

## VALORACIÓN DE FUTUROS Y OPCIONES SOBRE ÍNDICES

Soldevilla, E.

### RESUME

Le marché des contrats de futurs opère en étroite relation avec le marché au comptant du titre sous-jacent du futur. Il est, dans ce sens, représentatif que le prix du futur diffère du prix au comptant du sous-jacent. Dans les futurs physiques, cette divergence donne lieu à la base.

Nous examinerons ici les facteurs différentiels de valoration des futurs sur indices, ainsi que leur juste valeur. Spécialement on examine le coût d'entretien; la taxe repo impliqué; l'arbitrage; et la négociation du "spread".

Les facteurs différentiels de valoration des futurs aussi sont analysés pour options.

### 1. VALORACIÓN DE FUTUROS SOBRE ÍNDICES

El mercado de los contratos de futuros opera en estrecha relación con el mercado al contado del título subyacente del futuro. Es típico que el precio del futuro normalmente difiera del precio al contado del subyacente. En los futuros físicos, esta divergencia origina la base.

#### 1.1. FACTORES DIFERENCIADORES DE VALORACIÓN DE LOS FUTUROS SOBRE ÍNDICES

Como se hace en los estudios de futuros físicos<sup>1</sup>, los factores que condicionan el mercado de futuros y el mercado al contado, y por consiguiente la base, son: la oferta y la demanda (incluidas las expectativas) del futuro y de su, bien subyacente, la calidad del bien, la localización, los costos de almacenaje y mantenimiento (carrying charges), los gastos de transporte y el tiempo. De todos estos factores, que determinan la base en los futuros físicos, sólo las expectativas del mercado y el tiempo se pueden considerar como influyentes en las diferencias entre los precios de los contratos de futuros sobre índices y el precio al contado del índice subyacente, el resto no cuenta en esta diferencia.

Cabría pensar que los precios de los futuros sobre índices sólo se diferencian de los precios al contado de los índices en función de las expectativas para el tiempo venidero. Y así los precios de los futuros sobre índices representarían los precios esperados de los índices al contado a la fecha del vencimiento del contrato. Por ejemplo, si un índice se cotiza al contado a 300,0 y el futuro sobre el índice a tres meses se cotizara a 305,0; se podría pensar que la cotización del futuro está prediciendo que el índice estará a 305,0 dentro de tres meses. Esta explicación no tiene sentido en la Bolsa, puesto que las expectativas que presionan sobre el precio del futuro son las mismas que están presionando sobre las expectativas del mismo índice.

Ciertamente los precios de los futuros sobre índices se mueven con los cambios de los precios del índice subyacente; sin embargo, el

precio del futuro normalmente es diferente que el precio del índice al contado, aún manteniéndose la relación entre sus mercados. La oferta y la demanda determinan ciertamente el precio de los futuros y de los índices, pero al ser títulos independientes y distintos se provocan efectos diferenciadores de mercado, aunque a través del arbitraje estas diferencias se equilibran y se suprimen. Por consiguiente, hay que buscar otra explicación más racional de las diferencias entre los precios de los futuros y de los índices subyacentes.

En los índices se introducen factores que hacen relación con las alternativas de elección entre los índices y las acciones representativas del índice. El contrato de futuros sobre índices básicamente se acepta porque sirve como substitutivo de la posesión de una cartera de acciones, la representativa de las acciones componentes del índice. Al inversor se le presenta la alternativa de elección entre el futuro sobre el índice y la cartera representativa de ese índice. De donde las condiciones de esta elección se plantean en los siguientes términos:

1. El tenedor de las acciones representativas del índice se caracteriza por: recibir los dividendos de las acciones y por pagar el importe total de las acciones o el interés sobre el préstamo para satisfacer ese pago.

2. El tenedor de los contratos de futuros sobre índices se caracteriza por: no recibir dividendos y por depositar sólo una pequeña fracción del valor de las acciones representativas del índice (el margen). El resto de este importe puede ser invertido en otros títulos rentables sin riesgo, como son los Pagarés del Tesoro.

De estas premisas se deduce que la distinción de estas dos alternativas está en la diferencia del rendimiento por dividendo y por interés pagado desde otros títulos. Por ejemplo, si en los últimos tiempos la tasa media del rendimiento de las acciones componentes del S & P 500 Index se ha situado alrededor del 4% y la tasa de interés ha estado en unos cuantos puntos por encima de esa tasa de rendimiento, se puede decir que los futuros representan una elección más rentable y, por consiguiente, los precios de

los futuros serán más elevados que los precios al contado de la cartera o del valor actual del índice. Esta diferencia puede acentuarse por las dificultades y costos que entraña la formación de una cartera representativa del índice, además de la menor liquidez de la cartera en relación a la del futuro.

Estas tasas de rendimiento y de interés están relacionadas en el tiempo, de forma que el diferencial entre ellas es menos importante a medida que la maduración del futuro se aproxima y desaparece cuando los precios de los futuros y del índice al contado convergen a la fecha de expiración del futuro. Pero mientras la posición del futuro esté abierta, existirá una diferencia entre los precios de los futuros y los precios al contado del índice, como respuesta a los cambios en las tasas de rendimiento por dividendo y por interés. De ahí que se establezca la norma de que el precio actual del futuro deba negociarse dentro de una banda de "valor justo" (fair value), causada por las diferencias en las tasas de rendimiento y de interés.

## 1.2. EL VALOR JUSTO DE LOS FUTUROS SOBRE ÍNDICES

El precio justo (fair value) es el precio teórico al que un contrato de futuros debería negociarse, a un nivel económicamente equivalente al de compra del índice subyacente y teniendo en cuenta los costos netos de financiación relacionados con el futuro, en este caso la diferencia entre la tasa de rendimiento por dividendo y la tasa de interés sin riesgo. Como estas dos tasas son las de referencia del mercado de las acciones y del dinero, se pueden considerar los costos de oportunidad del dinero y de las acciones. De manera que la fórmula básica del valor justo al que los futuros han de negociarse será:

$$\text{VALOR JUSTO DEL FUTURO} = \text{PRECIO AL CONTADO DEL ÍNDICE SUBYACENTE} + (\text{COSTO DE OPORTUNIDAD DEL DINERO} - \text{COSTO DE OPORTUNIDAD DE LAS ACCIONES}) = P_{CI} + P_{CI}i - P_{CI}r = P_{CI} + P_{CI}(i-r)$$

Siendo  $P_{CI}$  el precio al contado del índice. El costo de oportunidad del dinero ( $P_{CI}i$ ) representa un beneficio por el interés ganado al invertir el dinero en activos líquidos rentables

sin riesgo, como son los pagarés de Tesoro. El costo de oportunidad de las acciones ( $P_{CT}$   $r$ ) representa una pérdida por el dividendo que no se percibe.

Por ejemplo, supóngase que el nivel actual del índice es de 300,0 y que la tasa del mercado de dinero es del 10% y que la tasa de rendimiento por dividendo del índice es del 5%, estas dos tasas están referidas al valor corriente del índice, al representar el dinero que queda libre de las acciones para colocarlo en títulos rentables y el importe total de las acciones del que se obtiene el dividendo y que no se percibe.

$$\text{VALOR JUSTO DEL FUTURO} = 300,0 + 300,0(10\% - 5\%) = 300,0 + 15 = 315,0$$

Este precio sería el valor justo del futuro con un año de vida. La prima teórica del futuro sería la diferencia entre el valor justo del futuro y el valor actual del índice, es decir  $315,0 - 300,0 = 15,0$ . Suponiendo un comportamiento lineal, este futuro con dos meses de vida se negociaría con una prima de 2,5 puntos sobre el índice ( $15 \times 2/12$ ). La figura 1 muestra este comportamiento lineal del desgaste de la prima.

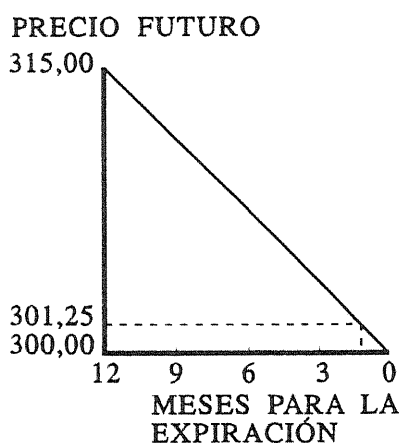


Figura 1

Este supuesto de constancia lineal del dividendo y del interés no se da en la realidad. El dividendo se distribuye de forma discontinua y con distinta intensidad según los meses del año. Las tasas de interés del mercado de dinero también fluctúan. Esto hace que el valor justo varíe durante la vida del futuro con arreglo a

una nueva fórmula de mayor aproximación.

$$(1) \text{ VALOR JUSTO} = P_{CT} + P_{CT} \left[ \frac{i}{100} \times \left[ \frac{n}{365} \right] - \left[ \frac{t}{100} \right] \times \left[ \frac{d_n}{d_n} \right] \right]$$

Siendo:

$P_{CT}$  = precio actual del índice subyacente,

$i$  = tasa de interés sin riesgo para la duración del futuro,

$r$  = tasa anual de rendimiento por dividendo del índice,

$n$  = nº de días desde la valoración del futuro hasta su expiración,

$d_n$  = dividendo esperado entre el momento actual de la valoración y el de la expiración del futuro

$d_N$  = dividendo total esperado del índice en el año de la expiración del futuro. Estos datos esperados se pueden conseguir de la estadística pasada de los dividendos del índice o de las expectativas del inversor. En todo caso su validez dependerá de la mayor o menor estabilidad del pago en dividendos.

Por ejemplo, suponiendo que el nivel actual del índice es de 300,0 el primer día de negociación del año (2 de enero) y que a esa fecha se emite un futuro a Marzo, siendo la tasa de interés de los Pagarés del Tesoro del 10% en ese trimestre, el rendimiento del índice del 5%, el dividendo esperado del índice de 4 millones de dólares en ese trimestre y el dividendo total anual esperado del índice de 19 millones de dólares, se tendrá:

$$\begin{aligned} \text{VALOR JUSTO DEL FUTURO} &= 300,0 + 300,0 \left( \frac{10,0}{100} \times \frac{79}{365} - \frac{5,0}{100} \times \frac{4}{19} \right) \\ &= 300,0 + 300,0 (0,02164 - 0,01052) \\ &= 300,0 + 300,0 (0,01112) = 303,34 \end{aligned}$$

Los días ( $n=79$ ) se calculan deduciendo dos días de enero y los que faltan de marzo hasta el tercer viernes del mes. De esta fórmula se deduce que el valor justo se relaciona:

— directamente con las tasas de interés del mercado de dinero; a mayor tasa de interés, más alto será el valor teórico del futuro; a menor tasa, más bajo será el valor del futuro.

— directamente con el tiempo que resta para la expiración del futuro; cuanto más largo

sea el tiempo hasta la expiración, más elevado será el costo de tenencia del futuro y, por consiguiente, más alto el valor del futuro.

— directamente con el nivel del índice, ya que a mayor nivel del índice, mayor será el costo de compra de las acciones subyacentes y mayor será su costo de mantenimiento y, por consiguiente, mayor será el valor justo.

— inversamente con el rendimiento por dividendo; a mayor dividendo pagado, más bajo será el valor justo, al no recibir ese dividendo el tenedor del futuro; por el contrario a menores dividendos, más alto será el valor justo.

En esta fórmula simplificada no se tienen en cuenta los costos de transacción, ni las plusvalías de los precios de mercado, no se estiman los márgenes del futuro, los dividendos no se descuentan a su valor presente y existe una perfecta correlación entre el mercado al contado y el de futuros. Las mismas tasas de financiación las escogen los propios tenedores de los futuros en el mercado de dinero, aunque generalmente se aplique el tipo corriente de los Pagarés del Tesoro.

### 1.3. BASE

En los contratos de futuros sobre bienes físicos, la base se calcula directamente como diferencia entre el precio del futuro y el precio al contado. En un mercado normal esa diferencia está determinada fundamentalmente por el costo de mantenimiento. Estos dos precios están directamente relacionados con el precio del bien subyacente al contado o a plazo. Pero en los futuros sobre índices, en esta valoración se interponen el dividendo que se deja de cobrar y el interés que no se paga por el apalancamiento del futuro en relación con la cartera del índice. Esto obliga a calcular el valor justo como precio de referencia del futuro. Y si bien la base sigue siendo la diferencia entre el precio al contado y el del futuro, hay que distinguir el tipo de base en función del precio del futuro al que hace referencia.

a) La base bruta o simple (crude basis) es la diferencia entre el índice al contado y el

precio del futuro en el mercado.

b) La base teórica (theoretical basis) es la diferencia entre el índice al contado y el valor justo o precio teórico del futuro. Esta base representa el nivel al que los futuros debieran negociarse en relación al índice. Como esta base depende del valor justo del futuro, su nivel está condicionado a las variables que entran en su cálculo; de forma que no hay una base teórica única. Sin tener en cuenta los costos de transacción, la base teórica tenderá a ser igual a la base bruta a través del arbitraje.

c) La base de valor (value basis) es la diferencia entre el precio actual, al que el futuro se negocia en el mercado, y el valor justo del futuro. Se comprende que la base de valor también es la diferencia entre la base teórica y la base bruta. Si esta fase es significativamente grande habrá una oportunidad de arbitraje.

A la maduración del futuro, tanto la base teórica, como la bruta y la de valor, convergen a cero. Del mismo modo que en los futuros físicos se negocia sobre la base para beneficiarse de las diferencias entre los precios al contado y del futuro en el mercado, también se negocia sobre la base de los futuros de índices. En uno y otro, la negociación sobre la base permite tomar decisiones óptimas en función de la mejor alternativa riesgo-beneficio, siempre que los cambios de los precios se pronostiquen acertadamente. Como condición diferenciadora, los factores que originan la base de los índices, surgen preferentemente de las tasas de interés, del rendimiento diferencial entre las acciones y los otros títulos, los cambios en los indicadores nacionales (inflación, consumo e inversión, balanza de pagos, liquidez, ...) y de las expectativas del mercado a corto plazo. De ahí que las estrategias de la negociación se basan en el análisis fundamental y técnico del mercado.

Los futuros, como se ha dicho, se negocian frecuentemente con prima en relación a su valor justo en los mercados alcistas (bullish), inversamente a lo que ocurre en un mercado bajista (bearish). La base se negocia, por consiguiente, comprando futuros (ir a largo) para anticiparse a una subida del mercado y vendien-

do futuros (ir a corto) para anticiparse a una caída del mercado. Las diferencias que provocan los cambios en los precios duran poco tiempo, puesto que es improbable que se extiendan a períodos largos a causa de los efectos de la convergencia de los precios y a la dinámica del arbitraje. La base sólo se puede mantener durante más tiempo por motivos de un defectuoso arbitraje y por el nivel de los costos de transacción.

Supóngase que un negociante bullish estima que las acciones se elevarán fuertemente en las próximas semanas, al carecer de liquidez para adquirir una cartera diversificada, decide el 2 de enero comprar un futuro S&P 500 Marzo a 305,0; para venderlo al 1 de febrero siguiente, una vez que el precio del futuro se ha colocado al nivel 310,0. El precio corriente del índice a esas fechas era de 300,0 y 307,0 respectivamente.

FUTUROS	PRECIO ACTUAL ÍNDICE	VALOR TEÓRICO	BASE BRUTA	BASE DE VALOR
2 de enero	300,0	303,35	305-300 = 5	305-303,35=1,65
Compra 1 futuro S&P 500	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$
Marzo a 305,0	=150.000	= 151.675 \$	= 2.500 \$	= 825 \$
x 500 \$ =152.500 \$				
1 de febrero	307,0	308,0	310-307=3	310 - 308 = 2
Venta 1 futuro S&P 500	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$
Marzo a 310,0	= 153.500 \$	= 154.000 \$	=1.500 \$	= 1.000 \$
x 500 \$ = 155.000 \$				
RESULTADO NETO = 155.000 - 152.500 = 2.500 \$ beneficio				

Si los costos de transacción lo permiten, es posible el arbitraje. El valor teórico se deduce de la fórmula (1) y con arreglo al caso utilizado para su aplicación, el tiempo de duración al 1 de febrero es de 50 días (79 menos 29 días de enero).

Un supuesto parecido se le puede presentar a un negociante bearish, cuando el 2 de enero del siguiente año decide vender un futuro S&P 500 Marzo a 315,0 y comprarlo al bajar el precio a 305,0 el 1 de febrero de ese año. El precio corriente del índice a esas fechas es de 314,0 y de 303,0 respectivamente.

FUTUROS	PRECIO ACTUAL ÍNDICE	VALOR TEÓRICO	BASE BRUTA	BASE DE VALOR
2 de enero	314,0	317,5	315-314 = 1	315-317,5= -2,5
Compra 1 futuro S&P 500	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$
Marzo a 315,0	=157.000	= 158.750 \$	= 500 \$	= 1.250 \$
x 500 \$ =157.500 \$				
1 de febrero	303,0	304,0	305-303= 2	305 - 304,0 = 1
Venta 1 futuro S&P 500	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$	x 500 \$
Marzo a 305,0	= 151.500 \$	= 152.000 \$	=1.000 \$	= 500 \$
x 500 \$ = 152.000 \$				

Los datos del interés y rendimiento siguen siendo los mismos que en el caso anterior. El arbitraje sigue siendo posible si los costos de transacción lo permiten al no absorber los beneficios.

$$\text{RESULTADO NETO} = 157.500 - 152.500 = 5.000\$$$

Al mismo resultado neto se llega partiendo de la suma de la diferencia de los precios actuales de los índices y de la diferencia de la base bruta.

$$\text{RESULTADO NETO} = (157.000 - 151.500) + (500 - 1.000) = 5.000\$$$

La base de valor sirve para indicar la posibilidad del arbitraje de mercado.

#### 1.4. FORMULACIÓN DEL COSTO DE MANTENIMIENTO

La fórmula del valor justo se puede utilizar para generalizar matemáticamente el precio teórico de los contratos de futuros. La fórmula (1) se establece en los supuestos de unas dadas tasas de interés y de dividendos, y en ausencia de costos de transacción. Esta fórmula tiene un doble componente: el valor futuro del índice al contado y el valor futuro del dividendo procedente de las acciones del índice.

El valor futuro del índice al contado, a la tasa de interés del mercado durante la vida del futuro es  $P_{CI} (1 + in/365)$ , que a la tasa anual de interés continuo será  $P_{CI} e^{i(T-t)}$ , siendo  $T-t$  el número  $n$  de días entre la fecha de expiración  $T$  y la actual  $t$ .

El valor futuro del flujo de dividendo pagado a las acciones del índice se considera el valor futuro del dividendo pagado más el del interés producido por su reinversión, lo que representa una anualidad que se deja de cobrar por el índice. Supóngase que se paga 1\$ de dividendo cada trimestre del año y que la tasa de interés del dinero a la que se reinvierte el dividendo es del 10%, se tendrá:

$$\text{VALOR FUTURO DIVIDENDO} = 1\$ (1 + 0,10 \times 9/12) + 1\$ (1 + 0,10 \times 6/12) + 1\$ (1 + 0,10 \times 3/12) + 1\$ = 4,15\$$$

De forma general se deduce que el valor

futuro del dividendo  $D$ , no recibido y pagado por las acciones del índice en el período  $T-t$ , sería:

$$D \frac{(1+i)^{T-t} - 1}{i}$$

a interés compuesto y a continuo

$$D \frac{e^{i(T-t)} - 1}{i}$$

Considerando que el rendimiento por dividendo es igual a  $r = D/P_{CI}$ , se tendrá que el valor futuro del rendimiento por dividendo se definirá por:

$$r P_{CI} \frac{e^{i(T-t)} - 1}{i}$$

De donde el valor del contrato de futuro a la fecha  $t$  y con vencimiento en  $T$ , es igual a la diferencia entre el valor futuro del índice por interés y el valor futuro del índice por rendimiento.

$$\begin{aligned} P_{FI,T} &= P_{CI} e^{i(T-t)} - r P_{CI} \frac{e^{i(T-t)} - 1}{i} = \\ &= P_{CI} \left[ e^{i(T-t)} - r \frac{e^{i(T-t)} - 1}{i} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

Por ejemplo, supóngase un contrato de futuros sobre S&P 500 con una fecha de entrega de 219 días ( $T-t = 219/365 = 0,6$ ), el rendimiento por dividendo del índice es del 4%, el precio actual del índice es de 300,0 y el precio del futuro a esa misma fecha es de 312,5; siendo la tasa efectiva de interés anual de los Pagarés del Tesoro del 10,52% (la tasa continua anual equivalente será  $e^i = 1,052$ ; luego  $i = \ln 1,052 = -10,0\%$ ), el precio del futuro será:

$$P_{FI} = 300,0 (1,0618 - 0,04 \times 0,618) = 300,0 (1,0618 - 0,0247) = 1,0371 \times 300,0 = 311,1$$

La base bruta es de 12,5 (312,5-300,0). La base de valor es de 1,4 (312,5-311,1), es relativamente pequeña ya que el precio teórico está

próximo al precio cotizado. La base teórica es de 11,1 (311,1-300,0), muy próxima a la base bruta.

La fórmula (2) define el "costo de mantenimiento" (cost-of-carry), puesto que establece que el precio del futuro debe ser igual al precio al contado del índice más el costo de mantener el índice hasta la fecha de su entrega (liquidación en efectivo). En este caso de futuros sobre índices, el costo de mantenimiento es el costo de financiación, compuesto por el componente de los intereses ganados por el apalancamiento con el índice y los dividendos perdidos por el no cobro de lo que pagan las acciones del índice. En el ejemplo expuesto, el costo de mantenimiento es igual a 11,1. Por este motivo a esta fórmula se la denomina modelo del costo de mantenimiento. Cabe considerar el modelo que establece que el precio de los futuros es igual al precio esperado al contado del futuro a su vencimiento. Pero aunque las expectativas del inversor tienden a fijar los precios de mercado, sin embargo no explican suficientemente las diferencias de contenido entre el precio del futuro y su precio al contado.

Las fórmulas (1) y (2) son equivalentes en su contenido, sólo se diferencian en su carácter práctico de aplicación. La (1) sirve para el logro de una comprensión del problema de la valoración del futuro sobre índices, incluso para una aproximación válida de cálculo, y además sirve de fundamento para el logro de una mayor precisión matemática en la (2).

### 1.5. LA TASA REPO IMPLICADA

En la tasa implícita que se origina al realizar una negociación de recompra (repurchasing) sobre la base, es decir se deriva del arbitraje entre el mercado al contado del índice y el mercado corriente de los futuros.

La fórmula (2), en el caso de que la tasa por interés y por rendimiento sean constantes, aproximadamente es igual a:

$$P_{F,T} = P_{CI} e^{(i-r)(T-t)} \quad (3)$$

En el ejemplo utilizado, el resultado se conseguiría con esta aproximación:

$$P_F = 300,0 e^{(0,10-0,04)(0,6)} = 300,0 \times 1,0367 = 311,0$$

La aproximación es evidente, dado el corto plazo de duración del futuro sobre índices.

La fórmula aproximada (3) puede utilizarse para calcular la tasa de interés implícita por la relación de los precios al contado y del futuro cotizado en el mercado a esa misma fecha, ya que esa relación implica que:

$$e^{(i-r)(T-t)} = P_{F,T} / P_{CI}$$

Tomando logaritmos se consigue la siguiente expresión.

$$i-r = \frac{\ln(P_{F,T}) - \ln(P_{CI})}{T-t} \quad (4)$$

El resultado  $i-r$  es la tasa repo implícita, que se define como la tasa de interés implícita en el precio del futuro. La existencia de esta tasa permite el arbitraje, utilizando la estrategia de vender al contado y recomprar para la entrega en el mercado de futuros.

La dificultad en esta tasa repo de futuros sobre índices es que está compuesta del doble componente de interés y de rendimiento. Se puede suponer que los valores,  $i$ ,  $P_{F,T}$  y  $P_{CI}$  son conocidos, en cuyo caso se podría considerar sólo el rendimiento neto  $r$  implicado por dividiendo como variable. Sin embargo es más propio dar un valor al rendimiento por dividendo, para determinar la tasa neta  $i$  de interés repo implícita. En el ejemplo utilizado anteriormente y suponiendo que  $r=4\%$ , la tasa neta de interés repo implícita será:

$$i = 0,04 + \frac{\ln(312,5) - \ln(300,0)}{0,6} = 0,04 + 0,0513 = 9,13\%$$

También cabe hallar la tasa repo para el precio teórico del futuro. En este mismo ejemplo sería:

$$i = 0,04 + \frac{\ln(311,0) - \ln(300,0)}{0,6} = 0,04 + 0,06 = 10,0\%$$

Evidentemente, en este caso, la tasa neta de interés repo implícita será igual a la tasa

continúa de interés del mercado.

### 1.6. EL ARBITRAJE

La determinación del valor teórico del futuro, el cálculo de la base y de la tasa de interés repo implicada, sirve para establecer la oportunidad del arbitraje en el mercado. En efecto, el arbitraje se aprovecha del diferencial entre el precio actual del futuro sobre índices y el correspondiente precio teórico (valor justo) del futuro, así como de la base y tasa repo que se deduce de este valor teórico. Cuando se perciben diferencias entre el mercado al contado del índice y su mercado correspondiente de futuros, se pueden conseguir beneficios sin una inversión neta. La actividad del arbitraje hará que los precios se ajusten en ambos mercados y que desaparezcan finalmente los diferenciales y las oportunidades de beneficio.

Como se ha visto en el planteamiento de la fórmula de valoración de futuros sobre índices, el arbitraje se establece por la relación contadomantenimiento (cash-carry) entre los mercados de acciones y de futuros sobre índices de acciones.

Este arbitraje se plantea entre la alternativa equivalente de:

— comprar (vender) una cartera de acciones, representativa del índice y pedir prestado (dar a préstamo) para financiar esa operación desde el período inicial ( $t$  ó contado) al período de liquidación ( $T$  ó del futuro).

— o comprar (vender) un contrato de futuros sobre índices de acciones que madura a la fecha  $T$ .

En estas condiciones, la compra (venta) al contado de la cartera combinada con la venta (compra) de futuros debe concluir en una operación neutral.

El mercado puede presentar una situación en que el futuro esté sobrevalorado (precio superior) en relación a su precio teórico, entonces el arbitrador se convierte en un comprador al contado (fecha  $t$ ) de carteras y un vendedor de futuros (fecha de maduración  $T$ ). En esta situación del mercado, las operaciones a que da lugar el arbitraje, entre la fecha  $t$  y  $T$ , son:

A LA FECHA $t$	TIEMPO ENTRE $T-t$	A LA FECHA $T$
1. Comprar la cartera representativa del índice.	1. Cobrar los dividendos de la Cartera y reinvertirlos.	1. Vender la cartera.
2. Pedir prestado para financiar la compra de la cartera.		2. Devolver el préstamo y pagar los intereses.
3. Ir a corto en futuros sobre índices.		3. Cobrar los dividendos de las acciones.

Como ejemplo del arbitraje en un mercado con futuros sobrevalorados, podemos suponer:

A 2 de enero (fecha  $t$ )

— El precio actual del futuro MMI Marzo es de 415,0.

— La cotización actual del índice es de 400,0.

— La tasa continua de interés del dinero sin riesgo es del 10%.

— La tasa de rendimiento por dividendo es del 4%.

A 20 de marzo (fecha ó de maduración).

— El mercado puede cotizar el índice a distintos

niveles.

— Cabe considerar distintos escenarios según que, a esta fecha, el precio del índice sea de 415,0 ó 410,0 ó 420,0.

Cálculos del arbitraje.

— Precio justo (equilibrio) del futuro (con 77 días de duración,  $77/365=0,211$ ).

— Número de futuros en función del divisor del índice.

Como se dijo en la construcción del índice,



$$P_{F,T} = 400,0(e^{0,10 \times 0,211}) - 0,04 \frac{e^{0,10 \times 0,211} - 1}{0,10} = 400,0(1,02132 - 0,00853) = 405,116$$

éste es ajustado por un divisor para recoger los efectos de los splits y dividendos de las acciones. En el caso del MMI se ajustaba así:

$$\text{Índice} = (1/\text{Divisor}) \sum_{i=1}^N P_i \quad \text{ó}$$

$$\text{Índice} \times \text{Divisor} = \sum_{i=1}^N P_i$$

Si el divisor actual del MMI fuera 2,75 se tendría:

$400 \times 2,75 = 1.100\$$ . Valor de una acción para cada una de las 20 acciones que componen

el índice. Comprando una acción de cada una de las que compone el índice, el valor total de la cartera es 1.100\$

$400,0 \times 250\$$  (multiplicador) = 100.000\$.

Valor del contrato de futuro al precio actual del índice o valor de las acciones por cada futuro.

$100.000 / 1.100 = 90,909$ . Número de acciones por futuro sobre las 20 del índice.

Redondeando y considerando que se compran en lotes de 1.000 acciones, el número de contratos de futuros equivalentes sería:

$$1.000 / 90,909 = 11 \text{ futuros.}$$

Mil acciones de cartera equivalen a 11 contratos de futuros, lo que permite relacionar el mercado al contado y el de futuros.

#### Operaciones de arbitraje

2 de enero

1. Compra de cartera a 400,0

(lote de 1.000 acciones del MMI)

$1.000 \times 1.000$  por acción = ..... -1.100.000 \$

2. Financiación compra con préstamo

a pagar 20 de marzo ..... +1.100.000 \$

3. Venta 11 futuros a 415,0

$415,0 \times 250 \$ \times 11 = 1.141.250,0 \$$  (cuenta margen)

20 de marzo (Índice 415,0)

1. Dividendos a recibir de cartera

$1.100.000 \times 0,00853 =$  ..... + 9.383 \$

2. Liquidación en efectivo (cash-settlement)

futuros Marzo a 415,0 (pagar o recibir diferencia entre precio de venta y liquidación)

$(415,0 - 415,0) \times 250 \$ \times 11 =$  ..... 0

3. Vender la cartera a 415,0

$415,0 \times 2,75 \times 1.000 =$  ..... -1.123.456 \$

BENEFICIO DE ARBITRAJE ..... 27.177 \$

20 de marzo (Índice 410,0)

1. Dividendos a recibir de cartera ..... +9.383 \$

2. Liquidación en efectivo futuros Marzo a

415,0 (recibir diferencia entre precio de venta y liquidación)

$(415,0 - 410,0) \times 250 \$ \times 11 =$  ..... + 13.750 \$

3. Vender la cartera a 410,0

$410,0 \times 2,75 \times 1.000 =$  ..... +1.127.500 \$

BENEFICIO DE ARBITRAJE ..... 27.177 \$

20 de marzo (Índice a 420,0)	
1. Dividendos a recibir de cartera . . . . .	+ 9.383 \$
2. Liquidación en efectivo futuros Marzo a 420,0: (415,0-420,0) x 250 \$ x 11 = . . . . .	-13.750 \$
3. Vender la cartera a 420,0 420,0 x 2, 75 x 1.000 = . . . . .	+1.155.000 \$
<b>BENEFICIO DE ARBITRAJE . . . . .</b>	<b>27.177 \$</b>

Si el precio de venta de los futuros hubiera sido el precio justo o de equilibrio (405,116), el beneficio del arbitraje sería nulo.

1. Dividendos a recibir de cartera . . . . .	+9.383
2. Liquidación en efectivo futuros con cierre, por ejemplo, a 410,0: (405,116-410,0) x 250 \$ x 11 = . . . . .	-13.431
3. Venta de cartera a 410,0=1.127.500 \$ + 1.000.000 . . . . .	+27.500
4. Pago préstamo con intereses = 1.123.456 \$ -1.100.0000 . . . . .	-23.456
	0
	0

Lo que se gana por diferencia entre la venta de cartera y la liquidación de futuros (27.500-13.430=14.070) es igual a lo que se pierde por diferencia entre los dividendos cobrados y los intereses pagados (9.383-23.453= -14.070). Esta es la situación de equilibrio. Cuando la diferencia entre la compraventa de cartera y la liquidación corta de futuros no es igual a la diferencia por intereses y dividendos, entonces aparece la oportunidad del arbitraje.

El arbitraje tiene dos técnicas para comprar y vender carteras de acciones. Una consiste en formar carteras representativas del índice subyacente, que es como se ha expuesto en el ejemplo, aunque se suele simplificar incluyendo un número menor de acciones que las que contiene el índice. Por ejemplo, formando una cartera de 50 acciones, que represente aproximadamente el S&P 500. Estas acciones deben tener una representatividad muy aproximada a las del índice, para que la cartera se mueva directamente con el índice.

Otra técnica se fundamenta en un programa de negociación (program trading), que permite colocar órdenes simultáneamente en muchas acciones. Lo que se hace con este programa es comprar o vender fuertes lotes de acciones, a través de órdenes transmitidas por ordenador a la Bolsa. De esta forma los compradores pueden construir carteras de acciones rápidamente a través de un computador. Eviden-

temente el arbitraje sólo puede realizarse por inversores institucionales o grandes dealers.

Este análisis del arbitraje se ha realizado bajo el supuesto de gastos de transacción nulos. A medidas que éstos sean mayores, más reducido será el beneficio del arbitraje y las oportunidades de su realización serán menores.

### 1.7. LA NEGOCIACIÓN DEL SPREAD EN FUTUROS DE ÍNDICES

El spread se puede definir como la diferencia que surge de dos posiciones contrapuestas simultáneas en futuros. Esta relación diferencial puede provenir entre fechas de entrega, entre mercados o entre activos subyacentes del futuro. En los futuros de índices, la negociación del spread es un método que reduce el riesgo y que permite a los negociantes operar sobre las relaciones entre contratos de futuros con índices afines y correlacionados, por ejemplo entre el MMI y el S&P 500.

El MMI está compuesto de acciones seleccionadas por su alta tasa de rentabilidad y de crecimiento (blue-chip), mientras que el S&P500 está formado por acciones que representen mejor al conjunto total del mercado. Los movimientos del S&P 500 se ajustan mejor a los del mercado total, mientras que los del MMI tienen una mayor desviación. En los mercados alcistas (bull), el MMI tiende a elevarse más intensa y rápidamente que el S&P 500, al estar compuesto

por 20 acciones blue-chip. Pero cuando el mercado alcanza posiciones de desgaste o de cansancio, la tendencia es bajista (bear) y entonces el MMI cae más fuertemente que el S&P 500, que se mantiene dentro de una mayor estabilidad. En estas condiciones es normal que se produzcan spreads entre los precios del MMI y los del S&P 500.

La relación que existe entre los índices hace que sus precios tiendan a moverse en la misma dirección, pero su distinta composición influye en que cambien en diferente grado. Estas diferencias en los cambios de los precios determinan los spreads entre futuros de índices. Esto permite que se pueda tomar una posición spread comprando un futuro (por ejemplo el MMI) y vendiendo otro relacionado (por ejemplo, el S&P 500). Con esta posición, que implica un futuro largo y otro corto, se espera perder en uno de ellos y ganar más en el otro.

Los spreads entre índices pueden fijarse de diversas maneras. Según los multiplicadores propios de cada índice, se da una relación 1 a 2 entre el MMI (multiplicador=250 \$) y el S&P 500 (con un multiplicador=500 \$). Estos multiplicadores hacen que un punto del S&P 500 represente 0,05 o 25 \$ de cambio, mientras que un punto del MMI, aunque representa un cambio de 0,05, en valor sólo representa 12,5 \$. Si a este último, se le multiplica por dos, el cambio es igual a 25 \$ para los dos índices y así se homogenizan los índices.

Por ejemplo, un negociante alcista (bullish) toma una posición larga con 2 futuros MMI a 410, 70 y simultáneamente toma una posición corta con un futuro S&P 500 a 300,50. Ambos futuros tienen el mismo mes de maduración. Un mes más tarde el mercado se invierte y entonces el negociante va a corto con el MMI a 425, 50 y a largo con el S&P 500 a 305,75.

FUTUROS MMI	FUTUROS S&P 500	SPREAD
AHORA Largo 2 contratos a 410, 70	Corto 1 contrato a 300,50	190,65
1 MES MÁS TARDE Corto 2 contratos a 425, 50	Largo 1 contrato a 305,75	119,75
CAMBIO NETO 14,8 puntos x 250\$ x 2 contratos = 7.400\$	-5,25 puntos x 500\$ = 2.625\$	9,55 puntos x 500\$ = 4.775\$

El spread es beneficioso al tomar una posición inicial larga con el MMI, más alcista, y corta inicial con el S&P 500, menos alcista.

También cabe operar con el spread "calendario" o temporal, que se origina con los cambios diferenciales entre la relación al contado del índice y la fecha del futuro. Estos cambios son causados por los movimientos de las tasas de intereses o de dividendos. Por ejemplo, si se espera una elevación de la tasa de interés, sería beneficioso vender un futuro cercano y comprar uno más lejano. Como resultado, las posiciones largas más lejanas serían más beneficiosas que las posibles pérdidas de las posiciones cortas próximas. Dado el menor riesgo de los spreads, se les suele asignar unos márgenes más reducidos. En ocasiones se relaciona la tasa repo implicada (4) o la tasa neta de interés repo del

futuro sobre índices con otras tasas implicada a corto plazo, como la tasa implicada de futuros sobre T bill, CD y otros títulos. Para facilitar el análisis de los spreads entre ellas, se suelen construir gráficas para establecer las tendencias de las tasas diferenciales implicadas.

## 2. VALORACIÓN DE OPCIONES SOBRE ÍNDICES

Como en los futuros sobre índices, las opciones sobre índices no implican la entrega física de acciones si la opción se ejercita o se asigna, al darse sólo una liquidación en efectivo (cash-settlement). De manera que cuando la opción se ejercita, el tenedor sólo recibe dinero en efectivo por un importe igual a la diferencia

entre el precio de cierre del índice y el precio de ejercicio de la opción. El emisor de esa opción es el que paga el dinero resultante de esta liquidación. Si la opción no se ejercita, se anula la posición y el tenedor del call pierde la prima a favor del emisor. La opción se ejercita cuando está en una situación de beneficio, es decir cuando el precio de ejercicio es inferior al del mercado, caso de la opción call, o inversamente en el caso de la opción put. Por ejemplo, un inversor que compra una opción call S&P 100 Septiembre a 300,0 y un mes más tarde el índice se eleva a 320,0; si el inversor decide vender la opción sólo recibirá la liquidación en efectivo del índice,  $100 \times (320,0 - 300,0) = 2.000\$$ , el emisor de esa opción es el que abonará esa liquidación<sup>2</sup>. En el caso de la compra de un put a un precio de ejercicio de 290,0 y al cabo de un mes el índice cierra a 280,0; si el tenedor del put decide venderlo, la cuenta del emisor será cargada por el importe de la liquidación igual a  $100 \times (290,0 - 280,0) = 1.000\$$ , cantidad que se abonará al comprador. Evidentemente de este beneficio o pérdida se deducirá la prima pagada o cobrada en la compraventa de la opción.

Lo específico del contrato de opciones sobre índices es que confiere a su tenedor el derecho a adquirir (opción call) o a vender (opción put) índices de acciones a un precio de ejercicio determinado y durante un período determinado (opción americana) o a una fecha fijada (opción europea). En contraste con el contrato de futuros, la opción no implica un compromiso recíproco e igualitario, puesto que el tenedor o comprador de la opción tiene el derecho, pero no la obligación de ejercer el contrato, mientras que el emisor o vendedor está obligado a cumplir con lo acordado cuando el comprador de la opción decida ejercer su derecho.

La no obligación de ejercer la opción, representa una limitación del riesgo para el tenedor de la opción, por lo que deberá pagar una prima de compensación al emisor. El riesgo de la opción es asimétrico entre el comprador y el vendedor. El comprador de la opción limita su riesgo al importe de la prima pagada, mientras que las ganancias pueden ser ilimitadas. El vendedor no tiene limitación en sus posibles

perdidas, acepta una posición especulativa al asumir el riesgo de la opción ante los probables cambios de los precios de los índices en el mercado; mientras que sus ganancias se limitan al importe de la prima cobrada.

## 2.1. FACTORES DIFERENCIADORES DE VALORACIÓN DE LAS OPCIONES SOBRE ÍNDICES

La prima se valora en función de la volatilidad de los índices. Cuanto mayor sea la volatilidad, mayor será el valor de la prima, a fin de compensar al emisor de la opción por el riesgo que asume.

Los factores que inflúan en el valor del contrato de futuros (el precio del índice subyacente, el rendimiento por dividendo, la tasa de interés sin riesgo y la duración hasta la expiración), también son los factores que influyen en el valor de las opciones. Pero a estos cuatro factores se suma el riesgo causado por la volatilidad del índice subyacente durante la vida de la opción.

En el contrato de futuros el riesgo es simétrico entre el comprador y el vendedor, es decir el comprador asume un riesgo equivalente al que asume el vendedor, por lo que no se exige el pago de una prima compensatoria a ninguna de las partes contratantes. La asimetría del riesgo en la opción establece la necesidad de una compensación a favor del que asume la posición especulativa, o sea del emisor de la opción. Y así mientras lo que se cotiza en el mercado de futuros es el precio del contrato, lo que se cotiza en el mercado de opciones es la prima del contrato. De manera que la prima es el precio que el comprador de una opción sobre índices paga al vendedor por el derecho a una posición sobre el índice, al precio de ejercicio. La prima se cotiza en puntos del índice y el valor de la prima en dólares es igual a la cotización de la prima multiplicada por 100\$. Así la prima de una opción cotizada a 6,5 es igual a 650\$.

## 2.2. EL VALOR TEÓRICO DE LAS OPCIONES SOBRE ÍNDICES

Los conceptos de valor intrínseco y de valor temporal facilitan el cálculo del valor teórico de la opción. El valor intrínseco de una opción "en dinero" es la diferencia entre el

precio actual del índice y el precio de ejercicio. Si la opción está "fuera de dinero", entonces el valor intrínseco es cero y la prima sólo tiene un componente temporal. El valor temporal de la opción procede del tiempo que resta hasta la expiración y de las variables que incluye ese espacio temporal, como son la volatilidad, tasas de interés y dividendos. Cuando el tiempo se aproxima a la fecha de expiración, el valor temporal tiende a cero y el valor de la opción se identifica con su valor intrínseco.

El valor de una opción nunca es menor que cero. La razón está en que la opción conlleva el derecho (pero no la obligación) de ejercitar la opción sólo cuando se produzca una ganancia.

A partir de estos conceptos simples se establecen unas normas generales de valoración, que varían según sean las relaciones que determinan el valor de la opción y el tipo de la opción, call o put<sup>2</sup>.

1) La relación del precio de ejercicio de la opción al precio actual del índice subyacente. Si el precio actual del índice está por encima del precio de ejercicio de un call (por debajo del precio de ejercicio de un put), hay un valor intrínseco. Es decir, el valor intrínseco de un call es igual a la diferencia entre el precio actual del índice y el precio de ejercicio (en el put es la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio actual del índice). Si la diferencia es positiva, la opción tiene un valor intrínseco. Por ejemplo, un call S&P 500 a 300,0 tiene un valor intrínseco de 5 si el índice se cotiza a 305,0; pero a este precio del índice un put S&P 500 a 300,0. Este put tendría valor intrínseco de 5 si el índice cotizara a 295,0. La opción con valor intrínseco se dice que está "en dinero". Se deduce que cuanto más supere el precio de ejercicio de la opción, mayor valor tendrá la opción call y menor valor tendrá la opción put, e inversamente.

2) La relación entre la tasa de interés sin riesgo y la tasa de rendimiento por dividendo. En la valoración de los índices se da una relación inversa entre el costo de oportunidad del interés ganado con el apalancamiento con el índice y el costo de oportunidad por el dividen-

do no percibido por la no disponibilidad de las acciones. Una opción call permite a su tenedor beneficiarse de la apreciación del índice subyacente (en el put se beneficia de la depreciación del índice, pero sin requerir el dinero necesario para la compra de la cartera representativa del índice (en el put sin recibir los ingresos por la venta de la cartera representativa). Ya que el tenedor del call tiene la oportunidad de invertir el importe de la cartera representativa del índice a la tasa de interés sin riesgo durante la vida de la opción, cuanto más alto sea el tipo de interés, mayor será el valor de la opción call. Como el tenedor del put renuncia a la oportunidad de invertir los ingresos a la tasa de la venta de la cartera a la tasa de interés sin riesgo durante la vida del put, cuanto más alta sea la tasa de interés, menor será el valor de la opción put.

El precio del índice subyacente ex-dividendo baja la cotización en una cuantía igual al dividendo pagado. Ya que el pago del dividendo reduce el precio del índice, cuanto mayor sea la tasa de rendimiento por dividendo, más bajo será el valor de la opción call y más alto el valor de la opción put.

3) El tiempo. La mayor duración de la opción aporta mayores oportunidades para que el precio del índice subyacente se mueva hacia un nivel donde el precio de ejercicio de la opción resulte beneficioso para ejercitar la opción. Como consecuencia, la prima tiende a ser mayor cuanto más dure la opción. Así una opción con 3 meses de vida tiene un mayor valor que una opción con el mismo precio de ejercicio y con una duración de un mes. La opción es un activo que se desgasta y se desgasta más rápidamente en las últimas semanas de vida de la opción. A la fecha de su expiración el valor temporal de la opción es nulo. El componente del valor temporal de una opción tiende a ser mayor, cuando el precio del índice subyacente se cotiza cerca del precio de ejercicio de la opción, es decir cuando la opción está "al dinero".

4) La volatilidad. Hay una estrecha relación entre la volatilidad o fluctuación del precio del índice subyacente y la prima. En efecto, la prima es lo que más puede perder el comprador

de una opción, pero si el índice se mueve fuertemente a su favor, sus beneficios potencialmente son ilimitados. Como el comprador tiene una limitación en sus pérdidas y ninguna limitación en sus beneficios, cuanto mayor volatilidad tenga el índice, mayores oportunidades de beneficio tendrá la opción para el comprador. La volatilidad del índice subyacente trabaja a favor del comprador. De manera que cuanto

mayor sea la volatilidad del índice, más elevada será la prima del call y del put. La mayor volatilidad implica una mayor probabilidad de que la opción tienda a estar "en dinero" a la fecha de la expiración.

Los efectos de estas variables sobre la prima o el valor de la opción call y put, se pueden resumir en el siguiente cuadro:

VARIABLE	VALOR CALL	VALOR PUT
A mayor precio de ejercicio de la opción	Baja	Sube
Alza del precio del índice subyacente	Sube	Baja
Alza de la tasa de interés sin riesgo	Sube	Baja
Alza de la tasa de rendimiento por dividendo	Baja	Sube
Mayor duración de la expiración	Sube	Sube
Incremento de la volatilidad del índice	Sube	Sube

Los efectos inversos sobre la prima del call y del put se darían con menores precios de ejercicio, caídas del precio del índice, tasa de interés y de rendimiento, menor duración y decremento en la volatilidad del índice.

2. Un análisis suficientemente amplio de estos modelos se expone en: Emilio Soldevilla "Las opciones bursátiles", *Situación*, 1989/2, Banco Bilbao-Vizcaya, págs. 50-70; en este trabajo se incluye también el ajuste del modelo al dividendo.

#### NOTAS

1. Recuérdese que el multiplicador de la opción sobre índices suele ser de 100\$, a diferencia de los 500\$ de los futuros sobre índices.

#### BIBLIOGRAFÍA

SOLDEVILLA, E. (1989). Las opciones bursátiles, *Situación*, Banco Bilbao-Vizcaya, 1989/2.  
 SOLDEVILLA, E. (1990). Contratos de futuros, *Situación*, Banco Bilbao-Vizcaya, 1990/4.