

EL ANALISIS DINAMICO COMO METODO GEOGRAFICO.

Su aplicación a dos casos andaluces

por JOSE RAMON DIAZ ALVAREZ *

SUMMARY: It has been our purpose to give a very general outline of the practical possibilities that are offered by dynamic analysis in geographical research. First of all we put forward the reasons by which we prove the methodological coherence of a dynamic treatment for the analysis of such a dynamic science as we consider Geography to be. We then illustrate the use of this method through its application to the determination of the optimum route of an andalusian communication airline, and its prospective study on the situation and problems of the andalusian agricultural sector together with its implications on joblessness and the general economy of the region.

RESUME: Nous avons essayé de donner un point de vue très élémentaire des possibilités pratiques qu'offre l'analyse dynamique dans l'étude géographique. Nous présentons d'abord les raisons qui prouvent la cohérence méthodologique d'un traitement dynamique à travers l'analyse d'une science éminemment dynamique comme l'est, la géographie. Ensuite, prenons comme exemple, l'utilité de la méthode avec son application, à une prise de décision sur le parcours optimal d'une ligne de communication aérienne andalouse, et à son étude prospective sur la situation et problèmes du secteur agricole andalous avec ses applications sur le chômage et l'économie générale de la région.

A/ INTRODUCCION. —

Por poco que ahondemos en la concepción que de la ciencia geográfica tenemos, descubriremos en ella una actitud dinámica derivada del estudio de unos procesos diacrónicos, (espaciales y temporales), que convergen en un punto del espacio (análisis de las variaciones espaciales de cada fenomenología específica), o que convergen en un punto del tiempo (sincronismo en la evolución de dos o más procesos) lo que, en cualquiera de los sentidos, configura una ciencia de estructuras y contenidos dinámicos, que no se ve siempre correspondida con la naturaleza de su metodología. El campo de las distribuciones espaciales y el de las series cronológicas son dos aspectos muy importantes del estudio dinámico de la Geografía en los que han proliferado los trabajos con método no específico y, a menudo, heterogéneo (1).

1. — Estos estudios no son novedad para el geógrafo español, pues nos son ampliamente conocidos los trabajos de LANE, POWELL & SMITH, sobre la planificación, distribución y zonificación de los transportes; los ya clásicos de CHRISTALLER, DACEY, KING, ROGERS, WARNTZ o WEBBER, sobre la importancia de la variabilidad introducida por el espacio; o bien, los de BARBUT, FOURGEAUD, GUILBAUD, PHILIPS y BLOMME, sobre series cronológicas y su valor como predictores de comportamientos. Sin embargo, no son tan extensos ni frecuentes los trabajos de autores es-

pañoles en el sentido del análisis y búsqueda de esta dinámica geográfica y, cuando se han hecho, no lo fueron con intención cuantificadora, por lo que se perdía la posibilidad de un tratamiento mecanizado que pudiera entrar en el campo del análisis del óptimo y en el de la racionalidad de la toma de decisión. A veces nos han venido estos trabajos de la mano de geógrafos foráneos como RANDLE (en Estudios Geográficos, 1.965), o han constituido el camino aislado emprendido por jóvenes geógrafos desconectados entre sí, impotentes para buscar una autoafirmación en estos caminos.

(*) Doctor en Geografía.

La coherencia entre contenidos y tratamientos aconsejaría la utilización de una metodología que considerara procesos dinámicos; metodología, por otra parte, desarrollada en el campo de la investigación operativa y que puede fácilmente ser trasladada a la ciencia geográfica. La optimización secuencial, las cadenas de Markov, la optimización iterativa, la programación dinámica, son las formas que adopta esta metodología (2), con la que las ciencias sociales (y con tanta razón la Geografía) se van familiarizando progresivamente. Con este trabajo, en sus vertientes teórica y aplicada, pretendemos mostrar algunas de las posibilidades (dentro de la mayor elementalidad) que esta metodología ofrece, con coherencia, a la investigación geográfica.

B/ EL METODO. —

Tanto las variaciones espaciales como las temporales pueden estudiarse por pasos, y a partir de cada uno de ellos, elegir el camino más eficaz. La búsqueda de este óptimo fué resuelta, analíticamente, de una forma positiva por el matemático norteamericano Richard BELLMAN (3) que, básicamente, intentó demostrar que el camino secuencial ("política") seguido en un proceso es óptimo sólo y cuando cada uno de los pasos intermedios ("subpolíticas") son, asimismo, óptimos. Se trata, pues, de un método que facilita la toma de decisión (elección de los usos más rentables de un suelo a lo largo de un año, del trazado de una carretera para hacer que la misma beneficie al mayor número de personas o que su coste sea mínimo, la regulación del curso de un río a través de sus diferentes tramos, etc.), por tanto, es un camino idóneo para ser utilizado en Geografía Aplicada, o un instrumento para el desarrollo de la Geografía Radical; en todo caso, una perspectiva más de la Geografía en sus tratamientos cuantitativos. Su campo es todavía más amplio puesto que puede, incluso, ampliarse al de la predicción de un comportamiento físico y, por extensión, geográfico (4); solo que, las diversas posibilidades se presentarán como alternativas: es el aspecto con que este método es utilizado en climatología y más aún en meteorología, o en planificación del desarrollo (aunque en este caso debe seguirse el camino inverso, partiendo de los óptimos buscados, ir retrospectivamente recorriendo el camino, hasta llegar al punto de inicial).

B/1 *La representación gráfica de los problemas.* —

Gráficamente, un proceso dinámico se identifica con una red orientada desde un punto que consideramos de partida y que desembocará en uno o varios puntos de llegada, de forma tal que se sucedan una serie de fases en cada una de las cuales sea posible la existencia de uno o más estados medibles y relacionados secuencialmente con la fase anterior y con la posterior. Las figuras I y II nos muestran el carácter de estas estructuras:

2. — Existen muchos y buenos manuales que pueden introducirnos en los métodos de análisis y programación dinámica, entre los que podríamos destacar a:

— BELLMAN, R. en "Dynamic Programming". Princeton Univ. Press, New Jersey. 1.957.

— BHARUCHE-REID en "Elements of the Theory of Markov Processes and their Applications". Mc Graw Hill, New York. 1.960.

— HOWARD, R. en "Dynamic Programming and Markov Processes". Technology Press, MIT. Wiley. 1.960.

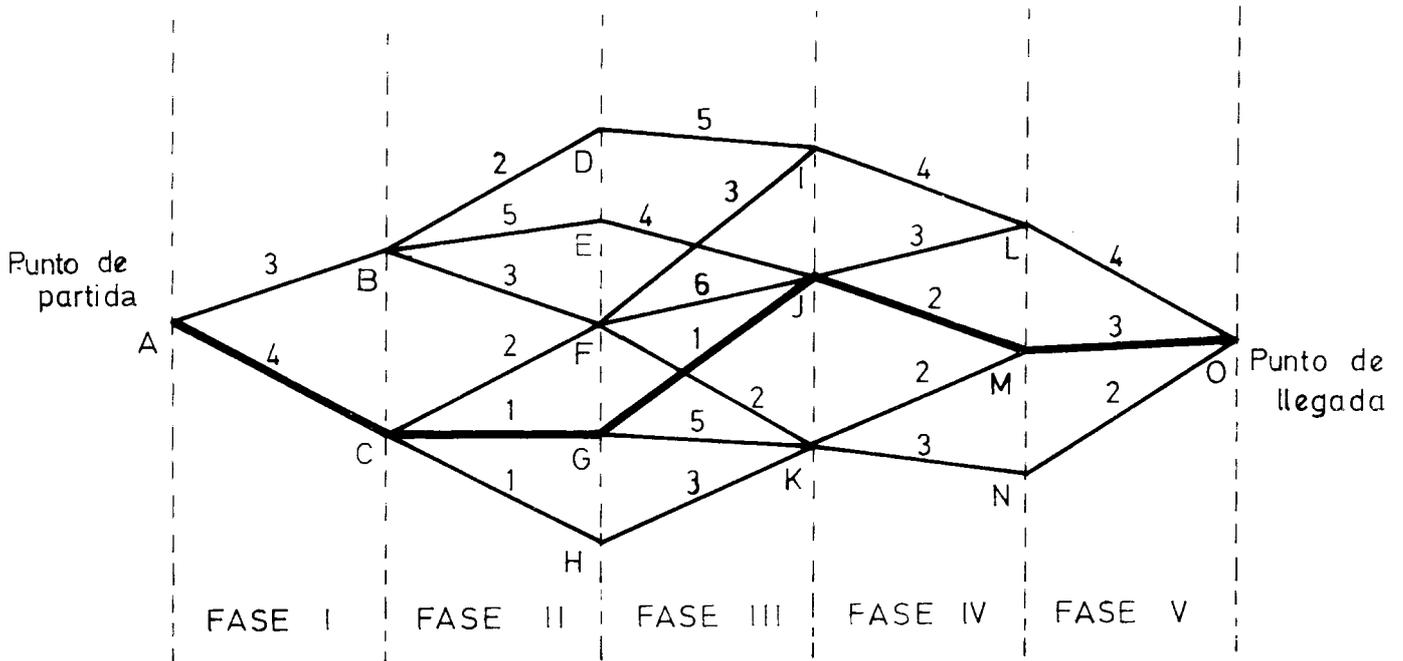
En castellano es muy interesante la obra en 3 volúmenes de:

— KAUFMANN, A. "Métodos y Modelos de la Investigación de Operaciones" en especial en su Tomo II, capítulos II y V. Editada en México por C.E.C.S.A. y de la que ha salido la 5ª impresión en 1.979.

3. — Véase "The Theory of Dynamic Programming" en Bull. Amer. Math. Soc. n.º 60; pags. 503-515. Año 1.954; o bien, "On the Application of the Theory of Dynamic Programming to the Study of Control Processes". Proc. Symp. on Control Processes Polytechnic Inst. of Brooklyn. New York. Año 1.956. Pags. 199-213.

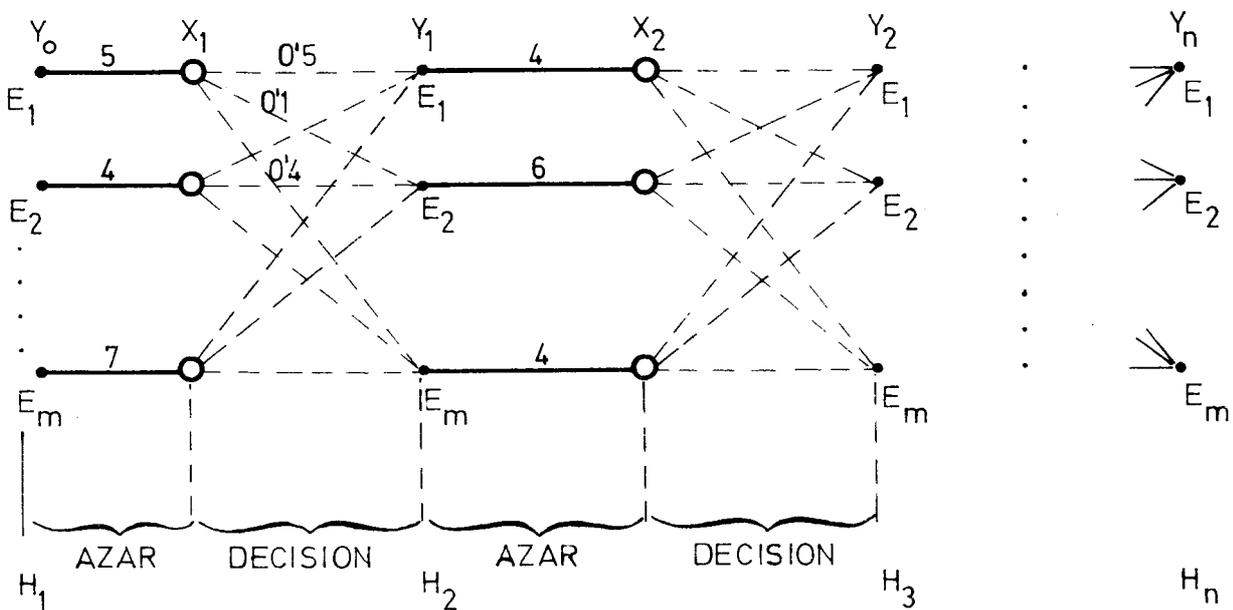
4. — Es el sentido que se descubre en BERRY, B.J.L. en "The Human Consequences of Urbanisation". Macmillan, London, 1.973; o bien, en HAYNES, K.E. "Spatial change in urban structure: alternative Approaches to ecological dynamics". Economic Geography, (47). Pgs. 324-335 Año 1.971.

FIGURA I. — Representación de un proceso de toma de decisión.



Explicación: Supongamos que estamos representando un sistema espacio-temporal que muestra los diversos itinerarios que puede seguir una autopista entre los puntos A y O, que debe realizarse en 5 tramos o en 5 fases, y quiere elegirse el itinerario que resulte menos costoso entre las alternativas posibles, o aquel que suponga un menor número de horas de desplazamiento entre los puntos extremos. En cada uno de los caminos o arcos que unen 2 vértices se coloca un número índice que representa su costo (el tiempo de horas invertido para recorrer el tramo a la velocidad máxima permitida). Se observa que, en cualquiera de los supuestos, la política más económica es la ACGJMO.

FIGURA II. — Representación de un proceso de predicción.



Explicación: Imaginemos que deseamos saber el número de personas que trabajando en la agricultura estarán en-paro en un momento determinado (Horizonte $n = H$). Para ello sabemos que el número de personas que trabajan es función de la dedicación del suelo (o estados que adopta el sistema: E_i ; $i=1,2,\dots, m$), que varía de un año a otro en función de la decisión que adopte el agricultor, que a su vez está relacionada con los precios alcanzados por el producto de cada estado, precio que podemos considerar que posee un carácter aleatorio. El pasar de la probabilidad de un estado a la probabilidad de otro dependerá de dos componentes: la del azar y la de la decisión. Existe así una interacción entre el fenómeno dinámico que analizamos y el sentir del agricultor, lo que podría considerarse sometido al tipo de análisis en el que se basa la geografía de la percepción.

La representación gráfica es muy descriptiva, pero cuando el número de fases o de estados se hace muy grande es necesario recurrir a las tablas y a la resolución analítica que, por la simplicidad de estructura y el gran volumen de interrelaciones y cálculos, será preciso tratar con ordenador.

B.2/ El tratamiento analítico. —

Los casos de toma de decisión y de predicción, aunque relacionados, difieren en su resolución; en el primero, la programación dinámica consiste en buscar “subpolíticas” óptimas que comprendan, progresivamente, un mayor número de fases hasta llegar a la “política” óptima; en el segundo es necesario considerar la influencia de un cierto intervalo de anticipación, puesto que cuanto más lejano sea el futuro menos conocidas serán las leyes de probabilidad; para ello será preciso el partir de una fase en tiempo pasado, y su resolución se realizará mediante cadenas de Markov múltiples (5).

En el primer caso, si consideramos como variables a cada acto de toma de decisión para pasar de una fase o tramo al siguiente, tendremos que

X_0	-----	A
X_1	-----	B, C
X_2	-----	D, E, F, G, H
X_3	-----	I, J, K
X_4	-----	L, M, N
X_5	-----	O

El costo de cada tramo o fase dependerá de la decisión que elija el punto de partida y el de llegada; así, el costo del tramo I (C_I), dependerá de las decisiones X_0 y X_1 y se escribirá $C_I(X_0, X_1)$, e igualmente $C_{II}(X_1, X_2) \dots C_V(X_4, X_5)$; por tanto, el costo total de la autopista, que será función de todas las decisiones adoptadas, equivaldrá a

$$f(X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = C_I(X_0, X_1) + C_{II}(X_1, X_2) + C_{III}(X_2, X_3) + C_{IV}(X_3, X_4) + C_V(X_4, X_5).$$

Si analizamos el costo mínimo de la fase I en función del punto elegido como llegada obtendremos

$$f_I(B) = C_I(A, B) = 3$$

$$f_I(C) = C_I(A, C) = 4$$

y si vamos agrupando progresivamente los tramos, tendremos:

1/ Para las fases I y II, conjuntamente,

5. — Su resolución más compleja puede consultarse en la citada obra de KAUFMANN sobre “Métodos y modelos de la investigación de operaciones”.

Más específicamente pueden consultarse a

— BHARUCHE-REID. Op. citada.

— HOWARD, R. Op. citada.

$$\begin{aligned}
 f_{I,II}^{(D)} &= \min_{X_1=B,C} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1,D)) = \min(3 + 2(X_1=B), 4 + \infty(X_1=C)) = 5 \\
 f_{I,II}^{(E)} &= \min_{X_1=B,C} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1,E)) = \min(3 + 5(X_1=B), 4 + \infty(X_1=C)) = 8 \\
 f_{I,II}^{(F)} &= \min_{X_1=B,C} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1,F)) = \min(3 + 3(X_1=B), 4 + 2(X_1=C)) = 6 \\
 f_{I,II}^{(G)} &= \min_{X_1=B,C} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1,G)) = \min(3 + \infty(X_1=B), 4 + 1(X_1=C)) = 5 \\
 f_{I,II}^{(H)} &= \min_{X_1=B,C} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1,H)) = \min(3 + \infty(X_1=B), 4 + 1(X_1=C)) = 5
 \end{aligned}$$

2/ Para las fases I, II y III:

$$\begin{aligned}
 f_{I,II,III}^{(I)} &= \min_{X_2=D,E,F,G,H} (f_{I,II}(X_2) + C_{III}(X_2,I)) = 6 + 3 = 9, \text{ con } X_2=F \\
 f_{I,II,III}^{(J)} &= \min_{X_2=D,E,F,G,H} (f_{I,II}(X_2) + C_{III}(X_2,J)) = 5 + 1 = 6, \text{ con } X_2=G \\
 f_{I,II,III}^{(K)} &= \min_{X_2=D,E,F,G,H} (f_{I,II}(X_2) + C_{III}(X_2,K)) = 5 + 3 = 8, \text{ con } X_2=H
 \end{aligned}$$

3/ Para las fases I, II, III y IV:

$$\begin{aligned}
 f_{I,II,III,IV}^{(L)} &= \min_{X_3=I,J,K} (f_{I,II,III}(X_3) + C_{IV}(X_3,L)) = 9 - 4 = 5 \text{ con } X_3=I \\
 f_{I,II,III,IV}^{(M)} &= \min_{X_3=I,J,K} (f_{I,II,III}(X_3) + C_{IV}(X_3,M)) = 6 + 2 = 8 \text{ con } X_3=J \\
 f_{I,II,III,IV}^{(N)} &= \min_{X_3=I,J,K} (f_{I,II,III}(X_3) + C_{IV}(X_3,N)) = 8 + 3 = 11 \text{ con } X_3=K
 \end{aligned}$$

4/ Finalmente, para todo el proceso:

$$f = \min_{X_4=L,M,N} (f_{I,II,III,IV}(X_4) + C_V(X_4,O)) = 8 + 3 = 11, \text{ con } X_4=M.$$

Luego, el itinerario de costo mínimo será el ACGJMO.

Nota: El proceso de optimización se podría realizar a la inversa (desde 0 hacia A) y el resultado sería el mismo.

El estudio analítico del segundo caso es más complejo, pero puede simplificarse construyendo una tabla en la que figuren los precios aleatorios en una columna, comprendidos entre unos valores máximo y mínimo, actualizados (inflación o incremento del coste de la vida), que posean una base histórica; a cada uno de estos valores se les asocia una probabilidad de elección del agricultor y así se puede hallar la esperanza matemática de cada estado en el tiempo $t + 1, t + 2, \dots, t + n$. Para poder llegar a estas determinaciones sería necesario, previamente, mediante encuesta u observación directa, estudiar un espacio como muestra, y desde él inferir las leyes probabilísticas de la decisión, así como las estocásticas de los precios en función de la oferta y la demanda del producto agrario en la fase anterior.

Si simplificamos el caso de la figura II a un supuesto de dos estados (E1, E2), y el horizonte a cinco cosechas (Y5) o cinco años, y hemos observado que los precios de los dos productos (V_i) oscilan entre 3 y 9, es decir $3 \leq V_i \leq 9$. Analizando el espacio muestral de las decisiones obtenemos que la probabilidad de cada uno de los estados P (E1, E2) es la que mencionamos en la Tabla I:

TABLA I. — Probabilidad de los precios de los productos del estado E1 y del estado E2 en función de la oferta de cada uno de estos productos.

V_i, E_1	$P(E_1)$	$P(E_2)$	V_i, E_2	$P(E_1)$	$P(E_2)$
3	0.1	0.9	3	0.8	0.2
4	0.2	0.8	4	0.7	0.3
5	0.3	0.7	5	0.6	0.4
6	0.5	0.5	6	0.4	0.6
7	0.6	0.4	7	0.3	0.7
8	0.7	0.3	8	0.2	0.8
9	0.8	0.2	9	0.1	0.9

Si partimos de estados iguales $E_1 = E_2$, que representan una proporción de tierras del 50% cada uno, del total de la analizada, y si los precios han sido los señalados en la Figura II, es decir $V_1, E_1 = 5$ y $V_1, E_2 = 4$, tendremos que la esperanza matemática de que se siembre la misma cantidad de tierra del mismo producto será para E_1

$$0.3 E_1 \text{ y } 0.7 E_2$$

y para E_2

$$0.7 E_1 \text{ y } 0.3 E_2$$

y su suma dará $1E_1$ y $1E_2$, lo que significa que al año siguiente vendrá a sembrarse la misma cantidad de tierra para cada producto. Si ahora continuamos con el año siguiente, como

$$V_2, E_1 = 4 \text{ y } V_2, E_2 = 6,$$

las probabilidades serán:

para E_1 , $0.2 E_1$ y $0.8 E_2$

y para E_2 , $0.4 E_1$ y $0.6 E_2$;

es decir, que sólo se cultivaran $0.6 E_1$ de las tierras del año anterior y $1.4 E_2$ de las del 2º producto, o lo que es lo mismo, que se cultivaran $0.6 \times 50\% = 30\%$ del total de las tierras con el producto de E_1 y el 70% del E_2 . Se procederá secuencialmente y así se preverán las utilizaciones futuras.

Con un suficiente intervalo de anticipación podrán corregirse las desviaciones, y construyendo un algoritmo iterativo, la aproximación podrá hacerse cada vez más convergente.

C/ VALORES Y POSIBILIDADES DEL METODO. —

El valor de esta metodología es el de posibilitar una investigación acorde con la naturaleza de la ciencia que investiga, por lo que la fiabilidad de los resultados debe potenciarse.

Al margen de la polémica que enfrenta las tendencias cualitativas y cuantitativas como excluyentes, pensamos que el análisis dinámico es una alternativa complementaria que puede ayudar a una más exacta interpretación del hecho geográfico, sobre todo puesto en manos (como instrumento) del geógrafo experimentado.

Estos nuevos caminos del análisis geográfico posibilitan una respuesta al desafío social suscitado ante la realidad de las interrelaciones humano-espaciales. Sin pretender llegar a la "metageografía del proceso" que señala BERRY (6), sí pretendemos y reivindicamos para la Geografía una metodología que algunos geógrafos vienen buscando ya desde hace una década cuando HARVEY (7) preconizaba la

6. — Puede consultarse "Un paradigma para la Geografía Moderna". Cap. I de "Nuevas Tendencias en Geografía" de R.J. CHORLEY, del que existe traducción española en colección Nuevo Urbanismo del Ins-

tituto de Estudios de la Administración Local. Madrid. 1.975.

7. — Es toda la filosofía subyacente en "Explanation in Geography". Edward Arnold. London. 1.969.

necesidad del análisis de las relaciones suscitadas entre los procesos temporales y las formas espaciales. Debe destacarse, además, que no existen exclusiones con respecto a ninguna tendencia anterior, que son respetadas, sino que se intenta estudiar el espacio, el tiempo y el hombre como motor de cambio (a veces perceptual), desde unidades de medida relativas y flexibles como la misma realidad.

D/ DOS MODELOS DE APLICACION. —

Aunque el desarrollo analítico lo hemos ilustrado con sencillos e hipotéticos casos, para que la aportación teórica pueda verse avalada por su utilidad real, incluyo en este mismo trabajo dos estudios que ejemplifican los dos tipos de aplicación más inmediata de las técnicas del análisis dinámico, haciendo resaltar que estas posibilidades no son únicas, ni siquiera las más espectaculares, aunque sí las más elementales para ser realizadas fuera de un equipo (8).

D1/ Criterios para una toma de decisión sobre el trayecto más racional a seguir por una línea aérea que cubra el servicio entre los distintos aeropuertos andaluces. —

Supongamos que se desea establecer una línea aérea entre los aeropuertos andaluces abiertos al tráfico civil, de forma tal, que les una a todos en un solo recorrido con escalas, y que el coste del mismo sea mínimo, lo que se interpreta como la decisión de minimizar el recorrido en kms, que debe efectuarse, que es una función de los aeropuertos elegidos como punto de llegada y de salida. Contamos con los siguientes aeropuertos (9):

- Almería AI (1)
- Córdoba CO (2)
- Granada GR (3)
- Jerez de la Frontera JF (4)
- Málaga MA (5)
- Sevilla SE (6).

Para precisar los recorridos hemos calculado la distancia kilométrica entre los aeropuertos (10), aún a sabiendas de que la misma no es indicativa del espacio exacto atravesado por la aeronave, ya que ésta debe sujetarse a unas pautas de tráfico aéreo, que no siempre siguen la línea recta, sino la loxodroma (11) u otras líneas más o menos curvas en función de los pasillos mejor señalizados por los sistemas de control terrestre. Los valores hallados los insertamos en la tabla II que es un cuadro de doble entrada en el que se anotan todos los valores posibles de las distancias entre aeropuertos.

8. — Podríamos citar entre otros el trabajo de GRIF-FITH, D.A. en el n° 2, Vol. 55 de Economic Geography, aparecido bajo el título de "Urban dominance, spatial structure, and spatial dynamics: some theoretical conjectures and empirical implications". Abril de 1.979, y que estudia en las tres dimensiones citadas el caso de Puerto Rico en sus dinámicas agrícola y urbana simultáneamente.

O bien, los de
— BATTY, M en "An Experimental Model of Urban Dynamics", en el Journal of Town and Country Planning, 43. Año 1.972. Pgs. 166-186.

— CORDEY-HAYES, M. en "Dynamic Frameworks for Spatial Models" en el n° 6 de Socio-Economic Planning Sciences. Año 1.972. Pags. 365-385.

— MACKINNON, R. en "Dynamic Programming and Geographical Systems" en el n° 46 de Economic Geography (Supl. de 1.970) Pgs. 350-366.

9. — Los aeropuertos han sido ordenados no por criterios geográficos sino por secuencia alfabética de las iniciales de las ciudades. Entre paréntesis figura el número que le asignamos a cada aeropuerto para ser identificado en cada variable.

10. — Como carecíamos del dato oficial preciso, hemos utilizado como base del cómputo las Hojas 8 y 9 del mapa de base municipal de España a escala 1:500.000, realizado por el Instituto de Geografía Aplicada del C.S.I.C., sobre información del Atlas Nacional de España del Instituto Geográfico y Catastral.

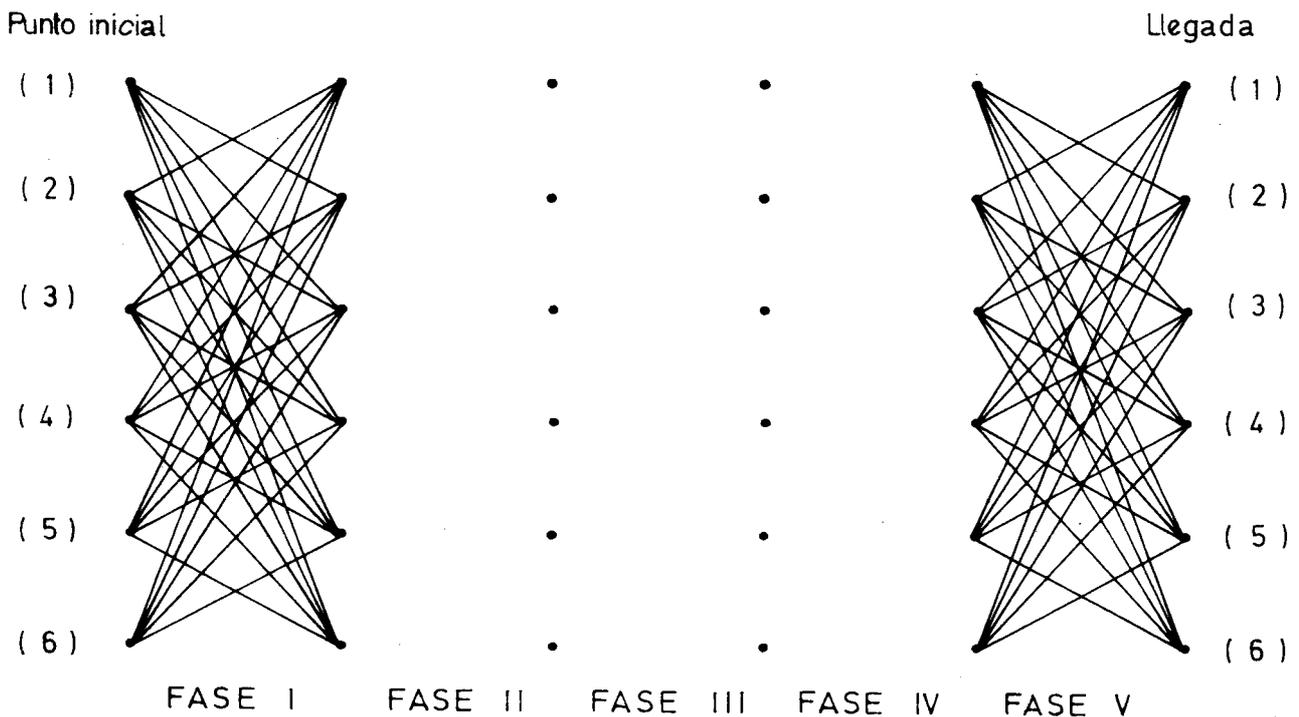
11. — La loxodroma es la línea de navegación de rumbo constante, es decir, la curva que forma un ángulo constante en su intersección con todos los meridianos. De cualquier forma, su desviación en espacios muy próximos latitudinalmente (1° 9' 33" de latitud separan a Málaga de Córdoba, los mas distanciados), apenas es significativa con respecto a la línea de mínima distancia.

TABLA II. — Distancia en kms. entre los diversos aeropuertos andaluces abiertos al tráfico civil. —

	AL (1)	CO (2)	GR (3)	JF (4)	MA (5)	SE (6)
AL (1)	—	250	124	331	194	328
CO (2)	250	—	128	170	136	108
GR (3)	124	128	—	219	94	200
JF (4)	331	170	219	—	142	75
MA (5)	194	136	94	142	—	151
SE (6)	328	108	200	75	151	—

En realidad con la TABLA II suplimos la red de 5 fases que conduciría desde el aeropuerto de partida del recorrido hasta el terminal, con 4 escalas. La red sería mucho más compleja y oscurecería el estudio, ya que al desconocer cuales serían los aeropuertos inicial y final, hemos de suponer que cualquiera de ellos es válido como vértice de red en cada una de las fases; la representación gráfica adoptaría la forma de la Figura III, en la que hemos omitido el valor de los arcos para evitar el amontonamiento y la falta de claridad.

FIGURA III. — Gráfica de los trayectos posibles entre los diferentes aeropuertos andaluces.



NOTA: El supuesto anterior tiene una restricción que consiste en que el vértice de partida no puede ser considerado como de llegada en ninguna de las sucesivas fases, por lo que el estudio por fases simplificaría el gráfico en la misma proporción en que vayamos agrupando progresivamente los tramos. Además, la secuencia es rígida, de tal forma que si partimos del (1) hacia el (2) y de aquí al (3), no se podrá volver a pasar por ninguno de los anteriores al considerar la llegada de la 3ª fase, que ha de ser, forzosamente, (3) → (4), o (3) → (5) o (3) → (6).

El estudio analítico del problema suscitado nos permitirá la toma de decisión que haga el proyectado recorrido lo más económico, tanto en cada fase como en el cómputo final de las mismas. Asimismo, nos permitirá precisar cual es el idóneo punto de partida y el final de llegada. Obviamente, los recorridos son reversibles, puesto que la red puede recorrerse tanto en un sentido como en el inverso.

Sean los actos de toma de decisión las variables $X_0, X_1, X_2, X_3,$ y X_4 , siendo los valores que pueden adoptar cada una de ellas los siguientes:

- X_0 ----- (1), (2), (3), (4), (5), (6)
- X_1 ----- todo X_0 (excepto el elegido en X_0)
- X_2 ----- todo X_1 (excepto el elegido en X_1)
- X_3 ----- todo X_2 (excepto el elegido en X_2)
- X_4 ----- todo X_3 (excepto el elegido en X_3)

Los posibles costos del tramo I, $C_I(X_0, X_1)$, equivalen a 30 valores agrupados en 15 pares. El costo mínimo del tramo I será igual al mínimo (MIN) de los $C_I(X_0, X_1)$, que coinciden con

$$f_I(4) = C_I((4), (6)) = 75, \text{ o bien}$$

$$f_I(6) = C_I((6), (4)) = 75$$

aunque no deben despreciarse el resto de los valores, pues para fases sucesivas pueden resultar más económicos. Así pues, todos los costos posibles de la 1ª fase serán en sus valores mínimos:

$$f_I(1) = C_I((1), (3)) = 124$$

$$f_I(2) = C_I((2), (6)) = 108$$

$$f_I(3) = C_I((3), (5)) = 94$$

$$f_I(4) = C_I((4), (6)) = 75$$

$$f_I(5) = C_I((5), (3)) = 94$$

$$f_I(6) = C_I((6), (4)) = 75$$

Para las fases I y II, conjuntamente, los valores mínimos calculados son:

$$f_{I,II}(1) = \min_{X_1=(2),(3),(4),(5),(6)} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1, (1))) = 124 + 94 = 218 \text{ Kms}$$

y el itinerario seguido sería (1) → (3) → (5) (Almería, Granada, Málaga).

Si en lugar del punto elegido como de partida para la fase II fuese el (2) y no el (1), la función del coste mínimo sería:

$$f_{I,II}(2) = \min_{X_1=(1),(3),(4),(5),(6)} (f_I(X_1) + C_{II}(X_1; (2))) = 108 + 75 = 183 \text{ Kms}$$

y el recorrido efectuado habría sido (2) → (6) → (4), es decir, Córdoba → Sevilla → Jerez de la Frontera.

Así sucesivamente:

$$f_{I,II}(3) = 94 + 136 = 230 \text{ Kms para Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba}$$

$$f_{I,II}(4) = 75 + 108 = 183 \text{ Kms para Jerez} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Córdoba}$$

$$f_{I,II}(5) = 94 + 124 = 218 \text{ Kms para Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería}$$

$$f_{I,II}(6) = 75 + 142 = 217 \text{ Kms para Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Málaga}$$

Luego, la "subpolítica" óptima para las dos primeras escalas sería la de Córdoba → Sevilla → Jerez, o su inversa.

Para las fases I, II, III, consideradas en su conjunto, hemos de partir de cualquiera de las subpolíticas más económicas de las fases I y II consideradas globalmente, y los valores de las mismas serán:

$$f_{I,II,III}^{(1)} = \text{MIN}_{X_2=(4),(5),(6),(2)} (f_{I,II}(X_2) + C_{III}(X_2, (3))) = 218 + 136 = 354 \text{ Kms, para el itinerario } (1) \rightarrow (3) \rightarrow (5) \rightarrow (2) = \text{Almería} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba.}$$

$$f_{I,II,III}^{(2)} = 183 + 142 = 325 \text{ Kms, para el } (2) \rightarrow (6) \rightarrow (4) \rightarrow (5) = \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez de la Frontera} \rightarrow \text{Málaga.}$$

$$f_{I,II,III}^{(3)} = 230 + 108 = 338 \text{ Kms, para Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla.}$$

$$f_{I,II,III}^{(4)} = 183 + 128 = 311 \text{ Kms, para Jerez} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Granada.}$$

$$f_{I,II,III}^{(5)} = 218 + 250 = 468 \text{ Kms, para Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería} \rightarrow \text{Córdoba.}$$

$$f_{I,II,III}^{(6)} = 217 + 94 = 311 \text{ Kms, para Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Granada.}$$

Las "subpolíticas" más económicas para las fases I, II, III y IV, globalmente consideradas serán:

$$f_{I,II,III,IV}^{(1)} = \text{MIN}_{X_3=(4),(6),(2)} (f_{I,II,III}(X_3) + C_{IV}(X_3, (5))) = 354 + 108 = 462 \text{ Kms, para } (1) \rightarrow (3) \rightarrow (5) \rightarrow (2) \rightarrow (6), \text{ es decir, Almería} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla.}$$

$$f_{I,II,III,IV}^{(2)} = 325 + 94 = 419 \text{ Kms, para Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Granada.}$$

$$f_{I,II,III,IV}^{(3)} = 338 + 75 = 413 \text{ Kms, para Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez.}$$

$$f_{I,II,III,IV}^{(4)} = 311 + 94 = 405 \text{ Kms, para Jerez} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Málaga.}$$

$$f_{I,II,III,IV}^{(5)} = 468 + 108 = 576 \text{ Kms, para Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla.}$$

$$f_{I,II,III,IV}^{(6)} = 311 + 124 = 435 \text{ Kms, para Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería.}$$

Finalmente, las "políticas" más económicas en función del punto elegido como partida, nos vienen dadas por la función $f_{I,II,III,IV,V}$, que adquiere los costos siguientes para cada uno de los aeropuertos iniciales que enunciamos:

Para el de Almería (1),

$$f_{I,II,III,IV,V}^{(1)} = \text{MIN}_{X_4=(6),(4)} (f_{I,II,III,IV}(X_4) + C_V(X_4, (2))) = 462 + 75 = 537 \text{ Kms, para el orden y las escalas Almería} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez.}$$

Para el de Córdoba (2),

$$f_{I,II,III,IV,V}^{(2)} = 419 + 124 = 543 \text{ Kms, para el recorrido Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería.}$$

Para el de Granada (3),

$$f_{I,II,III,IV,V}^{(3)} = 413 + 331 = 744 \text{ Kms, en el orden Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Almería.}$$

Para el de Jerez de la Frontera (4),

$$f_{I,II,III,IV,V}(4) = 405 + 194 = 599 \text{ Kms, en el orden Jerez} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Almería.}$$

Para el de Málaga (5),

$$f_{I,II,III,IV,V}(5) = 576 + 75 = 651 \text{ Kms, en el orden Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería} \rightarrow \text{Córdoba} \rightarrow \text{Sevilla} \rightarrow \text{Jerez.}$$

Y finalmente, para el de Sevilla (6),

$$f_{I,II,III,IV,V}(6) = 435 + 250 = 685 \text{ Kms, en el orden Sevilla} \rightarrow \text{Jerez} \rightarrow \text{Málaga} \rightarrow \text{Granada} \rightarrow \text{Almería} \rightarrow \text{Córdoba.}$$

La "política" óptima entre las más económicas es la que marca el itinerario que partiendo de Almería hace escalas sucesivas en Granada, Málaga, Córdoba, Sevilla y Jerez; o bien, la que hace el recorrido inverso partiendo de Jerez. En la toma de decisión final pueden considerarse otros factores, sin perder por ello de vista la decisión más rentable; ello puede realizarse si se inhabilitara cualquiera de los anteriores aeropuertos, por razones técnicas o por causa de la infrautilización del servicio. Cuando la decisión tiene algún matiz político, puede investigarse y descubrirse el costo económico y social que suponen la consideración política. Si lo que se pretende es saber cual sería el centro idóneo que supusiera el mayor ahorro en los recorridos convergentes, (como sucedería si quisiéramos conocer el núcleo-aeropuerto idóneo para el establecimiento de la capitalidad), solo sería necesario efectuar la suma de cada una de las columnas (o filas) del cuadro elaborado en la Tabla II; la columna (o fila) cuya sumatoria sea mínima representa al centro óptimo, (en el caso de los núcleos-aeropuertos andaluces es Málaga, seguido de Sevilla, Córdoba y Granada, con índices de centralidad muy próximos).

La misma metodología seguida sería válida si el criterio de decisión fuese el de atender líneas aisladas, de una o varias etapas, en función del servicio prestado a una comunidad representada por el número de habitantes que se asientan en un radio, a determinar en torno al nodo representado por el aeropuerto; sólo que, las funciones $f()$ debían de maximizarse en lugar de minimizarse. Cuando el número de vértices de la red aumenta, la toma de decisión óptima precisa, de una forma progresivamente más necesaria, del análisis y programación dinámica.

D/) Resultados del proceso de predicción que analiza la importancia de las componentes socioeconómicas del sector agrario en Andalucía al horizonte de 1.983. —

Los actuales problemas de la agricultura y la futura entrada de España, como miembro de pleno derecho, en la Comunidad Económica Europea, son los suficientemente importantes como para sentir curiosidad por la situación del sector en el momento previsto para ésta integración y para plantearse la política de reestructuración e inversiones a seguir hasta esa fecha, lo que ayudará en el equilibrio general de la política económica española en los próximos años.

No debemos olvidar que, en 1.975, Andalucía representaba el 17,13% de la población total de España, el 15,08% de la población activa, el 13,80% de la población ocupada y el 12,51% del producto interior bruto, mientras que el sector agrícola suponía con respecto al peso total del mismo sector a nivel nacional, el 19% de la población activa, el 15% de la ocupada y el 20,91% del producto interior bruto. La importancia relativa de la agricultura andaluza es aún más manifiesta, ya que, en la misma fecha, los 613.100 trabajadores del sector significaban el 30,41% de la población activa andaluza, (mientras que en el conjunto nacional sólo el 23% de la población activa se ocupaba en el mismo); y, la agricultura suponía en el total de la economía andaluza un 16,25% de su producto interior bruto, mientras que la participación del sector en el conjunto económico nacional solo fué del 9,72%. Todo ello es causa suficiente para avalar nuestro interés en el tema y en su evolución global; el análisis provincial posibilitará una actuación espacial diferenciada, por lo que su desarrollo lo hemos efectuado paralelamente al global.

El fenómeno presentado es eminentemente dinámico y entra, por tanto, dentro del tratamiento de la metodología que acabo de mostrar.

Pretendemos conocer:

- a/ El número de personas activas en el sector agrario en 1.983 y su porcentaje sobre el total de la población activa.
- b/ La renta “per capita” de las familias que viven de la riqueza económica generada en el sector.
- c/ La productividad por persona en el horizonte fijado.
- d/ Las necesidades de inversión, públicas y privadas, para potenciar el sector, disminuyendo el paro presumiblemente acumulado de haberse seguido la tendencia normal de la economía nacional a partir de la crisis de 1.973.

Poseemos información estadística (aunque no siempre suficiente) sobre:

- 1/ La población activa del sector y su evolución en los últimos años.
- 2/ Las estimaciones sobre el volumen del desempleo en el mismo periodo de tiempo.
- 3/ El valor anual de la renta agraria.
- 4/ La renta media del andaluz y del agricultor andaluz.
- 5/ La inversión pública y privada en el sector agrario.

Presumimos que, el número de personas empleadas en el sector agrario en un año determinado es un hecho que depende del nº de Has puestas en explotación y de las características económico-laborales de las mismas, lo que está en función de las inversiones que se realicen. Por su parte, el fenómeno inversor es el resultado de una toma de decisión ligada probabilísticamente con la rentabilidad del sector el año anterior (12). La rentabilidad del mismo, que relaciona la producción total agraria con el número de empleados en el sector ese mismo año, es un fenómeno que podemos considerar aleatorio, ya que dependerá del volumen de las cosechas y de los precios alcanzados en el mercado, cuyo grado de incertidumbre nos permite su estimación como hecho ligado al azar.

Al mismo tiempo, el nº de empleados, que hemos visto está directamente relacionado con el volumen de la inversión, es una función relacionada inversamente con las mejoras técnicas y económicas del trabajo, que se pueden cuantificar por medio de la “inversión por persona activa”, cuya importancia presumimos a su vez relacionada con la productividad por persona activa el año anterior.

Las posibilidades de evaluación de los valores de un determinado número de variables en un horizonte futuro pueden centrarse en dos procedimientos fundamentales:

1/ El análisis de las tendencias de los comportamientos de cada una de ellas, lo que se realiza mediante el ajuste a una función de los valores conocidos, cuya extrapolación nos permitirá alcanzar el valor investigado. Su mayor inconveniente en los casos que analizamos es la incertidumbre de la dependencia aleatoria y de los mecanismos de decisión del hombre, que es un factor con componentes psicológicas muy modificables.

2/ El análisis dinámico que, al estudiar el caso año a año, limita, en gran medida, la acumulación de las desviaciones por los que sus resultados deben ser considerados como fiables.

12.— Esto es una verdad a medias, pues si bien supone el mecanismo lógico del mercado en un “sistema capitalista”, su actuación sólo es significativa para la in-

versión privada. La inversión pública debe actuar como contrapeso y atender más a la rentabilidad social que a la económica

Para mostrar la significación de ambos procedimientos vamos a calcular los valores investigados mediante su aplicación separada; después podremos comparar críticamente sus resultados.

Paso previo será el estudio de la información estadística que mostramos en las tablas III a VII, b.

TABLA III. — Evolución de la población activa del sector agrario en Andalucía. Entre paréntesis su porcentaje sobre el total de la población activa.

Provincia	1.969	1.971	1.973	1.975
Almería	56.400 (45,21)	59.130 (46,37)	59.011 (44,92)	58.315 (44,81)
Cádiz	92.237 (31,24)	85.489 (28,81)	68.331 (22,52)	59.366 (20,89)
Córdoba	121.261 (46,63)	116.403 (45,24)	108.740 (42,79)	92.250 (38,06)
Granada	117.539 (47,83)	113.592 (46,60)	108.315 (44,89)	98.339 (41,32)
Huelva	51.567 (38,45)	48.734 (36,23)	44.090 (33,42)	38.108 (29,18)
Jaén	118.633 (50,81)	108.001 (48,05)	106.813 (48,35)	93.264 (44,29)
Málaga	99.160 (33,85)	98.755 (32,59)	100.020 (32,58)	72.180 (23,23)
Sevilla	134.337 (28,75)	123.325 (26,62)	108.407 (22,92)	101.246 (21,55)
Andalucía	791.134 (38,52)	753.429 (36,74)	703.717 (34,11)	613.072 (30,40)

Fuente: "Renta Nacional de España". Serie Homogénea 1955-1975. Banco de Bilbao. Elaboración personal del autor

TABLA IV. — Las estimaciones sobre el volumen del desempleo agrario en Andalucía. Entre paréntesis el porcentaje sobre la población activa agraria.

Provincia	1.969	1.971	1.973	1.975
Almería	3.696 (6,5)	3.342 (5,6)	5.391 (9,1)	2.698 (4,6)
Cádiz	18.843 (20,4)	19.547 (22,8)	14.354 (21,0)	15.842 (26,6)
Córdoba	8.375 (6,9)	11.784 (10,1)	14.006 (12,8)	11.035 (11,9)
Granada	7.533 (6,4)	5.425 (4,7)	6.385 (5,9)	4.162 (4,2)
Huelva	10.203 (19,7)	8.704 (17,8)	4.693 (10,6)	1.926 (5,0)
Jaén	5.627 (4,7)	3.605 (3,3)	11.490 (10,7)	6.063 (6,5)
Málaga	7.314 (7,3)	19.000 (19,2)	27.876 (27,8)	3.227 (4,5)
Sevilla	(—)	1.540 (1,2)	(—)	8.284 (8,2)
Andalucía	61.591 (7,7)	72.947 (9,6)	84.194 (11,9)	53.237 (8,6)

Fuente: "Renta Nacional de España". Serie Homogénea 1955-1975. Banco de Bilbao. Elaboración personal. (13)

(—) NOTA: Los años 1969 y 1973 son años agrícolas en los que el número de empleos en la provincia de Sevilla fue superior a la población activa en el sector. Ello explica el que haya personas que trabajasen la agricultura a tiempo parcial (14).

13. — Los datos facilitados por la fuente citada hablan del nº de empleos (1) y de la población activa del sector (2). La diferencia (2) — (1) será el número de parados. No hemos encontrado estadísticas provinciales sobre el paro obrero agrario que puedan ser consideradas como de mayor fiabilidad a la obtenida por este procedimiento.

14. — El 49% de las explotaciones se trabajaban en el 1.972 a tiempo parcial, como señala GARCIA MANRIQUE en "La agricultura a tiempo parcial en España. Comentario al Censo Agrario de 1.972" Pgs. 133-144 del nº 1 de "Paralelo 37". Revista de Estudios Geográficos". 1.977.

TABLA V. — Importancia anual de las rentas agrarias netas de las provincias andaluzas. Al coste de los factores y en millones de ptas. corrientes de cada año (Entre paréntesis las rentas debidas al trabajo).

Provincia	1.969	1.971	1.973	1.975
Almería	2.534 (1.033)	4.633 (1.513)	8.551 (1.954)	11.723 (3.149)
Cádiz	5.499 (2.415)	6.433 (2.842)	7.303 (2.911)	7.856 (3.982)
Córdoba	7.770 (4.407)	10.722 (5.133)	12.098 (5.869)	13.066 (6.338)
Granada	6.751 (3.852)	7.625 (4.723)	10.914 (5.755)	11.609 (6.436)
Huelva	2.500 (1.305)	2.785 (1.707)	3.693 (1.965)	5.060 (2.595)
Jaén	7.385 (4.264)	9.542 (5.238)	13.302 (6.391)	16.668 (8.447)
Málaga	4.831 (2.778)	5.849 (3.577)	7.030 (4.355)	7.212 (4.462)
Sevilla	11.174 (5.335)	12.436 (5.994)	15.558 (7.281)	19.056 (9.946)
Andalucía	48.446 (25.389)	60.025 (30.727)	78.449 (36.481)	92.250 (45.355)

Fuente: "Renta Nacional de España". Serie Homogénea 1955-1975 del Banco de Bilbao. Elaboración propia.

Si bien, sería más indicativo aplicar los índices correctores de la inflación, y siguiendo los criterios de deflación del "Informe Económico 1978" del Banco de Bilbao, ofreciendo los valores en ptas de 1.975, la Tabla V se convierte en la Tabla VBIS de valores homogeneizados, según exponemos a continuación:

TABLA VBIS. — Valores homogeneizados en ptas. de 1975 de la información económica de la Tabla V.

Provincia	1.969	1.971	1.973	1.975
Almería	4.262 (1.737)	7.255 (2.369)	11.364 (2.597)	11.723 (3.149)
Cádiz	9.249 (4.062)	10.074 (4.450)	9.705 (3.8682)	7.856 (3.982)
Córdoba	13.069 (7.412)	16.790 (8.038)	16.078 (7.800)	13.066 (6.338)
Granada	11.355 (6.479)	11.940 (7.396)	14.504 (7.648)	11.609 (6.436)
Huelva	4.205 (2.195)	4.361 (2.673)	4.907 (2.611)	5.060 (2.595)
Jaén	12.421 (7.172)	14.943 (8.202)	17.678 (8.493)	16.668 (8.447)
Málaga	8.125 (4.672)	9.159 (5.601)	9.343 (5.788)	7.212 (4.462)
Sevilla	18.795 (8.973)	19.474 (9.386)	20.676 (9.676)	19.250 (9.946)
Andalucía	81.486 (42.704)	93.999 (48.118)	104.258 (48.483)	92.250 (45.355)

Elaboración personal en base a la Tabla V.

15. — La renta calculada al coste de los factores se obtiene del Producto Total Bruto menos el reemplazo en el mismo sector, menos los gastos fuera del sector, más

las subvenciones, menos las amortizaciones. Este producto neto es el valor añadido neto de otras terminologías.

TABLA VI. — Rentas “per cápita” medias del español (columna (1)), del andaluz (columna (2)) y del agricultor activo andaluz (columna (3)), en los años que se citan y en ptas. de 1975 al coste de los factores (15).

Año	Columna (1)	Columna (2)	Columna (3)
1.969	109.455	81.646	102.998
1.970	114.670	84.760	
1.971	120.284	88.113	124.761
1.972	129.868	93.843	
1.973	139.682	99.699	148.153
1.974	146.740	103.092	
1.975	145.407	103.103	150.471
1.976	146.512	103.420	
1.977	149.341	105.610	
1.978	152.810	105.824	

Fuentes: “Informe económico 1978”, del Banco de Bilbao; “Renta Nacional de España”. Serie Homogénea 1955-75, del Banco de Bilbao; “La Renta Nacional de España” del Consejo de Economía Nacional; España. “Anuario Estadístico 1978” del INE. Elaboración propia.

NOTA: La columna (3) resultaría mas indicativa si se analizara la tendencia de la productividad agraria en relación de las variaciones espaciales, lo que mostramos en la Tabla VI.a.

TABLA VI.a. — Productividad provincial y análisis de las tendencias de las mismas en el sector agrario andaluz. (Pesetas de 1975/ Persona activa en el sector agrario).

Provincia	1.969	1.971	1.973	1.975
Almería	75.567	122.695	192.574	201.028
Cádiz	100.274	117.839	142.029	132.331
Córdoba	107.775	144.240	147.857	141.630
Granada	96.606	105.113	133.905	118.050
Huelva	81.544	89.485	111.295	132.780
Jaén	104.701	138.359	165.504	178.718
Málaga	81.938	92.744	93.411	99.916
Sevilla	139.909	157.907	190.725	190.130

Elaboración propia.

TABLA VII. — Porcentaje de la inversión agraria pública y privada sobre la renta agraria del año anterior. Comportamiento medio a nivel nacional.

Año	Sector Público	Sector Privado	% Acumulado
1971	8,53	9,67	18,20
1972	6,94	8,18	15,12
1.973	7,39	16,87	24,26
1.974	7,74	18,73	26,47
1.975	7,10	25,22	32,32
1.976	6,67	22,63	29,30

Información del Anuario de Estadística Agraria 1.976 y elaboración propia.

NOTA: Como los porcentajes son referidos a pts corrientes de cada año considerado, en términos reales no son lo que convenientemente significativos y deflactando sus valores, el cuadro expresado en la Tabla VII, en ptas. homogeneizadas referidas a 1975, se transformaría en la Tabla VII.a.

TABLA VII.a. — Porcentaje de la inversión agraria pública y privada en valores reales.

Año	Sector Público	Sector Privado	% Acumulado
1.971	7,88	8,93	16,81
1.972	6,41	7,55	13,96
1.973	6,63	15,14	21,77
1.974	6,69	16,20	22,89
1.975	6,06	21,56	27,62
1.976	5,67	19,23	24,90

Elaboración propia.

Si suponemos que las tasas medias de inversión continúan guardando la relación en todo el intervalo, aunque no poseemos la información estadística diferenciada precisa, podemos interpolar, para cada una de las provincias andaluzas, el comportamiento medio, y así obtendremos la Tabla VII.b, que nos muestra el valor de las inversiones, públicas y privadas, en millones de pts constantes de 1.975, así como la inversión total (en miles de ptas) por persona activa en el sector.

TABLA VII.b. — Valor homogeneizado, en ptas. de 1975, de las inversiones públicas y privadas en cada una de las provincias andaluzas e importancia de la inversión por persona activa. (En millones de ptas. y en ptas., respectivamente).

Provincia	Inversiones Totales					
	1.971		1.973		1.975	
	PUBLICAS	PRIVADAS	PUBLICAS	PRIVADAS	PUBLICAS	PRIVADAS
Almería	571,694	647,871	753,433	1.720,509	710,413	2.527,478
Cádiz	793,831	899,608	643,441	1.469,337	476,073	1.693,753
Córdoba	1323,052	1.499,347	1.065,971	2.434,209	791,799	2.817,019
Granada	940,872	1.066,242	961,615	2.195,905	703,505	2.502,900
Huelva	343,646	389,437	325,334	742,919	306,636	1.090,936
Jaén	1.177,508	1.334,410	1.172,051	2.676,449	1.010,080	3.593,620
Málaga	721,729	817,898	619,441	1.414,530	437,047	1.554,907
Sevilla	1.534,551	1.739,028	1.370,818	3.130,346	1.166,550	4.150,300
Andalucía	7.407,121	8.394,111	6.912,305	15.784,66	5.590,350	19.889,10

	Inversiones por persona activa		
	1.971	1.973	1.975
Almería	20.625	41.923	55.524
Cádiz	19.808	30.919	36.550
Córdoba	24.246	32.188	39.118
Granada	17.669	29.151	32.605
Huelva	15.042	24.228	36.674
Jaén	23.258	36.030	49.362
Málaga	15.590	20.335	27.597
Sevilla	26.544	41.520	52.514
Andalucía	20.972	32.252	41.560

Elaboración propia.

D.2.a/ *El Análisis de las Tendencias.* —

Existen diversas formas de extrapolación de la información estadística recopilada. En principio precisamos analizar las tendencias y sus desviaciones típicas para poder calcular las probabilidades de las posiciones máximas y mínimas de las sucesivas fases. Una vez calculadas éstas podremos investigar el carácter de la decisión adoptada, merced a la información proporcionada por el intervalo de anticipación estudiado. Así, para llegar a una determinada situación en el horizonte de 1983, será preciso adoptar la estrategia más oportuna para que siga la tendencia deseada.

El método de aproximación lineal por los mínimos cuadrados sirve para calcular los valores futuros de una variable que sigue una cierta regularidad. Asimismo sería interesante el cálculo de la desviación típica (σ) de cada serie estudiada para poder investigar la probabilidad de la presencia, en el horizonte previsto, de un valor en un determinado intervalo.

La recta que se ajusta a las tendencias del comportamiento de la población activa y del volumen de desempleo, así como los valores medios más probables de las mismas en los futuros años y en el horizonte previsto, son los que se muestran en la Tabla VIII.

TABLA VIII. — Tendencias de la población activa (p.a.) y desempleada (p.d.) en cada una de las provincias andaluzas. Entre paréntesis el valor de las desviaciones típicas de la serie cronológica.

Provincia		1.977	1.979	1.981	1.983	(Desviación St.)
Almería	p.a.	59620	60183	60745	61308	(1534)
		ecuación de la recta de ajuste = $Y = 562'6 X + 56807'5$				
	p.d.	3545	3451	3356	3262	(783)
		ecuación de la recta $Y = -94'5 X + 4018$				
Cádiz	p.a.	47413	35836	24259	12682	(28404)
		ecuación de la recta $Y = -11577'1 X + 105298$				
	p.d.	13597	12178	10758	9339	(3639)
		ecuación de la recta $Y = -1419'6 X + 20695'5$				
Córdoba	p.a.	85993	76525	67056	57588	(23326)
		ecuación de la recta $Y = -9468'4 X + 133335'5$				
	p.d.	13850	14870	15890	16911	(2795)
		ecuación de la recta $Y = 1020'2 X + 8749'5$				

Granada	p.a.	93727	87439	81151	74864	(15446)	
		ecuación de la recta					$Y = -6287'7 X + 125165'5$
	p.d.	3588	2673	1757	842	(2303)	
		ecuación de la recta					$Y = -915'3 X + 8164'5$
Huelva	p.a.	34369	29867	26365	20863	(11044)	
		ecuación de la recta					$Y = -4502'1 X + 56880$
	p.d.	en la tendencia no se detecta paro					(7075)
		ecuación de la recta					$Y = -2884'2 X + 13592$
Jaen	p.a.	87354	79624	71895	64165	(19030)	
		ecuación de la recta					$Y = -7729'5 X + 126001$
	p.d.	8994	9913	10833	11752	(3060)	
		ecuación de la recta					$Y = 919'3 X + 4398$
Málaga	p.a.	72610	64642	56675	48707	(20360)	
		ecuación de la recta					$Y = -7967'5 X + 112447$
	p.d.	13508	13169	12831	12492	(7387)	
		ecuación de la recta					$Y = -338'5 X + 15200$
Sevilla	p.a.	88281	76862	65443	54024	(27997)	
		ecuación de la recta					$Y = -11419'1 X + 145376$
	p.d.	8284	10615	12946	15277	(5951)	
		ecuación de la recta					$Y = 2331'2 X + 3372$
Andalucía	p.a.	569363	510974	452584	394194	(143395)	
		ecuación de la recta					$Y = -58389'8 X + 861312$
	p.d.	64538	63157	61775	60394	(9383)	
		ecuación de la recta					$Y = -1381'3 X + 71446$

Elaboración propia.

Considerando que el valor medio de la tendencia es el más probable, y que el resto de los valores, tanto por exceso como por defecto, con respecto a la tendencia, se distribuyen normalmente, la desviación típica nos permitirá hallar la probabilidad del intervalo de confianza ya que sabemos que:

$Y \pm \frac{+}{-} (\sigma)$	(σ)	representa un intervalo que acoge el 68'27 % de los casos
$Y \pm \frac{+}{-} (2\sigma)$	" " " " " "	95'45 % " "
$Y \pm \frac{+}{-} (3\sigma)$	" " " " " "	99'73 % " "

Sin embargo, cabe una poderosa crítica: No en todos los casos la tendencia se mantiene secularmente, sino que existen unos mínimos estructurales que no pueden ser sobrepasados. Habría que detectar los parámetros que actúan como asíntotas. En cualquier caso, cuando la desviación típica es pequeña es lógico pensar que la aproximación será suficiente; así ocurre con la provincia de Almería, sobre la que se puede predecir que su población activa en la Agricultura en 1.983 oscilará entre $61.308 \pm (3 \times 1534) = 56.706$ ó 66.010 personas; por el contrario, para el caso de Andalucía esta predicción pierde valor ya que la misma consideración nos daría unos valores de 0 a 800.000 agricultores que, obviamente carecen de significación.

El problema surge porque estamos considerando variables interrelacionadas como aisladas en sus tendencias, y porque no nos detenemos en los impulsos intermedios (anuales) que imprimen el sentido a la dinámica general.

Si continuamos el procedimiento anterior y analizamos las tendencias de la productividad agraria y de la inversión por persona activa en el sector, obtendremos el cuadro de la Tabla IX.

TABLA IX. — Extrapolación al horizonte de 1983 de las tendencias de la productividad agraria (1) y de las inversiones por persona activa en el sector (2). Valor en ptas.

Provincia	1.977	1.979	1.981	1.983	ecuación de la recta
Almería (1)	259.531	304.157	348.783	393.410	$Y = 44.626X + 36.400$
(2)	74.256	91.705	109.155	126.604	$Y = 17.449X + 4.458$
Cádiz (1)	153.208	165.244	177.280	189.316	$Y = 12.036X + 93.028$
(2)	46.722	54.205	62.576	70.947	$Y = 8.371X + 12.350$
Córdoba (1)	161.671	172.189	182.707	193.225	$Y = 10.518X + 109.080$
(2)	46.722	54.158	61.594	69.030	$Y = 7.436X + 16.978$
Granada (1)	136.699	146.011	155.324	164.636	$Y = 9.312X + 90.137$
(2)	41.411	48.879	56.347	63.815	$Y = 7.468X + 11.539$
Huelva (1)	147.655	165.207	182.759	200.310	$Y = 17.551X + 59.896$
(2)	46.946	57.762	68.578	79.394	$Y = 10.816X + 3.682$
Jaén (1)	209.119	234.039	258.958	283.878	$Y = 24.919X + 84.521$
(2)	62.320	75.372	88.424	101.476	$Y = 13.052X + 10.112$
Málaga (1)	105.652	111.112	116.572	122.032	$Y = 5.460X + 78.352$
(2)	33.181	39.184	45.188	51.191	$Y = 6.003X + 9.167$
Sevilla (1)	215.538	233.886	252.234	270.582	$Y = 18.348X + 123.797$
(2)	66.162	79.147	92.132	105.117	$Y = 12.985X + 14.222$
Andalucía(2)	173.048	189.629	206.210	222.792	$Y = 16.581X + 90.143$
(2)	52.182	62.476	72.770	83.064	$Y = 10.294X + 11.006$
% Invers/Renta	27,82	30,64	33,47	36,29	$Y = 1,41 X + 20,76$

Elaboración propia.

NOTA: Los valores de Y en la recta son la productividad o la inversión (según los casos); las X representan el número de secuencia de casos que se investigue. El origen es el año 1969, por lo que a él corresponderá el valor $X = 1$, a partir de él, las X aumentan una unidad cada dos años. (El año 1983 equivaldrá a una X de valor 7, excepto en la recta de la tendencia del % Inversión / renta del año anterior en la que la secuencia estudiada ha sido anual.

D.2.b/ La investigación mediante el análisis dinámico. —

Del periodo de anticipación (1.969-1.976) se deduce que un puesto de trabajo precisa una inversión que depende de la decisión que adopte el agricultor propietario. A su vez, esta toma de decisión está relacionada probabilísticamente con la rentabilidad del capital en el año o años anteriores. Una encuesta realizada entre 100 pequeños y medianos agricultores (16) del sector más pujante de la agricultura andaluza, representando por el cultivo en enarenados e invernaderos de la provincia de Almería, nos ha dado estos resultados:

16.— Un trabajo, con preocupaciones más prácticas que metodológicas, debiera diversificar la encuesta y extenderla, asimismo, a los grandes propietarios eligiendo una muestra más representativa. Para la finali-

dad de éste trabajo, y por razones de facilidad para el autor, la muestra escogida es suficiente. La encuesta se ha realizado en la última semana del mes de Septiembre de 1.979.

1º/ Condideráramos que el agricultor adoptaría decisiones diferentes en función de la rentabilidad de las inversiones efectuadas el año anterior. Esta rentabilidad en el periodo de anticipación había oscilado entre, 1,8 para la provincia de Málaga en 1.975 y los 7,5 para la provincia de Almería en 1.971 (17); su media es de 3,72 y su desviación típica de 1,47, por lo que existe una probabilidad del 99,7% de que los valores de rentabilidad del capital, que presumimos seguirán la misma pauta, se encuentren en una proporción entre $3,72 \pm (3 \times 1,47) = 8,13$ y 0 (en realidad, pérdidas).

2º/ Hemos supuesto cuatro estados de rentabilidad de las inversiones (18) que responden a los intervalos siguientes:

E_1	=	Proporción de la rentabilidad de las inversiones	<	2
E_2	=	" " " "	" "	entre 2 y 4
E_3	=	" " " "	" "	" " 4 y 6
E_4	=	" " " "	" "	" " > 6

3º/ Finalmente, hemos encuestado al agricultor para comprobar cual sería su decisión en función de la rentabilidad, y hemos obtenido estas respuestas:

a/ Para el estado E1:

- Un 9% estaban dispuestos a invertir, aproximadamente, un 25% de las rentas previstas en el año (se tomaba como base la producción y rentabilidad del año anterior).
- Un 28% invertirían alrededor del 20%
- Un 35% invertirían alrededor del 15%
- Un 24% invertirían alrededor del 10%
- Un 4% invertirían alrededor del 5%

Con lo que la esperanza matemática de la inversión en el estado E1, sería de:

$(0,09 \times 25) + (0,28 \times 20) + (0,35 \times 15) + (0,24 \times 10) + (0,04 \times 5) = 15,7\%$ de la renta del año anterior será el total de las inversiones privadas.

b/ Para el estado E2, la respuesta fué:

- Un 2% invertirían sobre el 30%
- Un 27% invertirían sobre el 25%
- Un 36% invertirían sobre el 20%
- Un 30% invertirían sobre el 15%
- Un 5% invertirían sobre el 10%

y la esperanza matemática de la inversión sería del 19,55% de la renta del año anterior.

c/ Para el estado E3, la respuesta fué:

- Un 1% invertirían sobre el 35%
- Un 14% invertirían sobre el 30%
- Un 32% invertirían sobre el 25%
- Un 32% invertirían sobre el 20%
- Un 18% invertirían sobre el 15%
- Un 3% invertirían sobre el 10%

que representa una esperanza de inversión para el estado E3, del 21,95% de la renta.

17. - Su cálculo se ha efectuado restando, en la Tabla V BIS, la renta total de la renta debida al trabajo, con lo que obtenemos la renta del capital, y dividiendo ésta entre la inversión privada del mismo año (Tabla VII BIS). Lo que nos muestra este índice son las pesetas rentadas al capital por cada peseta invertida.

18. - Para hallar la rentabilidad de las inversiones de capital privado, es necesario separar, primero, de la renta agraria total, la renta debida al trabajo, que ha supuesto en los últimos años una media del 49,64% de la renta agraria. Las inversiones del capital privado se calculan quitándole a las inversiones totales un 6,6% de la renta del año anterior, que es la media seguida por las inversiones públicas.

d/ En el estado E4, el comportamiento sería:

- Un 7% invertirían sobre el 35%
- Un 26% invertirían sobre el 30%
- Un 30% invertirían sobre el 25%
- Un 25% invertirían sobre el 20%
- UN 12% invertirían sobre el 15%

con una esperanza de inversión que representaba el 24,55% de la renta.

4º/ La inversión pública es muy rígida y no está ligada a la rentabilidad de la misma, sino a otras razones, políticas y de presupuesto. La media de la década de los 70 se mantiene en torno al 6,6% de la renta agraria del año anterior.

Hallada de esta forma la inversión del año t (I_t) que investigamos en función de la renta del año anterior ($R_{(t-1)}$) y de la inversión del año anterior ($I_{(t-1)}$), será necesario calcular:

1º/ El número de trabajadores del año t (T_t), que hemos visto es directamente proporcional a la inversión I_t ya calculada e inversamente proporcional a la inversión por persona activa en el sector en ese mismo año (i.p.a.t), que está ligada con la productividad por persona activa en el año anterior ($P_{(t-1)}$) mediante la recta de regresión i.p.a.t = $0.385 P_{(t-1)} - 19.079$, siendo el coeficiente de correlación lineal entre ambos de 0,95, y la correlación lineal y no lineal del "0,989, lo que representa un coeficiente de determinación del" 0.978, es decir, una explicación del 97,8% de las variaciones de la inversión por persona activa, por lo que puede generalizarse, con un error del solo 2,2%, que podremos fijar la i.p.a. de un año por medio de la productividad del trabajador en el año anterior.

2º/ La productividad del año que analizamos (P_t) que está ligada con la inversión por persona activa ese mismo año i.p.a.t mediante la regresión $P_t = 3,37 \text{ i.p.a.t} + 33.990$, con un coeficiente de determinación del 0,85, es decir, explicando la inversión por persona activa en cada año el 85% de las variaciones de la productividad por persona ese mismo año.

3º/ La renta del año analizado R_t que será igual a $T_t \times P_t$, con un error máximo equivalente al error acumulado en el cálculo del número de trabajadores (2,2%) y en el de la productividad (15%), es decir, del 17,2%, que es un error apreciable pero válido, ya que la renta es y la estamos considerando como un fenómeno aleatorio (19).

Efectuados estos cálculos, el proceso dinámico, partiendo de 1.975, será, para el conjunto de Andalucía, el siguiente:

19. — De cualquier forma, es preciso significar que se puede, y se debe, en un estudio con pretensiones de validez en la determinación de un futuro mediante análisis dinámico, el disminuir considerablemente los posibles errores. En este caso podría conseguirse correlacionando un mayor número de variables, intentando buscar un conjunto de ellas cuya correlación múltiple sea más significativa. Errores menores del 5% pueden considerarse como aproximaciones muy buenas. Hay

que contemplar que el futuro sólo es predecible probabilísticamente y que lo que estamos considerando error (por equiparlo con el análisis de las tendencias), es sólo el porcentaje de la probabilidad de que unas cifras, en torno a la hallada, no sean las reales. Las fuertes desviaciones, que eventualmente puedan identificarse, pueden achacarse a la intervención de otras variables no analizadas ni previstas, por lo que corresponden a un momento excepcional.

TABLA X. — Dinámica de las principales componentes del sector agrario andaluz hasta el horizonte de 1983, (en ausencia de anomalías graves producidas por catástrofes o periodos económicos excepcionales).

Concepto	1.975	1.976	1.977	1.978	1.979	1.980	1.981	1.982	1.983
Nº Trb (T)	613.072	628.989	610.743	568.109	508.621	435.491	359.251	286.568	221.961
Inv (I) (millones)	25.479	24.123	27.126	29.333	31.025	31.025	31.949	31.348	30.173
Rentas (R) (millones)	92.250	103.733	112.175	118.644	121.844	121.844	119.881	115.386	109.228
Prod. (P) (en ptas)	150.471	164.921	183.670	207.996	239.558	280.553	333.697	402.647	492.108
(i.a.p.) (en ptas).	41.559	38.852	44.415	51.634	60.999	73.164	88.934	109.394	135.940
r= R/I rentabilidad de la inversión)	2,39	3,00	2,86	2,78	2,67	2,58	2,51	2,94	2,89
Estado (E)	E2								

NOTA: Los valores medidos en dinero estan homogeneizados y referidos a ptas. de 1.975.

Elaboración propia

El análisis del cuadro nos muestra:

1º/ Que el comportamiento del inversor agrícola medio es muy conservador debido a la estacionaria rentabilidad de los productos agrarios (vemos que prácticamente no nos hemos salido del estado E2)

2º/ Que siguiendo esa dinámica, el número de trabajadores en el campo andaluz no podrá ser superior, en el horizonte de 1.983, a los 221.961, mientras que la tendencia de la población activa agraria en la misma fecha sería de 454.588 (394.194 empleados + 60.394 parados), es decir, que los parados en esa fecha, de no poner remedio mediante la inversión pública, serían alrededor de 232.000.

Es interesante conocer, mediante este modelo, el resultado de aumentar las inversiones anuales en un 2,4% de la renta del año anterior o lo que es igual que la inversión pública fuese del 9% en lugar del 6,6% actual, y cuyas variaciones mostramos en la Tabla XI, en la que se ve que el número de parados sería de 14.130, cifra perfectamente aceptable, y ello manteniendo los niveles de productividad y de renta per capita. (Otro caso diferente sería el de la comercialización de los productos obtenidos, que no deja de ser un grave problema político y económico).

TABLA XI. — Modificaciones hipotéticas como consecuencia de un supuesto aumento en las inversiones públicas equivalente al 2,4 % de la renta agraria del año anterior.

Concepto	1.975	1.976	1.977	1.978	1.979	1.980	1.981	1.982	1.983
N ^o trabaj. (T)	613.072	677.874	718.599	729.771	710.416	664.079	598.095	520.867	440.458
Inversión Pub + Priv.	25.479	26.337	31.917	37.681	43.335	48.587	53.191	56.980	59.876
Rentas Ag. (R)	92.250	111.795	131.985	151.789	170.185	186.309	199.582	209.725	216.752

millones

Mantenemos la misma productividad por persona que en la Tabla X, y por tanto la misma inversión por persona activa.

$r = R/I$	4,75	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,8	4,7	4,7
Estado (E)	E3	E3	E3	E3	E3	E3	E3	E3	E3

(En realidad este modelo será válido para hacer cualquier modificación que estimemos oportuna en las variables que lo componen y observando la respuesta de las no modificadas voluntariamente).

3º/ Que la renta permanecería, en términos reales, prácticamente estable, ya que en 1.983 sólo representaría un incremento del 18% con respecto a la de 1.975, con tendencia a disminuir desde el año 1.980, pues las rentas del trabajo se hacen progresivamente más gravosas. De haberse incrementado, anualmente, la inversión pública en un 2,44% de la renta agraria del año anterior, el incremento en el período analizado habría sido del 134%.

4º/ El error acumulado en el cálculo de la población que trabajará en la agricultura en 1.983 es del 21,2% de la cifra hallada (20), inferior de una forma muy significativa al que se conseguía en el estudio mediante las tendencias.

5º/ Finalmente, mediante el análisis dinámico hemos construido un modelo en cuya evolución se puede intervenir desde el exterior modificando las variables de entrada, (fundamentalmente inversiones en el sector, o inversiones en otros sectores que distraigan mano de obra cuyas expectativas de trabajo eran agrarias).

Con la misma metodología se posibilita el estudio diferencial del espacio, de un mayor interés práctico, pues nos permite dirigir la inversión y adecuar el asentamiento humano a las áreas geográficas en función de sus posibilidades económicas.

20. — Su cálculo se efectúa por la fórmula del interés compuesto, en el que el error anual es el del 2,2% (100-

97,8); por lo que en 9 años el total será del 21,2%.