectas, entre rectas e planos e entre planos”), están dirixidas ós aspectos seguintes:

- obxectivos
- contidos matemáticos
- orientacións metodolóxicas

En particular, para o contido relacionado coa perpendicularidade entre recta e plano, nos obxectivos reflíctese a esixencia de aplicar á resolución de exercicios e problemas de demostración as propiedades máis importantes da relación de perpendicularidade entre recta e plano, o cal resulta imposible —segundo o noso criterio— sen lograr nos estudantes, entre outros aspectos, coñecementos adquiridos por si mesmos, e utilizados de forma independente, que sexan sólidos, integros e organizados, para que permitan a súa utilización de forma eficiente diante da solución de problemas. ¿Como logralo?

A forma en que o texto básico (Pogorelov, A.V., 1974) —así como os diferentes textos de consulta— trata os contidos matemáticos non permite que os estudantes, a través do seu uso, adquiran coñecementos como os anteriormente expresados.

As orientacións metodolóxicas non están dirixidas a cómo desenvolve-la docencia para lograr —nos estudantes— coñecementos sólidos, integros e organizados.

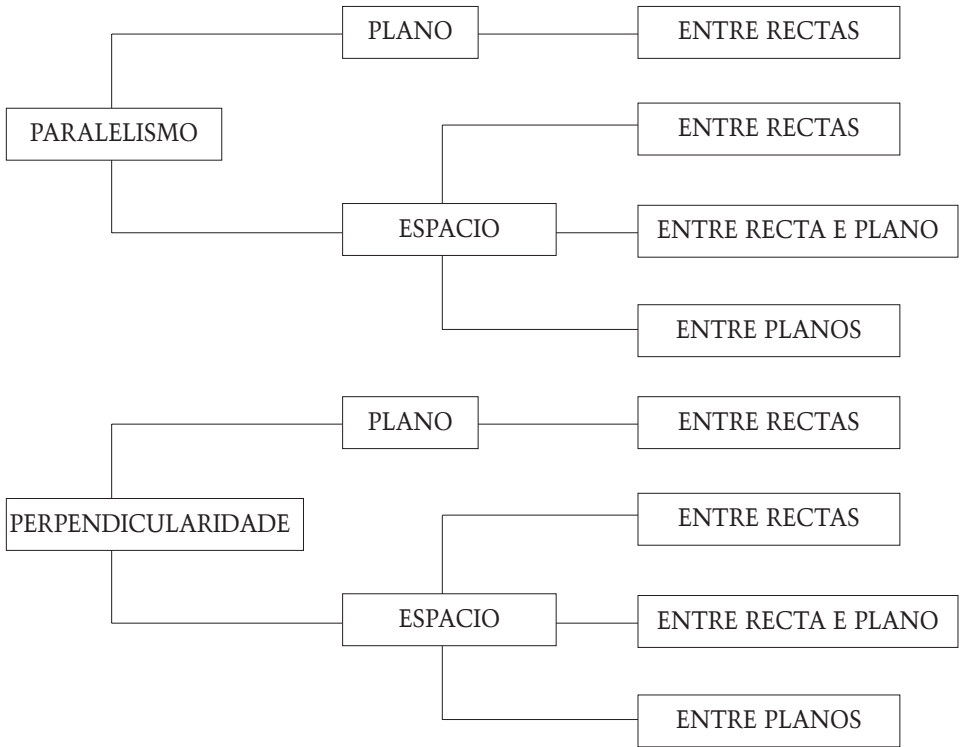
A partir do conxunto de dificultades que había que afrontar, decidiuse desenvolver-la experiencia en tres direccións fundamentais:

- A organización dos coñecementos.
- Recursos para resolve-los exercicios e problemas de demostración.
- Os métodos de ensino.

A ORGANIZACIÓN DOS COÑECEMENTOS

É indubidable que o feito de que a maioría dos estudantes posúan unha organización efectiva dos coñecementos xeométricos presupón unha organización do ensino dirixido cara a ese obxectivo. Resulta entón a necesidade de organiza-los contidos xeométricos, en particular os referentes á posición relativa entre rectas, recta e plano, e entre planos, sometidos á experiencia e que foi lograda nunha clase de sistematización do tema.

A organización á que se aspiraba era a seguinte:



Non só é importante esta organización, senón que o estudante recone-cera as relacións análogas e as invarian-tes que están presentes entre estes conceptos e as súas propiedades.

**RECURSOS PARA RESOLVER EXERCICIOS E PRO-
BLEMAS DE DEMOSTRACIÓN**

A partir de que os estudantes presentaban dificultades para resolver problemas xeométricos de demostra-ción, así como en comprendelos, en

representalos graficamente, representa-la demostración e fundamenta-las súas inferencias, determinamos auxiliarnos con recursos que permitiran ser utiliza-dos como guía para resolve-los proble-mas, que desenvolveran neles a habili-dade fundamentar-demostrar e que, pola súa vez, estiveran directamente relacionados cunha organización efec-tiva dos seus coñecementos.

Na disciplina de análise matemá-tica desenvolvéranse un conxunto de recursos para enfronta-la resolución de

exercicios e problemas (Jiménez, 1996) e decidimos a partir destes, adaptalos para o seu uso na materia xeometría III (anexo 2)

MÉTODOS DE ENSINO

Tendo en conta as necesidades de lograr unha participación, en primeiro plano, do estudante na actividade docente e que con isto se contribuíra a lograr coñecementos adquiridos por eles mesmos, que os utilizaran de forma independente que garantira o uso do vocabulario xeométrico, así como que se sentiran motivados, decidimos utilizar métodos participativos.

¿Por que os métodos e técnicas participativas?

Porque utilízalos nas clases podería axudar, debido ás características dos ditos métodos xa que (C.Autores, CEPES,1995):

- Permiten o establecemento dun estreito vínculo entre os coñecementos teóricos e as súas aplicacións prácticas.

- Non pretenden a aceptación acrítica da palabra do mestre, senón que estimulan a busca da verdade a través do traballo conxunto de indagación e reflexión, brindando unha maior solidez ós coñecementos adquiridos.

- A índole das tarefas, así como as condicións nas que estas se desenvolven, estimulan unha maior actividade cognoscitiva nos estudantes, así como o desenvolvemento do espírito investigador, a independencia cognoscitiva, a creatividade e a capacidade de autoaprendizaxe.

- Na interacción que se propicia, socialízase o coñecemento individual, enriquecéndoo e potenciándoo no coñecemento colectivo, que aparece como produto da actividade grupal.

- Promove o desenvolvemento de actitudes favorables cara ó coñecemento e a profesión; ten un importante papel motivador na aprendizaxe.

Entre os métodos e técnicas utilizadas, traballouse con aquelas que propician a asimilación de coñecementos por unha parte e coas que contribúen á solución creativa de problemas por outra:

- Aprendizaxe en parellas.
- Técnica de rede.
- Traballo en pequenos grupos.
- Grupos nominais.
- Realización de exercicios por niveis.

A EXPERIENCIA COS MÉTODOS E TÉCNICAS

A continuación detallarémolo-lo traballo realizado con dúas das técnicas utilizadas.

A aprendizaxe en parellas

Esta técnica seleccionouse para utilizala na obtención dun novo contido, "Perpendicularidade entre recta e plano"; a actividade desenvolveuse da seguinte maneira:

O grupo foi dividido — polo profesor — en dous subgrupos, un formado polos estudantes con maior desenvolvemento (4 e 5) e o outro polos de maiores dificultades (2 e 3). A estes subgrupos chégase despois da análise realizada dos resultados das activida-

des que desenvolveron os estudantes na materia ata o momento. As parellas foron formadas por afinidade entre estudantes de ámbolos subgrupos, cumpríndose así dous obxectivos: o primeiro garantir que a parella puidera traballar, pois en cada unha existía un estudante con determinado desenvolvemento e, o outro, o lograr un ambiente favorable pola afinidade entre os membros da parella.

A cada parella entregóuselle unha folia de traballo (anexo 3) onde cada tarefa era resolvida a partir das orientacións do profesor. O resultado final tiña de obter: a definición de recta perpendicular a un plano, a caracterización de recta perpendicular a un plano e as propiedades que cumpre a dita perpendicularidade.

ÁLGEBRA Y Geometría — 25

El Recta perpendicular a un plano. — Sea r una recta perpendicular a un plano. El ángulo de la recta r con las diversas rectas a, b, c, \dots del plano, a las que no corta, es igual al ángulo de r con las paralelas a estas rectas trazadas por P . Por la definición de perpendicularidad (§ 8), todos estos ángulos son rectos; luego podemos decir:

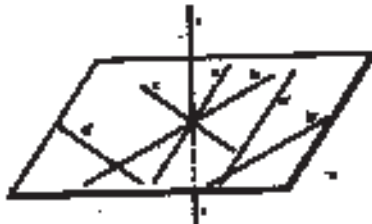


FIG. 20

Ademais, unha parella debía expoñe-los resultados ós que chegou ó resolver unha ou máis tarefas segundo o caso. A partir da exposición producíase a discusión entre as parellas.

O desenvolvemento da actividade docente a través desta técnica permitiunos:

- que os estudantes chegaran por si sós ó novo coñecemento,
- que participaran tódalas parellas formadas,
- aumenta-la atención individual,
- que traballaran no encerrado maior cantidade de estudantes,
- rectifica-la representación gráfica da situación formulada,
- rectifica-las insuficiencias do vocabulario xeométrico,
- rectifica-las deficiencias relativas á representación da demostración.

Técnica da rede

Esta técnica foi utilizada en dúas actividades prácticas sobre os contidos de paralelismo entre rectas, entre rectas e planos e entre planos, así como en exercicios.

Un dos obxectivos de utilizar esta técnica foi que os estudantes resolveran maior cantidade de exercicios na quenda de clase. Polo xeral, neste contido pódense resolver como moito de 4 a 5 exercicios en cada quenda de clases. Coa técnica, logramos resolver 10 exercicios no mesmo tempo.

Utilizar esta técnica supón dous momentos distintos de traballo en equipos: nun primeiro momento constitúense os grupos, de tal xeito que a cantidade de equipos coincida co número de membros de cada equipo, que é o mesmo en todos eles. A cada equipo asignáronselle exercicios diferentes que tiveron que analizar e resolver e ser quen de poder explica-la solución, pois, no segundo momento da actividade, cada estudante formará parte dun novo equipo —integrado por novos membros provenientes de cada un dos equipos anteriores—, ó que dan a coñecer a súa tarefa para que o resto a resolva e, de existiren dúbidas, poder aclaralas.

Na actividade tivo que realizarse unha modificación á técnica debido a que a cantidade de alumnos con que se traballou non permitía forma-los equipos como anteriormente se describiu, polo que se conformou un equipo que non formaba parte da “reixa”, cos mellores estudantes, os cales contaban con tódolos exercicios dos diferentes equipos, co obxectivo de que os resolveran para poder axudar a algún



Discusión en grupo sobre unha construción xeométrica. Rafael. *A Escola de Atenas* (detalle)1508-9. O Vaticano.

equipo que o necesitara. Formáronse, pois, por contar con 31 estudantes, 5 equipos de 5 membros cada un e un equipo de 6 membros que, como variante da técnica, decidimos chamarlle equipo de axuda. As funcións do equipo de axuda eran apoia-lo traballo de tódolos equipos e, polo tanto, de axuda ó traballo do profesor.

RESULTADOS OBTIDOS

Dos resultados valorados durante o transcurso da experiencia pódese

afirmar que a utilización de técnicas participativas tivo un alto nivel motivacional no grupo. Os alumnos mostraron un grande interese pola materia.

Por outra parte, observáronse cambios no aproveitamento docente, pois comparando os resultados obtidos nunha avaliación realizada ó inicio do semestre, onde se obtivo un 44 % de aprobados, coa avaliación realizada despois de 12 semanas, onde se obtivo un 75 % de aprobados, obsérvase non só pola cantidade de aprobados, senón pola calidade das respostas, un cambio cualitativo, en sentido positivo, nos coñecementos dos estudantes.

Para corroborar estes criterios decidiuse obter información dos estudantes. Aplicouse unha enquisa da que se resumen a continuación os resultados:

- O 95 % dos estudantes séntense motivados nas clases de xeometría.
- O 80 % expresa as súas ideas coa linguaxe da materia.
- O 80 % puido escribi-la demostración (directa o indirecta) dunha proposición.
- O 95 % dos estudantes comprendeu o problema formulado.
- O 80 % puido resolve-lo problema formulado.

- O 85 % identifica os métodos de demostración.
- O 80 % fundamenta as súas inferencias.

CONCLUSIONES

Como conclusión, dedúcese dos resultados anteriores que as tres direccións de traballo: organización do coñecemento, recursos para enfrontalos exercicios e problemas de demostración, así como a utilización dos métodos e técnicas participativas na materia son elementos que hai que ter en conta se queremos lograr na maioría dos estudantes o desenvolvemento de habilidades que lles permitan aplicar os coñecementos xeométricos para resolveren exercicios e problemas de demostración.

BIBLIOGRAFÍA

- Ballester P., Sergio e outros, *Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo 1*, Editorial Pueblo y Educación, 1992.
- Colectivo de autores, *Métodos y técnicas participativas*, UH. CEPES. 1995.
- Colectivo de autores, *Geometría*, Editorial Pueblo y Educación, 1992.
- González P., Otmara, *Aplicación del enfoque de la actividad al perfeccionamiento de la Educación Superior*. UH. CEPES. 1989.
- Hernández F., Herminia, *Didáctica de la Matemática. Artículos para el debate*, Ecuador, Escuela Politécnica Nacional de Quito, 1993.
- Jiménez M., Héctor, *Estrategia para la solución de ejercicios de Análisis*, X Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la formación de profesores e Investigación en Matemática Educativa, Porto Rico, 1996.
- “El Control: un elemento esencial del proceso”, artigo presentado na *Conferencia sobre Matemática y Educación Matemática*, UO, Cuba, novembro, 1996.
- Jungk Werner, *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1*, Editorial Pueblo y Educación, 1979.
- Lorenzato, Sergio e outros, “Século XXI: qual Matemática é recomendável?”, *Revista Zetetike*, Universidade Estadual de Campinas, 1993.
- Luria, A. R., *El cerebro y la psiquis. Superación para profesores de Psicología*, Editorial Pueblo y Educación, 1975.
- *Bases fisiológicas de la memoria*.
- Müller, Horst, *Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la Enseñanza de la Matemática*, A Habana, ICCP, 1987.
- Pogorelov, A. V., *Geometría Elemental*, Moscova, Editorial Mir, 1974.
- Polya, G., *Cómo plantear y resolver problemas*, México, Editorial Trillas, 1978.
- Santos, Luz Manuel, *Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a consi-*

derar en el aprendizaje de la Matemáticas, Educación Matemática, volume 4 N° 2. 1993.

Schoenfeld, Alan H., *Ideas y tendencias en la resolución de problemas*, Olimpiada Matemática Argentina, 1991.

Talízina, Nina F., *Los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior*, Cuba, UH, 1984.

— *La actividad cognoscitiva como objeto de dirección. Superación para profesores de Psicología*, Editorial Pueblo y Educación, 1975.