

Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional

Luis Rico¹

RESUMEN

En este trabajo se presenta el concepto de currículo como un plan de formación, que se propone responder a: ¿Qué es y en qué consiste el conocimiento matemático? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Cómo se caracteriza el aprendizaje de las matemáticas? ¿Qué es la enseñanza? ¿En qué consiste la educación matemática? ¿Qué es y en qué consiste el conocimiento útil? ¿Cómo se evalúa el conocimiento matemático? Estas cuatro cuestiones permiten establecer cuatro dimensiones en torno a las que se pueden organizar los niveles de reflexión curricular. La funcionalidad del concepto de currículo se ha desarrollado mediante la búsqueda sistemática de niveles de reflexión, estableciendo componentes por cada nivel y relaciones entre las componentes de diferentes niveles. También se presentan los organizadores del currículo. El conocimiento didáctico sobre cada uno de los contenidos del currículo de matemáticas ha de quedar estructurado mediante la aportación que hacen cada uno de los organizadores a dicho contenido.

ABSTRACT

In this paper, we present the concept of curriculum as a training plan, which tries to respond to the following questions: What is mathematical knowledge and what does it consist of? What is learning? How is the learning of mathematics characterized? What is teaching? What does mathematics education consist of? What is useful knowledge and what does it consist of? How is mathematical knowledge evaluated? These four questions allow us to establish four dimensions whose levels of curricular reflection can be organized. The functionality of the concept of curriculum has been developed through systematic search of levels of reflection, establishing components for each level and relations between the components of different levels. The didactic knowledge about each part of the content of the mathematical curriculum must be structured through the contribution of each of the organizers of this content.

RÉSUMÉ

Dans ce travail se présente la notion du curriculum comme un plan de formation, qui se propose à répondre à: Qu'est-ce que la connaissance mathématique, et en quoi consiste-t-elle? Qu'est ce que l'apprentissage? Comment se caractérise l'apprentissage des mathématiques? Qu'est ce enseignement? En quoi consiste la didactique des mathématiques? Qu'est ce et en quoi consiste la connaissance mathématique? Qu'est ce et en quoi consiste la connaissances utile? Comment peut s'évaluer les connaissances mathématiques? Les quatre questions aident à établir quatre dimensions sur les quelles peuvent s'organiser les niveaux de réflexion. La fonctionnalité du concept du curriculum se sont déroulées pendant la recherche systématique des niveaux de réflexion, on établissant des éléments pour chaque niveau et relations entre des elements de différent niveaux. Aussi se présentent les éléments que permettent d'organiser le curriculum. Les connaissances didactiques, sur chacun des contenus du curriculum de mathématique doivent rester structurées pendant l'apport que font des organisateur à ce contenu.

La iniciativa y la responsabilidad, la sensación de ser útil, e incluso indispensable, son necesidades vitales del alma humana. (...) La satisfacción de la necesidad de responsabilidad exige que un hombre tome con frecuencia decisiones en los problemas, grandes o pequeños, que afectan a intereses que no son los suyos propios, pero con los que se siente comprometido. También es necesario que tenga

¹ Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España

que aportar su esfuerzo continuamente. Por último, debe poder abarcar intelectualmente la obra entera de la colectividad de la que es miembro, incluidos los ámbitos en que nunca tiene decisión que tomar o consejo que dar. Para ello es indispensable que se le dé a conocer esa obra, que se le exija tomar interés, que se le haga percibir su valor, su utilidad y, llegado el caso, su grandeza; y que se le haga comprender claramente el papel que desempeña en ella.

S. Weyl, 1996

Conocimiento profesional en educación matemática

En fechas recientes se ha desarrollado con fuerza la idea de que para trabajar en la enseñanza de las matemáticas son necesarios conocimientos y destrezas específicos, que sean complemento del saber convencional sobre estructuras formales y algoritmos. Las limitaciones y dificultades que los profesores encuentran para desarrollar su trabajo profesional en el sistema educativo muestran la necesidad de trabajar con esquemas fundamentados mediante los cuales organizar el conocimiento pedagógico de los contenidos, así como contrastar pautas de actuación para poner en práctica tales esquemas. Esta idea se contextualiza con las siguientes reflexiones:

- * Existe un campo profesional denominado matemática educativa, o educación matemática, en el que trabajan los profesores de los sistemas educativos de nuestros países y los investigadores comprometidos en la solución de los problemas de la enseñanza de las matemáticas. El campo profesional del educador matemático tiene entidad propia, es ejercido por decenas de miles de profesionales y afecta a millones de escolares (Rico y Sierra, 1991).
- * Los profesores de matemáticas de secundaria del sistema educativo constituyen parte importante y diferenciada del colectivo de los educadores matemáticos. Se presentan algunas características de este colectivo.
- * Al ejercicio como profesor de matemáticas de secundaria se llega con una formación inicial descompensada. Hay una fuerte valoración sobre algunos componentes científicos y técnicos que coincide con una ignorancia cultivada sobre los componentes didácticos y técnicos necesarios para el ejercicio de la profesión. La mala organización en la formación de los profesores de matemáticas tiene carácter estructural, repercute en la calidad de la enseñanza que reciben los escolares y afecta el nivel cultural, científico y técnico de los ciudadanos.
- * Con carácter general, los planes de formación inicial y permanente del profesorado tienen una estructura administrativa inadecuada, están mal diseñados, carecen de calidad en su realización, y su ejecución conlleva una mala gestión de recursos públicos. En España, en particular, las sucesivas reformas institucionales no terminan de incorporar en la universidad los planes de formación del profesorado, no encuentran el apoyo académico, estructural y económico adecuado y no contemplan la necesaria especialización profesional (Rico, 1994).
- * Aunque el perfil del profesor de matemáticas en ejercicio no es uniforme, se encuentran rasgos compartidos que indican necesidades formativas comunes a todos ellos. Los profesores de matemáticas tienen interés genérico por actividades para el aula, ejercicios y problemas, unidades didácticas elaboradas, pruebas de evaluación y, en general, por los nuevos materiales de orientación práctica. Manifiestan curiosidad por la historia y la filosofía de la matemática cuando se presentan en términos divulgativos; este interés decrece cuando los temas se presentan con cierto nivel de profundidad (Rico y Coriat, 1992).
- * Los profesores de matemáticas presentan acusadas carencias formativas en psicología, pedagogía, sociología de la educación, epistemología, historia y didáctica de la matemática, lo cual implica una desconexión entre su trabajo profesional y las bases y desarrollos teóricos correspondientes. Esta desconexión produce una falta de criterios claros sobre cuáles deben ser los conocimientos necesarios y el marco teórico adecuado para ejercer satisfactoriamente como profesor de matemáticas; tampoco se dispone de criterios para valorar la excelencia profesional (Rico y Gutiérrez, 1994).
- * Los profesores de matemáticas son razonablemente críticos ante los planteamientos innovadores. Aceptan con muchas reservas los cambios y modificaciones con profundidad sobre el diseño y desarrollo del currículo de matemáticas.
- * Por encima de todo el profesor de matemáticas de secundaria es un

profesional honesto, que quiere realizar su trabajo lo mejor posible; a veces se encuentra desorientado por la falta de un marco conceptual preciso con propuestas claras, y por la pérdida creciente de legitimidad del plan inicial de formación con el que inició su trabajo.

Necesidades formativas del profesor de matemáticas

El profesor es un profesional que, por lo general, se ha iniciado en la práctica de la enseñanza mediante ensayo y error, que ha logrado un nivel de competencia y capacitación con escasa ayuda institucional. Es tarea del profesor ayudar a sus alumnos a introducirse en una comunidad de conocimientos y capacidades que otros ya poseen. Su trabajo es una actividad social que lleva a cabo mediante el desarrollo y puesta en práctica del currículo de matemáticas.

El desempeño adecuado de esta actividad profesional, que consiste en la educación de niños y jóvenes mediante las matemáticas, exige el desarrollo y puesta en práctica de un complejo plan de formación. El profesor ha de tener formación y conocimientos adecuados para controlar y gestionar la diversidad de relaciones que se presentan en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El profesor de matemáticas necesita conocimientos sólidos sobre los fundamentos teóricos del currículo y sobre los principios para el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas. Cuando los profesores no tienen una formación teórica adecuada ven limitadas sus funciones a las de meros ejecutores de un campo de decisiones cuya coherencia y lógica no dominan y no entienden (Howson, Keitel y Kilpatrick, 1981).

A los profesores no les basta con dominar los contenidos técnicos de su materia. El campo de actuación en el que el profesor de matemáticas tiene que desempeñar su tarea como educador necesita del conocimiento didáctico del contenido, que tiene otras bases disciplinares.

El educador matemático que se concibe es un profesional intelectualmente autónomo y crítico, responsable de sus actuaciones, con capacidad para racionalizar sus acuerdos y sus desacuerdos con sus colegas de profesión en el ejercicio de sus tareas. Para ello el educador matemático debe contar con bases teóricas e instrumentos conceptuales que le permitan planificar su trabajo, tomar decisiones fundadas y encauzar sus actuaciones en el logro de las finalidades establecidas por un plan de formación socialmente determinado (Contreras, 1997).

Campo de trabajo: matemáticas escolares

El aula de matemáticas es el campo de trabajo del profesor y su argumento son las matemáticas escolares. La reflexión y valoración sobre las matemáticas escolares han experimentado en los últimos años cambios profundos y consistentes derivados de los nuevos avances en el campo de la educación, de los estudios sobre sociología del conocimiento, del desarrollo de la educación matemática y de la profesionalización creciente de los educadores matemáticos.

En las modernas sociedades el sistema escolar es una institución compleja, que implica a multitud de personas y organismos y trata de satisfacer una diversidad de objetivos no siempre bien delimitados y coordinados. Dentro del sistema escolar tiene lugar gran parte de la formación matemática de las generaciones jóvenes; esta institución debe promover las condiciones para que los más jóvenes lleven a cabo su construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos (Rico, 1995-a).

La dimensión educativa lleva a considerar el conocimiento matemático como una actividad social, propia de los intereses y de la afectividad del niño y del joven, cuyo valor principal está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas útiles, a cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo. El educador se ocupa de iniciar a los niños y adolescentes en la cultura de la comunidad a la que pertenecen y de transmitirles sus valores sociales; de esta cultura también forma parte el conocimiento matemático, que debe comunicarse en toda plenitud a cada generación.

El profesor es el agente principal de la puesta en práctica del currículo de las matemáticas escolares. Por este motivo es necesario que tenga una formación diversificada y profunda, que lo dote de capacidad para controlar y gestionar la complejidad de las relaciones entre teoría y práctica. Para contribuir eficazmente, desde las matemáticas, a la puesta en práctica de un plan educativo, al profesor de matemáticas no le basta con dominar los contenidos de su materia. El campo de actuación en que el profesor de matemáticas tiene que desempeñar su tarea como educador necesita del conocimiento de otros campos disciplinares, lo que algunos especialistas llaman *conocimiento de contenido pedagógico* (Rico, 1995-b).

Este conocimiento tiene dos fuentes de reflexión encontradas:

- * la complejidad conceptual e ideológica con la que se presenta la educación en las sociedades modernas;
- * la necesidad de disponer de medios técnicos adecuados para actuar eficazmente en el sistema educativo.

Noción de currículo

La tensión entre organización teórica y realización técnica polariza, al menos en España, la discusión de los últimos años sobre la noción de currículo. De esta manera, el teórico, en defensa de un planteamiento humanista o crítico de la educación, elabora y estructura nuevas ideas y conceptos que dan cuenta de la riqueza y profundidad de esta noción, apoya y sostiene el desarrollo de la capacidad de reflexión del profesor y ejerce su capacidad crítica sobre propuestas ya elaboradas o en proceso de serlo. El tecnólogo, sin renunciar a la reflexión, defiende la eficacia como valor prioritario y, en su interés por mejorar el funcionamiento del sistema educativo real, propone organizaciones técnicas simples y precisas para llevar adelante las tareas de la enseñanza (Rico, Castro y Coriat, 1997).

En su acepción educativa, el concepto de currículo se ha convertido en un término genérico con el que se denomina toda actividad que planifique una formación (Rico, 1990).

El currículo de la educación obligatoria es un plan de formación, que se propone dar respuesta a las siguientes cuestiones:

- * ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento?
- * ¿Qué es el aprendizaje?
- * ¿Qué es la enseñanza?
- * ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento útil?

La intención del currículo es ofrecer propuestas concretas sobre:

- * modos de entender el conocimiento,
- * interpretar el aprendizaje,
- * poner en práctica la enseñanza,
- * valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados.

Estas cuestiones marcan dimensiones prioritarias para organizar la reflexión curricular, pero no señalan su contenido explícito.

La primera cuestión, *¿qué es el conocimiento?*, sirve de referencia para otras preguntas más precisas, tales como:

- * ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento matemático?
- * ¿Qué características relevantes diferencian este conocimiento de otros?
- * ¿Por qué es importante este conocimiento?
- * ¿Qué relaciones sostiene el conocimiento matemático con las determinaciones culturales de

nuestra sociedad?

La discusión sobre *¿qué es el conocimiento matemático?* no es trivial y afecta profundamente al diseño y desarrollo del currículo de matemáticas.

La segunda cuestión: *¿qué es el aprendizaje?* interviene en el diseño y desarrollo del currículo. También esta cuestión genérica encierra un núcleo amplio de preguntas importantes:

- * ¿En qué consiste el aprendizaje?
- * ¿Cómo se produce? ¿Cómo aprenden niños y jóvenes?
- * ¿Es resultado el aprendizaje de una evolución o efecto de la instrucción?
- * ¿Qué función tiene una teoría del aprendizaje?

Por lo que se refiere a nuestra disciplina, la pregunta básica se enuncia así:

- * ¿Cómo se caracteriza el aprendizaje de las matemáticas?

Todo currículo de matemáticas necesita estar basado en alguna teoría o esquema conceptual que permita dar respuesta fundada a cuestiones generales como las siguientes:

- * ¿Cómo son las personas en el trabajo con matemáticas?
- * ¿Cómo se desarrolla la comprensión de los conceptos matemáticos?
- * ¿En qué consiste la capacidad matemática?

La tercera cuestión *¿qué es la enseñanza?* da también lugar a una diversificación de interrogantes específicas y precisas. Entre estas cuestiones se encuentran las siguientes:

- * ¿En qué consiste educar?
- * ¿En qué consiste la educación matemática?
- * ¿Cómo puede llevarse a cabo la formación de niños y jóvenes en un campo específico del conocimiento?
- * ¿En qué consiste la instrucción?

Finalmente, la cuarta cuestión, *¿para qué sirve el conocimiento?*, admite una serie de cuestiones más precisas:

- * ¿Cómo se establece la utilidad del conocimiento matemático?
- * ¿Cuándo un individuo dispone de conocimiento útil?
- * ¿Qué criterios determinan la capacidad matemática de una persona?
- * ¿Mediante qué instrumentos se valora esa capacidad matemática?
- * ¿Cuáles son los mecanismos sociales que sostienen esa valoración?
- * ¿Mediante qué criterios se valora la eficacia de un currículo?
- * ¿Cómo y con cuáles criterios se valora la capacidad de un profesor o de unos materiales curriculares?
- * ¿Qué mecanismos modifican un currículo, cómo se ponen en práctica?
- * ¿Quiénes tienen la responsabilidad de la valoración y de los cambios?

Dimensiones del currículo

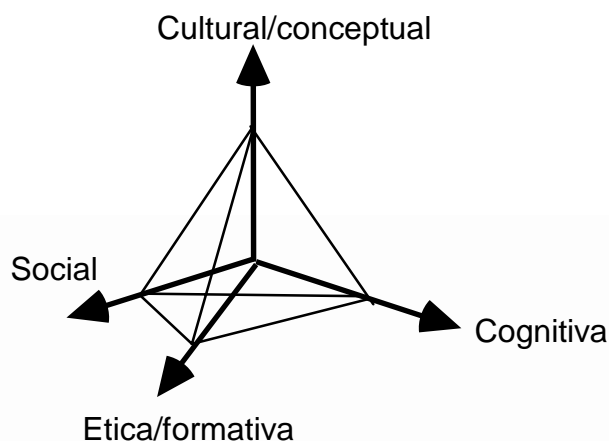
Las cuatro cuestiones consideradas tienen carácter ontológico y permiten establecer cuatro dimensiones en torno de las cuales se pueden organizar los niveles de reflexión curricular.

Estas cuatro dimensiones son:

- * Dimensión cultural/conceptual,
- * Dimensión cognitiva o de desarrollo,
- * Dimensión ética,
- * Dimensión social.

Se visualizan estas dimensiones mediante la siguiente representación gráfica:

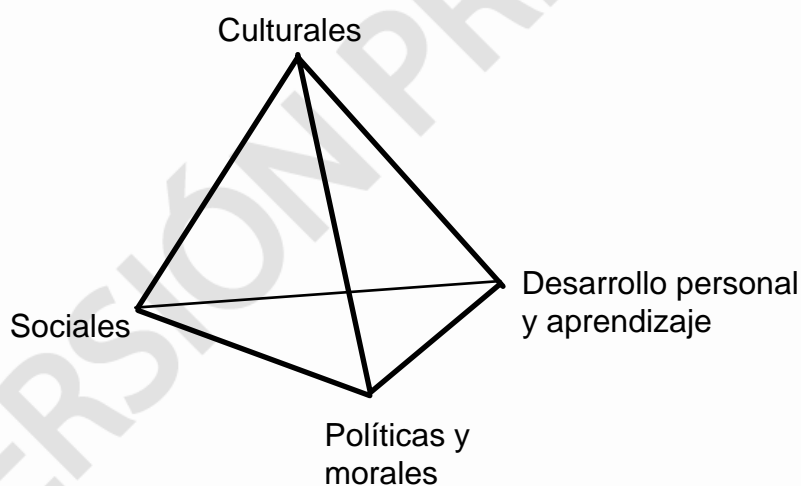




Dimensiones del currículo

Estas cuatro dimensiones admiten diversos niveles de análisis (Rico, 1997-a).

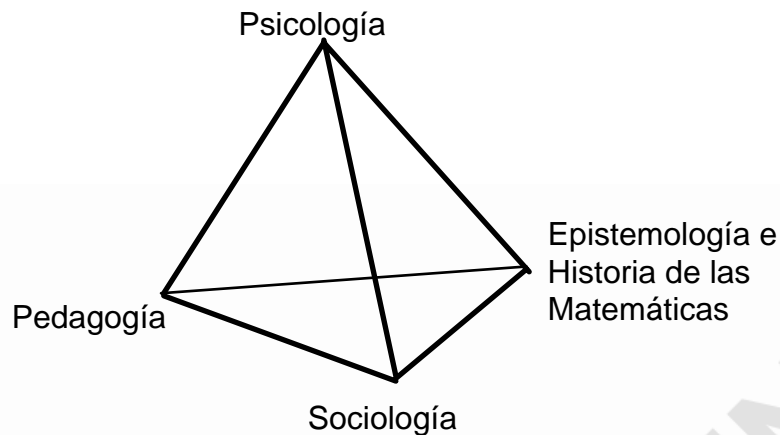
Cuando se toman como nivel de análisis las finalidades, se tiene un sistema que organiza la extensa lista de finalidades para el currículo de las matemáticas escolares. Atendiendo a las cuatro dimensiones mencionadas, se organizan las finalidades como un sistema interconectado de cuatro tipos:



Finalidades del currículo

El conocimiento matemático que transmite el sistema educativo se ha de considerar parte integrante de la cultura, socialmente construido y determinado: en él han de intervenir las necesidades formativas de las matemáticas y tenerse en cuenta las connotaciones políticas y morales, generales y específicas, conectadas con la formación matemática de los escolares (Rico, 1997-b).

Igualmente, se pueden considerar otros niveles de reflexión sobre el currículo que se pueden analizar en términos de estas cuatro dimensiones. Otro nivel de reflexión sobre el currículo de matemáticas considera las disciplinas que fundamentan el currículo (Coll, 1987):

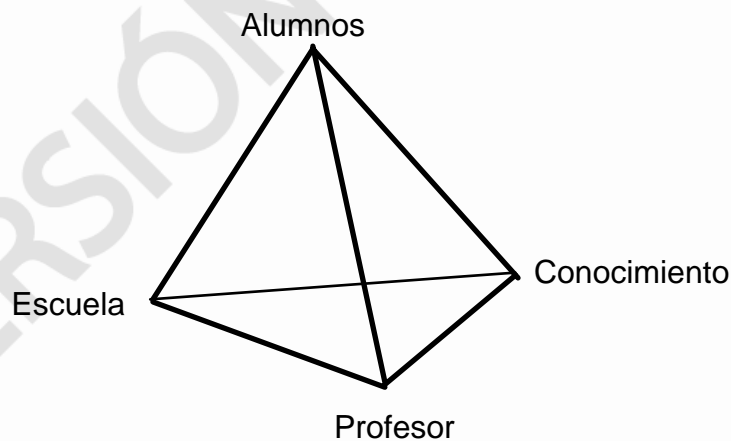


Fuentes disciplinares del currículo

En el diseño de un plan concreto de formación es necesario considerar su ubicación y conexión con los diferentes agentes e instituciones del sistema educativo, así como las relaciones entre ellos.

Los agentes son los responsables de la administración educativa y su ámbito de reflexión son los diversos centros del sistema educativo.

El currículo se presenta como un plan que se organiza y estructura al especificar las competencias profesionales de los profesores y las funciones de los alumnos, al caracterizar cada una de las disciplinas escolares y al especificar la organización y estructura de la escuela. En este nivel los componentes del currículo son el profesor, el alumno, el conocimiento y la escuela (Romberg, 1992-b):



Currículo como plan para la administración

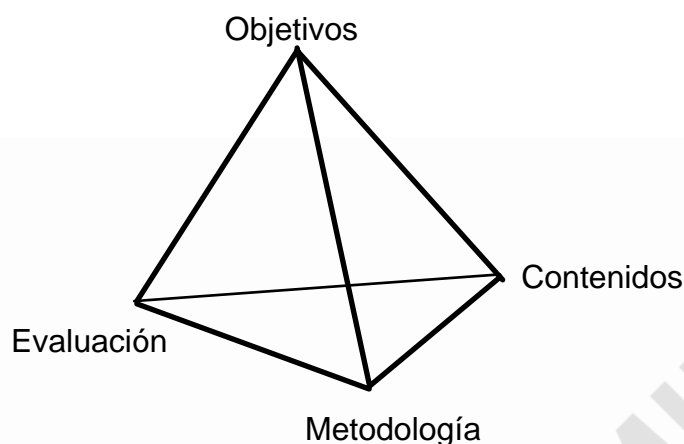
El currículo se presenta, la mayor parte de las veces, mediante documentos y propuestas curriculares.

En este nivel el agente encargado de llevar a cabo el plan de formación es el profesor y el ámbito de actuación es el aula. El plan de formación se concreta al determinar:

- * objetivos,
- * contenidos,
- * metodología,
- * criterios e instrumentos de evaluación.

Estos cuatro componentes caracterizan el currículo como plan operativo de actuación para el

profesor (Steiner, 1980).



Currículo como esquema de trabajo para los profesores

Niveles que organizan el estudio del currículo

Los diferentes niveles de reflexión han surgido al poner el énfasis sobre el currículo desde un planteamiento teórico determinado. Así, cuando se ha asumido el currículo como un plan de acción para el profesor, el nivel es la actuación en el aula. Cuando se considera el currículo como planificación para la administración educativa, el nivel de actuación es el sistema educativo. Cuando se acepta el currículo como objeto de estudio se está en un nivel de reflexión académico y cuando se atiende a los fines generales de la educación se está situado en una perspectiva teleológica. En cada uno de estos niveles de reflexión el currículo se ha podido caracterizar mediante cuatro componentes, que proporcionan un núcleo de conceptos adecuados para organizar ese nivel.

Componentes por nivel =====	1ª dimensión: Cultural/ conceptual	2ª dimensión: Cognitiva o de desarrollo	3ª dimensión: Ética o formativa	4ª dimensión: Social
Niveles				
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
Sistema Educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula
Disciplinas Académicas	Epistemología e Historia de la Matemática	Teorías del Aprendizaje	Pedagogía	Sociología
Teleológico o de finalidades	Fines culturales	Fines formativos	Fines políticos	Fines sociales

Niveles y dimensiones en el estudio del currículo

El análisis que se resume en la tabla pone de manifiesto que, en las diferentes aproximaciones al estudio del currículo, hay cuatro órdenes de ideas o dimensiones permanentes, con base en las cuales se estructura la noción de currículo. Estas cuatro dimensiones se encuentran a lo largo de los niveles de reflexión.

También se puede señalar que los niveles de reflexión sobre el currículo no se agotan en las cuatro dimensiones consideradas anteriormente. Estas consideraciones ofrecen sólo un balance parcial. Los puntos de vista posibles sobre el currículo admiten una mayor riqueza de interpretaciones que dan razón de otros estudios y reflexiones sobre el

concepto (Rico, 1997a).

El problema de las unidades didácticas

Cuando el profesor inicia la puesta en práctica de las directrices curriculares con un grupo concreto de alumnos, necesita tomar una serie de decisiones de carácter general que se concretan mediante criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios sobre criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula; prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de los alumnos; y, finalmente, criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores.

Estos criterios se ajustan a las cuatro componentes generales del currículo: contenidos, metodología, objetivos y evaluación. Se trata de componentes que surgen cuando se considera el aula como espacio de trabajo y al profesor como agente principal del proceso educativo. Estos cuatro componentes determinan el esquema usual en el diálogo que mantiene la administración educativa con el profesorado. Por ello los documentos curriculares que elabora la administración educativa vienen estructurados mediante estas cuatro componentes.

Pero la estructura de los documentos curriculares sólo aporta un marco de referencia, que no es exhaustivo. Si se considera cada uno de los tópicos o unidades de contenidos de matemáticas para la educación secundaria obligatoria y se propone establecer objetivos generales para cada una de ellas se encuentra que, con pequeñas diferencias, los objetivos para las unidades de números no son muy distintos de los objetivos para las de álgebra o para las de funciones; más bien lo que surge son concreciones o puntualizaciones de los objetivos generales para cada una de las unidades, pero no objetivos distintos para cada una de ellas. Los diferentes bloques de contenidos y unidades no se distinguen por sus objetivos.

Igualmente, si se considera las orientaciones sobre metodología, es difícil establecer diferencias para los distintos bloques de contenidos. Cuando hay que mencionar la componente metodológica de cada unidad didáctica se encuentran los criterios generales como única referencia. Esta consideración es válida también cuando se trata de establecer criterios de evaluación para cada tópico.

Se constata así un hecho: los bloques de contenidos y las unidades didácticas se distinguen unos de otros por sus contenidos específicos. Por ello, cuando se tiene el propósito de planificar cada una de las unidades a partir del currículo para el área de matemáticas, se encuentran enunciados generales comunes sobre objetivos, metodología y evaluación y contenidos distintos para cada una.

Cuando se diseñan unidades didácticas en matemáticas mediante los cuatro componentes del currículo (objetivos, contenidos, metodología y evaluación) hay algo que no encaja, ya que el análisis de los cuatro componentes se reduce al análisis de los contenidos y a consideraciones genéricas sobre los otros tres componentes.

Podría derivarse de esta argumentación que el concepto de currículo no es útil para la planificación y diseño de unidades didácticas ya que de sus cuatro componentes sólo uno de ellos tiene peso específico propio en cada unidad. No es esa la tesis que se sostiene en este trabajo. La tesis es que el profesor de matemáticas de secundaria de hoy no dispone de herramientas conceptuales adecuadas y suficientemente desarrolladas, a partir de las cuales pueda realizar una buena planificación. Estas deficiencias provocan las dificultades señaladas en el uso del concepto de currículo, considerado como un conjunto de objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Los documentos para el currículo de matemáticas no proporcionan información suficiente para utilizar de manera efectiva los cuatro componentes mencionados en la planificación de temas y unidades. Esto es así puesto que no ofrecen criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos, criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula, criterios sobre prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de

los alumnos, y criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores, para cada una de las unidades del currículo de matemáticas.

Se necesitan nuevas herramientas conceptuales con las cuales abordar las tareas de diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas en el área de matemáticas. La caracterización operacional del currículo mediante objetivos, contenidos, metodología y evaluación no es inadecuada, sólo lo es su empleo en tareas de trabajo para el aula, sin criterios de referencia.

Se tratará de poner de manifiesto algunas limitaciones que surgen al considerar el concepto general de currículo anteriormente descrito. Una de tales limitaciones se produce por olvidar la funcionalidad de ese concepto y el contexto en el que se presenta. Cuando se encuentra un discurso sobre objetivos, contenidos, metodología y evaluación no se debe olvidar que se trata de un medio dialéctico que elabora la administración educativa, o los expertos en educación, para dirigirse a los profesores en ejercicio. Este discurso se encuentra en los documentos oficiales o en los libros elaborados para la orientación profesional. Mediante tal discurso se organiza el diálogo que la administración establece con los profesionales de la educación. La reflexión sobre objetivos, contenidos, metodología y evaluación va dirigida, casi en exclusiva, a profesores y educadores; nunca va dirigida a los alumnos.

Por ello carece de sentido que, cuando los profesores reflexionan sobre su trabajo en relación con los alumnos, traten de reiterar el esquema anterior y comportarse como si cada profesor fuese el legislador o la administración para sus alumnos. No tiene sentido que el profesor organice inicialmente su reflexión y planificación sobre unidades didácticas en términos de objetivos, contenidos, metodología y evaluación, con carácter general, puesto que la relación del profesor con sus alumnos es distinta de la que tiene la administración educativa con los profesores. Empeñarse en ese esquema produce una simplificación y trivialización de las actividades de programación que, como ya se ha visto, no resulta saludable para su puesta en práctica.

Se verá más adelante que es posible expresar las unidades didácticas mediante estos cuatro componentes: objetivos, contenidos, metodología y evaluación, pero como resultado de un proceso de reflexión más elaborado, cuyo hilo conductor tiene elementos conceptuales y bases disciplinares diferentes a los componentes mencionados. Tales referencias conceptuales proporcionan criterios adecuados para organizar el currículo de matemáticas.

El profesor, cada profesor, no es el ministro o consejero de Educación de sus alumnos; por ello la línea de reflexión que cada profesor elabora para desarrollar el trabajo con los alumnos tiene una base argumental diferente de la línea de reflexión que la administración educativa elabora para organizar el trabajo de los profesores. El único elemento coincidente que se ha admitido, hasta el momento, para ambas líneas de reflexión es el que se denomina *contenidos*, que se va a tomar como referencia para la búsqueda de nuevos elementos que permitan caracterizar la elaboración de unidades didácticas.

La búsqueda de nuevos elementos

Como los profesores disponen de información suficiente sobre los contenidos, puede parecer que éstos nunca están en discusión. Nada más lejos de la realidad. Los profesores de matemáticas suelen sostener planteamientos diversos sobre el modo de organizar cada uno de los bloques de contenidos. Al compartir una cultura matemática con cierto nivel de profundidad, los profesores pueden articular de maneras diversas sus conocimientos sobre cada uno de los temas y, aun cuando no la compartan plenamente, son capaces de entender opciones alternativas y apreciar sus ventajas o señalar sus inconvenientes. Dicho en otros términos, los profesores de matemáticas tienen formación suficiente y fuentes documentales adecuadas para dar forma y expresión coherente a sus coincidencias sobre los contenidos pero también a sus discrepancias, lo cual es aún más importante.

Lo interesante de los contenidos en las unidades didácticas es que expresan una información común para todos los profesores sobre la cual se pueden establecer

coincidencias pero, sobre todo, se puede disentir sin que ello suponga problemas especiales de planificación y ejecución. Esta información básica común se le encuentra en libros y documentos sobre matemáticas que están a disposición de los profesores en las bibliotecas.

Pero no hay una cultura objetivamente compartida equivalente para los objetivos, la metodología y la evaluación por cada uno de los bloques de temas. Hay prácticas compartidas con multitud de variantes, pero no un marco teórico que permita tratar con objetividad tales prácticas. Los profesores encuentran muy difícil exponer con precisión sus propios puntos de vista sobre estos tres componentes, pero encuentran mucho más difícil aún dar validez objetiva a los puntos de vista de los compañeros. Si ya resulta complicado expresar las coincidencias, es casi imposible caracterizar las discrepancias y encontrar referencias comunes que permitan asumir provisionalmente el punto de vista alternativo como opción propia. Cuando los profesores de matemáticas hablan de objetivos, metodología y evaluación, salvo excepciones, emplean un discurso muy personal, genérico e impreciso, con pocas referencias externas y datos objetivos, con soporte físico concreto.

Caracterización de los organizadores del currículo

Como consecuencia de las reflexiones anteriores se plantean las siguientes preguntas:

- * ¿Es posible encontrar otros elementos, distintos de los contenidos, que expresen un conocimiento objetivo y útil para la elaboración de unidades didácticas?
- * ¿Existen fuentes objetivas de conocimientos, adecuadas para organizar unidades didácticas en matemáticas?
- * ¿Qué otros conocimientos, distintos de los contenidos, son útiles y necesarios para una adecuada programación?
- * ¿Sobre qué tópicos pueden discutir los profesores cuando están planificando cada uno de los temas?
- * ¿Es posible encontrar organizadores para este nivel de reflexión sobre el currículo de matemáticas, además de los contenidos?

Está claro que la respuesta ha de ser afirmativa ya que no es cierto que la planificación de un tema se reduzca a una simple organización secuenciada de conceptos y procedimientos. En nuestra más extendida tradición de organización de unidades didácticas, es decir en los libros de texto, se encuentran otros elementos, distintos de los contenidos, mediante los cuales se organiza cada una de las lecciones.

Cuando los profesores indagan en su propia práctica, sobre la base de las reflexiones anteriores, comienzan a encontrar respuestas adecuadas. Hay algunas opciones más obvias y otras más difíciles de localizar, pero, tras alguna sesión de debate sobre las características de un organizador, cualquier grupo motivado de profesores puede encontrar una lista de organizadores aceptable sobre la cual continuar la discusión. Se llamarán organizadores a aquellos conocimientos que se adoptan como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Se habla así de organizadores del currículo (Rico, 1997c).

Dos condiciones exigidas para aceptar un tipo de conocimientos como organizador del currículo de matemáticas son: su carácter objetivo y que genere una diversidad de opciones. Un organizador debe ofrecer un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas, un espacio de reflexión que muestre la complejidad de los procesos de transmisión y construcción del conocimiento matemático y criterios para abordar y controlar esa complejidad.

Los organizadores deben mostrar su capacidad para establecer distintos marcos de estructuración de las unidades didácticas, con una base objetiva de interpretación y discusión. Los organizadores han de ubicar las distintas opciones de los profesores para la planificación, gestión y evaluación de unidades didácticas y han de situar estas opciones en referencias comunes, que permitan precisar las coincidencias y las discrepancias. Los organizadores deben

tener una base disciplinar adecuada, que permita su tratamiento objetivo.

El conocimiento didáctico sobre cada uno de los contenidos del currículo de matemáticas ha de quedar estructurado mediante la aportación que hacen cada uno de los organizadores a dicho contenido.

También ha de resultar posible encontrar documentos y fuentes de información sobre cada uno de los organizadores, ya que éstos no deben ser producto de la inspiración de un grupo de personas o de una moda; cada profesor debe tener acceso a diversos documentos, libros y publicaciones mediante los que sea posible profundizar en la aportación que cada uno de ellos hace a cada tópico y, además, proporcionar información contrastada sobre la validez y utilidad de estas aportaciones. De esta manera, cada organizador proporciona una base sólida y unos criterios para estructurar todas y cada una de las unidades didácticas y para la delimitación del conocimiento didáctico de sus contenidos.

Organizadores para el currículo de matemáticas

Las diferentes disciplinas matemáticas (álgebra, análisis, aritmética, geometría, estadística, probabilidad) satisfacen todas las condiciones que se acaban de mencionar: tienen carácter objetivo, ofrecen una diversidad de opciones para estructurar unidades didácticas, permiten reconocer coincidencias y discrepancias entre distintas estructuraciones así como discutir sobre ellas; tienen, obviamente, una fundamentación disciplinar y académica, y se dispone de fuentes documentales diversificadas que proporcionan información suficiente para cada tópico. Pero las disciplinas matemáticas no agotan las necesidades organizativas del currículo de matemáticas; de ahí que, como se ha argumentado, sea necesario proceder a la búsqueda de nuevos organizadores. Resulta imprescindible tener en cuenta otros criterios, de los que en seguida se hace una selección.

En primer lugar, se consideran los errores y dificultades usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas, que se presentan sobre cada tópico, así como los problemas u obstáculos de aprendizaje que se detectan o plantean para cada concepto.

En segundo término, la diversidad de representaciones utilizadas para cada sistema conceptual, junto con algunas de las modelizaciones usuales de los correspondientes conceptos.

En tercer lugar, la fenomenología de los conocimientos implicados, así como las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos.

En cuarto lugar, la diversidad de los materiales de tipo manipulativo y de los recursos que pueden emplearse en la enseñanza de cada tópico.

Y, en quinto término, la evolución histórica de cada campo, e incluso, de cada concepto.

Estas cinco perspectivas, junto con los propios contenidos, no agotan las posibilidades de reflexionar sobre cada una de las unidades del currículo de matemáticas desde un planteamiento didáctico. Posiblemente hay otras alternativas u otros modos de considerar los organizadores, pero son éstos los que constituyen nuestra opción. Todos ellos, conjuntamente, ofrecen la posibilidad de realizar un análisis didáctico de cada uno de los temas del currículo de matemáticas, es decir, un análisis de los contenidos de las matemáticas al servicio de la organización de su enseñanza en el sistema educativo. Este análisis forma parte ineludible del trabajo que los profesores de matemáticas deben realizar en sus tareas de planificación de unidades didácticas, y es por ello que son necesarios los organizadores mencionados u otros alternativos.

Usualmente, la información sobre los organizadores se presenta incorporada en las tareas y actividades que se encuentran en los libros de texto, sin que de ello se haga mención explícita. Por ello no es usual que el profesor perciba su interés para la estructuración de las unidades didácticas.

Ejemplos de organizadores

A continuación se verán algunos ejemplos de cómo aparece información sobre diferentes organizadores en los libros de texto; se toma como referencia los textos de la editorial Algaída.

Los errores se ponen de manifiesto como conocimientos inadecuados, por ello su detección se organiza mediante un escalonamiento de ejercicios, problemas y actividades; también se trata de controlarlos en las recomendaciones que los autores van haciendo al lector para que ponga atención sobre determinados aspectos o para que no confunda nociones similares. Durante la realización de los ejercicios es necesario un observador externo para evaluar la distancia entre la afirmación errónea y el conocimiento correcto, y conducir al alumno extraviado hasta el conocimiento que se ha estipulado como correcto. Se encuentra un ejemplo de aproximación a los errores en el libro de Matemáticas para tercer curso (Rico, Coriat, Marín y Palomino, 1994a):

Para comparar números decimales hay que tener en cuenta algunas ideas importantes. Así, si se quiere ordenar 0.1, 0.23 y 0.115, observamos que:

Mayor número de cifras en un decimal no significa que sea mayor; la comparación no puede hacerse por el número de cifras decimales.

Entre dos números decimales el mayor no tiene por qué ser el de más cifras: 0.115 es menor que 0.23.

p. 39

Las diferentes representaciones para los conceptos y procedimientos matemáticos se presentan explícitamente, así como las conexiones entre ellas, pero raras veces se insiste en que expresan diversas facetas y propiedades de un mismo concepto. Un ejemplo de uso explícito de diferentes representaciones se encuentra en el libro de Matemáticas para cuarto curso (Rico, Coriat, Marín y Palomino, 1994b):

Cuando n no es un cuadrado perfecto, la expresión \sqrt{n} (raíz cuadrada de n) representa:

Primero, una operación para calcular números de un orden decimal determinado, cuyo cuadrado es el valor más próximo a n (por defecto o por exceso) para ese orden decimal.

Segundo, un punto de la recta, con un proceso de construcción explícito y conocido.

Tercero, una notación decimal con infinitas cifras no periódicas.

Cuarto, un segmento de longitud \sqrt{n} , inconmensurable con el segmento unidad.

p. 31

La consideración del conocimiento matemático como modelo también la se puede encontrar con frecuencia; igualmente las modelizaciones surgen en los problemas de aplicación. En cada uno de los siguientes ejemplos, tomados del texto de tercer curso, se tiene una propuesta para considerar un tipo de modelo matemático:

La proporcionalidad es un modo de asociar cantidades de dos magnitudes. Las personas usamos el razonamiento proporcional en una gran variedad de situaciones.

El razonamiento proporcional es muy útil y frecuente, pero en muchas situaciones no resulta adecuado. Debes aprender a distinguir las situaciones en las que éste no es apropiado.

p. 50

Los poliedros, como modelos de estructuras y como modelos que rellenan una región del espacio, se usan como herramientas para resolver problemas de muy diversas clases, como las modernas teorías cristalográficas y las teorías de la estructura molecular de los sólidos.

p. 91

La fenomenología de cada uno de los conceptos debiera estar en la base de los diferentes ejercicios y actividades que se proponen o de las actividades de motivación y ampliación; no es usual que los libros de texto hagan un barrido explícito de las principales opciones fenomenológicas para un determinado concepto, pero está claro que, si se quiere presentar un

tópico matemático con toda su riqueza y pluralidad de significados, debe considerarse en conexión con diferentes fenómenos y debe aplicarse a otros campos diferentes del conocimiento. En el texto ya mencionado, se encuentra:

Hay situaciones cotidianas en las que se escoge o selecciona grupos de objetos. La elección de un almuerzo de un menú de un restaurante es un ejemplo de selección.

Con frecuencia se establece ordenaciones; las posiciones de los muebles en una habitación o las formas de alojarse cuatro personas en un vehículo implican posibles ordenaciones. Nuestro lenguaje o el sistema de numeración decimal se componen de agrupaciones ordenadas -palabras o números- tomadas del alfabeto o de los 10 dígitos.

Las situaciones comentadas y muchas otras similares se denominan situaciones combinatorias. Se reconocen porque existe un conjunto sobre cuyos objetos aplicamos algún criterio de colocación, selección u ordenación, generándose varias soluciones acordes con el criterio

p. 200

La caracterización histórica de cada tópico se viene incorporando recientemente a nuestros libros de texto; de nuevo se tiene un ejemplo:

El Algebra se caracteriza por sus métodos para determinar valores o cantidades desconocidos mediante las relaciones que guardan con otras cantidades conocidas; estos métodos conllevan el uso de letras y expresiones literales con las que se realizan operaciones.

Descartes (1596-1650), en su *Geometría* publicada en 1637, se expresaba así:

"Una ecuación está integrada por varios términos, algunos de ellos conocidos y algunos de ellos desconocidos, siendo unos iguales a otros, o más bien, considerados todos conjuntamente son iguales a cero."

p. 149

Todavía resulta necesario profundizar más y mejor en los usos didácticos de la evolución histórica del concepto o conceptos que se estén considerando para cada unidad didáctica.

Materiales y recursos son tópicos más familiares al profesor de matemáticas, y es usual encontrar referencias explícitas en los libros de texto:

Si dispones de un balón, marca con rotulador sobre él una red de paralelos y meridianos. Elige dos puntos que estén en el mismo paralelo y, estimando, traza el círculo máximo que pasa por esos dos puntos; comprueba que la distancia entre esos dos puntos medida sobre el círculo máximo es inferior a la distancia medida sobre el paralelo.

p. 100

Tres pelotas de tenis se venden en contenedores cilíndricos; se trata de un ejemplo de apilamiento de esferas congruentes. Queremos calcular la fracción del volumen del cilindro ocupado por las esferas

p. 116

Es evidente que en la realización de un libro de texto intervienen, con mayor o menor extensión, profundidad y sistematicidad, los tipos de información que se acaban de revisar. Un libro de texto moderno no queda nunca reducido a la simple presentación secuenciada de definiciones, conceptos, operaciones, propiedades, estructuras y teoremas matemáticos.

El trabajo de los profesores de matemáticas tampoco puede reducirse a planificar los estrictos conocimientos formales de matemáticas. Sin embargo, por la cultura en la que han sido formados los profesores, los únicos datos que parecen compartir son las informaciones exclusivamente matemáticas, y es sobre estos datos sobre los que únicamente se producen discusiones en las tareas de planificación y diseño. Se trata de una consideración obviamente deficiente que tiene su repercusión en las tareas de elaboración, puesta en práctica y valoración de unidades didácticas. También tiene implicaciones para el trabajo dentro del seminario o departamento de matemáticas en cada centro, y en la consideración de la dimensión social de ese trabajo.

Organizadores y componentes del currículo

Se cuestionado la utilidad de la información que ofrecen los documentos oficiales sobre los cuatro componentes del currículo (objetivos, contenidos, metodología y evaluación) para la elaboración de unidades didácticas. Las deficiencias detectadas para el análisis y construcción de unidades didácticas con el esquema que proporcionan estos componentes nos llevaron a elaborar la noción de organizador y a profundizar en ella. Tomando como referencia los organizadores, se sostiene que es posible un análisis didáctico con profundidad de los distintos temas del currículo de matemáticas. Los organizadores se han escogido para satisfacer esta demanda.

Obtenida la información más relevante sobre cada tópico, en relación con los diferentes organizadores, es posible establecer criterios precisos mediante los cuales estructurar la información disponible y organizar un diseño de las unidades didácticas según el esquema general de los cuatro componentes del currículo.

El diseño general debe tener en cuenta diferentes alternativas, a partir de las cuales los profesores llevan adelante sus tareas de planificación. En cada caso es necesario establecer prioridades y seleccionar la información aportada por los diferentes organizadores. De este modo se obtienen informaciones concretas para establecer los objetivos, contenidos, metodología y evaluación de cada tema. En el paso que se da de obtener la información con respecto los organizadores a las decisiones sobre cada una de las cuatro dimensiones del currículo, se tendrá en cuenta el siguiente marco:

1. Objetivos, referentes a:

- 1.1. Prioridades en el dominio conceptual y procedimental de cada tema.
- 1.2. Conocimiento de los sistemas de representación y dominio de las tareas de conversión en los diferentes sistemas. Niveles convenientes de dominio en cada caso.
- 1.3. Competencias en la ejecución de procedimientos, con especial énfasis en las tareas de modelización.
- 1.4. Familiaridad con los contextos y situaciones en las que los conceptos y procedimientos tienen un uso y aplicación convenientes; comprensión de los principales significados de cada campo conceptual.
- 1.5. Control de los errores usuales y superación de las dificultades conceptuales de cada tópico.
- 1.6. Prioridades en los medios tecnológicos, en la selección de recursos específicos y en el dominio de tales medios y recursos.
- 1.7. Fomento de actitudes positivas respecto a las matemáticas tales como: satisfacción por la tarea bien hecha, por la construcción coherente de argumentos, la resolución de problemas, búsqueda de la verdad y apreciación de la belleza en las realizaciones matemáticas

2. Contenidos, relativos a:

- 2.1. Criterios para organizar y estructurar cada campo conceptual.
- 2.2. Organización y secuenciación de dificultades que se prevén en cada caso.
- 2.3. Selección de los sistemas de representación adecuados, de sus relaciones y limitaciones, y de los procedimientos relacionados.
- 2.4. Delimitación de los campos de aplicaciones y de los fenómenos en cuya modelización se va a trabajar.
- 2.5. Preconceptos y errores previsibles, así como su conexión con la estructura del campo conceptual.
- 2.6. Prioridades en los materiales y recursos mediante los que se va a tratar cada uno de los temas.
- 2.7. Conexión de cada campo conceptual con algunos de los momentos relevantes de su evolución histórica.

3. Metodología prevista, con referencia a:

4. Evaluación, con respecto a:

4.1. Diseño y selección de tareas encauzados a valorar la comprensión y dominio alcanzados en conocimientos concretos.

4.2. Diagnóstico y corrección de errores conceptuales y procedimentales.

4.3. Cuestiones relevantes que controlar; detección de carencias en el uso de las representaciones y en las tareas de traducción.

4.4. Tareas abiertas enfocadas a valorar la comprensión global y las estrategias de alto nivel.

4.5. Sistemas para obtener información sobre el conocimiento adquirido por los alumnos, seleccionarla y registrarla.

4.6. Métodos adecuados para la valoración del aprendizaje alcanzado y de las actitudes desarrolladas por los alumnos.

Se cierra así la propuesta que se presenta en este trabajo. Se ha argumentado que, antes de comenzar la planificación de las unidades didácticas sobre las cuatro dimensiones convencionales del currículo, es necesario hacer una reflexión amplia sobre el conocimiento didáctico de cada uno de los temas. Se pretende que esta reflexión no sea arbitraria y carente de criterios. Para ello se ha tomado como base fuentes disciplinares a las que se ha llamado organizadores del currículo, los cuales, conjuntamente, enmarcan el conocimiento didáctico de los contenidos del área de matemáticas.

Conclusiones

El profesor de matemáticas necesita autonomía intelectual y capacidad crítica para el ejercicio de su profesión; para conseguirlas es imprescindible conocer las herramientas conceptuales de su profesión.

De ahí la necesidad de entender y controlar el concepto de currículo y su complejidad; igualmente, destaca la conveniencia de utilizar este concepto en los diversos contextos en los que se presenta y analizar los posibles criterios para su organización.

Objetivo principal de este artículo ha sido reflexionar sobre la necesidad de poner a disposición de los profesores de matemáticas conceptos sólidos y útiles de currículo y de sus organizadores, que sirvan para profundizar y mejorar la actividad profesional.

Referencias bibliográficas

Coll, C. (1987). *Psicología y Curriculum*. Barcelona: Laia.

Contreras, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.

Howson, G; Keitel, C. y Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural. En Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.). *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.

Rico, L. (1994). Componentes básicos para la formación del profesor de matemáticas de secundaria. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, núm. 21, 33-44.

Rico, L. (1995-a). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA*, núm. 1, 4-24.

Rico, L. (1995-b). *Conocimiento numérico y formación del profesorado*. Discurso de Apertura del Curso Académico 1995-96. Granada: Universidad de Granada.

Rico, L. (1997-a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.

Rico, L. (1997-b). Reflexión sobre los fines de la educación matemática. *Revista Suma*, núm. 24, 5-19.

- Rico, L. (1997-c). Los organizadores del currículo. En L. Rico (Ed.) *La Educación matemática en enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Rico, L., Castro, E. y Coriat, M. (1997). Revisión teórica sobre la noción de currículo. En L. Rico (Ed.). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. y Coriat, M. (1992). La asignatura “Didáctica de la matemática en el bachillerato” en la Universidad de Granada. *Actas de las Didácticas Específicas en la Formación del Profesorado* (659-666). Santiago de Compostela.
- Rico, L. et al. (1994-a). *Matemáticas para educación secundaria obligatoria. Curso 3o., Proyecto 2000*. Sevilla: Editorial Algaída.
- Rico, L. et al. (1994-b). *Matemáticas para educación secundaria obligatoria. Curso 4o., Proyecto 2000*. Sevilla: Editorial Algaída.
- Rico, L. y Gutiérrez, J. (1994). *Formación científico-didáctica del profesor de Matemáticas de secundaria*. Granada: Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.
- Rico, L. y Sierra, M. (1991). La comunidad de educadores matemáticos. En Gutiérrez, A. (De.). *El área de conocimiento didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L.; Sierra, M. (1994). Educación matemática en la España del siglo XX. En Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Romberg, T. (1992-a). Problematic Features of the School Mathematics Curriculum. En P. Jackson (Ed.). *Handbook of Research on Curriculum*. Nueva York: Macmillan. Hay versión en español: Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas (1991). *Revista de Educación*, núm. 294, 323-406.
- Romberg, T. (1992-b). Perspectives on Scholarship and Research Methods. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Nueva York: Macmillan.
- Steiner, H. (1980). *Comparative Studies of Mathematics Curricula. Change and Stability 1960-1980*. Institut für Didaktik der Mathematik. Bielefeld: Universität Bielefeld.
- Weyl, S. (1996). *Echar raíces*. Valladolid: Ediciones Trotta.