

## Diseño de una intervención para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental en el aula

Tomas Ortega\*  
Maria Ortiz\*

### RESUMEN

El presente trabajo forma parte de un proyecto de mayor envergadura, que ha sido subvencionado por la Consejería de Educación y Cultura de la Junta de Castilla, y que se está llevando a cabo en el área de Didáctica de la Matemática de nuestra Universidad. Después de revisar con un grupo de profesores de Educación Primaria y Enseñanza Secundaria Obligatoria los recursos y la metodología para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental, se realizó una valoración cuantitativa para determinar las mejoras producidas por esa instrucción. Asimismo se compararon las destrezas en cálculo mental de uno de los grupos de la experimentación formado por dos grupos de alumnos de la misma edad de los Estados Unidos de Norteamérica (USA).

**PALABRAS CLAVE:** Cálculo mental - habilidades de pensamiento - estudio comparativo

**Design of an intervention for the teaching-learning of mental calculation in the classroom**

### ABSTRACT

This work is part of a larger project financed by the Department of Education of the Castilla-León Autonomous Regional Government presently being carried out in the Department of Mathematical Education of the University of Valladolid. In this part of the study we worked with a group of primary and secondary school teachers, who first reviewed the materials and methodology to be used in the teaching and learning of mental calculus and later experimented with these materials in the classroom. Their findings were used to make a quantitative evaluation of the relationship between the materials used and the learning results. The skills in mental calculus of one of the groups taking part in the this experiment are also compared to those of two groups of the same age from the USA.

**KEY WORDS:** Mental calculation – thought's ability - comparative study

**Description (dessin) d'une intervention pour l'enseignement –apprentissage du calcul mental dans la salle**

### RESUME

Résumé: Ce travail fait parti d'un projet de majeure envergure, qui a été subventionné par la "Consejería de Educación y Cultura de la Junta de Castilla, et qui prend place dans le domaine

---

Fecha de recepción: junio 2002

\* Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática, Universidad de Valladolid. Valladolid, España

de la didactique de la mathématique de notre université. Après avoir révisé avec un groupe de professeurs de l'éducation primaire et collègue les recours et la méthodologie pour l'enseignement - apprentissage du calcul mental, qui eux les ont expérimentés dans la salle et ont réalisé une valorisation quantitative pour déterminer la signification des améliorations produites par cette institution. De la même manière, se comparent les habilités en calcul mental d'un des groupes de l'expérimentation avec deux groupes d'élèves ayant le même âge aux Etats Unis.

**MOTS CLÉS:** Calcul mental - habilités de la pensée - étude comparatif

## **Desenho da uma intervenção -aprendizagem do cálculo mental salão de aula**

### **RESUMO**

Este trabalho faz parte de um projeto de maior envergadura, subvencionado pela Secretaria de Educação e Cultura da Junta de Castilha, que se está levando a cabo na área de Didática da Matemática da nossa Universidade. Depois de revisar, com um grupo de professores de Educação Primária e do Ensino Secundário Obrigatório, os recursos e a metodologia para o ensino-aprendizagem do cálculo mental, estes os experimentaram no salão de aula e foi feita uma avaliação quantitativa para determinar o significância das melhoras produzidas por essa instrução. Também são comparadas as destrezas em cálculo mental de um dos grupos da experimentação, com as de dois grupos de alunos da mesma idade dos Estados Unidos.

**PALAVRAS CHAVE:** cálculo mental – habilitate do pensamento – avaliação quantitativa

### **1. INTRODUCCIÓN**

En los últimos años el cálculo mental (CM) ha despertado gran interés en el Área de Didáctica de la Matemática, tanto en el ámbito de la docencia como en la investigación, y prueba de ello son las comunicaciones que se presentan en congresos, simposios y jornadas en las que una y otra vez se recomienda la necesidad de desarrollar en el aula actividades de CM de forma continua. Por su importancia se cita con especial énfasis el informe Cockcroff (1982, p. 92), los estándares curriculares del NCTM (1991), así como la LOGSE que lo presenta como uno de los objetivos generales.

En España, el trabajo más relevante de los últimos años sobre CM fue desarrollado por Gómez (1994), quien en su tesis doctoral retoma la opinión de numerosos investigadores en el campo de la educación matemática que defienden la práctica de este tipo de cálculo en el aula y destacan posibles influencias positivas tales como: contribuir a la comprensión y sentido del número, conocer las concepciones que tienen los estudiantes sobre los procedimientos de cálculo y proporcionar la base para el cálculo aproximado.

Asimismo, Gómez (1994) indica también que se desarrollan capacidades intelectuales ya que proporcionan versatilidad e independencia de procedimientos; ayudan en la reflexión para decidir y elegir; favorecen la concentración; proporcionan confianza en el cálculo aritmético y despiertan el interés y la capacidad de concentración.

Sin embargo no son pocos los autores que denuncian el abandono del CM en las aulas de Educación Primaria y Secundaria así como su escaso tratamiento en los libros de texto y la deficiente instrucción que, en general, tiene lugar en la formación del profesorado.

La primera aserción es compartida por Carroll (1996), que afirma que en las aulas se insiste en el cálculo algorítmico estándar en detrimento del CM. Respecto a las otras dos aserciones, por una parte, el profesorado con el que se ha trabajado afirma que no practica este tipo de cálculo en sus aulas por falta de tiempo; porque hay otros contenidos más importantes; porque lo desconoce; porque se siente inseguro ante el alumnado o porque no se incluye en los libros de texto, etcétera,

y por la otra , el escaso tratamiento que hacen los manuales escolares y que ya se han analizado con anterioridad, tal como se refleja en el estudio realizado por los autores a los libros de texto de Educación Primaria (EP); de primer ciclo de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) de diferentes editoriales, y que se presentaron en el Seminario de Investigación de Pensamiento Numérico y Algebraico (Málaga, 1999).

Por lo anterior se tiene el convencimiento de que si el profesor conoce los aspectos más importantes del CM, y además posee una selección de actividades cuidadosamente organizadas y secuenciadas, entonces gran parte de estas componentes negativas serán eliminadas. Interesante resultaría llevar a cabo un **“proyecto”** que consistiera en **“diseñar una intervención para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental que contribuyera a dotar al profesorado de herramientas eficaces de cara a la aplicación del mismo en el aula”**. A su vez el test de Chicago (que se detallará en el apartado 3 de la descripción de las etapas del proyecto) ha servido para medir la eficacia de dicha intervención y comparar la formación alcanzada por nuestros alumnos con la de niños estadounidenses de la misma edad.

## **2. DESARROLLO DEL PROYECTO**

El proyecto se desarrolló bajo la infraestructura del Centro de Profesores y Recursos 1 (CPR) de Valladolid durante el curso (1999-2000), el cual estuvo dirigido a profesores de EP y Primer Ciclo de ESO y se presentó con el título "Cálculo mental en el aula", comprendiendo una carga total de 30 créditos.

Formaron parte de la experiencia un total de 11 Maestros y Licenciados que se matricularon en el curso de los cuales sólo seis impartían clases, lo que permitió contar con 136 alumnos para evaluar, de alguna manera, la eficacia de la actividad desarrollada.

Aunque, conscientes de que las conclusiones pueden no ser extrapolables, sin duda éstas resultaron para nosotros muy enriquecedoras ya que sirvieron para conocer, entre otros puntos, parte de la problemática que conlleva la enseñanza-aprendizaje del CM en el aula y, por otra parte, el concurso de los alumnos de los profesores instruidos proporciona cierta garantía en lo que suponemos es una mejora del aprendizaje.

### **2.1. Objetivos:**

- Perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje del CM.
- Crear una herramienta de trabajo de CM para que el profesorado pueda implementarlo en el aula.
- Conseguir que el profesorado de EP incorpore en sus aulas de forma habitual los conocimientos del CM.
- Experimentar la validez del test de CM de la Universidad de Chicago como sistema de medida, comparando estos resultados con los de los alumnos de los profesores instruidos.

**2.2. Contenidos y Metodología:** A lo largo de este tiempo, curso 1999-2000 y siendo consecuentes con los objetivos que presentamos, hemos seguido la siguiente secuencia de actividades:

- Formación del profesorado en CM.
- Preparación del material de trabajo.
- Paso del pretest de CM al alumnado de los profesores que serán instruidos.
- Puesta en práctica del CM en las aulas. Reuniones periódicas con los profesores.
- Paso del postest de CM al final de la experiencia.

- Análisis de los datos.
- Conclusiones.

Aunque el profesorado de EP y ESO no tenía formación en CM, el trabajo con ellos se desarrolló en forma de seminario con una breve presentación de los contenidos; acto seguido se trabajó en la propuesta de actividades junto con la metodología de aula para cada actividad. Se hace una presentación de estas fases en los epígrafes siguientes.

### 3. DESCRIPCIÓN DE LAS ETAPAS DEL PROYECTO

#### 3.1. Formación del profesorado en cálculo mental

La primera parte del curso estuvo dedicada a fomentar la motivación y a la formación de los profesores participantes del proyecto, teniendo presente que estos profesores que trabajan o van a trabajar con niños de ocho a catorce años, desconocen lo que es el CM.

En primer lugar se presentó una serie de informaciones generales (definición de cálculo mental, justificación de su importancia en el aula, motivación de los alumnos, resultados de las investigaciones realizadas y metodología recomendada) y posteriormente se presentaron los contenidos y actividades necesarios para el trabajo en el aula:

- *Conceptos básicos del número y propiedades relacionadas con las operaciones.* Ya que la base del CM descansa en el conocimiento del número, así como en el conocimiento de las propiedades de las operaciones para la aplicación de los distintos tipos de estrategias.

- *Las tablas.* Comprensión y memorización, tanto de las de sumar-restar como las de multiplicar-dividir, por ser otro de los pilares para la resolución de cualquier tipo de cálculo, algo que resulta evidente cuando se está en CM.

- *Estrategias.* Haciendo uso de los contenidos anteriores se presentan numerosas estrategias que facilitan la resolución mental de las distintas operaciones; y según el nivel pueden ser con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales.

- *Juegos y material didáctico.* Su misión es doble, por una parte sirven para trabajar las operaciones con las estrategias que consideren los alumnos más oportunas; por otra parte, el juego puede motivar la relación y discusión entre sus componentes, al mismo tiempo que resta dureza a un trabajo que implica bastante esfuerzo de concentración, memorización, etc. En cuanto al material didáctico, persigue los mismos objetivos que los juegos y es otra alternativa de progreso de este aprendizaje.

- *Problemas orales.* Además de ser útil para la comprensión de significados, la resolución mental de problemas sencillos es otra manera de completar la aplicabilidad de este tipo de cálculo. Puede hacerse mediante representaciones de los problemas con simples dictados y en los primeros cursos de EP, son muy bien aceptadas en la clase.

Como es lógico las actividades de CM que se desarrollen en las aulas deben adecuarse al nivel educativo de los alumnos con los que se trabaje y el objetivo de esta propuesta es que sirva de modelo a los profesores en ejercicio para que ellos elaboren su propia programación. En el Anexo II se ejemplifican algunas actividades ya que éstas componen un manual escolar y, por tanto, no se pueden incluir aquí.

#### 3.2. Preparación del material de trabajo

Una vez presentados los contenidos teóricos se continuó con la preparación del material y para ello se dedicaron varias sesiones de trabajo en el CPR 1 durante todo el curso. El objetivo fundamental consistió en elaborar, seleccionar y organizar por semanas todo el material que iban a necesitar en sus aulas. Esto se llevó a cabo en grupos de trabajo formados por profesores de un mismo ciclo, tanto para EP como para ESO, a los que se les

proporcionó material impreso con numerosos ejemplos de estrategias, juegos y problemas y bibliografía.

Así se diseñaron las actividades de CM y se programaron en unidades semanales, dedicando un período de tiempo parecido cada día. Como ejemplo se expone la puesta en práctica que correspondiente a la semana 23 para alumnos de primer curso del primer ciclo de EP:

*Lunes: Numeración.*

- Dinos si está más cerca de 20 o de 30: 22, 28, 23, 29, 25
- Contar desde 0 hasta 60 de 2 en 2 (cada niño un número): 0, 2, 4, 6, ...
- Dinos el número anterior y el posterior de: 20, 40, 50, 30, 60, ...
- Escoge el número menor entre: 12 y 21, 31 y 13, 67 y 76, 51 y 15, ...

**Martes: Operaciones y estrategias.**

- Resuelve las sumas:  $4+3$ ,  $14+3$ ,  $20+2$ ,  $30+2$ ,  $9+4$ ,  $19+4$ , ...
- Resuelve las restas:  $14-10$ ,  $16-10$ ,  $15-10$ ,  $17-10$ ,  $12-10$ ,  $13-10$
- Resuelve y memoriza las siguientes sumas y restas:  $(3+1, 4-1, 4-3)$ ,  $(3+2, 5-3, 5-2)$ ,  $(3+3, 6-3)$ ,  $(3+4, 7-3, 7-4)$ ,  $(3+5, 8-3, 8-5)$
- Resuelve y memoriza las siguientes sumas y restas:  $(3+6, 9-3, 9-6)$ ,  $(3+7, 10-3, 10-7)$ ,  $(3+8, 11-3, 11-8)$ ,  $(3+9, 12-3, 12-9)$

**Miércoles: Problemas orales y juegos.**

- Pedro tiene 10 años. ¿Cuántos le faltan para tener 12 años como Julia?
- *Juego:* Con tres dados, dos rojos y uno blanco, cada vez que se tiran sumar los rojos y al resultado restar el blanco.

**Jueves: Problemas orales y juegos.**

- ¿Cuántos dedos hay en una mano y 4 dedos?
- *Juego:* El juego de la oca.

**Viernes: Repaso de la semana.**

Insistir en aquellas actividades que hayan quedado menos afianzadas.

**Nota:** En numeración se insiste en la comparación de números conflictivos, para trabajar el valor posicional. En operaciones, intentamos que sepan inducir (y por tanto reflexionen) de una operación  $4+3$  a  $14+3$  ( $20+2$ ,  $30+2$ ) ya que de esta manera les resulta más fácil, si saben la primera llegan a la segunda. En cuanto a problemas se refiere aparece por primera vez el complementario en la resta.

En la secuenciación presentada se tomaron en cuenta los siguientes criterios: en principio conviene trabajar el número ya que son ejercicios que cumplen la función de preparar la operación y resultan ser los más sencillos; seguida de las operaciones y estrategias que es el apartado más exigente en contenido y en actividad mental, con esta base de la semana en el miércoles y jueves se pueden aplicar los conocimientos a los problemas y a los juegos, éstos últimos bajarán la tensión y lo harán más atractivo. Al principio es probable que no se pueda llevar a cabo la sesión entera ya que requiere entrenamiento y concentración y éstos se consiguen poco a poco es conveniente que, desde el primer día, cada sesión se trabaje con un ambiente de tranquilidad y de motivación.

### 3.3. Paso del pretest de CM al alumnado

Como ya se ha indicado en la introducción de este trabajo la garantía de que la formación del profesorado ha sido eficaz debe medirse a través del aprendizaje de sus alumnos. Esto es, creemos que la instrucción no tiene que medirse en quienes la reciben, sino que ésta debe trascender y ser medida en los aprendizajes que se producen en los niños, como consecuencia de la aplicación de la enseñanza en la que han sido formados.

*Test de Cálculo mental.* Como se comentó anteriormente se aplicó a los alumnos, antes y después de la experiencia un test para medir la intervención efectuada en CM. La autoría del mismo corresponde a William M. Carroll y lo utilizó para valorar la eficacia de un currículo diseñado en la Escuela de Proyectos Matemáticos de la Universidad de Chicago (UCSMP), siguiendo la línea de las nuevas corrientes de Reforma del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991).

El programa en cuestión, *Las matemáticas de cada día*, comienza desde el nivel pre-escolar jardín de infancia y, a grandes rasgos, consiste en dar más importancia a las destrezas de estimación y al sentido de los números que a las computaciones de lápiz y papel; también se prima el trabajo en grupo de los alumnos a los que en vez de enseñar algoritmos específicos se les anima a desarrollar y compartir sus propios métodos, ya sea con su grupo o con la totalidad de la clase. Las calculadoras se usan regularmente durante la solución de problemas y éstos suelen presentarse en situaciones de juego o de aplicación.

En el trabajo que presentó Carroll (1996) se compararon los resultados de los alumnos de 5º grado del currículo de UCSMP con los del mismo nivel de la enseñanza tradicional (Reys). El test constaba de 24 ítems; 6 sumas, 6 restas, 10 multiplicaciones y 3 divisiones, y los alumnos que lo realizaron tenían 10 y 11 años, edades que coinciden con los estudiantes de 5º curso de EP.

En principio el objetivo es verificar si éstos habían progresado con la práctica y, en segundo término, comparar la preparación en CM de nuestros alumnos con los del programa UCSMP y los del Reys. Lógicamente se tuvieron que hacer algunas modificaciones en el test de Chicago para adaptar la terminología a la de nuestros alumnos (cambiar millas por kilómetros y dólares por euros).

La experimentación del proyecto se llevó a cabo en las clases de los profesores que participaron en el proyecto; en total 136 alumnos distribuidos en los siguientes cursos y niveles educativos: 1 curso de 3º de EP, de 13 alumnos; 1 curso de 4º de EP, 12 alumnos; 3 cursos de 5º de EP (13, 24 y 28 alumnos); 1 curso de 6º de EP, de 22 alumnos; 1 curso de 1º de ESO de 24 alumnos. Los estudiantes pertenecían a 5 centros educativos diferentes aunque se insiste en que la muestra puede ser poco significativa, ya que es producto del alumnado que tenía asignado el profesorado que asistió al curso.

En los datos cualitativos suministrados por los profesores se tomó en cuenta toda la muestra, mientras que en el análisis cuantitativo sólo contaron los resultados de los 65 alumnos de 5º curso y lo anterior por dos razones: su edad, que era la misma que la de los grupos de USA; y su número, que es el de mayor población.

### **3.4. Implementación del CM en las aulas**

La implementación en las aulas comenzó en los primeros días de enero del año 2000, una vez que el profesorado terminó de preparar la primera parte del material con el que tenía que trabajar en las aulas, y finalizó en los últimos días de mayo. Se trataba de trabajar el CM entre 5 y 10 minutos todos los días de la semana durante todo el año, implementando las fichas que se habían preparado.

Durante ese tiempo se hizo un seguimiento de forma periódica con reuniones con los profesores en las que se comentaban las experiencias, se proponían sugerencias y se trataba la dificultad de los contenidos presentados.

Para tener una constancia de sus opiniones, éstas se registraban en una "hoja cuestionario" con las siguientes preguntas abiertas: si se había efectuado o no la estrategia, grado de eficacia, grado de dificultad de la misma, juegos y problemas que habían empleado para trabajarla,

comentarios sobre la misma, comentarios generales (sobre el defecto o exceso de contenidos por semana, demasiado repaso, estrategias no recomendadas y estrategias nuevas que se pueden aportar), y otras sugerencias.

Lo anterior sirvió para modificar aspectos secuenciales y metodológicos de los contenidos propuestos, así como la introducción de aportaciones de mejora para el proyecto.

### **3.5. Paso del postest de CM al final de la experiencia**

Una vez que concluyó la fase de implementación, y con el fin de analizar el posible avance de los alumnos, se aplicó nuevamente el mismo cuestionario, aunque en este caso sólo se realizó a 86 alumnos de 3 cursos de 5º de EP (13, 24 y 25 alumnos) y 1 de 24 alumnos de 1º de la ESO.

## **4. ANÁLISIS DE LOS DATOS**

De las dos fuentes de datos disponibles (profesores y alumnos) vamos a comenzar por la primera que tiene un carácter más general y una incidencia de tipo metodológico.

### **4.1. De los datos suministrados por los profesores**

Es una creencia generalizada del profesorado que se produce una excelente respuesta por parte de los niños a este tipo de actividades, y recomiendan llevarlo a cabo diariamente en los 5 y 10 minutos antes de acabar la clase, ya que piensan que esto les distrae menos de los contenidos reglados, y creen que 10 minutos es un tiempo excesivo. Excepto los profesores de ESO, los demás piensan que han “ganado el tiempo perdido”, ya que a la hora de resolver problemas notaban que tenían menos dificultades para la resolución de operaciones, y todos los profesores querían seguir con la experiencia.

En cuanto a contenidos y actividades, la mayoría del profesorado coincide en los siguientes aspectos:

- Las series decrecientes tienen mayor dificultad que las crecientes; en concreto resaltan la dificultad de restar el 3.
- La descomposición numérica suele agrandar a los niños, y, a veces, las crean ellos mismos con distintas operaciones, aunque sean alumnos de cursos inferiores.
- La dificultad del cálculo está en relación directa con el número de cifras de los números y a los alumnos les cuesta memorizar a partir de tres números cuando aplican la asociativa, y la aplicación de la propiedad distributiva les resulta difícil a todos, incluso para los alumnos de cursos superiores.
- En cuanto a las tablas, los números más difíciles de memorizar, tanto para la tabla de sumar como de multiplicar, son el 6, 7 y 8. El trabajo de las tablas de sumar y restar, en los primeros cursos, les llevó más tiempo del previsto inicialmente.

Algunos profesores suprimen estrategias como aplicar la invariancia, cambiar el signo de la resta parcial, divisiones descomponiendo el divisor, etc. porque entienden que resultan muy difíciles y no les aporta demasiado.

### **4.2. De los tests de los alumnos**

En este trabajo, como se indicó antes, analizarán los resultados de las respuestas de los ítems del cuestionario que corresponde a 5º curso de EP, antes y después de haber trabajado el CM en el aula. En ambos casos, lo mismo que en UCSMP y Reys, las valoraciones de los ítems que se hicieron fueron 1 ó 0, según que la respuesta haya sido correcta o incorrecta. En la primera tabla del ANEXO se presentan agrupados en tres bloques los resultados de las respuestas a las cuestiones del test de

Chicago: La parte oral, que comprende ejercicios de viva voz; la parte escrita formada por los ejercicios impresos y los problemas.

En la primera columna figuran todas las cuestiones del test, en las dos siguientes las puntuaciones medias de aciertos de los grupos estadounidenses, UCSMP (UCS) y Reys, en las columnas 4ª y 5ª aparecen las puntuaciones medias de respuestas correctas del pretest y del postest de los grupos españoles de 5º curso de EP, medias que, por la puntuación efectuada, coinciden con las proporciones de las respuestas acertadas.

Finalmente, en las tres últimas columnas se muestran las diferencias tipificadas ( $Z$ ) entre las proporciones de aciertos de las muestras consideradas (de las medias de las puntuaciones):  $Z_{UCS-Pos}$ ,  $Z_{Reys-Pre}$  y  $Z_{Pre-Pos}$ . La experimentación realizada se ajusta al modelo descrito por Christensen (1989, pp. 354-355), y los valores de  $Z$ , que siguen una distribución normal, vienen determinados por la razón entre la diferencia de los valores obtenidos y el error probable  $E_{p1-p2}$  de las proporciones obtenidas en cada caso, resultando:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{E_{p1-p2}}$$

siendo el error probable de la diferencia:

$$E_{p1-p2} = \sqrt{\frac{p_1 \times q_1}{n_1} + \frac{p_2 \times q_2}{n_2}}$$

El número de individuos de las muestras ( $n_1=65$  y  $n_2=62$ ) hacen posible que estos valores de  $Z$  se puedan comparar directamente con los de la  $t$  de Student, mismos que quedan reflejados en la Tabla 1. La diferencia entre ambos test será significativa si  $Z$  es mayor que  $t$ , para un nivel de confianza dado.

En la Tabla 2 del anexo se presentan las proporciones de los resultados correctos de los cuatro grupos, los cuales fueron ordenados de mayor a menor dificultad según la relación los resultados del grupo español de 5º curso, considerando la media aritmética de las puntuaciones obtenidas en el pretest y en el postest. Además, en la última columna de la tabla se han considerado las repeticiones de las categorías aritméticas (características de la operación) que intervienen en las respuestas de cada una de las cuestiones, y que permitirán realizar un análisis más detallado .

Son éstas: Sumas (S), restas (R), multiplicaciones (M), divisiones (D), operaciones que tienen o dan cero en la última cifra, en cinco o suman 0 (A0), intervienen decimales (DE), se presentan ejercicios con más de una operación (>O), las cifras con las que se trabajan son más de 2 (>2C).

A continuación se da cuenta del análisis realizado sobre la evolución que presentan los alumnos en CM, después de haber trabajado este tipo de cálculo desde los primeros días de enero a los últimos de mayo con la metodología descrita. Una comparación directa de los datos obtenidos que se resumen en la Tabla 1 del anexo, nos indica que se produce una mejora en 22 de las 24 cuestiones que configuran el test de Chicago adaptado.

Para analizar el grado de significación de esta mejora se realizó un análisis cuantitativo simple sobre los datos obtenidos, y para ello se compararon los valores calculados de  $Z$  con los valores tabulados de la  $t$  de Student para un total de 125 grados de libertad, ya que el número de alumnos del pretest fue de  $n_1 = 65$  y el del postest  $n_2 = 62$ .

La  $t$  de Student alcanza el valor de 1.98 para un nivel de confianza del 95% ( $\alpha=0.05$ ) y de 1.66 para un nivel de confianza del 90% ( $\alpha =0.10$ ), y, por tanto, para ver si la mejora de resultados obtenidos después de la intervención es significativa para estos niveles, se compararon los valores con los errores probables de la diferencia.

La Tabla 1 reproduce los valores de las medias ponderadas de los promedios de aciertos y de los valores calculados de  $Z_{Pre-Pos}$ , tanto globales (segunda fila) como por bloques (filas 3ª, 4ª y 5ª). Esta tabla muestra como la media total, que pasa de 65.2% a 79.6%, presenta una mejora significativa con un nivel de confianza en torno al 94%, tal como se observa en la Tabla 1, al comparar la diferencia tipificada  $Z$ , cuyo valor es de 1.838, con los valores de la  $t$  de Student, para  $n-2=125$  grados de libertad. La diferencia es mayor en los ejercicios de enunciado oral, que es significativa por encima del 95%, y baja en los ejercicios enunciados de forma escrita y en los problemas, pero aún se mantiene significativa por encima del 90% en ambos casos.



	Medias 5° Pretest (n=65)	Medias 5° Postest (n=62)	Z <sub>Pre-Pos</sub> Calculada	t Student n-2 =125	
				(α=0.05)	(α=0.10)
<b>Valores globales ►</b>	<b>0.652</b>	<b>0.796</b>	<b>1.838</b>	<b>1.98</b>	<b>1.66</b>
Parte Oral	0.725	0.874	2.146	1.98	1.66
Parte escrita	0.642	0.774	1.663	1.98	1.66
Problemas	0.496	0.654	1.816	1.98	1.66

Tabla 1. Grado de significación global de la mejora de la instrucción.

Lógicamente, como puede apreciarse a simple vista en la Tabla 1 del anexo, existen muchas diferencias entre las mejoras que se producen en cada una de las cuestiones, en las que pueden influir las dificultades de los ítems.

La Tabla 2 del anexo se elaboró ordenando los ítems en sentido creciente de las puntuaciones medias de sus respuestas correctas en el pretest y en el postest. Esta ordenación indica que los ítems que resultaron más difíciles fueron: un problema de división con decimales y más de dos cifras; una resta de decimales con más de dos cifras, resolver una multiplicación  $25 \times 28$  con resultado de más de dos cifras (con factores que no terminan en cero), un problema en donde interviene también una sustracción de decimales y más de dos cifras.

A éstos les siguen restas, divisiones y productos de más de dos cifras (con factores que no terminan en cero), y los más fáciles son los de sumar. Tales observaciones pueden indicarnos que las categorías de mayor dificultad están asociadas a la división y a la resta con presencia de decimales y con más de dos cifras; así como la multiplicación que necesitaría el conocimiento de una estrategia particular ( $25 \times 28 = 100 \times 28 : 4$ , ó bien  $5 \times (5 \times 28)$ ).

Para profundizar en los aspectos que pueden facilitar o dificultar la ejecución de estas tareas y cómo ha mejorado el CM después de la intervención conviene hacer un análisis diferente que tome en cuenta otros patrones. En este sentido se considera más adecuado un estudio sobre las categorías aritméticas que intervienen en los ítems y con este fin se ha elaborado la Tabla 2 a partir de las Tablas 1 y 2 del anexo.

En la primera columna se muestran las categorías con las frecuencias de las mismas, en la segunda y en la tercera se muestran las medias de cada una de ellas (media de las respuestas acertadas de las cuestiones donde aparece la categoría), en la cuarta los valores calculados de Z para estas medias y en las dos últimas los valores de la t de Student para los mismos niveles de significación que antes.

	5° Pretest (n=65)	5° Postest (n=62)	Z <sub>Pre-Pos</sub> Calculada	t Student n-2 =125	
				(α=0.05)	(α=0.10)
<b>Medias ponderadas ►</b>	<b>0.632</b>	<b>0.781</b>	<b>1.863</b>	<b>1.98</b>	<b>1.66</b>
Suma (5)	0.851	0.895	0.747	1.98	1.66
Resta (6)	0.582	0.683	1.187	1.98	1.66
Multiplicación (10)	0.643	0.839	2.594	1.98	1.66
División (3)	0.421	0.694	3.223	1.98	1.66
Acabado en 0 (10)	0.711	0.855	2.004	1.98	1.66
Decimales (3)	0.262	0.495	2.784	1.98	1.66
Más de una operación (3)	0.704	0.827	1.656	1.98	1.66
Más de dos cifras (16)	0.623	0.760	1.692	1.98	1.66

Tabla 2. Comparación entre las categorías aritméticas del Pretest y del Postest.

Comparando las medias de las respuestas correctas de las categorías en columnas 3ª y 4ª se aprecia inmediatamente las mejoras en todas ellas, aunque, lógicamente, los niveles de significación son muy diferentes: la mejora en la suma es la menos significativa (es la más fácil para los alumnos) y las más significativas corresponden a “división y decimales”, que son las que resultan más difíciles produciéndose una inversión entre la resta (más difícil y mejora poco significativa) y las demás (más fáciles y mejoras más significativas), sin duda por la presencia de decimales y más de dos cifras en el problema de la resta, y por el requerimiento de estrategias específicas en los ítems de multiplicaciones. La mejora global respecto de estos parámetros sigue estando próxima a unos niveles de significación del 94%.

## 5. COMPARACIONES CON EL TEST DE CHICAGO

En este apartado se compararán por partida doble los datos disponibles con los aportados por Wilians M. Carrol Por una parte se compararán los resultados del pretest con los del Currículo Reys, y, por otra, los del postest con los del Currículo UCSMP, ya que entre ambas asociaciones se establece la relación de la instrucción.

### 5.1. Currículo Reys y alumnos del pretest

Se establece esta comparación porque tanto el grupo Reys como el grupo español de 5º curso, pues ambos pueden tener características similares de formación, ya que ninguno ha recibido una instrucción específica de CM en el aula. La tabla 3 muestra los resultados de ambos grupos ordenados por las categorías aritméticas consideradas.

Para que la comparación de los valores calculados de las desviaciones tipificadas con los tabulados de la *t* de Student sea más fácil, en las dos últimas columnas de la Tabla 3 se reproducen los valores de ésta para los niveles de confianza consignados. La segunda columna presenta las medias totales y las de los ejercicios y problemas y en las siguientes aparecen los que corresponden a las componentes que intervienen en las operaciones de los ítems del test.

Las columnas muestran las puntuaciones obtenidas por los alumnos estadounidenses de Reys y por los alumnos de 5º curso antes de iniciar la intervención. A continuación se calculan las diferencias absoluta  $\Delta$  y la relativa % (siempre respecto a los alumnos de 5º) y el balance es favorable para los alumnos de 5º con una diferencia del 63% en la media total.

En cuanto a los apartados que componen la tabla el procedimiento, es similar. En cuanto a las operaciones, en ambos grupos las tareas más fáciles son las de sumar y las más difíciles las de dividir. El trabajo con decimales sigue presentando las mayores dificultades para los dos grupos.

	Media Reys	Media 5º PRE	Z <sub>Reys-Pre</sub> Calculada	<i>t Student</i>	
				( $\alpha=0.05$ )	( $\alpha=0.10$ )
<b>Medias ponderadas ►</b>	0.219	0.630	6.300	<b>1.98</b>	<b>1.66</b>
Suma (5)	0.33	0.85	9.747	1.98	1.66
Resta (6)	0.23	0.58	5.243	1.98	1.66
Multiplicación (10)	0.22	0.64	6.457	1.98	1.66
División (3)	0.11	0.42	4.818	1.98	1.66
Acabado en 0 (10)	0.27	0.71	6.996	1.98	1.66
Decimales (3)	0.08	0.26	3.155	1.98	1.66
Más de una operación (3)	0.18	0.70	8.412	1.98	1.66
Más de dos cifras (16)	0.20	0.62	6.431	1.98	1.66

Tabla 3. Comparación entre las categorías aritméticas del Reys y del Pretest.

Particularizando a cada ítem, y ordenándolos por porcentaje de respuestas incorrectas, casi coinciden las

cuatro cuestiones mencionadas como más difíciles en la comparación anterior, exceptuando el ítem 75+85+25+2000 que figura como la más difícil sólo para el grupo de Reys.

### 5.3. Currículo UCSMP y alumnos del Postest

En este caso comparamos ambos colectivos porque, como ya se ha indicado, los dos han recibido instrucción, si bien los estadounidenses durante toda su formación, los españoles sólo han realizado tareas de CM en un período de cinco meses.

La Tabla 4 muestra los resultados con el mismo formato que las anteriores, en donde los porcentajes de aciertos continúan siendo superiores para nuestro colectivo. Estas diferencias se observan no sólo a nivel medio, sino en ejercicios y problemas. Sin embargo, interesante resultaría destacar que así como la media de problemas para el grupo americano se sitúa al mismo nivel que la de los ejercicios, ya sean con presentación oral o escrita, en el grupo español no ocurre lo mismo.

Respecto al grado de dificultad de las operaciones se observa que en el grupo UCSMP el orden crece según la siguiente secuencia: suma, división, resta y multiplicación. Sin embargo, en los alumnos españoles se sigue otro orden: suma, multiplicación, y la división y resta similares. Como en las comparaciones anteriores, también en este grupo, el trabajo con decimales sigue resultando el más difícil, siendo este contenido junto con la multiplicación los que presentan mayor desventaja respecto al grupo español.

	Media UCS	Media 5° POST	Z <sub>UCS-Pos</sub> Calculada	<i>t Student</i>	
				( $\alpha=0.05$ )	( $\alpha=0.10$ )
<b>Medias ponderadas ►</b>	0.460	0.780	4.140	<b>1.98</b>	<b>1.66</b>
Suma (5)	0.61	0.90	4.322	1.98	1.66
Resta (6)	0.42	0.68	3.192	1.98	1.66
Multiplicación (10)	0.39	0.84	6.230	1.98	1.66
División (3)	0.49	0.69	2.452	1.98	1.66
Acabado en 0 (10)	0.55	0.85	4.148	1.98	1.66
Decimales (3)	0.24	0.49	3.133	1.98	1.66
Más de una operación (3)	0.42	0.83	5.580	1.98	1.66
Más de dos cifras (16)	0.46	0.76	3.833	1.98	1.66

Tabla 4. Comparación entre las categorías aritméticas del UCSMP y del Postest.

Particularizando a cada ítem, y ordenándolos por porcentajes de respuestas incorrectas, se observó que éstas se encuentran entre los cinco primeros de los dos grupos. (Problema de las cintas; 20,00 €-11,98 € 25×28; Raquel tenía 25 €..., 265 menos 98), y añadiendo a éstos la diferencia: 265 menos 98.

Los más fáciles no coinciden. Importante resulta destacar, que la cuestión 25×28, que para el grupo UCSMP ocupó el primer lugar en cuanto a dificultad; para el grupo español después de haber recibido la formación ocupa el quinto. Esta cuestión que implica el conocimiento de una estrategia, como se indicó cuando comparamos los grupos españoles entre sí, la dificultad que presenta para el grupo UCSMP, ya que al parecer, no trabajaron con estrategias formales.

## 6. REFLEXIONES FINALES

Como consecuencia del trabajo de formación, planificación del trabajo, elaboración de material escolar de CM, seguimiento del proyecto (conversaciones y sugerencias de los profesores) y del análisis de los datos suministrados por los alumnos, a continuación se

presenta una síntesis de las pautas que ayudan en nuestros trabajos actuales y de las aportaciones de este trabajo:

- Se ha observado un avance significativo en el cálculo mental de los alumnos que han tenido la experiencia del trabajo del CM en el aula.
- Una mejor preparación de los alumnos de nuestra muestra, frente a los colectivos de Reys y UCSMP.
- Hemos observado que el 20% de las cuestiones que resultan más difíciles a todos los colectivos presentan las siguientes características comunes:
  - Problemas o ejercicios para cuya resolución hay que operar con decimales (4 cifras),
  - Divisiones y operaciones con decimales.
  - La combinación de dificultades tiene un efecto holístico.
  - Fallos en operaciones ( $25 \times 28$ ), que se pueden subsanar con determinadas estrategias.
- En nuestra muestra se observa que los problemas presentan peores resultados, que los obtenidos por el grupo UCSMP, lo que nos hace pensar en la conveniencia de introducir un mayor número de actividades que conlleven aplicaciones de los conocimientos.
- Sí nos gustaría destacar que el profesorado ha seguido algunas veces otras pautas que le han parecido más convenientes, distintas de las preconizadas, lo cual ha originado diferencias, ya que han prescindido o añadido otros contenidos y actividades. Pensamos, por otra parte, que en este tipo de experiencias resulta difícil conseguir una homogeneidad. Éste ha sido uno de los puntos débiles de la experiencia a mejorar en futuras intervenciones y por ello:
- Nos parece muy importante que el profesor tenga una guía de actividades para cada día de la semana, que permita facilitarle la puesta en práctica en el aula del CM. Con este objetivo estamos elaborando una guía de materiales curriculares. Dicha guía surge de las investigaciones realizadas en este campo y de la experiencia en el ejercicio de la profesión. El cuadernillo correspondiente al primer ciclo de EP ya ha sido utilizado en varios colegios de Valladolid y de Palencia en los 2 últimos cursos, y se está revisando continuamente teniendo en cuenta las sugerencias de los profesores que lo están utilizando, lo que, sin duda, repercutirá en su mejora.

## BIBLIOGRAFÍA

- Codina, R. et al. (1992). *Fer Matemàtiques*. Universitat de Barcelona. Barcelona. España.
- Dickson, L. et al. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona, España: Labor.
- Fernández, J. & Rodríguez, M. (1989). *Juegos y pasatiempos para la enseñanza de las Matemáticas*. Madrid, España: Síntesis. Col. Matemáticas. Cultura y aprendizaje.
- Giménez, J. & Gironde, L. (1993). *Cálculo en la escuela. Reflexiones y propuestas*. Barcelona, España: Editorial Graó.
- Gómez Alonso, B. (1988). *Numeración y cálculo*. Madrid, España: Síntesis. Col. Matemáticas. Cultura y aprendizaje.
- Gómez Alonso, B. (1994). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Granada, España: Comares.
- Gómez Alonso, B. (1995). Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada

en los libros de aritmética. *UNO 5*.

- Hernan, F. Carrillo, E. (1988). *Recursos en el aula*. Madrid, España: Síntesis. Col. Matemáticas. Cultura y aprendizaje.
- Hidalgo, S. et al. (1999). Evolución y destrezas básicas para el cálculo y su influencia en el rendimiento escolar en matemáticas. *Suma 30*.
- M.E.C. (1989). *Diseño Curricular Base. Educación Primaria*. Madrid M.E.C.
- NCTM (1991). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Sevilla. Versión original de 1989.
- Pereda Ortiz Del Río, L. (1986). *Matemáticas - Ciclo medio de E.G.B. Didáctica del cálculo mental*. Bilbao, España: Colección Magisterio. Derio.
- Rico, L. et al. (1988). *Números y operaciones*. Madrid, España: Síntesis. Col. Matemáticas. Cultura y aprendizaje, nº 2.
- Segovia, I. et al. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid, España: Síntesis. Col. Matemáticas. Cultura y aprendizaje, nº 9.
- Torra, M. et al. (1994). *Matemáticas. Educación Primaria 1º, 2º y 3º ciclo*. Madrid, España: MEC.
- Carroll, W. (1996). Mental Computation of Students in a Reform-Based Mathematics Curriculum. *School Science and mathematics 96(6)*. October 1996.
- Varios autores: Libros de texto y material didáctico de Educación Primaria y de la E.S.O. de distintas editoriales.

**Maria Ortiz y Tomas Ortega**

Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática  
 Universidad de Valladolid. Valladolid, España

**E-mail:** mortiz@am.uva.es,  
 ortega@am.uva.es

*ANEXO I*

RESULTADOS DE LOS TEST							
<i>CURRÍCULOS ▶ ▶</i>	UCS	Reys	5º-Pret	5º- Post	Z	Z	Z
<i>EJERCICIOS DEL TEST ▼ ▼</i>	<i>n=78</i>	<i>n=250</i>	<i>n=65</i>	<i>n=62</i>	UCS- Pos	Rey-Pre	Pre- Pos

P A R T E  O R A L	47 más 29	0.62	0.35	0.877	0.887	3.921	10.396	0,175
	28 más 75	0.63	0.34	0.877	0.887	3.787	10.619	0,175
	265 menos 98	0.08	0.06	0.508	0.677	8.929	7.022	1,968
	El doble de 84	0.76	0.50	0.846	0.903	2.335	6.312	0,975
	60 multiplicado por 70	0.63	0.33	0.615	0.919	4.465	4.236	4,368
	4000 multiplicado por 100	0.50	0.17	0.800	0.919	6.313	11.453	1,966
	8 veces 99	0.24	0.26	0.723	0.839	8.912	7.461	1,599
	5 veces 125	0.31	0.15	0.723	0.903	9.200	9.562	2,685
	5 multiplicado por 54	0.33	0.20	0.692	0.919	9.272	7.859	3,392
	3800 dividido entre 10	0.72	0.12	0.585	0.887	2.576	7.212	4,128
	MEDIAS	0.48	0.25	0.72	0.87	5.556	7.715	2,146
P A R T E  E S C R I T A	68+32	0.81	0.39	0.969	0.935	2.300	15.399	-0,895
	325+25+75	0.62	0.01	0.815	0.919	4.602	16.573	1,753
	75+85+25+2000	0.38	0.37	0.723	0.871	7.063	5.572	2,116
	426+75	0.58	0.64	0.846	0.871	4.142	3.808	0,405
	470-300	0.67	0.10	0.785	0.806	1.858	12.598	0,294
	20.00 €11.98 €	0.19	0.18	0.277	0.452	3.391	1.601	2,080
	700-400-300	0.42	0.01	0.769	0.742	4.086	14.415	-0,354
	25×28	0.03	0.12	0.200	0.629	9.313	1.490	5,437
	2×27×5	0.24	0.16	0.508	0.774	7.434	5.257	3,258
	3500:35	0.53	0.25	0.523	0.742	2.675	4.030	2,632
	MEDIAS	0.45	0.25	0.642	0.774	4.227	6.434	1,663
P R O B L E M A S	Raquel tenía 25 € ¿Cuánto le queda si compra el juego de pelota de la Figura 1?	0.31	0.09	0.354	0.581	3.319	4.257	2,631
	La familia Pérez vive a 100 Km de Valladolid. Se paran cuando llevan recorridos 65 Km. ¿Cuántos Km les faltan para llegar?	0.86	0.32	0.800	0.839	-0.344	8.316	0,573
	Marcos reparte 38 periódicos cada día. ¿Cuántos periódicos repartirá cada semana?	0.49	0.26	0.677	0.742	3.177	6.486	0,809
	Cinco cintas idénticas costaron 10,30 € ¿Cuánto cuesta cada cinta?	0.21	0.04	0.154	0.452	3.093	2.454	3,847
	MEDIA	0.47	0.18	0.496	0.654	2.248	4.789	1.816
	<b>MEDIAS PONDERADAS</b>	<b>0.47</b>	<b>0.24</b>	<b>0.652</b>	<b>0.796</b>	<b>4.337</b>	<b>6.582</b>	<b>1.838</b>

Tabla 1.

DIFICULTADES Y COMPONENTES ARITMÉTICAS DE LAS MISMAS						
Incorrecciones observadas ▶▶	UCS	Reys	Pret	Post	Media Pre-Pos	S R M D A0 DE >O >2cf

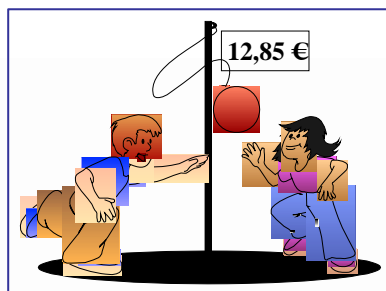
VERSIÓN PRELIMINAR

				0.45		
				2		
				0.45		
				2		
				0.62		
				9		
				0.58		
				1		
Cinco cintas idénticas costaron 10.30 €				0.67		D + DE + >2C
¿Cuánto cuesta cada cinta?	0.21	0.04	0.154	7	0.299	
20.00 €11.98 €				0.74		R + DE + >2C
25×28	0.19	0.18	0.277	2	0.362	M + A0+ >2C
	0.03	0.12	0.200	0.77	0.409	
				4		R + DE + >2C
Raquel tenía 25 € ¿Cuánto le queda si compra el juego de pelota de la Figura 1?	0.31	0.09	0.354		0.465	
265 menos 98				0.74		R + >2C
3500 : 35	0.08	0.06	0.508	2	0.591	D + A0 + >2C
2×27×5	0.53	0.25	0.523		0.630	M + A0 + >O
	0.24	0.16	0.508	0.88	0.638	
Marcos reparte 38 periódicos cada día.				7		M + >2C
¿Cuántos periódicos repartirá cada semana?	0.49	0.26	0.677	0.74	0.709	
				2		D + A0 + >2C
3800 dividido entre 10	0.72	0.12	0.585	0.91	0.732	R + A0 + >O +
700-400-300	0.42	0.01	0.769	9	0.756	>2C
60 multiplicado por 70	0.63	0.33	0.615	0.83	0.763	M + A0
8 veces 99	0.24	0.26	0.723	9	0.780	M
470-300	0.67	0.10	0.785	0.80	0.795	R + A0 + >2C
75+85+25+2000	0.38	0.37	0.723	6	0.795	M + >2C
5 multiplicado por 54	0.33	0.20	0.692	0.87	0.803	M
5 veces 125	0.31	0.15	0.723	1	0.811	M + >2C
				0.91		
La familia Pérez vive a 100 Km de Valladolid. Se paran cuando llevan recorridos 65 Km. ¿Cuántos Km les falta para llegar?	0.86	0.32	0.800	9	0.819	R + >2C
				0.90		
				3		
426+75	0.76	0.50	0.846		0.858	S + >2C
4000 multiplicado por 100	0.50	0.17	0.800	0.83	0.858	M + A0 + >2C
325+25+75	0.62	0.01	0.815	9	0.866	S+ A0 + >O +
El doble de 84	0.76	0.50	0.846		0.874	>2C
47 más 29	0.62	0.35	0.877		0.882	M
28 más 75	0.63	0.34	0.877	0.07	0.882	S
68+32	0.81	0.39	0.969	1	0.952	S
				0.91		S + A0
				9		
				0.91		
				9		
				0.90		
				3		
				0.88		
				7		
				0.88		
				7		
				0.93		
				5		



Tabla 2

Figura 1. Anuncio del precio del juego de pelota<sup>1</sup>.



## ANEXO II. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS GENERALES.

Pensando en que algunos profesores, poco familiarizados con el CM, deseen implementarlo en sus aulas, a continuación se presentan algunas orientaciones didácticas generales y específicas relativas al CM en el primer ciclo de EP (niños de 6-7 y 7-8 años):

### Orientaciones generales:

- Es interesante que el profesor ayude al alumno a descubrir las reglas y procedimientos mentales más útiles y rápidos, pero respetando siempre la originalidad de los experimentos personales.
- La progresión de los ejercicios de cálculo mental ha de estar acompañada a la de cálculo en general, pero no precederla, puesto que debe entenderse el cálculo mental como aplicación y revisión de conocimientos adquiridos.
- Hay que diversificar los ejercicios de cada sesión, inventar juegos apropiados, hacer presentaciones competitivas entre grupos (o individualmente) y huir de la metodología de la repetición.
- Este tipo de cálculo debe presentarse de forma visual y auditiva, puesto que ambos aportan facetas formativas diferentes y contribuyen a familiarizarse con nuestro sistema de numeración y con las operaciones. Es más difícil realizar un cálculo cuando se dictan los datos y no existe ningún apoyo visual, que cuando se presenta por escrito en la pizarra y, por tanto, no hay que abusar de la primera modalidad sobre todo en los primeros cursos.
  - No sólo deben hacerse este tipo de ejercicios en la actividad específica de CM, sino que deben aprovecharse las oportunidades que cada día ofrece el trabajo de aula. Si los alumnos siguen utilizando la calculadora o el lápiz y papel para hacer cálculos sencillos, es que no se ha trabajado suficientemente bien el CM en la clase.
- No hay que primar el éxito en el resultado y rapidez de la contestación ya que los estudiantes más lentos, o los que cometen más errores, pueden mostrar falta de interés.
- Como se requiere gran concentración y tensión, cansa rápidamente a los alumnos, de tal forma que si se trabaja mucho tiempo, la atención disminuye y los resultados empeoran. Por tanto, las sesiones de cálculo mental deben ser breves, variadas, dedicando entre 5 y 7 minutos todos los días de la semana.

<sup>1</sup> Aunque el cambio entre euros y dolares es inestable se puede pensar que  $1 \text{€} \cong 0.95 \text{\$}$ .

Orientaciones para el primer ciclo de EP:

La programación elaborada para cada día de la semana en cada uno de los dos cursos del ciclo (30 semanas por año) contempla actividades de numeración, operaciones y estrategias, problemas y juegos. Las dificultades tienen que ser apropiadas a los niveles educativos de las aulas y tienen que versar sobre los siguientes conceptos:

**a) Numeración.** En primer curso se estudia hasta el 100 y en segundo hasta 1000, por supuesto presentándolo de forma gradual. Las actividades van incluyendo números mayores según se avance en el curso y las más habituales son: conteos ascendente y descendente; de uno en uno; de dos en dos; de cinco en cinco; de diez en diez; de veinte en veinte; ... el n° anterior o siguiente a, el n° menor o el mayor de dos o de varios números, descomponer un n° en dos o tres sumandos, buscar un número que esté entre otros dos; ordenar varios números; leer y escribir números; observar qué ocurre cuando se cambian unidades por decenas y decenas por centenas; buscar un número cercano (anterior o posterior) a un número determinado, nombrar entre una serie de números el que está más cerca de una decena, etc.

Desarrollo de la sesión: El maestro dice en voz alta la actividad (también puede escribirla en la pizarra o mostrarla en una transparencia, pero se debe tener en cuenta que así se facilita la respuesta) y dejar un espacio de tiempo para que los alumnos respondan. Es interesante contrastar las respuestas que den los niños.

**b) Las operaciones y estrategias.** Conlleva, sobre todo para este ciclo el trabajo de las tablas y de aquellas operaciones que no son de "llevadas". Se entiende que el empleo de las estrategias implica la asimilación de algunas propiedades, que en este ciclo no dominan; por tanto, las estrategias utilizadas en este ciclo son mínimas y siempre con números dentro del rango numérico propio del curso. Las actividades se presentan en orden creciente de dificultad y en concordancia con el trabajo de aula siguiendo las fases de Bruner: manipulativa, gráfica y simbólica, y después de haber entendido las anteriores, memorización. Así por ejemplo, en el aprendizaje de las tablas de sumar se aplican estrategias basadas en: conmutatividad; suma de la unidad; suma del 10; suma del 9; suma de dobles; para la tabla del 4 sumar el 4 por la izquierda ( $4+1$ ,  $4+2$ ,  $4+3$ , ...), por la derecha ( $1+4$ ,  $2+4$ ,  $3+4$ , ...), arbitraria ( $1+4$ ,  $2+4$ ,  $4+3$ , ...); suma del 5; descomposiciones numéricas. Las tareas de encontrar uno de los dos sumandos dan lugar a la resta, con secuencia similar, pero su mayor dificultad obliga a hacer una presentación más espaciada. Con el objetivo de que adquieran seguridad, en las diez últimas semanas del primer curso se trabajan a la vez las tablas de sumar y restar (para la tabla del 4, por ejemplo, se pide que calculen  $(4+1)$ ,  $(5-4)$ ,  $(5-1)$ ,  $(4+2)$ ,  $(6-4)$ ,  $(6-2)$ ,  $(4+3)$ ,  $(7-4)$ ,  $(7-3)$ ,  $(4+4)$ ,  $(8-4)$ ,  $(4+5)$ ,  $(9-4)$ ,  $(9-5)$ , y se proponen cálculos más complicados  $(30+5)$ ,  $(30+20)$ ,  $(35-5)$ ,  $(30-20)$ ,  $(3+4+5)$ ,  $(10+15)$ ,  $(17-15)$ ). En el segundo curso después de un repaso de las actividades de primero se proponen ejercicios parecidos pero los números pueden llegar a 1000 y se pueden iniciar cálculos multiplicativos con idénticas consideraciones. Lógicamente, el maestro puede añadir (crear) las tareas que considere oportunas y regular su dificultad, según sean los niveles de sus alumnos, y lo mismo que en el apartado de numeración, no se debe primar la velocidad de respuesta, pero sí se deben valorar las distintas estrategias de cálculo aplicadas con las que se llega a la solución.

En cursos superiores se aplican estrategias basadas en las propiedades de la suma y del producto, en descomposiciones numéricas, terminaciones en 0 y en 5, factorizaciones, etcétera.

**c) Los problemas.** Los problemas sirven para aplicar lo aprendido, la magnitud de los datos deben ser consecuente con los que se han visto durante la semana, y, por tanto, no deben tener dificultades numéricas muy elevadas. Los enunciados deben ser muy variados, que ayuden a comprender el significado de las operaciones y que muestren la utilidad de

los conocimientos. La sesión se desarrolla así: el maestro lee en voz alta dos veces (también puede escribirlo en la pizarra o mostrarlo en una transparencia), dejar un tiempo para que lo entiendan y lo resuelvan mentalmente. La respuesta puede ser oral o escrita; resultando interesante que se comente la solución.

**d) Los juegos.** Deben presentarse de forma competitiva, dividiendo a la clase en distintos grupos y comparar resultados. Como se ejemplifica en el Anexo III, en cada juego se indican los siguientes aspectos: nivel, objetivos, reglas del juego y variantes. El profesor puede aumentar o disminuir la dificultad de los mismos, simplemente cambiando la magnitud de los números o la operación a trabajar y el desarrollo en el aula es similar.

ANEXO III. Ejemplos de juegos

**1. CAMINOS (Educación Primaria, ciclo 1º)**

**Objetivos:** Práctica de la suma y la resta, sumando o restando un mismo número.

**Jugadores:** Individual o por grupos.

**Reglas del juego:** Se trata de encontrar el camino, dando la entrada y la salida, y efectuando la operación que se indica en la parte superior del cuadro.

Ejemplos:

+ 1

→	2	5	6
	3	4	7
←	10	9	8

- 2

	7	5	12
←	2	8	10
	4	6	1

↓

















**2. JEROGLÍFICO (Educación Primaria, ciclo 1º, 2º curso y ciclo 2º)**

**Objetivos:** Desarrollar la capacidad de asociar y relacionar. Practicar la suma y la resta.





**Jugadores:** Se juega de forma individual.

**Reglas del juego:** Se trata de resolver jeroglíficos, como el del ejemplo, hallando el valor de las figuras y completando el valor total de las filas y columnas que faltan.

Ejemplo:

				→	—
				→	—
				→	9
				→	—

—      4      12      7

	=	—
	=	—
	=	—
	=	—

VERSIÓN PH