# UNA APROXIMACIÓN ECONÓMICA A LA DIMENSIÓN ÓPTIMA DE LAS EXPLOTACIONES LÁCTEAS EXTENSIVAS (ARGENTINA)

## AN ECONOMIC APPROACH TO THE OPTIMAL SIZE FOR THE EXTENSIVE DAIRY FARMS IN ARGENTINA

García Martínez, A.[1], J. Martos Peinado[1], J.J. Rodríguez Alcaide[1], R. Acero de la Cruz[1], E. Schilder[2] y A. Galetto[2]

[1]Departamento de Producción Animal. Facultad de Veterinaria. Universidad de Córdoba. Avda. Medina Azahara 9, 14005 Córdoba. España.
[2]Estación Experimental Agropecuaria INTA-Rafaela. 2300 Rafaela. Santa Fe. Argentina.

PALABRAS CLAVE ADICIONALES

Beneficio. Función de producción.

ADDITIONAL KEYWORDS

Profit. Yield function.

## RESUMEN

Se determinan, para las explotaciones lácteas de la Cuenca Central Santafesina de Argentina, las combinaciones de concentrado y número de vacas por explotación que maximizan el beneficio.

Ante un valor máximo del precio de invierno de la leche de 0,19 dólares por litro, se estima un consumo de concentrado por vaca (*r*) tal que a medida que se incrementa el tamaño del hato crece el beneficio, igualmente si se fija el número de vacas y se aumenta *r* los resultados presentan rendimientos decrecientes.

Para un valor mínimo de la leche de 0,15 dólares por litro (precio de verano), se estima un valor *r*, tal que al aumentar el tamaño del hato lo hace el beneficio, no obstante al fijar el número de vacas e incrementar *r*, el beneficio presenta rendimientos negativos.

## SUMMARY

The production and benefit function of dairy farms, of the Cuenca Central Santafesina (Argentina), were studied by García Martínez *et al.* (1996). In this work the combinations of concentrate and number of cows by exploitation that maximize profit are determined.

For a maxime (winter price) milk price of 0.19 US dollars/litre and a estimated concentrate consumption *r*, when the flock size increases, the profit grows. Also, fixing the number of cows and increasing *r*, there are decreasing returns.

For a minimal milk price (summer price) of 0.15 US dollars/litre and a concentrate consumption *r*, when the flock sice is greather the profit grows. For a given flock size, when the concentrate use increases there are negative returns.

## INTRODUCCIÓN

El sector lácteo de la Cuenca Central de Santa Fe, ha experimentado una disminución del número de tambos existentes en la zona. Aquellos que han sido expulsados del mercado presentan generalmente un perfil de escasa dimensión, baja tecnología, productividad, sanidad, etc; en tanto que las explotaciones restantes han intentado incrementar la dimensión y productividad (Ostrowski, 1994). En consecuencia la producción global de la Cuenca se ha visto aumentada (Barrenechea *et al.*, 1992). Esta tendencia de incremento de la dimensión y la tecnología existente se prevé que continue en los próximos años pues en la situación actual el 40,1 p.100 de las explotaciones son de escasa dimensión y tan solo aportan a la colecta anual el 15,1 p.100. Por otra parte existe un 7,5 p.100 de ganaderos que aportan el 19,9 p.100 de las entregas totales (Zhender *et al.*, 1993).

Habitualmente en la gestión de la empresa lechera se plantea como objetivo económico la determinación del nivel de producción de mínimo coste; es decir determinar la ración a mínimo coste una vez establecido un nivel de producción, así como la disponibilidad de factores y restricciones zootécnicas.

La doctrina actual de economía de la empresa ganadera (Rodríguez Alcaide, 1993) está orientada a determinar aquel nivel de producción que maximiza el beneficio de la empresa pecuaria. Es una decisión de carácter económico en base al conocimiento de la función de producción y los precios relativos de los *inputs-outputs*.

Una vez conocida la función de producción y del beneficio (García, *et al.*, 1996), se determina el nivel de producción de máximo beneficio; es decir *el máximo de los máximos*, que define el número de vacas y el coste total del concentrado necesario para obtener el máximo beneficio por explotación. La consecución de estos objetivos permite generar un modelo, que facilite a los ganaderos y asesores del sector simular la dimensión óptima, en función de los precios relativos de los *inputs* y *outputs*.

## METODOLOGÍA

La población está integrada por 853 explotaciones de la Cuenca Central de Santa Fe (Argentina), con vacas de raza Holando Argentino, que entregan su producción a una industria láctea regional y responden a un sistema de producción eminentemente pastoril. El tamaño de la muestra depurada es de 83 tambos.

Tomando la función de producción [1] y del beneficio [2] descritas por García Martínez *et al.*(1996).

$$L = a_1 VT + a_2 VT^2 + b_1 CT + b_2 CT^2 + \text{error} \quad [1]$$

Donde:

L.- Producción por explotación y año (litros)

VT.- Número total de vacas por explotación

CT.- Concentrado consumido por explotación y año (kilogramos)

$a_1 = 2200,99$; $a_2 = 10,56$; $b_1 = 1,26$; $b_2 = -2,83E-06$

$$B = P_L * L - (P_{VT} * VT + P_{CT} * CT) \quad [2]$$

Donde:

$P_L$.- Precio del litro de leche

$P_{VT}$.- Coste anual por vaca

$P_{CT}$.- Precio del kg de concentrado

La razón *r* de concentrado por vaca y año, permite comparar distintas combinaciones de dichos factores con igual razón y determinar la combinación óptima o de resultado mínimo. Asimismo la isoclina de expansión para distintos valores de *r*, permite establecer la dimensión óptima en ésta.

Si se considera el beneficio en función del número total de vacas VT y el consumo de concentrado CT, según la expresión B= g (VT, CT) restringida en general a cualquier plano que pase por el origen de coordenadas de ecuación:

$$CT = VT * r \quad ( r > 0 ) \qquad [3]$$

Se obtiene de [1], [2] y [3]:

$$B=g(VT, VT * r) = h(VT) = P_L * L - (P_{VT} * VT + P_{CT} * VT * r) = (a_1 P_L + b_1 P_L r - P_{VT} - P_{CT} r) * VT + P_L (a_2 + b_2 r^2) * VT^2 \qquad [4]$$

Derivando e igualando a cero, se obtiene el punto crítico:

$$dh/dVT = a_1 P_L + b_1 P_L r - P_{VT} - P_{CT} r + 2P_L (a_2 + b_2 r^2) * VT = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow VT_1 = (- a_1 P_L - b_1 P_L r + P_{VT} + P_{CT} r) / 2P_L (a_2 + b_2 r^2) \qquad [5]$$

Tomando:

$$U = U(r) = a_1 P_L + b_1 P_L r - P_{VT} - P_{CT} r \qquad [6]$$
$$V = V(r) = (a_2 + b_2 r^2) P_L$$

Se puede escribir la abscisa [5] del punto crítico como: $VT_1 = - U / 2V$.

Volviendo a derivar se obtiene:

$$d^2h/d^2VT = 2P_L (a_2 + b_2 r^2) = V(r)$$

La condición para que $d^2h/d^2VT$ sea igual a cero es:

$r^2 = -a_2 / b_2$, dado que $a = -a_2 / b_2 > 0$ y $a_2 > 0$ y $b_2 < 0 \Rightarrow r = + a^{1/2} \Rightarrow r_1 = - a^{1/2}$, $r_2 = + a^{1/2}$

Puesto que $r > 0$, se deduce que :

“ $r$ Î $( 0, r_2 ) \Rightarrow d^2h/d^2VT > 0$, por lo que la función h(VT), expresada en [4], presenta un mínimo para el valor indicado en [5]. Lo que indica que para cualquiera de estos valores de r, cualquier dimensión distinta de la del punto crítico genera un beneficio superior. [7]

“ $r > r_2 \Rightarrow d^2h/d^2VT < 0$, por lo que la función h(VT), expresada en [4], presenta un máximo para el valor indicado en [5]. Lo que indica que para cualquiera de estos valores de r, cualquier dimensión distinta de la del punto crítico genera un beneficio inferior.

En ambos casos, teniendo en cuenta [4],[5] y [6] el valor del beneficio en el punto crítico ($VT_1$, $VT_1 *r$ ) toma la expresión simplificada:

$$h(r) = U(-U/2V) + V(-U/2V)^2 = - U^2/2V + U^2/4V = - U^2/4V \qquad [8]$$

Se concluye determinando una restricción para que el valor de $VT_1$, indicado en [5], sea positivo

Siendo $r > r_2$:

Para que $VT_1 > 0$ es necesario que $- a_1 P_L - b_1 P_L r + P_{VT} + P_{CT} r < 0$

dado que:

$$2P_L (a_2 + b_2 r^2) < 0 \Rightarrow a_1 P_L + b_1 P_L r > P_{VT} + P_{CT} r \Rightarrow P_{VT} < P_L (a_1 + b_1 r) - P_{CT} r$$

Además dado que:

$$P_L b_1 - P_{CT} > 0 \text{ (pues } P_L > P_{CT} \text{ y } b_1 > 1) \Rightarrow P_{VT} - a_1 P_L < 0 \qquad [9]$$

siendo $r$ Î $(0, r_2)$, con el mismo razonamiento, se llega a que:

$$P_{VT} > P_L (a_1 + b_1 r) - P_{CT} r$$

Además dado que:

$P_L b_1 - P_{CT} > 0$ (pues $P_L > P_{CT}$ y $b_1 > 1$) => $P_{VT} - a_1 P_L > 0$

Si se denota por $r_3$ el valor de r, tal que U (r) = 0, siendo U (r) la expresión indicada en [6], se obtiene:

$$r_3 = (P_{VT} - a_1 P_L) / (b_1 P_L - P_{CT}) \quad [10]$$

y como consecuencia se puede afirmar que:

" $r < r_3 <=> P_{VT} > P_L (a_1 + b_1 r) - P_{CT} r$

" $r > r_3 <=> P_{VT} < P_L (a_1 + b_1 r) - P_{CT} r$

por lo que para que $VT_1 > 0$ el valor de *r* debe estar comprendido dentro de los intervalos que se indican en la **tabla I**, según la localización de $r_3$ con respecto a $r_2$.

**Tabla I.** *Límites admisibles para* r. (Admissible *r* limits).

| | $r_3 > r_2$ | $0 < r_3 < r_2$ |
|---|---|---|
| $r > r_2$ | $r > r_3$ | $r > r_2$ |
| $r \in (0, r_2)$ | $r \in (0, r_2)$ | $r \in (0, r_3)$ |

r = concentrado/vaca y año; $r_2 = -(a_2/b_2)^2$; $r_3 = (P_{VT} - a_1 P_L)/(b_1 P_L - P_{CT})$

DETERMINACIÓN DE LA ISOCLINA DE EXPANSIÓN

Cuando existen dos factores, la función de producción se expresa mediante una superficie de respuesta que abarca tres dimensiones (Rodríguez Alcaide, 1993). Con el fin de mostrar un gráfico tridimensional se utilizan las isocuantas, que representan las distintas combinaciones de insumos capaces de originar un mismo nivel de producción. En cada isocuanta existe una combinación de mínimo coste y la poligonal que une las distintas combinaciones de mínimo coste para cada nivel de producción se denomina isoclina de expansión.

La expresión obtenida en [8] representa el beneficio máximo para cada valor de $r > r_2$ por lo que h (r) representa la isoclina de expansión o línea que une las distintas combinaciones óptimas para los valores indicados de r. A continuación se determina el valor del concentrado $r > r_2$, por día y vaca tal que h (r) tome el valor máximo, lo que permite determinar la dimensión óptima, utilizando la expresión [5] y el beneficio para esta dimensión que se corresponde con el máximo de los máximos.

Teniendo en cuenta [6], derivando la expresión [8] e igualando a cero se obtienen los valores críticos para la función h (r) :

$$dh/dr = (-8U\ dU/dr\ V + 4U^2\ dV/dr) / (4V)^2 = [-U (V W - b_2 P_L r U)] / 2V^2 = 0 \quad [11]$$

Tomando $W = dU/dr = b_1 P_L - P_{CT}$ y teniendo en cuenta que: $dV/dr = 2b_2 P_L r$ se deduce de [11] :

$$\left.\begin{array}{l} U = 0 \\ V W - b_2 P_L r U = 0 \end{array}\right\} \quad [12]$$

Verificándose una o ambas ecuaciones. De la primera igualdad de [12] se obtiene el valor indicado en [10]

De la segunda igualdad de [12] después de simplificar, se obtiene:

$$r_4 = - a_2 W / [b_2 (P_{VT} - a_1 P_L)]$$

La relación entre $r_3$ y $r_4$ es tal que a:

$$r_3 * r_4 = -a_2 / b_2 = r_2^2$$

Lo que indica que ambos valores tienen el mismo signo y además podemos afirmar:

$r_3 < r_2 \Leftrightarrow r_4 > r_2$, o bien, si $r_3 > r_2 \Leftrightarrow r_4 < r_2$ [13]

volviendo a derivar la expresión [11] y después de simplificar se obtiene:

$$d^2h/dr^2 = [2(V W - b_2 P_L r U) V (-V W + 4U b_2 P_L r) - 2V^2 U b_2 P_L (W r - U)] / 4V^4$$

particularizando para $r = r_3$ y $r = r$ se obtiene, después de simplificar y teniendo en cuenta [12]:

$$|d^2h/dr^2|_{r=r3} = -W^2 / [2V(r_3)]$$

$$|d^2h/dr^2|_{r=r4} = [-b_2 P_L (P_{VT} - a_1 P_L) U (r_4)] / 2 [V (r_4)]^2 > 0$$

Para determinar el signo de las derivadas anteriores se procede del siguiente modo, teniendo presente que el intervalo de r objeto de estudio es $r > r_2$ tal y como se indica al principio del apartado.

- Para la primera ($r = r_3$) teniendo en cuenta la expresión [6] y lo indicado en [7] se deduce que:

$$r_3 > r_2 \Rightarrow V(r_3) < 0 \Rightarrow |d^2h/dr^2|_{r=r3} > 0$$
$$r_3 < r_2 \Rightarrow V(r_3) > 0 \Rightarrow |d^2h/dr^2|_{r=r3} < 0$$

por lo que para el primer caso la función h (r) presenta un mínimo relativo para $r = r_3$. No se considera el segundo caso al estar fuera del intervalo objeto de estudio.

- Para la segunda ($r = r_4$) teniendo en cuenta la expresión [6] y lo indicado en [9] se deduce que:

$$r_4 > r_2 \Rightarrow U(r_4) < 0 \Rightarrow |d^2h/dr^2|_{r=r4} > 0$$
$$r_4 < r_2 \Rightarrow U(r_4) > 0 \Rightarrow |d^2h/dr^2|_{r=r4} < 0$$

por lo que para el primer caso la función h (r) presenta un mínimo relativo para $r = r_4$. No se considera el segundo caso al estar fuera del intervalo objeto de estudio

Teniendo en cuenta [13] y la **tabla I**, se concluye:

Si $r_3 > r_2 \Rightarrow$ h (r) presenta un mínimo relativo en $r = r_3$. Como consecuencia h (r) presenta un máximo absoluto para cualquier valor $r > r_3$ que se considere límite permitido.

[14]

Si $r_4 > r_2 \Rightarrow$ h (r) presenta un mínimo relativo en $r = r_4$. Como consecuencia h (r) presenta un máximo absoluto para cualquier valor r que se considere límite permitido, tal que: $r_2 < r < r_4$ ó $r > r_4$

## RESULTADOS

Considerando que la razón r = CT/VT es el total de concentrado por año y vaca, para la determinación de la dimensión óptima del hato (VT, CT) que maximiza el beneficio o la dimensión mínima con resultado positivo (se obtienen beneficios), se considera el planteamiento teórico dado en [3], [5] [8], [10] y en la **tabla I** reflejándose los resultados obtenidos en las **tablas II**, **III** y **IV**.

### Primer supuesto

Fijando el valor de la leche, en un escenario de invierno con precios máximos : $P_L$ = 0,19 dólares/l, $P_{CT}$ = 0,13 dólares/kg , se deduce de [10] el valor $r_3$ = 1403,16. Además dado que $r_2$ = 1942,36 y de acuerdo con la **tabla I**, la variación de r debe de estar comprendida en los intervalos que a continuación se exponen:

1.- Para un valor de $r < r_3$, tal que $0 < r < r_2$ y variando el número de vacas, se aprecia que a medida que aumenta el

***Tabla II.*** *Simulación de resultados para $r < r_3$ y $P_L = 0{,}19$.* (Results simulation for $r < r_3$ y $P_L = 0.19$).

| r[1] | r'[2] | Total de vacas/ explotación | Concentrado (kg/explotación) | Producción (l/explotación) | Resultados (dólares/explotación) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.100 | 3,6 | 13 | 14.682 | 49.190 | -243,41 |
| 1.100 | 3,6 | 27* | 29.700 | 102.144 | 11,21 |
| 1.110 | 3,6 | 30 | 33.000 | 114.140 | 135,41 |
| 1.110 | 3,6 | 89 | 97.900 | 376.294 | 7.575,32 |
| 1.200 | 3,9 | 10 | 11.792 | 37.144 | -120,09 |
| 1.200 | 3,9 | 20* | 24.000 | 76.925 | 8,6 |
| 1.200 | 3,9 | 30 | 36.000 | 117.347 | 385,95 |
| 1.200 | 3,9 | 89 | 106.800 | 382.426 | 7.674,81 |
| 1.300 | 4,26 | 6 | 7.266 | 21.654 | -34,68 |
| 1.300 | 4,26 | 12* | 15.600 | 46.941 | 10,95 |
| 1.300 | 4,26 | 30 | 39.000 | 120.503 | 626,91 |
| 1.300 | 4,26 | 89 | 115.700 | 388.115 | 7.689,85 |

$r_2$ = 1942,36; $r_3$=1403,16; r' = r/305; $r_4$=2688,75
*Número mínimo de vacas con resultados positivos (beneficios) Coste anual vaca (dólares/vaca) => 587,83; Precio concentrado (dólares/kg) => 0,13
[1](kg/vaca y año); [2](kg/vaca y día)

tamaño del hato se incrementan los resultados, siendo estos positivos a partir de un número determinado de vacas. Si por el contrario se fija un número de vacas y se varía *r* se observa que los resultados se van incrementando, estabilizándose estos a partir de una dimensión del hato **(tabla II).**

2.- Para valores de $r > r_2$ se calcula la dimensión óptima; así por ejemplo, para el valor r = 1960 la dimensión óptima es 913 vacas y 1.788.638 kg de concentrado por explotación y año **(tabla III).** Se podrían haber simulado valores de *r* más próximos a $r_2$, pero se rechazan por generar una dimensión de explotación superior a las 1000 vacas lecheras, valor que se ha fijado como límite. Asimismo se ha establecido el límite de consumo de concentrado por vaca y año en 5.000 kg.

### Segundo supuesto

Para un escenario de verano con precios de leche mínimos : $P_L$ =0,15 dólares/l, $P_{CT}$ = 0,13 dólares/kg, se deduce de [10] el valor $r_3$ = 3716,97. Además dado que $r_2$ = 1942,36 y de acuerdo con la **tabla I**, la variación de r debe de estar comprendida en los intervalos que a continuación se exponen:

Para un valor de $r < r_2$, con un precio del litro de leche inferior al reflejado en el primer supuesto y variando el número de vacas presentes, se aprecia que al aumentar el tamaño del hato se incrementan los resultados. Si por el contrario se fija un número de vacas (300) y se varía r se observa que a medida que aumenta, los resultados van decreciendo **(tabla IV).** Esta aparente contradicción con los resultados de la **tabla II** se justifica en

***Tabla III.*** *Simulación de máximo beneficio para* $r > r_2$ *y* $P_L = 0{,}19$. (Maxim profit simulation for $r > r_2$ y $P_L = 0.19$).

| r[1] | r'[2] | Dimensión óptima: total de vacas/ explotación | Dimensión óptima: consumo de concentrado[3] | Producción óptima (l/explotación) | Beneficio máximo: explotación (dólares) | Beneficio máximo: vaca (dólares) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.960 | 6,42 | 913 | 1.788.638 | 4.105.597 | 30.565,16 | 0,26 |
| 1.970 | 6,45 | 591 | 1.165.038 | 2.666.223 | 20.163,43 | 0,26 |
| 1.980 | 6,49 | 441 | 872.825 | 1.991.567 | 15.294,92 | 0,27 |
| 1.990 | 6,52 | 353 | 703.330 | 1.600.103 | 12.475,44 | 0,27 |
| 2.000 | 6,56 | 296 | 592.685 | 1.344.444 | 10.638,55 | 0,28 |
| 2.100 | 6,88 | 123 | 259.109 | 571.449 | 5.171,63 | 0,32 |
| 2.200 | 7,21 | 84 | 185.340 | 398.147 | 4.037,84 | 0,37 |
| 2.500 | 8,19 | 50 | 124.898 | 250.291 | 3.296,02 | 0,51 |
| 2.689 | 8,81 | 42 | 112.823 | 217.706 | 3.245,09 | 0,59 |
| 2.700 | 8,85 | 42 | 112.328 | 216.301 | 3.245,22 | 0,59 |
| 3.000 | 9,84 | 34 | 103.407 | 188.995 | 3.310,74 | 0,75 |
| 4.000 | 13,11 | 24 | 95.856 | 154.071 | 3.743,15 | 1,2 |
| 5.000 | 16,41 | 19 | 95.596 | 141.014 | 4.136,43 | 1,67 |

Coste anual vaca (dólares) => 587,83; Precio concentrado (dólares/kg) => 0,13
$r_2$ = 1942,36; $r_3$=1403,16; r' = r/305; $r_4$=2688,75
[1] (kg/vaca y año); [2](kg/vaca y día); [3](kg/explotación)

tanto que el mercado tenga unos precios altos de producto interesa aumentar el concentrado por vaca tendiendo a una máxima producción física, en tanto que cuando, en sistemas pastoriles, baja el precio del producto se obtiene mayor

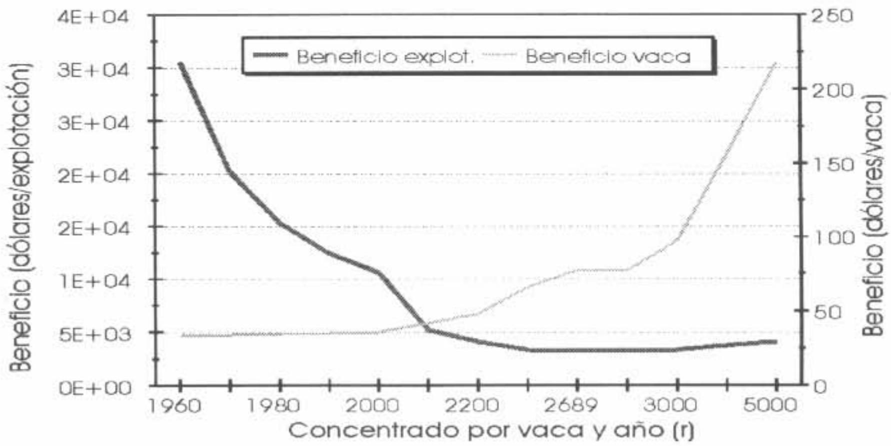


***Figura 1.*** *Isoclina de expansión (r> 1942,36).* (Expansion isocline (r> 1942.36)).

***Tabla IV.*** *Simulación de resultados para* $r < r_2$ *y* $P_L = 0,15$. (Results simulation for $r < r_2$ y $P_L = 0.15$).

| r[1] | r'[2] | Total de vacas/ explotación | Concentrado (kg/explotación) | Producción (l/explotación) | Resultados (pta/explotación) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.100 | 3,6 | 84 | 92.706 | 353.475 | -7.645,17 |
| 1.100 | 3,6 | 169* | 185.900 | 811.551 | 80,65 |
| 1.100 | 3,6 | 300** | 330.000 | 1.721.629 | 42.443,91 |
| 1.200 | 3,9 | 89 | 106.860 | 382.670 | -7.769,34 |
| 1.200 | 3,9 | 179* | 214.800 | 874.376 | 157,88 |
| 1.200 | 3,9 | 300** | 360.000 | 1.702.534 | 35.829,72 |
| 1.300 | 4,3 | 96 | 124.509 | 421.450 | -8.024,19 |
| 1.300 | 4,3 | 192* | 249.600 | 952.610 | 75,18 |
| 1.300 | 4,3 | 300** | 390.000 | 1.677.400 | 28.459,53 |
| 1.400 | 4,6 | 105 | 147.684 | 475.065 | -8.472,25 |
| 1.400 | 4,6 | 21* | 295.400 | 1.063.232 | 3,62 |
| 1.400 | 4,6 | 300** | 420.000 | 1.647.225 | 20.333,34 |
| 1.500 | 4,9 | 120 | 180.238 | 553.520 | -9.233,95 |
| 1.500 | 4,9 | 24* | 361.500 | 1.234.357 | 105,25 |
| 1.500 | 4,9 | 300** | 450.000 | 1.612.011 | 11.451,15 |
| 1.600 | 5,3 | 144 | 230.508 | 678.514 | -10.571,93 |
| 1.600 | 5,3 | 289* | 462.400 | 1.503.330 | 127,24 |
| 1.600 | 5,3 | 300** | 480.000 | 1.571.756 | 1.812,95 |

*Número mínimo de vacas con resultados positivos (beneficios); **Simulación para valores superiores al mínimo
Coste anual vaca (dólares/vaca) => 587,83; Precio concentrado (ptas/kg) => 0,13
$r_2$ = 1942,36: $r_3$=3716,97; r' = r/305; $r_4$=1015
[1](kg/vaca y año); [2](kg/vaca y día)

rentabilidad con niveles inferiores de concentrado por vaca y año.

- *Isoclina de expansión*

En la **tabla III** aparecen reflejadas las dimensiones óptimas y los beneficios máximos por explotación para diferentes valores de la razón *r*, tal que $r > r_2$. Se observa que para el valor $r = r_4$ se obtiene la dimensión de menor beneficio dentro de los óptimos. Asimismo se observa que a medida que se aumenta la razón de concentrado disminuye la dimensión óptima del hato así como el beneficio por explotación, en tanto que se incrementa el beneficio por vaca.

En la **figura 1** se representa la isoclina de expansión para diferentes valores de *r* tal que $r > r_2$, que corresponde al beneficio máximo por explotación. Igualmente se representa la línea que corresponde al beneficio por vaca.

Desde un punto de vista práctico, un empresario con escaso número de animales debe tender a un alto nivel de concentrado. Por el contrario si dispone de una efectivo ganadero elevado, su beneficio máximo en la explotación, se alcanzará con bajos niveles de concentrado. Bajo estos supuestos de máximos al productor existente en la Cuenca Central Santafesina le interesará incrementar el tamaño del hato en la medida que el sistema se comporte del mismo modo, desde el punto de vista de los rendimientos y los preciosde los *inputs-outputs*.

## BIBLIOGRAFÍA

Barbolla, R., E. Cerdá y P. Sanz. 1991. Optimización mátemática: Teoría, ejemplos y contraejemplos. Edit Espasa Calpe. Madrid. Capítulo III.

Barrenechea, A.A. y A.J. Galetto. 1992. Influencia del tamaño y la tecnología sobre los resultados económicos en modelos de producción lechera. Estación experimental Rafaela del INTA. Argentina.

García Martínez, A., J. Martos Peinado, J.J. Rodríguez Alcaide, R. Acero de la Cruz, E. Schilder y A. Galetto. 1996. Determinación de la función de producción y el beneficio máximo en explotaciones lecheras extensivas en Argentina. *Arch. Zootec.* 46: 9-19.

Márquez Díez-Canedo, J. 1986. Fundamentos de teoría de optimización. Limusa S.A. Madrid.

Mital, K. V. 1984. Métodos de optimización. Limusa S.A. Madrid.

Ostrowski, B. 1994. Tambo: inversiones de diferente intensidad. *Márgenes agropecuarios.* Mayo: 38-40.

Rodríguez Alcaide J.J., 1969. Economía de la empresa agraria. ICE, Madrid.

Rodríguez Alcaide, J., J. Martos Peinado, A. García Martínez e I. Cobacho Márquez. 1993. Economía de la empresa agropecuaria. Cátedra de Economía Agraria de la Universidad de Córdoba.

Wilde, D.J. y C.J. Beightlen. 1976. Teoría de optimización. Urmo S.A. de Ediciones. Bilbao.

Zhender, R., E. Schilder, A. Galetto, S. Borga y F. Rassiga. 1993. Resultados técnico económicos de los tambos de la cuenca lechera de Santa Fe 1992. Estación experimental Rafaela del INTA. Argentina.

*Recibido: 8-5-95. Aceptado: 25-1-96.*