

ALGUNAS CONSIDERACIONES EMPÍRICAS SOBRE EL MODELO DE HARTUNG Y FISHER

Díez de Castro, E.C.; Landa Bercebal, F.J.

RESUME

L'une des décisions les plus importantes dont il faut tenir compte lors de la mise en place de la stratégie de distribution commerciale consiste dans la détermination du nombre de points de vente.

Il existe peu de recherches dans ce domaine, et celles-ci ne concernent que des cas particuliers et partent en général d'hypothèses excessivement simples. L'étude la plus connue en littérature est celle de Hartung et Fisher.

Etant donné que l'on ne connaît, dans notre pays, aucune application de ce modèle ni au niveau d'entreprises publiques ni privées, notre travail a pour objet de combler cette lacune au moyen d'une application pratique dans le secteur automobile.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las decisiones más importantes a tener en cuenta al realizar la estrategia de distribución comercial consiste en la determinación del número de puntos de venta.

Las investigaciones sobre este tema son escasas y tratan únicamente casos particulares y, generalmente, con hipótesis de partida excesivamente simples.

vamente simples.

El estudio más conocido en la literatura, ya que está reproducido en los libros más utilizados de marketing, es el trabajo de Hartung y Fisher.

Dado que en nuestro país no se conocen aplicaciones de este modelo ni a nivel de empresa pública ni privada, nuestro trabajo tiene como objetivo salvar esta laguna mediante una aplicación práctica en el sector del automóvil.

2. EL MODELO DE HARTUNG Y FISHER

El modelo de Hartung y Fisher fué realizado con el objetivo de averiguar el número óptimo de puntos de venta de gasolina que debería tener en un territorio una compañía petrolera. El modelo markoviano desarrollado por estos autores, presenta las siguientes notaciones:

X_t = Tanto por uno en el momento t de participación de nuestra empresa en el mercado.

X_{t+1} = Idem. en el momento $t + 1$.

Y_t = Tanto por uno en el momento t de participación de las empresas competidoras en el mercado.

Y_{t+1} = Idem. en el momento $t + 1$.

a = Probabilidad de que un comprador de nuestro producto en el momento t siga comprándolo en el momento $t+1$.

b = Probabilidad de que un comprador de un producto competidor en el momento t pase a comprar nuestro producto en el momento $t+1$.

Sabemos que una de las propiedades de las Cadenas de Markov es que a largo plazo se estabilizan las probabilidades de transición o de cambio de estado.

Es decir,

$$X_{t+n} = X_{t+n+1} = X$$

Sabemos que

$$X_{t+1} = a X_t + b Y_t$$

por lo tanto, podemos sustituir por,

$$X = a X + b Y = a X + b (1-X) = a X + b - b X$$

$$X (1-a+b) = b$$

despejando,

$$X = \frac{b}{1-a+b}$$

$$X = \frac{S}{T} = \frac{\text{Nuestras ventas}}{\text{Ventas totales}}$$

Una vez hechos estos recordatorios sobre las Cadenas de Markov, vamos a desarrollar el modelo de Hartung Y Fisher.

Hipótesis del modelo

La hipótesis de partida del modelo es que las probabilidades de transición, es decir, la fidelidad o no a una marca o producto depende de la satisfacción o insatisfacción del cliente por el producto y/o servicio que se le ofrece y, por supuesto, de la competencia.

La satisfacción según Hartung y Fisher se mide por el número de puntos de venta. Matemáticamente se expresaría esta hipótesis de la forma siguiente:

$$a = k_1 \frac{P}{O+P} \quad b = k_2 \frac{P}{O+P}$$

siendo:

P = Número de puntos de venta de nuestra empresa.

O = Número de puntos de venta de la competencia.

$O + P$ = Puntos de venta totales.

Sustituyendo estas expresiones en X , resulta:

$$X = \frac{b}{1-a+b} = \frac{k_2 \frac{P}{O+P}}{1 - k_1 \frac{P}{O+P} + k_2 \frac{P}{O+P}} = \frac{K_2 P}{O + (K_2 - K_1 + 1)P}$$

Por lo tanto, la participación de nuestra empresa es:

$$X = \frac{S}{T} = \frac{K_2 P}{O + (1 + K_2 - K_1)P}$$

operando en esta fórmula, obtenemos:

$$\frac{S}{P} = \frac{K_2 T}{O + (1 + K_2 - K_1)P} = S$$

S = Ventas medias por punto de venta de nuestra empresa.

Examinando la expresión $(1 + K_2 - K_1)$, podemos decidir si nos interesa o no abrir un nuevo punto de venta. En efecto, si $(1 + K_2 - K_1) > 0$, no interesa aumentar los puntos de ventas, ya que S disminuye; por contra, si $(1 + K_2 - K_1) < 0$ si interesa aumentar los puntos de venta, ya que S aumentaría.

Ya tenemos un primer elemento de decisión, en principio, podemos decidir si nos interesa abrir un expendio nuevo. Pero necesitamos un dato complementario como es: ¿En cuánto se incrementan las ventas?

Partiendo de la fórmula:

$$\frac{S}{T} = \frac{K_2 P}{O + (1 + K_2 - K_1)P}$$

Seguimos el proceso operatorio siguiente:

$$S = \frac{K_2 TP}{O + (1 + K_2 - K_1)P}$$

Derivando esta expresión con respecto al número de puntos de venta propios:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{K_2 T [O + (1 + K_2 - K_1)P] - K_2 TP [1 + K_2 - K_1]}{O + (1 + K_2 - K_1)^2 P^2}$$

Esta ecuación nos permite determinar el incremento de ventas que nos produce la apertura del nuevo establecimiento. Pero para ello, precisamos conocer los valores de K_2 y K_1 .

Volviendo a la ecuación:

$$\bar{S} = \frac{K_2 T}{O + (1 + K_2 - K_1)P}$$

operando,

$$\bar{S} [O + (1 + K_2 - K_1)P] = K_2 T$$

Dividiendo los dos miembros de la igualdad por T :

$$\bar{S} \frac{[O + (1 + K_2 - K_1)P]}{T} = K_2$$

operando:

$$\bar{S} \frac{O + P}{T} + \bar{S} \frac{(K_2 - K_1)P}{T} = K_2$$

Llamando

$$\bar{Q} = \frac{T}{O + P} = \text{Ventas medias por punto de venta en el sector}$$

$$\frac{\bar{S}}{Q} + \frac{S}{T} (K_2 - K_1) = K_2 \quad \frac{\bar{S}}{Q} = K_2 - (K_2 - K_1)X$$

Podemos efectuar el ajuste de esta recta por mínimos cuadrados y obtendríamos los

párametros K_1 y K_2 .

Consideraciones sobre el modelo

a) La dificultad en obtener datos que nos permitan obtener los párametros de la recta.

b) El modelo parte de una hipótesis muy restrictiva, si la satisfacción de los clientes no está en función del número de puntos de venta el modelo no tiene aplicación.

c) La estrategia empresarial aconsejada, por este modelo, es la convertirse en líderes por expendios en determinadas áreas.

d) Los párametros K_2 y K_1 son válidos para un nuevo punto de venta, pero no para inferir que las ventas continuarán aumentando si se siguen abriendo puntos de venta.

3. UNA APLICACIÓN PRÁCTICA

Vamos a aplicar el Modelo de Hartung y Fisher al sector del automóvil en España considerando la dependencia entre el número de unidades vendidas de vehículos y el número de puntos de venta existentes.

Hemos utilizado como base de datos secundarios las siguientes:

Unidades vendidas por marcas de automóviles. - Utilizando para ello la información contenida en el Anuario de la Dirección General de Tráfico de 1.990 (matriculaciones por Provincias).

Número de puntos de venta. - Concesionarios de automóviles en 1.990 proporcionados por FACONAUTO (Federación de Asociaciones de Concesionarios de Automoción).

Nuestro estudio se circunscribe a las empresas que fabrican automóviles en nuestro país (Península y Baleares), lo que supone más del 80 % de los automóviles vendidos.

El ajuste de la ecuación final que presentan Hartung y Fisher se ha realizado a nivel Provincial y de Comunidades Autónomas, considerando todas las posibles combinaciones entre marcas.

Presentamos a continuación los resultados obtenidos para las Comunidades Autónomas porque hemos comprobado que la agregación de datos produce menos dispersión en el tratamiento estadístico que a nivel Provincial.

El tratamiento de datos y el ajuste de regresión se ha realizado en IBM Personal System 2 Modelo 80 mediante el programa Lotus 1-2-3 versión 3.0.

Cuadro 1: Datos para el ajuste de Citroen				
COMUNIDAD AUTÓNOMA	CITROEN		SECTOR	
	Número de concesionarios	Ventas (unidades)	Número de concesionarios	Ventas (unidades)
PAÍS VASCO	51	2.755	222	39.127
CASTILLA-LA MANCHA	68	2.743	283	26.073
C. VALENCIANA	143	5.951	559	82.546
ANDALUCÍA	172	10.490	672	126.023
ASTURIAS	26	1.823	111	19.942
CASTILLA-LEÓN	73	3.391	363	42.256
EXTREMADURA	26	1.341	119	13.737
BALEARES	27	2.958	116	22.353
CATALUÑA	200	13.555	805	151.170
CANTABRIA	10	1.062	53	10.250
ARAGÓN	38	1.963	177	22.243
GALICIA	83	6.260	318	49.935
LA RIOJA	7	466	34	4.604
MADRID	106	16.554	504	150.322
MURCIA	26	1.830	103	20.673
NAVARRA	13	968	82	12.824
			4.521	794.078

Ecuación de regresión estimada:

$$\frac{\bar{S}}{\bar{Q}} = 0,067171 + 3,779195 X$$

$$R^2=0,603435; K_1=3,846366; K_2=0,67171$$

$$1+K_2-K_1=-2,779195 < 0$$

Cuadro 2: Datos para el ajuste de Ford				
COMUNIDAD AUTÓNOMA	FORD		SECTOR	
	Número de concesionarios	Ventas (unidades)	Número de concesionarios	Ventas (unidades)
PAÍS VASCO	46	7.167	222	39.127
CASTILLA-LA MANCHA	55	4.655	283	26.073
C. VALENCIANA	108	19.386	559	82.546
ANDALUCÍA	126	25.721	672	126.023
ASTURIAS	11	3.600	111	19.942
CASTILLA-LEÓN	60	7.189	363	42.256
EXTREMADURA	20	2.335	119	13.7237
BALEARES	25	3.721	116	22.353
CATALUÑA	143	20.197	805	151.170
CANTABRIA	11	1.826	53	10.250
ARAGÓN	34	3.196	177	22.243
GALICIA	68	9.061	318	49.935
LA RIOJA	6	800	34	4.604
MADRID	88	25.842	504	150.322
MURCIA	17	3.223	103	20.673
NAVARRA	13	1.971	82	12.824
			4.521	794.078

Ecuación de regresión estimada:

$$\frac{\bar{S}}{\bar{Q}} = 0,168082 + 4,727638 X$$

$$R^2=0,188617; K_1=4,8908458 K_2=0,168082$$

$$1+K_2-K_1=-3,7227638 < 0$$

Cuadro4: Datos para el ajuste de Opel				
COMUNIDAD AUTÓNOMA	OPEL		SECTOR	
	Número de concesiona-ios	Ventas (unidades)	Número de concesionarios	Ventas. (unidades)
PAÍS VASCO	3	7.713	222	39.127
CASTILLA-LA MANCHA	12	3.747	283	26.073
C. VALENCIANA	11	10.516	559	82.546
ANDALUCÍA	28	19.198	672	126.023
ASTURIAS	7	2.895	111	19.942
CASTILLA-LEÓN	32	5.715	363	42.256
EXTREMADURA	6	1.815	119	13.737
BALEARES	4	3.380	116	22.353
CATALUÑA	32	26.773	805	151.170
CANTABRIA	3	1.799	53	10.250
ARAGÓN	6	5.920	177	22.243
GALICIA	8	7.772	318	49.935
LA RIOJA	2	966	34	4.604
MADRID	21	23.599	504	150.322
MURCIA	3	2.775	103	20.673
NAVARRA	4	2.988	82	12.824
			4.521	794.078

Ecuación de regresión estimada:

$$\frac{\bar{S}}{\bar{Q}} = -0,50362 + 31,68497X$$

$$R^2 = 0,168935; K_1 = 31,18135; K_2 = -0,50362$$

$$1 + K_2 - K_1 = -30,68497 < 0$$

Cuadro 4: Datos para el ajuste de Peugeot

COMUNIDAD AUTÓNOMA	PEUGEOT		SECTOR	
	Número de concesionarios	Ventas (unidades)	Número de concesionarios	Ventas (unidades)
PAÍS VASCO	11	4.389	222	39.127
CASTILLA-LA MANCHA	13	3.617	283	26.073
C. VALENCIANA	25	9.223	559	82.546
ANDALUCÍA	38	14.676	672	126.023
ASTURIAS	4	2.995	111	19.942
CASTILLA-LEÓN	14	5.846	363	42.256
EXTREMADURA	7	1.705	119	13.737
BALEARES	4	2.489	116	22.353
CATALUÑA	36	18.115	805	151.170
CANTABRIA	4	1.235	53	10.250
ARAGÓN	6	2.215	177	22.243
GALICIA	13	6.871	318	49.935
LA RIOJA	1	523	34	4.604
MADRID	32	22.575	504	150.322
MURCIA	5	2.857	103	20.673
NAVARRA	4	1.878	82	12.824
			4.521	794.078

Ecuación de regresión estimada:

$$\frac{\bar{S}}{Q} = 1,177980 + 13,18083 X$$

$$R^2 = 0,091045; K_1 = 12,00285; K_2 = 1,177980$$

$$1 + K_2 - K_1 = - 9,82487 < 0$$

Cuadro 5: Datos para el ajuste de Renault				
COMUNIDAD AUTÓNOMA	RENAULT		SECTOR	
	Número de concesionarios	Ventas (unidades)	Número de concesionarios	Ventas (unidades)
PAÍS VASCO	76	7.525	222	39.127
CASTILLA-LA MANCHA	59	5.731	283	26.073
C. VALENCIANA	154	17.349	559	82.546
ANDALUCÍA	159	26.082	672	126.023
ASTURIAS	35	4.037	111	19.942
CASTILLA-LEÓN	99	11.328	363	42.256
EXTREMADURA	29	3.321	119	13.737
BALEARES	38	3.925	116	22.353
CATALUÑA	251	27.126	805	151.170
CANTABRIA	12	1.726	53	10.250
ARAGÓN	61	3.853	177	22.243
GALICIA	83	8.747	318	49.935
LA RIOJA	10	845	34	4.604
MADRID	195	29.459	504	150.322
MURCIA	27	4.595	103	20.673
NAVARRA	29	2.249	82	12.824
			4.521	794.078

Ecuación de regresión estimada:

$$\frac{\bar{S}}{Q} = - 0,35884 + 5,364553 X$$

$$R^2 = 0,628489; K_1 = 5,005713; K_2 = - 0,35884$$

$$1 + K_2 - K_1 = - 4,364553 < 0$$

Cuadro 6: Datos para el ajuste de Seat (incluye Volkswagen y Audi)				
COMUNIDAD AUTÓNOMA	SEAT		SECTOR	
	Número de concesionarios	Ventas (unidades)	Número de concesionarios	Ventas (unidades)
PAÍS VASCO	35	9.578	222	39.127
CASTILLA-LA MANCHA	76	5.580	283	26.073
C. VALENCIANA	118	20.121	559	82.546
ANDALUCÍA	149	29.856	672	126.023
ASTURIAS	28	4.592	111	19.942
CASTILLA-LEÓN	85	8.787	363	42.256
EXTREMADURA	31	3.220	119	13.737
BALEARES	18	5.880	116	22.353
CATALUÑA	143	45.404	805	151.170
CANTABRIA	13	2.602	53	10.250
ARAGÓN	32	5.096	177	22.243
GALICIA	63	11.224	318	49.935
LA RIOJA	8	1.004	34	4.604
MADRID	62	32.293	504	150.322
MURCIA	25	5.393	103	20.673
NAVARRA	19	2.770	82	12.824
			4.521	794.078

Ecuación de regresión estimada:

$$\frac{\bar{S}}{\bar{Q}} = - 0,50349 + 7,074198 X$$

$$R^2 = 0,277444; K_1 = 6,570708; K_2 = - 0,50349$$

$$1 + K_2 - K_1 = - 6,074198 < 0$$

4. CONSIDERACIONES FINALES

El objetivo de este trabajo, como dijimos al principio, consistía en presentar una aplicación práctica del Modelo de Hartung y Fisher con datos reales referidos a nuestro país. El desarrollo de nuestra investigación nos ha llevado a inferir una serie de aspectos que entendemos relevantes y entre las que destacamos las siguientes:

1º) La extremada dificultad que tiene el cálculo del ajuste de la recta de Hartung y Fisher desde el punto de vista de la obtención de los datos precisos.

2º) Las distintas rectas de regresión las hemos obtenido de la misma forma en que operaron Hartung y Fisher, es decir, considerando áreas geográficas como datos del ajuste estadístico. Sin embargo, entendemos que el mejor ajuste se lograría utilizando datos temporales. Esta aseveración se justifica por el hecho de que los valores de X utilizados para el ajuste no deben ser los actuales sino tendencias estabilizadas.

3º) La bondad de nuestro ajuste es muy baja en todos los casos, aunque para las firmas Citroen y Renault presenta unos valores respectivos del coeficiente de determinación de 0,60 y 0,62 similar al conseguido por Hartung y Fisher en su modelo que alcanzó el valor de 0,64.

4º) Los resultados obtenidos de la expresión $(1+K_2 -K_1)$ son en todos los casos negativos, indicativos de que la estrategia aconsejable para todas las empresas es aumentar los puntos de venta. No obstante, conviene remarcar que existen estrategias alternativas a la conveniencia de abrir un nuevo establecimiento que no hay que olvidar como, por ejemplo, aumentar la capacidad de servicio de los ya existentes.

5º) El desarrollo de nuestro trabajo ha arrojado una serie de resultados que enjuiciamos como sorprendentes. Se refieren, concretamente, a que el parámetro K_2 presenta valores inferiores a cero para las firmas Opel, Renault y Seat lo que se traduce en elemento que cuestiona la validez o congruencia del modelo.

Si K_2 es negativo, la probabilidad b de que un comprador de un producto competidor sea absorbido, necesariamente, es negativa lo que contraviene el concepto de probabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

- HARTUNG, PH.H.; FISHER, J.L. (1965). Brand switching and mathematical programming market expansion, *Management Science*. Agosto, 1965, pp. 231-243.
- MICALLEF, A. (1973). *Gestion commerciale des entreprises*. Dalloz.