

Introducción a la lógica ()*

Gottlob FREGE
(Agosto de 1906)

Separación de fuerza asertórica y predicado

Se puede expresar un pensamiento sin afirmarlo. Pero falta en los lenguajes una palabra o signo que solamente cumpla esta última función. Así, se confunde en Lógica, según parece, la predicación con el juicio. No se sabe con certeza si lo que los lógicos llaman juicio ha de considerarse como un pensamiento con o sin el juicio de que sea verdadero. De acuerdo con la expresión literal, se lo debería considerar como un pensamiento con el juicio de su verdad; pero el uso del lenguaje es a menudo tan ambiguo que el auténtico acto judicativo, el conocimiento de la verdad, no se incluye implícitamente en el juicio. *Empleo la palabra «pensamiento» aproximadamente como los lógicos emplean «juicio».* Pensar es concebir pensamientos. Después de concebir un pensamiento, puede reconocérsele como verdadero (*juzgar*) y expresarse dicho reconocimiento (*afirmar*). Hay que distinguir también entre fuerza judicativa y *negación*. A todo pensamiento corresponde otro opuesto, de modo que el rechazo de uno coincide siempre con la aceptación del otro. Se puede decir que juzgar es elegir entre opuestos. El rechazo de uno y el reconocimiento del otro son *una* acción. Tampoco se necesita para el rechazo ninguna denominación, ningún signo especial. Se puede hablar de la negación antes de haber distinguido partes en el pensamiento. La controversia sobre si la negación pertenece al todo o a la parte predicativa es tan estéril como aquella otra sobre si el abrigo viste al hombre vestido o forma un todo con las demás

(*) Traducción del artículo de Gottlob Frege: «Einleitung in die Logik». En FREGE, G., *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*, Philosophische Bibliothek, Felix Meiner Verlag, Hamburgo, 1971, pp. 74-91.

prendas de vestir. Al cubrir al hombre vestido, se une por sí mismo a las demás prendas. El componente predicativo del pensamiento puede considerarse, hablando figuradamente, como envoltorio del componente subjetual. Cualesquiera otros envoltorios que se añadan se unirán por sí mismos a los ya existentes.

Unión hipotética de enunciados

Cuando se dice que en el juicio hipotético se interrelacionan dos juicios, se utiliza de tal modo la palabra «juicio» que el reconocimiento de la verdad no está implicado en ello. Pues si se expresa la estructura del enunciado total con fuerza asertórica, no se afirma la verdad del pensamiento del antecedente condicional ni la del pensamiento del consecuente. El reconocimiento de la verdad se extiende más bien sobre un pensamiento expresado en toda la estructura del enunciado. Y en un examen preciso, se encuentra en muchos casos que por sí solo el antecedente no expresa un pensamiento, ni tampoco lo hace el consecuente (enunciados impropios). En tales casos, la mayoría de las veces se da la relación de subordinación de conceptos. Aquí se mezclan habitualmente cosas de dos tipos que yo he distinguido por vez primera: la relación que designo con la barra de condición y la generalidad. Aquélla corresponde aproximadamente a lo que los lógicos quieren decir con «relación entre juicios». El signo de relación (*la barra de condición*) une enunciados propios entre sí, de modo que cada uno de los dos expresa un pensamiento.

Si prescindimos de leyendas y poesía y sólo consideramos los casos en que se trata de la verdad en sentido científico, podemos decir que *todo pensamiento es verdadero o falso, tertium non datur*. No tiene sentido hablar de casos en los que un pensamiento es verdadero y de otros en los que es falso. El mismo pensamiento no puede ser unas veces verdadero y otras falso, sino que, en los casos en que se consideran tales expresiones se trata siempre de pensamientos diferentes. Y el hecho de que se crea tener un mismo pensamiento se basa en que se usan los mismos sonidos, y estos sonidos formarán entonces un enunciado impropio. No se distingue siempre de forma suficiente entre el signo y lo que éste expresa.

Si tenemos dos pensamientos, sólo son posibles cuatro casos:

- 1.º El primero es verdadero, e igualmente el segundo;
- 2.º El primero es verdadero, el segundo falso;
- 3.º El primero es falso, el segundo verdadero;
- 4.º Ambos son falsos.

Si el *tercero* de estos casos *no* se da, entonces existe la relación que he designado por medio de la *barra de condición*. El enunciado que expresa el primer pensamiento es el consecuente. El enunciado que expresa el segundo, es el antecedente. Han pasado casi 28 años desde que propuse esta

explicación. Entonces creía que me bastaba escribirlo, y los otros sabrían más que yo. Ahora, después de transcurrido más de un cuarto de siglo, la gran mayoría de los matemáticos no tiene idea del asunto, y lo mismo puede decirse de los lógicos. ¡Qué apatía! Cómo me recuerda este comportamiento de los sabios al del buey delante de la puerta nueva: mira con ojos saltones, muge, trata de avanzar de lado, pero traspasarla podría ser peligroso. Entiendo que al principio resulte extraño, pero si no fuera así se habría descubierto ya hace mucho tiempo. Pues, ¿es que hay que tomar siempre decisiones a primera vista? ¿Acaso no se tiene tiempo para meditar? No, pues podría descubrirse algo inteligente. Probablemente se echa en falta una relación interna entre los pensamientos. No resulta clarificador el que sólo deba considerarse del pensamiento si es verdadero o falso, no su contenido mismo. Esto está relacionado con lo que ya he expuesto en «Sobre sentido y referencia» (*Über Sinn und Bedeutung*). Pues si alguien intentase dar una explicación en la que destaque más el contenido del pensamiento, probablemente resultaría que en el fondo es superfluo lo que se añade al pensamiento y que únicamente se enreda el asunto sin beneficio alguno, o que los enunciados (antecedente y consecuente) son enunciados impropios ninguno de los cuales expresa un pensamiento, de modo que en verdad no se interrelacionan pensamientos —como se ha querido afirmar— sino conceptos o relaciones. ¿Es ahora la relación que designo con la barra de condición una relación que se da entre pensamientos? ¡Realmente no! Sólo puede decirse que *el signo de esa relación* (incluyendo la barra de condición) *une enunciados*. Posteriormente se complementa la explicación, de forma que pueden unirse también *nombres de objetos* por medio de la barra de condición. Y esto entra todavía menos en la cabeza. Una consideración más precisa de la generalidad lo hará aceptable.

Generalidad

En primer lugar, nos vemos abocados a *dividir un pensamiento en partes*, ninguna de las cuales es un pensamiento. El caso más sencillo es la división en dos partes. Las partes son heterogéneas: una no-saturada, la otra saturada (cerrada). Hay que considerar también los tipos de pensamientos calificados por la lógica como juicios *singulares*. En ellos se afirma algo de un objeto. El enunciado que expresa un pensamiento tal consta de un *nombre propio* —y éste corresponde a la parte *cerrada* del pensamiento— y de una parte *predicativa*, que corresponde a la parte *no-saturada* (del pensamiento). Por lo demás, la singularidad no corresponde propiamente a un pensamiento en sí, sino que sólo le corresponde en función del modo de un posible análisis. Es posible que el mismo pensamiento pueda aparecer como particular con respecto a otro análisis (Cristo ganó a algunos hombres para su doctrina). Los nombres propios desig-

nan objetos, y acerca de objetos trata de pensamiento singular. Pero no se puede decir que el objeto sea parte del pensamiento como el nombre propio es parte del enunciado correspondiente. El Montblanc con su nieve y sus glaciares no es parte del pensamiento de que el Montblanc mide más de 4.000 m., sino que sólo se puede decir que al objeto, en una manera que habremos de considerar, le corresponde una parte del pensamiento (sentido y referencia). Mediante el análisis de pensamientos singulares se obtienen componentes saturados y no-saturados que aparecen separados, pero cada componente de uno de los tipos forma con cada uno del otro tipo un pensamiento. Si se mantiene fija la parte no-saturada y se cambia la parte cerrada, puede esperarse que los pensamientos así formados sean en unos casos verdaderos, en otros falsos. Pero también puede suceder que sean todos verdaderos. Por ejemplo, puede suceder que el componente no-saturado se exprese con las palabras «es igual a sí mismo». Este hecho es un carácter peculiar de la parte no-saturada. Obtengamos un nuevo pensamiento (todo es igual a sí mismo) que, en oposición a los pensamientos singulares (dos es igual a sí mismo; la luna es igual a sí misma), es general. La palabra «todo», que está aquí en el lugar de los nombres propios («la luna»), no es ella misma un nombre propio, no designa un objeto, sino que sirve para conferir generalidad al contenido del enunciado. A menudo se permite que el lenguaje influya demasiado en la lógica, y por ello la conceptografía es buena para deshacerse de la forma lingüística. En lugar de decir «la luna es idéntica a sí misma», se puede decir también «la luna es idéntica a la luna» sin modificación del pensamiento. De aquí se deduce que no es esencial si un nombre propio aparece en uno o más lugares del enunciado. Pero no es posible lingüísticamente que en el paso a la generalidad la palabra «todo» pueda aparecer en dos lugares. La frase «todo es igual a todo» no tendría el sentido deseado. Se puede, acercándose al uso matemático, usar una letra y decir « a es igual a a ». Esta letra está en el lugar (o lugares) de un nombre propio, pero no es un nombre propio, no tiene referencia, sino que sólo sirve para dar una generalidad al contenido del enunciado. Y este uso de las letras, por ser más simple y consecuente, ha de preferirse desde el punto de vista de la lógica a los medios que ofrece el lenguaje para este objetivo.

Si un todo consta de dos enunciados unidos por «y», cada uno de los cuales expresa un pensamiento, se puede considerar el sentido del todo como un pensamiento, pues dicho sentido es verdadero o falso; a saber, verdadero si ambas partes del pensamiento son verdaderas, falso en todo otro caso —es decir, si al menos una de ellas es falsa. Si llamamos al pensamiento del todo la conjunción de ambas partes, también tiene la conjunción su pensamiento opuesto, como lo tiene todo pensamiento. Ahora está claro qué es el opuesto de una conjunción del opuesto de un primer pensamiento como un segundo pensamiento. Es aquello que se expresa con la barra de condición. El enunciado del primer pensamiento es el enunciado consecuente, en enunciado del segundo es el antecedente. Al

enunciado completo que expresa el opuesto de una conjunción del opuesto de un primer pensamiento con el segundo pensamiento, podemos llamarlo enunciado hipotético, cuyo consecuente es la expresión del primer pensamiento y cuyo antecedente es la expresión del segundo pensamiento. Llamaremos pensamiento hipotético al pensamiento del enunciado hipotético cuyo consecuente expresa el primer pensamiento y cuyo antecedente expresa el segundo pensamiento. Si tanto en el antecedente como en el consecuente aparece el mismo nombre propio, podemos considerar al pensamiento hipotético como un pensamiento singular desde el punto de vista del análisis, en el que la parte cerrada corresponde al nombre propio y la parte restante a la parte no-saturada. Si mantenemos fija la parte no-saturada y cambiamos la parte cerrada, puede suceder que obtenemos siempre un pensamiento verdadero, sea cual sea la parte cerrada que consideremos. Es supuesto de toda esta consideración el que no nos movemos en la leyenda y la poesía, sino en el ámbito de la verdad (en sentido científico), de modo que todo nombre propio consigue efectivamente su objetivo, a saber, designar un objeto y, por consiguiente, no es vacío. Las partes cerradas del pensamiento de las que hablamos aquí no son, en verdad, los objetos designados mediante los nombres propios, pero están relacionados con ellos. Y si no ha de caer todo en el reino de la poesía, es esencial que haya objetos. De lo contrario, no podría hablarse de la verdad del pensamiento. Supongamos que obtenemos siempre un pensamiento verdadero en un caso dado, manteniendo fija la parte no-saturada, como se ha dicho más arriba, en un pensamiento hipotético que al mismo tiempo puede considerarse singular cuando utilizamos la parte cerrada para la saturación. Con esto llegamos al pensamiento general, y el pensamiento hipotético singular del que partimos aparece como caso particular de aquél.

Ejemplo:

Primer pensamiento: que el cuadrado de 3 es mayor que 2.

Segundo pensamiento: que 3 es mayor que 2.

Opuesto del primer pensamiento: que el cuadrado de 3 no es mayor que 2.

Conjunción del opuesto del primer pensamiento con el segundo pensamiento: que el cuadrado de 3 no es mayor que 2, y que 3 es mayor que 2.

Opuesto de la conjunción del opuesto del primer pensamiento con el segundo pensamiento: que es falso que al mismo tiempo el cuadrado de 3 no sea mayor que 2 y que 3 sea mayor que 2.

Este es el pensamiento hipotético cuyo consecuente es el primer pensamiento y cuyo antecedente es el segundo. La expresión «Si 3 es mayor que 2, entonces el cuadrado de 3 es mayor que 2» tiene algo chocante, y más todavía la expresión que se obtiene si se pone «2» en lugar de «3»: «Si 2 es mayor que 2, entonces el cuadrado de 2 es mayor que 2». Pero que es falso que al mismo tiempo el cuadrado de 2 no sea mayor que 2 y que 2 sea mayor que 2, eso es un pensamiento verdadero. Así, se puede

tomar en lugar de 3 un número cualquiera, obteniéndose siempre un pensamiento verdadero. Pero, ¿qué sucede si se toma un objeto que no sea un número? Todo enunciado que se obtenga de «a es mayor que 2», colocando en lugar de «a» el nombre propio de un objeto, expresa un pensamiento y ese pensamiento es siempre falso si el objeto no es un número. Otra cosa ocurriría en el primer enunciado, porque la expresión que resulta de «el cuadrado de a» al colocar en lugar de «a» el nombre propio de un objeto, sólo designa un objeto según el uso habitual si el objeto es un número. La causa de esto es la imperfección de la definición habitual de «cuadrado». Pero se puede remediar el defecto estipulando que ha de entenderse como cuadrado de un objeto al objeto mismo si no es un número, y que «el cuadrado de un número» ha de entenderse en sentido aritmético. Entonces, del esquema «el cuadrado de a es mayor que 2» se obtiene siempre un enunciado que expresa un pensamiento falso si ponemos en lugar de «a» el nombre propio de un objeto que no es un número. Una vez establecido esto, se puede poner en el enunciado hipotético de nuestro ejemplo el nombre propio de cualquier objeto en lugar del numeral «3», y se obtendrá siempre un enunciado que expresa un pensamiento verdadero. Podemos expresarlo así: «Si algo es mayor que 2, entonces su cuadrado es mayor que 2», o mejor: «Si a es mayor que 2, el cuadrado de a es mayor que 2». Aquí la locución «si» parece ser la del lenguaje ordinario. Pero ya no tenemos dos pensamientos unidos. Si sustituimos la letra «a» por el nombre propio de un objeto, obtenemos un enunciado cuyo pensamiento aparece como un caso particular del pensamiento general, y en este caso particular tenemos en el antecedente y en el consecuente dos pensamientos que subsisten fuera del pensamiento del todo. Podemos considerarlos separadamente. Pero no podemos dividir el enunciado que expresa el pensamiento general sin convertir sus partes en sinsentidos. Pues la letra «a» confiere generalidad al contenido del todo, pero no a los enunciados integrantes. La parte «a es mayor que 2» no expresa ningún pensamiento, ni un pensamiento verdadero ni uno falso, porque ni «a» puede designar al igual que el nombre propio designa un objeto, ni puede conferir a esa parte generalidad de contenido. En relación con esta parte no cumple ningún fin, ni ayuda en nada a darle sentido. Esto mismo vale para la otra parte: «el cuadrado de a es mayor que 2». La «a» en una parte señala a la «a» de la otra y, justamente por ello, no pueden separarse, pues incluso así desaparece lo que «a» contribuye al sentido del todo y con ello se pierde la finalidad de «a». Del mismo modo, en latín no se puede dividir una oración compuesta cuyas partes vienen introducidas por «quot» y «tot» sin convertir éstas en sinsentidos. Llamo *enunciado impropio* al que tiene la forma gramatical de un enunciado sin ser, sin embargo, expresión de un pensamiento, pero que puede ser parte de una conexión de enunciados que sí expresa un pensamiento y al que, por lo tanto, sí puede llamarse *enunciado propio*. Según esto, ya no se puede distinguir en el enunciado general, como antes, antecedente y consecuen-

te, puesto que se han convertido en enunciados impropios que no expresan pensamientos. Ahora hablamos como si en algunos casos se satisficiera la condición y en otros no. Con ello se pone de manifiesto que lo que aquí llamamos condición no es un pensamiento, puesto que un pensamiento —prescindiendo siempre de leyendas y poesía— sólo es verdadero o falso. No puede suceder que el mismo pensamiento sea unas veces verdadero y otras falso. Se tiene entonces un enunciado impropio, del que se obtienen enunciados propios que expresan pensamientos ya verdaderos, ya falsos; pero estos pensamientos son entonces distintos: las letras que, como en nuestro ejemplo, sirven para conferir generalidad al contenido de un enunciado, se distinguen esencialmente por esta finalidad de los nombres propios. Entiendo que el nombre propio designa (o se refiere a) un objeto; «*a*» alude a un objeto, pero no tiene referencia, no designa o se refiere a nada. Palabras como «algo» y «cosa» desempeñan a menudo en el lenguaje natural el papel de las letras; pero a veces las letras no parecen ser sustituibles en absoluto. El lenguaje es en éste, como en otros aspectos, imperfecto. Para la comprensión de lo lógico, el uso de las letras es más ventajoso que el uso lingüístico. Consideremos ahora los enunciados impropios integrantes de nuestro enunciado general. Cada uno contiene una letra. Si sustituimos ésta por el nombre propio de un objeto, obtenemos de esta forma un enunciado propio que aparece ahora compuesto de dicho nombre propio y del resto. Este resto corresponde a la parte no-saturada del pensamiento y es también parte del enunciado impropio. Cada uno de los enunciados impropios integrantes contiene, además de la letra, un componente que corresponde a la parte no-saturada del pensamiento. Estas partes no-saturadas del pensamiento son también partes de nuestro pensamiento general, pero necesitan de un medio de unión que las traben entre sí, al igual que dos partes cerradas del pensamiento no pueden trabarse sin un medio de unión. Si expresamos el pensamiento general de nuestro ejemplo así: «Si *a* es mayor que 2, entonces *a* es algo cuyo cuadrado es mayor que 2», entonces las palabras «es algo cuyo cuadrado es mayor que 2» y «es mayor que 2» corresponden respectivamente a las dos partes no-saturadas del pensamiento, de las que precisamente estábamos hablando. Sin embargo, este «es» tiene que ser considerado como carente de fuerza asertórica. Las palabras «si» y «entonces», la letra «*a*» y la posición de las palabras, son el medio de unión estando «es» una vez al final, y la 2.^a vez inmediatamente después del «entonces» (*).

Sin embargo, sabemos que en realidad este tipo peculiar de unión se realiza por medio de la negación, la formación de una conjunción, de nuevo la negación y la generalización (*sit venia verbo*).

(*) La idea corresponde a la construcción alemana de la siguiente frase del original: *Wenn *a* grösser als 2 ist, so ist *a* etwas, dessen Quadrat grösser als 2 ist.* (página 83 de la edición del artículo de Frege citado más arriba). (N. del T.).

Sentido y referencia

Los nombres propios deben designar objetos, y llamamos a los objetos que designa un nombre propio su referencia. El nombre propio es, por otra parte, componente de un enunciado que expresa un pensamiento? El enunciado «El Montblanc tiene más de 4.000 m» hemos visto que el objeto no es parte del pensamiento. ¿Es, en general, necesario el objeto para que el enunciado exprese un pensamiento? Se dice que Ulises no es un personaje histórico, y se quiere decir con esta expresión contradictoria que el nombre «Ulises» no designa nada, no tiene referente. Si se acepta esto, no se niega por ello que tengan contenido conceptual todos los enunciados de la Odisea en los que aparece el nombre «Ulises». Pensemos por un momento que aceptamos que el nombre «Ulises» en la Odisea se refiere a un hombre, contrariamente a nuestra opinión. ¿Expresarían por ello los enunciados que contienen el nombre «Ulises» otros pensamientos? Creo que no. Los pensamientos permanecerían, a decir verdad, iguales; sólo se trasladarían del ámbito de la poesía al de la verdad. Según eso, el objeto designado por un nombre propio parece ser inesencial para el contenido del pensamiento del enunciado que contiene dicho nombre propio. ¡Inesencial para el contenido del pensamiento! Por lo demás, para nosotros no es lo mismo movernos en el reino de la poesía o en el de la verdad. Pero podemos inferir esto: Con el nombre propio tiene que estar unido algo que es distinto del objeto designado y que es esencial para el pensamiento del enunciado en el que aparece dicho nombre propio. Lo denomino sentido del nombre propio. Al igual que el nombre propio es parte del enunciado, su sentido es parte del pensamiento.

Otros caminos conducen a la misma meta. A menudo el mismo objeto tiene distintos nombres; pero generalmente no son intercambiables. Esto sólo se puede explicar porque nombres propios con la misma referencia pueden tener sentidos distintos. El enunciado «El Montblanc tiene más de 4.000 m» no expresa el mismo pensamiento que el enunciado «La montaña más alta de Europa tiene más de 4.000 m», aunque el nombre propio «Montblanc» designe la misma montaña que la expresión «la montaña más alta de Europa» que, según la forma de hablar aquí propuesta, es igualmente un nombre propio. Los enunciados «El lucero vespertino es el mismo que el lucero vespertino» y «El lucero vespertino es el mismo que el lucero matutino» se diferencian sólo por un nombre propio con la misma referencia. Sin embargo, expresan pensamientos distintos. El sentido del nombre propio con la misma referencia. Sin embargo, expresan pensamientos distintos. El sentido del nombre propio «lucero vespertino» tiene que ser distinto del sentido del nombre propio «lucero matutino». Resulta entonces que con el nombre propio está unido algo que es distinto de su referencia, que puede ser distinto en distintos nombres propios con la misma referencia, y que es esencial para el contenido del pensamiento del enunciado que contiene al nombre propio. Un enunciado en

sentido estricto, que contiene un nombre propio, expresa un pensamiento singular, y en éste distinguimos una parte cerrada y otra no-saturada. Aquella corresponde al nombre propio, pero no a su referencia sino a su sentido. También la parte no-saturada del pensamiento la concebimos como un sentido, a saber, el de la parte del enunciado distinta del nombre propio. Y siguiendo estas ideas, podemos también concebir al pensamiento mismo como un sentido, en concreto el sentido del enunciado. Al igual que el pensamiento es el sentido del enunciado entero, el sentido de una parte del enunciado es una parte del pensamiento. Entonces, el pensamiento resulta ser del mismo tipo que el sentido de un nombre propio, pero completamente distinto de su referencia.

Ahora se plantea la cuestión de si a la parte no-saturada del pensamiento, que puede considerarse como sentido de la parte correspondiente del enunciado, le corresponde algo que pueda considerarse como referencia de esta parte del enunciado. Es indiferente para el mero contenido del enunciado que el nombre propio tenga una referencia, pero, sin embargo, esto es de la mayor importancia al menos si nos movemos en dominios científicos. Depende de si nos hallamos en el ámbito de la poesía o en el de la verdad. Es, pues, improbable que el nombre propio se comporte de forma tan distinta del resto de un enunciado singular, que sólo en el nombre propio tenga importancia la existencia de un referente. Más bien hemos de suponer que a la parte restante del enunciado, que tiene como sentido a la parte no-saturada del pensamiento, le ha de corresponder algo en el reino de la referencia si el pensamiento entero debe hallarse en el ámbito de la verdad. Además, sucede que también en esta otra parte del enunciado pueden aparecer nombres propios, cuya referencia es de importancia. Si en un enunciado aparecen varios nombres propios, entonces el pensamiento correspondiente puede dividirse de maneras distintas en una parte cerrada y otra no-saturada. El sentido de cada uno de estos nombres propios puede contraponerse como parte cerrada a la otra parte del pensamiento, en cuanto que parte no-saturada. El lenguaje puede expresar los mismos pensamientos de forma distinta, haciendo que éste o aquel nombre propio sea el sujeto gramatical. Se dice que estas formas de expresión distintas no son equivalentes. Esto es cierto. Pero hay que tener en cuenta que el lenguaje no sólo expresa el pensamiento, sino que también le da una especial iluminación o coloración. Y éstas pueden ser distintas aunque el pensamiento sea el mismo. Es impensable que sólo en los nombres propios sea relevante la referencia y no lo sea en las otras partes del enunciado unidas a aquéllos. ¿De qué hablamos cuando decimos «Júpiter es más grande que Marte»? De los astros mismos, de los referentes de los nombres propios «Júpiter» y «Marte». Con las palabras «es más grande que» decimos que están en una cierta relación. Esta relación se da entre los referentes de los nombres propios y, por tanto, tiene que pertenecer ella misma al reino de la referencia. Según esto, tendremos que aceptar también que la parte del enunciado «es mayor que

Marte» tiene referencia y no sólo sentido. Si dividimos un enunciado en un nombre propio y la parte restante, entonces dicha parte restante tiene como sentido una parte no-saturada del pensamiento. Llamamos concepto a su referencia. Con ello cometemos un error que nos impone el lenguaje. Introduciendo la palabra «concepto», permitimos la posibilidad de enunciados de la forma «A es un concepto», donde A es un nombre propio. Con ello tildamos de objeto a algo que precisamente es absolutamente diferente de él. También el artículo determinado al principio de la expresión «la referencia del resto del enunciado» es incorrecto por las mismas razones. Pero el lenguaje nos impone tales imprecisiones, y así no nos queda nada más que ser conscientes de ello para no caer en el error y para que no se nos borre la estricta delimitación existente entre concepto y objeto. Podemos llamar al concepto, hablando figuradamente, no-saturado, o podemos decir que tiene carácter predicativo.

Hemos considerado el caso en que una estructura enunciativa está formada por un (enunciado impropio como) consecuente y por (otro enunciado impropio como) antecedente, conteniendo dichos enunciados impropios una letra (por ejemplo «a»). El resto de cada uno de esos enunciados impropios corresponde a una parte no-saturada del pensamiento y podemos decir, pues, que una parte tal del pensamiento es el sentido de la parte correspondiente del enunciado a la que hemos llamado resto. Dicha parte del enunciado tiene un referente que hemos llamado concepto. Así, tenemos un concepto que es el referente del resto del antecedente, y un concepto que es el referente del resto del consecuente. Estos conceptos se encuentran en una unión peculiar (o «relación»), a la que llamaremos relación de subordinación. Diremos que el concepto del antecedente está subordinado al concepto del consecuente. Si consideramos un enunciado singular como compuesto de un nombre propio y de la parte restante, entonces corresponde al nombre propio un objeto como referente, y a la parte restante un concepto, y objeto y concepto aparecen aquí en una unión o relación especial que llamamos subsunción. El objeto se subsume en el concepto. Está claro que la subsunción es algo totalmente distinto de la subordinación.

Hemos visto que las partes del enunciado tienen referencia. ¿Tiene también referencia un enunciado como un todo? Si nos importa la verdad, si nos movemos en el universo científico, exigiremos a todo nombre propio que aparezca en un enunciado que tenga referencia. Por otra parte, sabemos que es indiferente para el sentido del enunciado (el pensamiento) si sus partes tienen o no referencia; por tanto, tiene que estar unido al enunciado algo distinto del pensamiento, que dependa esencialmente de si sus partes tienen referencia. Esto es lo que llamaremos la referencia del enunciado. Pero lo único que depende esencialmente de la referencia de las partes del enunciado es lo que se llama el valor de verdad, es decir, si el pensamiento es verdadero o falso. En la saga y en la poesía los pensamientos no necesitan tener valor de verdad. Un enunciado que

contiene un nombre propio sin referencia no es ni verdadero ni falso; el pensamiento que expresa pertenece a la poesía. Entonces el enunciado no tiene referencia. Tenemos dos valores de verdad: lo verdadero y lo falso. Si un enunciado tiene alguna referencia, entonces ésta es lo verdadero o lo falso. Si se puede dividir un enunciado en partes que tengan todas ellas referencia, entonces también el enunciado tiene referencia. Lo verdadero y lo falso pueden considerarse como objetos, puesto que tanto el enunciado como su sentido (el pensamiento) tienen la característica de ser cerrados y no la de ser no-saturados. Si hubiera descubierto en lugar de lo verdadero y lo falso dos elementos químicos, hubiera causado mayor impresión a los doctos. Si decimos «el pensamiento es verdadero», nos parece que acompaña al pensamiento la verdad como propiedad. Tendríamos entonces el caso de la subsunción. El pensamiento estaría subsumido como objeto en el concepto de verdad. Pero aquí nos engaña el lenguaje». No tenemos la relación del objeto con la propiedad, sino la del sentido de un signo con su referencia. En el fondo, el enunciado «Es verdad que 2 es un número primo» no quiere decir más que «2 es un número primo». Si emitimos un juicio en el primer caso, entonces éste no radica en la palabra «verdadero», sino en la fuerza asertórica que le damos a la palabra «es». Pero podemos hacer lo mismo en el segundo enunciado, y el actor en escena podría omitir el primer juicio lo mismo que el segundo sin fuerza asertórica(*).

Un enunciado en sentido propio es un nombre propio y su referencia, si la tiene, un valor de verdad: lo verdadero o lo falso. Podemos dividir

(*) Observaciones sobre el uso de las letras en la aritmética: En la aritmética, la mayoría usan las letras sin pronunciarse sobre el modo, finalidad y justificación de ese uso, y sin siquiera tenerlo ellos mismos muy claro. La manera algebraica de denominar las incógnitas (permítaseme aquí esta expresión por mor de la claridad, aunque se podrían hacer objeciones) no es tan distinta del habitual en aritmética, como podría parecer a primera vista. Hablando de manera general, en la aritmética las letras deben conferir generalidad al contenido. Pero, ¿al contenido de qué? La mayoría de las veces no es a un enunciado singular o a una conexión de enunciados en el sentido de la gramática, sino a un conjunto de teoremas a primera vista totalmente independientes, cuya delimitación no siempre es fácil de reconocer. La lógica tiene que exigir que estos enunciados aparentemente independientes se unan en una estructura; pero si se sigue esta exigencia, la mayoría de las veces se producen monstruos lingüísticos. En la conceptografía, la línea de juicio, además de indicar la fuerza asertórica, tiene la capacidad de delimitar el alcance de la generalidad de las letras latinas¹⁴. Para poder limitar una generalidad a un alcance más pequeño, empleo las letras alemanas, y en ellas la concavidad¹⁵ indica la limitación del alcance. También en la aritmética se da a veces un uso de las letras que corresponde, aproximadamente, al de las letras alemanas en mi conceptografía. Pero no he descubierto ningún indicio de que sea consciente de que este uso sea algo especial. Probablemente la mayoría de los matemáticos no sabrían, si leyeran esto, a qué aludo. Yo mismo me he dado cuenta de ello muy tarde. El pensamiento depende en gran medida de medios auxiliares externos, y antes de que ciertas diferencias puedan ponerse de manifiesto, sería necesario al menos sustituir el lenguaje natural por un instrumento más sutil. Pero la mayoría de estos doctos han renunciado hasta ahora a hacer suyos estos medios.

muchos enunciados en una parte cerrada, que de nuevo es un nombre propio, y una parte no-saturada, que hace referencia a un concepto. Así, podemos también dividir muchos nombres propios, cuyos referentes no son valores de verdad, en una parte cerrada, que es de nuevo un nombre propio, y una parte no-saturada. Si ésta ha de tener referencia, entonces una vez saturada por cualquier nombre propio dotado de referencia, ha de producirse también un nombre propio con referencia. En caso de que esto ocurra, llamamos función a la referencia de la parte no-saturada. En cuanto a la inexactitud a la que nos fuerza el lenguaje, hay que hacer una salvedad semejante a la hecha anteriormente cuando introdujimos el término «concepto». La parte no-saturada de un enunciado cuya referencia hemos llamado concepto, ha de tener la propiedad de producir un enunciado en sentido propio, siempre que sea saturada por cualquier nombre propio con referencia; es decir, ha de producirse el nombre propio de un valor de verdad. Esto es lo que llamo condición de la limitación estricta del concepto. Todo objeto o cae o no cae bajo un concepto dado, *tertium non datur*. De esto se sigue una condición semejante para la función. Partamos como ejemplo del enunciado $3 - 2 > 0$. Lo dividimos en el nombre propio « $3 - 2$ » y el resto « > 0 ». Se puede decir que esta parte no-saturada se refiere al concepto de número positivo. Este concepto tiene que estar estrictamente delimitado. Todo objeto tiene que caer o no bajo este concepto. Dividamos ahora el nombre propio « $3 - 2$ » en el nombre propio « 2 » y en la parte no-saturada « $3 -$ ». Ahora podemos dividir el enunciado originario « $3 - 2 > 0$ ». Su referencia es el concepto de lo que sustraído a 3 da como resultado un número positivo. Si hubiera un nombre propio con referencia, tal que una vez saturada con él la parte no-saturada « $3 -$ » no se produjera un nombre propio con referencia, entonces la parte no-saturada « $3 - > 0$ », una vez saturada por α , tampoco produciría un enunciado en sentido estricto. Esto es, no se podría decir si el objeto designado por α caería bajo el concepto que constituye la referencia de « $3 - > 0$ ». De donde se sigue que las explicaciones habituales de los signos aritméticos son insuficientes.

Versión castellana: Luis Miguel Poveda.

Bibliografía

Escritos de FREGE

- (7) *Begriffsschrift, eine der arithmetischen Nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. L. Nebert, Halle a.S., 1879. X, 88 pp.
- (23) *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*. I. Band. H. Pohle, Jena, 1893. XXXII, 253 pp., Berichtigungen.
- (26) *Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik*. Archiv für systematische Philosophie, I (1895) pp. 433-456.
- (26) *Ausführungen über Sinn und Bedeutung*. Introducción.
- (30) *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*. II. Band. H. Pohle, Jena, 1903. XV pp., Berichtigungen, 265 pp., Wörterverzeichnis.
- (32) *Über die Grundlagen der Geometrie*. II. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, XII (1903) pp. 368-375.
- (41) *Der Gedanke. Eine logische Untersuchung*. Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus, I (1918) pp. 58-77.
- (42) *Die Verneinung. Eine logische Untersuchung*. Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus, I (1918) pp. 143-157.
- (43) *Logische Untersuchungen*. Dritter Teil: Gedankengefüge. Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus, III (1923), pp. 36-51.
- (51) *Nachgelassene Schriften*. Unter Mitwirkung von Gottfried-Gabriel und Walburga Rödding bearbeitet, eingeleitet und mit Anmerkungen versehen von Hans Hermes, Friedrich Kambertel, Friedrich Kaulbach. Félix Meiner Verlag, Hamburg, 1969, XLI, 322 pp.