
ACERCA DE LA TEORÍA DE LA CATÁSTROFE

Rigoberto Beltrán Barrios

RESUMEN

El artículo comienza exponiendo brevemente la matemática de catástrofe cuyas bases están en René Thom y E. C. Zeeman (1972) y luego introduce la "máquina de catástrofe" para graficar los cambios catastróficos, cambios bruscos de un estado a otro. Luego se dan ejemplos tomados de la biología o de la vida humana. Por último se presenta un gráfico que representa las relaciones entre estados y se concluye con las consecuencias que puede tener esta teoría para las ciencias sociales.

ABSTRACT

The article begins by exposing briefly the catastrophe theory the bases of which are on René Thom and E. C. Zeeman (1972) and then introduces the "catastrophe machine" to make graphic the catastrophic changes, sudden changes from one state to another completely opposed. Afterwards examples are given taken from biology or human life. Lastly a graphic is presented to show the relationships among states to conclude with the consequences that this theory may have in social sciences.

En 1972, el matemático francés René THOM creó las bases de una Matemática de la Catástrofe. En su libro "Structural Stability and Morphogenesis" (1) publicado en ese año estableció los criterios de una revolucionaria metodología matemática que permite la descripción y eventual predicción de fenómenos hasta aquí reacios a todo trato matemático, fenómenos en que "fuerzas que cambian gradualmente producen efectos bruscos". Junto con THOM, E.C. Zeeman se preocuparon de la "Catastrophe Theory" desde 1972. En el libro de este último, "Catastrophe Theory": Selected Papers, 1972-77" (5) el que comentó en las líneas que siguen.

Zeeman comienza su introducción a la Teoría de la Catástrofe considerando la conducta de un perro en función de dos variables, la furia y el temor. Si sólo una se presentara tendríamos ataque o huida. Pero si se combinan habrá un punto a partir del cual la conducta no podrá predecirse de modo inequívoco: en disposición de huir, por ejemplo, el animal atacará de pronto, o vice-versa. Desde luego, los cambios catastróficos se encuentran distribuidos por el mundo natural y social a manos llenas. Hay un radio de su territorio dentro del cual el animal luchará; y hay un tamaño del intruso por encima del cual el animal huirá. Hay un límite de las armas del adversario más allá del cual una nación comenzará a armarse; y hay un límite de los costos excediendo el cual no lo hará. Los saltos catastróficos en el terreno de la psicología son también comunes; como cuando se combinan ansiedad y frustración y podemos saltar bruscamente desde la autoconmiseración a la furiosa agresividad. Pero se encuentran también en fisiología (diástole-sístole), en física (líquido-gas), en psiquiatría (maniaco-depresivo), en política internacional (palomas-halcones), etc.

Hasta aquí nada nuevo. De pronto aparece la "Catastrophe machine", un dispositivo físico sencillísimo que ilustra los saltos catastróficos de manera amplia con el agregado de que los explica en términos dinámicos. Dicho de modo muy sucinto, los cambios catastróficos (por lo menos los de la "catastrophe machine") se explican con el surgimiento de una alternativa de equilibrio para las fuerzas en juego. En un primer momento, hay sólo un centro de equilibrio y los cambios

ocurren de modo continuo, es decir, a un pequeño incremento de la variable un pequeño incremento de la función. En un segundo momento surge una alternativa de equilibrio y todo se torna inestable: un pequeño cambio en la variable puede producir un salto brusco en la función.

Se trata, al fin de cuentas, de lo que todos fácilmente intuimos en toda crisis, conflicto, dilema.

Explotemos un ejemplo por nuestra cuenta: la uni-lealtad Montesco y la doble-lealtad Montesco-Capuleto en el caso de Mercucio y Romeo. Cuando Romeo se aproxima al área de la pugna entre Teobaldo y Mercucio sabemos que de un estado de ánimo suyo en que prevalece un centro de equilibrio –el centro Capuleto– se acerca a otro que se hará valer otro centro –el centro Montesco–. Cuando Mercucio fastidiado justamente por esta nueva actitud Capuleto de Romeo, desafía a Teobaldo; cuando Romeo, asimismo, enredado entre dos lealtades se interpone entre los contendores ocasionando así la muerte de Mercucio; cuando el mismo Romeo saltando, justo por esta muerte de Mercucio, desde la doble lealtad Montesco-Capuleto a la vieja lealtad Montesco, unicentrada, desafía a Teobaldo y lo mata; cuando luego de este acto Romeo exclama: “Soy un juguete del destino”, tenemos en todo ello una ilustración perfecta de cambios catastrófales. Podemos decir, con este ejemplo de Romeo, que dos lealtades pueden convivir, pero que hay áreas peligrosas donde todo se torna inestable; y zonas dentro de esas áreas, donde no queda más que decidir. Y la decisión se presenta como un brusco desplazamiento. Tal la catástrofe.

Podemos considerar otro ejemplo, el “Dorian Gray” de Wilde. La ficción, aquí permite eliminar el conflicto entre conducta repudiable y aceptación social. La conducta repudiable sigue su curso ascendente porque sus manifestaciones exteriores se han desplazado desde el sujeto Dorian Gray hacia su imagen en el cuadro. El personaje no enfrenta el extremo catastrófico del repudio. Pero, dejando el ámbito de la ficción, sabemos que la aceptación social tiene límites respecto de la conducta repudiable y aceptable, el repudio y la aceptación social serán

unívocos en función de una u otra; unívocos todavía en el caso de una combinación de las dos pero no ya unívoco sino inestable más allá de cierto límite o dentro de cierta área; y catastrófico para cierta zona del área.

Otro ejemplo podría encontrarse en nuestras relaciones amicales. Nos hacemos de amigos bajo diferentes aspectos: de éstos, por gustos deportivos, de aquellos por gustos amatorios, de los de más allá, por gustos literarios. Mientras están separados los espacios de nuestra no necesariamente compatibles amistades (muchas veces abiertamente incompatibles) no tenemos problemas de ambulación: pasamos de uno a otro según nos acomoda y, así el centro de equilibrio de nuestro modo y comportamiento, cambiando de ir de un campo a otro, permanece simple y estable. Pero, cuando por un azar cualquiera (una fiesta, un meeting, espectáculo) dos campos de nuestra relación se superponen, surgen dos centros. Podemos mantener ambas amistades conjuntamente de modo cada vez más difícil a medida que el cerco se cierra. En un espacio, al fin, tenemos que decidir entre fútbol y filosofía.

En el diario Herald Tribune (París 12.3.79) apareció un artículo sobre la revolución en Irán que se presta también a una descripción en términos de catástrofe. Los líderes de la revolución iranesa han ordenado que se suspendan las ejecuciones llevadas a efecto por los tribunales revolucionarios. El artículo cita a Sadegh Ghotbzadeh quien declara que "lo que le ha molestado a él y a otros miembros del gobierno no son las ejecuciones sino la forma en que se han llevado a efecto. Más adelante se declara que públicamente los procesos deberán efectuarse, el acusado tendrá abogados que lo defiendan y los juicios deberán basarse en interrogatorios del tribunal". Pero Ghotbzadeh tiene más que decir sobre estos hechos (se dice que hasta aquí unas 60 personas han sido ejecutadas y, de ellas, por lo menos hay 12 cuyos crímenes son de violación homosexual): "...los que han sido ejecutados hasta aquí cometieron crímenes increíbles..." volviendo a la normalización de los procedimientos de justicia, dice este personero: "Enfrentémoslos. No hay un sólo iranio que sienta desagrado por estas ejecuciones. Durante el año pasado, 65.000 personas fueron asesinadas en este país. El mundo

se asombrará ante los crímenes del pasado cuando los revelemos”. Y agrega que “la revolución ha sido encerrada entre el compromiso con los derechos humanos y la necesidad de dar pronta satisfacción a las demandas de retribución del pueblo. Este considera que la forma no es importante; y los líderes no han deseado enredarse en procedimientos legales que podrían haber tomado años. Pero ha habido ya suficiente de justicia sumaria de las cortes revolucionarias”.

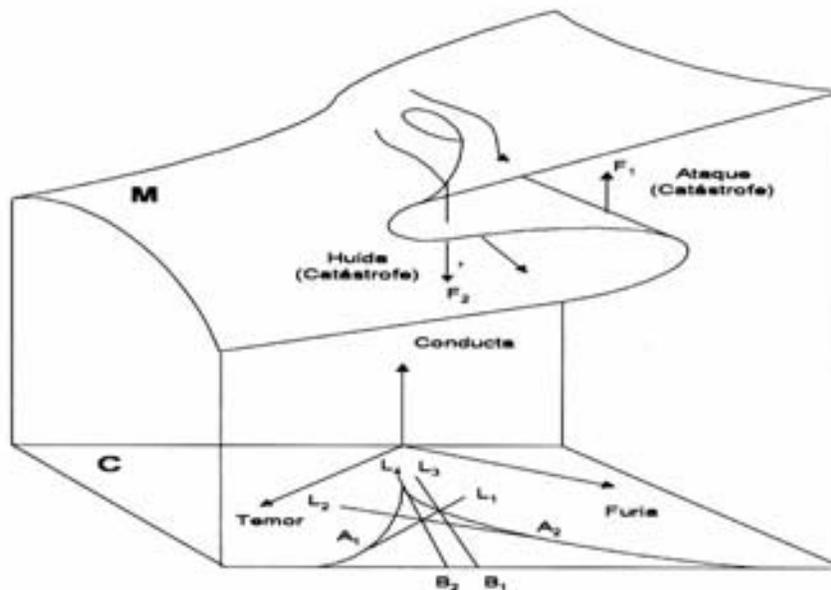
Todo este último párrafo es difícil de asimilar en términos coherentes. El “compromiso con los derechos humanos” obliga a instalar tribunales normales; la “necesidad de dar pronta satisfacción a las demandas de retribución del pueblo” obliga a instalar aparatos de “justicia sumaria”. En un caso la forma es importante –“lo que me molesta (dice Ghotbzadeh) no son las ejecuciones sino la forma en que se han llevado a efecto”– en el otro, “la forma no es importante”. ¿Cómo juegan estas dos variables antagónicas en la situación de Irán? También se puede describir lo que ocurre en términos de presión interna y presión externa: ambas son antagónicas y se alcanza un punto en que no se las puede resistir conjuntamente, hay que decidir, y decidir en términos catastróficos: los juicios populares se suspenden, el orden se restablece.

Consideremos ahora la imagen geométrica que la “Catastrophe Theory” ofrece a las relaciones dinámicas que hemos estado ejemplificando. Por ejemplo sea un plano C (Plano de Control) en que representan las variables “temor” y “furia” con relación al comportamiento del perro. Tal comportamiento estará representado en un plano M cuyas partes pueden describirse así:

1. Hacia la zona en que prevalece la furia sobre el temor, habrá una parte del plano que representa la conducta del animal en que este gruñe, y otra en que decididamente ataca.
2. Hacia la parte en que prevalece el temor sobre la furia, habrá una parte de dicho plano en que el animal se aparta, y otra en que abiertamente huye.
3. Hacia la parte en que no hay ni furia ni temor la conducta será neutra;

4. La zona interesante es la cuarta, cuando combinándose furia y temor, la disposición del animal se hace bimodal. En esta última parte, el plano que representa la conducta tiene que doblarse para responder a la bimodalidad del modo que muestra la figura.

GRAFICO



Considérese L_1 : moviéndolos sobre esta dirección en el sentido de un aumento de temor, la disposición del animal será de lucha de modo inequívoco hasta alcanzar la zona sombreada. Dentro esta última, la disposición podrá seguir siendo la lucha, pero ya no de modo inequívoco. Cuando bordamos al punto A_1 , bordamos el límite del “salto catastrófico”: el animal cambiará bruscamente su conducta (de lucha a huida). La zona sombreada sobre el plano C es la proyección del pliegue que se observa en el plano M; y el pliegue indica que hay tres conductas posibles dentro de la zona sombreada: lucha, huida, actitud neutral. Esta última –sostienen estos autores– es la menos plausible. Consideremos ahora L_2 : Si nos movemos sobre esta línea en el sentido de un aumento de furia, la disposición

del animal será de huida en la primera parte. Continuará siendo de huida, aunque ahora en forma inestable, dentro de la zona sombreada. Al alcanzar el punto A_2 , el animal se volverá en disposición de ataque. Consideremos finalmente las rectas L_3 y L_4 . Moviéndonos sobre ellas (se pueden considerar muy próximas, tanto como si fueran sólo una recta) hasta entrar en la zona sombreada, observamos que mientras en un caso la conducta (sin dar saltos) pasa de neutral a agresiva (B_1), en el otro pasa de neutral a huidiza (Zeeman no quiso considerar una línea L_5 que represente la conducta dentro del pliegue, es decir, la conducta que sigue siendo neutral).

Como se ve el gráfico parece bastante adecuado como instrumento de representación en tres dimensiones. Para una elaboración matemática de las 7 catástrofes que Thom denomina "Catástrofes elementales" es necesario un espacio de cuatro dimensiones. El espacio de control (C) pasa ahora a ser un espacio de tres dimensiones, en tanto que las intersecciones, secciones y bordes ya no son líneas sino superficies, etc.

Lo importante de este intento de Thom y Zeeman es la correspondencia rigurosa entre el gráfico catastrófico y la dinámica de la "machine catastrophe". Sobre la base de tal correspondencia la matemática de las catástrofes adquiere como derecho de ciudadanía en el terreno de los fenómenos naturales y no como pura e ingeniosa construcción. Pero hay más todavía. La dinámica de la "Machine Catastrophe" no es sólo el fenómeno físico de una construcción ad hoc sino que en el cerebro se encuentran a granel dispositivos análogos. Dice Zeeman: "...podemos esperar que las catástrofes elementales sean los modelos típicos de la actividad cerebral, especialmente de la actividad en aquellas partes del cerebro como el sistema límbico en que los órganos se encuentran más interconectados y que en consecuencia pueden tender a oscilar más como unidades completas (contrariamente a la neocorteza, cuyas partes diferentes pueden oscilar diferentemente al mismo tiempo, y cuya actividad, así, puede ser mucho más complicada. "Planteadas así las cosas (2), las bases neurofisiológicas mismas estarían (en la medida en que son mecanismos de adaptación evolutiva) poniendo

en manifiesto que el hombre no es ese ser esencialmente racional de la filosofía clásica: ni las condiciones en que se ha desarrollado su sistema nervioso responden al esquema racional, ni el sistema nervioso mismo ha ido más allá de reflejar esas condiciones. El hecho de que la neocorteza se estructure de modo que sus partes se anulen unas con otras en situaciones catastróficas estaría, a su vez, reflejando un estado de cosas más estable. Probablemente coincidente con la creación de una cultura y una sociedad humana. Para ella no es garantía de eliminar las catástrofes aún en el plano de la neocorteza. Ni mucho menos de eliminar el conflicto entre neocorteza y cerebro viejo (o sistema límbico). Al fin de cuentas, la misma dicotomía neocorteza-sistema límbico alude a una estructura catastrófica. También volviendo sobre la neocorteza y los niveles racionales de la conciencia, estos últimos no dejan de comprender irreductibles antinomias. Si son de su propia esfera, ello tendría que expresarse en estructuras catastróficas en el nivel de la neocorteza; sino lo son, habría que preguntarse si la neocorteza puede operar con autonomía del sistema límbico (si, por decir así, el sistema límbico no es el objetivo necesario de la neocorteza). Sin embargo, Zeeman no planea las cosas con esta perspectiva. Teniendo presente las ideas de Paul MacLean (5), considera que en el nivel del sistema límbico se deciden catastróficamente las emociones y modos y que, una vez decidido el modo, en el nivel de la neocorteza “se determinan las opciones más complicadas dentro de ese modo”.

El gráfico de la catástrofe se puede construir experimentalmente. Por ejemplo, en el caso del perro, tenemos que estar en condiciones de medir los impulsos de furia y temor durante un lapso suficiente como para tener el plano catastrófico completo. Lorenz ha sugerido que es posible medir restos impulsos: la furia se puede medir por cuanto se abre la boca; y el temor por cuanto se pliegan las orejas. La conducta en términos de uno de estos factores o alguna combinación suya se expresará en huida, escurrimiento, actitud neutra, gruñidos y lucha. Adoptada una escala para los grados entre los extremos huida y lucha, se puede alimentar una computadora con los tres valores observados minuto a minuto. La computadora dibujará la figura que hemos copiado y que permite predecir la conducta animal, incluidas las catastróficas.

Como dijimos, es posible construir un artefacto muy simple, la machine catastrophe, en donde el gráfico del equilibrio de las fuerzas es el mismo que el que resulta del estudio de la conducta del perro en términos de la furia y temor. Tal correspondencia conduce a la idea de que los principios físicos que intervienen en la machine catastrophe sean el padrón de lo que ocurre en el sistema nervioso a la base de los comportamientos catastrofales.

El gráfico de la conducta catastrófica exhibe algunas peculiaridades de este tipo de conducta que parecen implicarse más con otras y que deben considerarse, cada una, un signo probable de conducta catastrófica. Tales rasgos son: salto brusco (en los límites de la proyección del pliegue); conducta inaccesible (la que corresponde al pliegue mismo); bimodalidad (la conducta en el interior de la proyección del pliegue); histeresis (la conducta que resulta de ir y venir sobre la línea A_1, A_2); y, divergencia (la conducta en los casos L_3 y L_4 que, desde la zona neutral, desciende una y asciende la otra sobre partes opuestas del plano).

Zeeman considera el gráfico de la catástrofe como un modelo que aplica a diferentes casos de conducta animal. Pero se aventura también en el terreno del comportamiento humano. Considera los casos de: (1) reacción emocional de un oponente frente a un argumento; (2) catarsis de la autocompasión; (3) guerra.

En el primer caso Zeeman considera que si nuestro oponente queda privado por nosotros de posibilidades de responder con argumentos racionales, entrará en una zona bimodal donde "saltará entre argumentos irracionales y concesiones"; si presionamos todavía, se desplazará a una zona de saltos mayores: esta vez oscilará entre el insulto y la disculpa; si presionamos más, enfrentará las oscilaciones más extremas: entre la histeria y las lágrimas. Para Zeeman, la frase "lágrimas histéricas" es una confirmación del salto catastrófico desde un extremo al otro del espectro. En tal comportamiento, piensa este autor, los factores que configuran el carácter catastrófico de la conducta son también la furia y el temor. Y agrega que si nuestro oponente no tiene armas para defenderse de una proposición que, por su significado, está destinada a llenarlo de furor y temor, lo mejor que podemos

hacer si queremos persuadirlo es establecer nuestro punto y alzar el vuelo, "porque entonces nuestra ausencia permitirá que cesen su furor y su miedo, volviéndolo al modo racional y permitiéndole así comprender nuestra posición" (5).

Sobre la catarsis de la autocompasión, Zeeman considera que este estado afectivo es una respuesta en el hombre moderno al exceso de ansiedad. Considera opuestos ansiedad y frustración, y piensa que el sarcasmo (como una reacción opuesta a la simpatía y como una especie de frustración) puede conducir a la salida catastrófica de la autocompasión por la vía del comportamiento furibundo. Esto último permite liberar la tensión y restablecer el equilibrio.

Sobre la guerra, las variables o factores conflictivos que Zeeman considera son amenaza y costo. Una nación amenazada perseguirá la paz, pero más allá de un punto entrará en guerra, pero el alza de los costos no puede subir indefinidamente y se alcanzará un punto en que se rendirá.

Lo propio de un estado catastrófico es el corrimiento brusco no sólo desde el valor de la función a otro muy distante a pesar de los cambios pequeños en el plano de las variables (como acepta Zeeman) sino, además, el carácter opuesto entre los dos valores (lucha, huida, histeria-lágrimas, guerra-paz, etc.) De modo que podemos también describirlo en términos de conducta entre alternativas, es decir, con el carácter de "esto o lo otro, pero nada entre ambos". Lo que nos lleva al pliegue del plano de la catástrofe (su parte sombreada). La conducta representada por el pliegue está como interpolada entre dos partes, una superior y una inferior del plano. A la conducta representada por el pliegue la caracteriza Zeeman como "least likely neutral behaviour". Sobre la inclusión del pliegue en la representación de la conducta, dice Zeeman que la razón de incluirlo es: (1) que de esta manera el plano (M) es una superficie lisa completa; (2) que es a veces útil indicar el umbral entre los dos modos de conducta dentro de la zona bimodal (es decir, precisamente la indicada por la proyección del pliegue). Zeeman no dice que no hay otras razones; pero no indica más que estas. Advierte, sí, que debemos tener siempre presente que en la representación catastrófica la zona del pliegue representa

la “least-likely behaviour”, es decir, la conducta menos indicada, plausible y verosímil, etc.

Es claro que las coordenadas en el plano (C) que determinan el trazado de (M) son un caso especial, acaso inexistente, de determinantes. En general, las determinantes serán en número mayor, de modo que el espacio de la representación no será tridimensional. El principio, sin un espacio de dimensiones; en este espacio habría una zona en que el comportamiento resultaría inestable; alcanzados los límites de esa zona (sus “bordes”) se produciría el salto catastrófal.

Pero lo que podría considerarse todavía –y que no parece interesar más allá del sentido indicado a Zeeman– es la zona del pliegue, es decir, la zona de “la conducta neutra menos verosímil”. El hombre de la serenidad estoica, el carácter inaccesible al impulso de las pasiones, podría considerarse con relación a esa zona. Incluso, podría entenderse la filosofía de la ataraxia como aquella para la cual el hombre ideal es aquel cuya conducta se contiene dentro los límites del pliegue. Aquel, incluso, que alcanza los límites resistiendo la irrupción de la catástrofe. Más allá de la zona proyectada por el pliegue sobre el plano (C) no sería ya posible el hombre. Ni estaría el hombre anclado en su esencia cuando su comportamiento se proyecta desde el pliegue hacia la parte alta o hacia la parte baja, es decir, se abandona a sus pasiones agresivas o a sus sentimientos inhibitorios. La educación podría definirse en función de la conducta en el pliegue: la capacidad de desplazarse en el intervalo sin desplazamientos bruscos. El hombre ineducado sería, al contrario, el hombre que pasa bruscamente de una actitud a la contraria. Puede también definirse la conducta en el pliegue en términos de control puesto que en las partes alta y baja del plano las cosas ocurren por sí solas, como en virtud de leyes naturales. También, puede conectarse la noción de voluntad (y toda su constelación) con la conducta en los bordes mismos del pliegue. Toda la matemática de la catástrofe y las leyes físicas, fisiológicas y psicológicas en que trata de adquirir un cuerpo propio, quedaría aquí como suspendida de una opción (hiper-catastrófal). La voluntad sería, precisamente, la facultad en el hombre de evitar catástrofes, de moverse en el límite del pliegue o de ampliar

cada vez que así se quiera su extensión. La voluntad, así, aparecería como la capacidad en el hombre de impedir a la catástrofe ser tal; incluso, como la capacidad de moverse el hombre más allá de los límites catastróficos sin que haya catástrofe.

• Académico, Depto. de Matemática, Universidad de Tarapacá, Arica. E-mail: rbeltran@uta.cl

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) V. I. Arnold: *Catastrophe Theory* Springer Verlag, 1984.
- (2) R. Thom: *Stabilité Structurelle et. Morphogénèse* W. A. Benjamin, Inc., Reading Mass, 1972.
- (3) R. Thom: *Topological Models in Biology, Towards a Theoretical Biology* 3, p.p. 89-116 and *Top. 8* (1969) p. 313-336.
- (4) E.C. Zeeman: *A Catastrophe Machine Towards a Theoretical Biology* 4, p. 276-282.
- (5) E. C. Zeeman: *Catastrophe Theory Select papers (1972-1977)* Mass 1977, and *Scientific American*, Vol 234, N° 4, April 1976, p. 65-83.