MODELO DE ASIGNACIÓN DE RECURSOS NA LOITA CONTRA INCENDIOS FORESTAIS

Xosé Luis Quiñoá López* / Rosalía Porto Vila*
María del Carmen Lorenzo Díaz**
*Departamento de Métodos Cuantitativos para a Economía e a Empresa
Facultade de Ciencias Económicas e Empresariais
Universidade de Santiago de Compostela
**Departamento de Economía Aplicada
Facultade de Ciencias Económicas e Empresariais
Universidade de Santiago de Compostela

Recibido: 15 abril 1999
Aceptado: 16 decembro 1999

Resumo: *Neste traballo proponse, en primeiro lugar, unha metodoloxía que permita dividir un conxunto de puntos en función de atributos (ou características) que lles concirnen, para construír partes del cun certo grao de homoxeneidade. Ademais, no caso dun espacio xeográfico determinado, unha vez dividido, a loita contra incendios forestais presenta unhas características que incitan á utilización da análise matricial. Analízase a influencia que poden te-los diferentes puntos, uns sobre outros, en primeiro lugar dende un punto de vista cuantitativo e logo en termos de valor, co obxectivo de obter unha asignación máis racional dos recursos, sexan estes públicos ou privados.*
Palabras clave: *Incendios forestais / Análise matricial / Asignación de recursos.*

RESOURCE MANAGEMENT MODEL IN FOREST FIRE FIGHTING

Summary: *This paper will provide a methodology, which allows the division of a set of points according to their attributes or characteristics. Its aim will be to get parts of a whole with a certain homogeneity degree. Moreover, in the case of a determined geographical space and once it has been divided into homogeneous parts, forest fire management presents aspects which encourage the use of matricial analysis. The influence among the different points –ones over the others is analysed, both from a quantitative viewpoint and in terms of value, in order to manage a more rational allocation of public or private resources.*
Keywords: *Forest fires / Matricial analysis / Allocation of resources.*

INTRODUCCIÓN

Neste traballo proponse, por unha parte, unha metodoloxía que sirva para definir comarcas caracterizadas por un certo grao de homoxeneidade entre as celas ou áreas que as compoñen.

Denominaremos punto negro a unha masa forestal concentrada nun lugar xeográfico e dotada dunha certa homoxeneidade, susceptible de ser afectada por un incendio.

Dado un punto negro, entenderemos por atributo cada unha das propiedades[1] ou calidades daquel, incluída a adecuación de cada un dos posibles medios de prevención e extinción.

[1] Pendente, exposición, dirección e velocidade do vento, humidade, número de habitantes da zona, existencia de parques de lecer, importancia ecolóxica das especies, etc.

ISSN 1132-2799

Para un territorio G determinado, un dos primeiros e máis graves problemas con que se atopa o planificador é a escasa homoxeneidade do monte en canto ós atributos; cómpre, daquela, deseñar un método que nos permita dividi-lo territorio G en comarcas relativamente homoxéneas co obxectivo de estudiar estas de forma individualizada.

Por outra parte, proponse un modelo de asignación de recursos na loita contra incendios forestais que, mediante técnicas matriciais semellantes ás da análise input-output, permite analiza-lo comportamento dunha determinada masa forestal ante un incendio. Ademais, introdúcese un "vector de prezos" que nos permite comparar unhas zonas con outras non só dende o punto de vista do risco de incendio, senón tamén tendo en conta o seu valor ecolóxico, recreativo e productivo. Finalmente, ilústrase o modelo de asignación proposto cun exemplo.

METODOLOXÍA PARA A COMARCALIZACIÓN

Sexa G un conxunto de puntos que poden representar axentes económicos, puntos nun espacio xeográfico, votantes nunha elección, etc., e sexa $A=\{a^1,a^2,...,a^s\}$ un conxunto de atributos que concirnen ós diferentes puntos.

Cada a^i é de r_i tipos e $p=r_1+r_2+...+r_s$ é o número total de tipos de atributos.

Para todo n denotamos $S_n=\left\{X\in R^n / x_i\geq 0 \text{ e } \sum_{u=1}^{n} x_i=1\right\}$.

Para cada punto $g\in G$ e cada a^i asígnase[2] $\left(p_1^i,p_2^i,\cdots,p_{r_i}^i\right)\in R^{r_i}$, tal que $p_j^i\geq 0$ e $\sum_{j=1}^{r_i} p_j^i=1$, $\left(p_1^i,p_2^i,\cdots,p_{r_i}^i\right)$ é, polo tanto, un elemento do simplex S_{r_i} de R^{r_i}.

Ademais, cada p_j^i "mide" o peso relativo de a_j^i en a^i. Daquela, a cada $g\in G$ asignámoslle-lo vector $\left(\frac{p_1^1}{s},\cdots,\frac{p_{r_1}^1}{s},\cdots\cdots,\frac{p_1^s}{s},\cdots,\frac{p_{r_s}^s}{s}\right)\in S_p$ (posto que, por construcción $\frac{p_j^i}{s}\geq 0$, $1\leq i\leq s$, $1\leq j\leq r_i$ e $\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{r_i}\frac{p_j^i}{s}=s\frac{1}{s}=1$).

---

[2] Por exemplo, sexa a^1 o atributo topografía pendente dun ecosistema forestal G, defínese:

$$\left\{a_1^1,a_2^1,a_3^1\right\}=\left\{\text{chan, ondulado, quebrado}\right\}$$

Se asignámo-lo mesmo peso a cada tipo de pendente, p^1 sería igual a (1/3, 1/3, 1/3) de forma que cumpre a condición de simplex.

Por comodidade, denotamos un punto $g_i\in G$ de modo máis sinxelo por $g_i=(p_{i1},p_{i2},...,p_{ip})$, $i\in I$, onde I é un conxunto de índices calquera.

Daquela, defínese a aplicación d:$G\times G\rightarrow R$ como segue:

$$d\left(g_i,g_{i'}\right)=\sum_{j=1}^{p}\left|p_{ij}-p_{i'j}\right|$$

Compróbase inmediatamente que:

1) $d\left(g_i,g_{i'}\right)=d\left(g_{i'},g_i\right)$, $\forall g_i,\ g_{i'}\in G$.
2) $d\left(g_i,g_{i''}\right)\leq d\left(g_i,g_{i'}\right)+d\left(g_{i'},g_{i''}\right)$, $\forall\ g_i,g_{i'},g_{i''}\in G$,

e, polo tanto, d é unha predistancia sobre G.

En G, a relación binaria $g_i\subseteq g_{i'} \Leftrightarrow d\left(g_i,g_{i'}\right)=0$ é de equivalencia; e se $G^*=G/\subseteq$ é o conxunto das clases de equivalencia, a aplicación d:$G^*\times G^*\rightarrow R$ definida por:

$$d\left(g_i^*,g_{j'}^*\right)=\sum_{k=1}^{p}\left|p_{ik}-p_{jk}\right|;\ g_i\in g_i^*,\ g_j\in g_j^*$$

é, en efecto, unha distancia sobre G^*.

No que segue, por comodidade de notación e sen perda de xeneralidade, denotaremos G (e non G^*) ó espacio métrico así construído.

Definamos agora a aplicación:

$$\Phi\text{: } G\rightarrow S_p$$
$$g_i\rightarrow\Phi(g_i)=(p_{i1},p_{i2},...,p_{ip})\in S_p$$

que é inxectiva.

Ademais, en R^n coa norma $\|x\|=\sum_i |x_i|$ e a súa distancia asociada, a distancia entre dous puntos de G non é outra que a distancia entre as súas imaxes en S_p.

Diremos que un subconxunto O de G é ε-homoxéneo se o diámetro da súa imaxe en S_p:

$$\text{diam}\Phi(O)=\sup\{d(x,y);\ x,y\in\Phi(O)\}$$

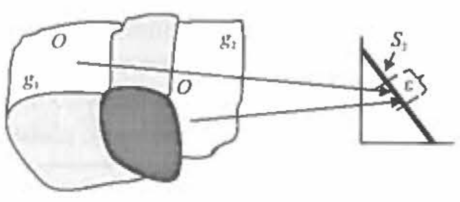
é menor ou igual a ε.

Posto que S_p é compacto, de todo recubrimento aberto (por exemplo, por bólas abertas de radio ε) pódese extraer un sub-recubrimento finito B_1, B_2, ..., B_n.

Sexa $O_i=\{g\in G/\ \Phi(g)\in B_i\}$; O_i é, polo tanto, un conxunto ε-homoxéneo (figura 1).

Supoñamos agora que G é un espacio xeográfico coa distancia habitual e $F=\{g_1, ..., g_n\}$ o conxunto de compoñentes conexas dos O_i con respecto á xeográfica. Daquela, cada g_i é unha parte de G, tendo os seus puntos características semellantes.

Figura 1.- Representación dun conxunto ε-homoxéneo



MODELO DE ASIGNACIÓN DE RECURSOS

Sexa F o conxunto de n puntos g_i dun ecosistema forestal G caracterizados por unha certa homoxeneidade. Supoñamos que o departamento de planificación dispón de información sobre as probabilidades de incendio en cada g_i, da transmisión do lume de g_i a g_j, así como dos medios de loita contra o lume e a súa eficacia.

O punto g_i dispón no instante inicial t_0 dunha cantidade de recursos Q_i. Durante un certo período de tempo Δt, g_i consume probablemente dos seus propios recursos unha certa cantidade q_{ii}, froito da súa propia acción, e unha cantidade q_{ij} froito da acción de g_j sobre g_i.

Denotamos:

- $A=(\alpha_{ij})$ a matriz definida por $\alpha_{ij}=\dfrac{q_{ij}}{Q_j}$, cantidade probable que g_j consome de g_i por unidade de Q_j.
- $Q=(Q_i)$ vector de recursos do sistema en t_0.
- $\Delta Q'=(\Delta Q'_i)$ vector que representa o crecemento natural de recursos no período Δt.
- β, $0\leq\beta\leq\Delta Q'$, vector para o cal $Q+\beta$ ($Q\leq Q+\beta\leq Q+\Delta Q'$) representa a cantidade de recursos desexados ó final de Δt.

Con estas notacións tense o sistema de ecuacións:

$$(Q+\Delta Q)-A\,(Q+\Delta Q)=\beta+Q \qquad (1)$$

onde ΔQ é a incógnita que representa formalmente o crecemento necesario para obter $Q+\beta$.

Evidentemente, se $A=0$, a expresión (1) transfórmase en $Q+\Delta Q=\beta+Q$ e, daquela, a cantidade máxima de recurso desexado é:

$$\beta=\Delta Q=\Delta Q'$$

logo, necesariamente $\beta\leq\Delta Q'$.

Por outra parte, se en (1) β e A son tales que para calquera i, $\Delta Q_i>\Delta Q'_i$, daquela, no punto g_i o crecemento de recurso non é suficiente para compensa-las posibles perdas.

De modo xeral, o problema escríbese, xa que logo:

$$\begin{gathered}(Q+\Delta Q)-A\,(Q+\Delta Q)=\beta+Q\\ 0\leq\beta\leq\Delta Q'\\ \Delta Q\leq\Delta Q'\end{gathered}$$

As desigualdades serán utilizadas unicamente para limita-las pretensións sobre β e coñecer cómo se pode modificar A para alcanza-lo obxectivo desexado.

A ecuación (1) equivale a:

$$(I-A)\,\Delta Q=\beta+A\,Q \qquad (2)$$

A continuación, estudiarémo-lo sistema (2). Por construcción, A é non-negativa e admite un valor propio real máximo λ_m positivo (Perron-Frobenius). Ademais, podemos supoñer que a cantidade total de recursos forestais do punto g_i probable consumida polo incendio é estrictamente menor cá cantidade de recursos existentes en g_i. É dicir:

$$Q_i>0 \text{ e } q_{i1}+q_{i2}+...+q_{in}<Q_i,\ 1\leq i\leq n,$$

daquela

$$\frac{q_{i1}}{Q_1}Q_1+\frac{q_{i2}}{Q_2}Q_2+\cdots+\frac{q_{in}}{Q_n}Q_n<Q_i$$

e

$$\alpha_{i1}Q_1+\alpha_{i2}Q_2+\cdots+\alpha_{in}Q_n<Q_i$$

é dicir, $AQ<Q$ e, polo tanto, $\lambda_m<1$.

Daquela, nestas condicións sábese que $\forall\lambda>\lambda_m$ (en particular para $\lambda=1$), $(\lambda I-A)$ é inversible, $(\lambda I-A)^{-1}$ é non-negativa e o sistema admite unha única solución non-negativa:

$$\Delta Q = (I-A)^{-1}(\beta+AQ)$$

A solución deste sistema de ecuacións pode moi ben non ter sentido se se desexa cando menos conserva-lo recurso forestal inicial en cada punto; nese caso, para todo i, $\Delta Q_i \leq \Delta Q'_i$ o que significa que o crecemento en g_i é superior á depredación probable do incendio forestal; no caso contrario, dependendo do tipo de output forestal danado, pode ou non ser de interese toma-las medidas oportunas de actuación contra incendios no punto g_i. De tódolos xeitos, permítelle ó xerente saber qué tipo de asignación de recursos debe levarse a cabo para eventualmente (se resulta conveniente) influír na reducción dos elementos de A; iso, cun custo que conviría precisar.

Unha vez analizado o sistema de asignación de recursos en canto ás cantidades de recursos, pasamos a continuación a introduci-los prezos dos outputs no modelo formulado na expresión (2).

Sexa $M_n(R)$ o álxebra das matrices cadradas de orde n con coeficientes reais. Se $A=(\alpha_{ij})_{\substack{1\leq i\leq n\\ 1\leq j\leq n}}$ é un elemento de $M_n(R)$, $\|A\| = \sup_i \sum_j |\alpha_{ij}|$ define unha norma sobre $M_n(R)$; con respecto a esa norma $M_n(R)$ é un espacio de Banach e, ademais,

$$\|AB\| \leq \|A\|\,\|B\|$$
$$\|I\| = 1$$

de onde se deduce que $M_n(R)$ é un álxebra de Banach con unidade I.

Daquela, $A\in M_n(R)$ é inversible (Quiñoá, 1992) se e só se existe $D\in M_n(R)$, D inversible e tal que $\|I - D^{-1}A\| < 1$, e se considerámo-la aplicación:

$$\Phi: M_n(R) \to M_n(R)$$
$$X \to \Phi(X) = D^{-1}+X-D^{-1}AX;$$

a sucesión iterativa:

$$X_0, X_1 = \varphi(X_0), \cdots, X_n = \varphi(X_{n-1}), \cdots$$

converxe a A^{-1}.

Diremos que $A=(\alpha_{ij})\in M_n(R)$ é diagonal dominante estricta por filas (respectivamente columnas) se,

$$\forall i,\ |\alpha_{ii}| > \sum_{j\neq i} |\alpha_{ij}| \ \text{(respectivamente } |\alpha_{ii}| > \sum_{j\neq i} |\alpha_{ji}|\text{)}$$

Diremos que A é de tipo Leontief se $\alpha_{ii}\geq 0$ e $\alpha_{ij}\leq 0$ para $i\neq j$. Demóstrase que se A é diagonal dominante de tipo Leontief, A é inversible e a súa inversa é non-negativa. Tamén diremos que A é reducible a diagonal dominante estricta por columnas se

$$\exists\, P = (p_1, ..., p_n) \in R^n,\ p_i > 0 \quad \forall i$$

e tal que a matriz $B=(\beta_{ij})$ definida por $\beta_{ij}= p_i\,\alpha_{ij}$ é diagonal dominante estricta por columnas.

Volvamos ó sistema (2):

$$(I-A)\Delta Q = \beta+AQ$$

e sexa $P=(p_1, ..., p_n)\in R^n$ tal que $\forall i$, $p_i>0$. Denotemos $\tilde{P} = (p_{ij})$ a matriz diagonal definida por: $p_{ii}=p_i$, $p_{ij}=0$ se $i\neq j$.

Daquela,

$$\tilde{P}(I-A) = \begin{pmatrix} p_1(1-\alpha_{11}) & \cdots & -p_1\alpha_{1j} & \cdots & -p_1\alpha_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -p_j\alpha_{j1} & \cdots & p_j(1-\alpha_{jj}) & \cdots & -p_j\alpha_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -p_n\alpha_{n1} & \cdots & -p_n\alpha_{nj} & \cdots & p_n(1-\alpha_{nn}) \end{pmatrix}$$

e para todo j, $1\leq j\leq n$, fagamos:

$$z_j = -\alpha_{1j}p_1 - ... + (1-\alpha_{jj})p_j - .. \alpha_{nj}p_n$$

Se $\forall j$, $z_j>0$ e, dado que $p_j>0$, os α_{ij} non-negativos e $\alpha_{jj}<1$ ($\alpha_{jj}\geq 1$ non ten sentido), a matriz $\tilde{P}\,(I-A)$ é de tipo Leontief diagonal dominante estricta por columnas.

Daquela, sexa $Z=(z_1, ..., z_n)\in R^n$, $z_j>0$ $\forall j$; cabe preguntarse: ¿existe un vector de prezos $P=(p_1,...,p_n)$ non-negativo tal que

$$z_j = -\alpha_{1j}\, p_1 - \ldots + (1-\alpha_{jj})\, p_j - \ldots - \alpha_{nj}\, p_n, \quad 1 \leq j \leq n\ ,$$

onde z_j representa o saldo unitario que lle proporciona g_j ó sistema?

A resposta é afirmativa; en efecto, matricialmente tense $P(I\text{-}A) = Z$ con P e Z vectores fila, ou ben $(I - {}^{t}A)\ P = Z$ (sendo agora P e Z vectores columna).

Posto que $(I\text{-}{}^{t}A)$ é inversible e a súa inversa é non-negativa, o sistema admite a solución única: $P = (I - {}^{t}A)^{-1}\ Z$.

Sexa agora $C(Z)=c_{ij}(Z)$ a matriz definida por $c_{ii}=p_i(z)(1\text{-}\alpha_{ii})$ e $c_{ij}=\text{-}p_i(z)\alpha_{ij}$ se $i\neq j$; é dicir, $C=\tilde{P}\ (z)(I\text{-}A)$, e sexa y_i a cantidade final de recursos desexados (en termos de valor) no punto g_i no período Δt. Tense:

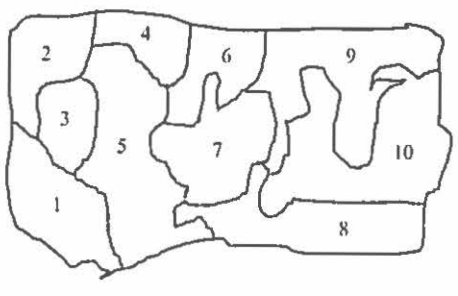
$$y_i\,(Z) = -\alpha_{i1}\, p_i(z)\,\Delta Q_1 - \ldots + (1-\alpha_{ii})\, p_i(z)\,\Delta Q_i - \ldots - \alpha_{in}\, p_i(z)\,\Delta Q_n, \quad 1 \leq i \leq n$$

e se $Y=(y_i)$, pódese escribir en forma matricial: $C(Z)\ \Delta Q=Y$, ou incluso, $\left[\tilde{P}(Z)(I-A)\right]\Delta Q=Y$ e como $\tilde{P}(Z)(I-A)$ é inversible e a súa inversa é non-negativa, o sistema admite a solución única .

Isto permítelle ó xerente avalia-lo interese de toma-las decisións non só dende o punto de vista cuantitativo, senón tamén cualitativo ó considerar, por exemplo, o valor ecolóxico dos diferentes puntos, así como o custo razoablemente soportable por cada punto para mellora-lo sistema.

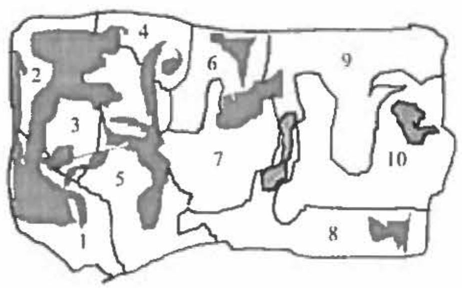
A modo de exemplo, supoñamos que o ecosistema forestal está estructurado en varias celas agrupadas, segundo a metodoloxía de comarcalización presentada no segundo apartado deste traballo, en dez puntos ou comarcas homoxéneas P_i, $i=1,\ldots,10$ (figura 2).

Figura 2



Cada comarca P_i ten un recurso $Q_i(t_0) = Q_0$ en t_0 , e vese alterada (figura 3) pola actuación de incendios na cantidade q_{ii}, se o incendio ocorre na propia comarca, e na cantidade q_{ij}, se o incendio ocorre nunha comarca limítrofe, P_j (táboa 1).

Figura 3



Táboa 1.- Cantidade de outputs producidos e queimados en cada comarca

$Q_i(t_n)$	q_{i1}	q_{i2}	q_{i3}	q_{i4}	q_{i5}	q_{i6}	q_{i7}	q_{i8}	q_{i9}	q_{i10}
10	0,5	0,05	0	0	0,05	0	0	0	0	0
15	0,05	0,1	0,2	0	0,1	0	0	0	0	0
13	0,05	0,1	0,2	0	0,05	0	0	0	0	0
20	0	0,1	0	0,01	0,2	0	0	0	0	0
18	0	0,01	0,1	0	0,3	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0,24	0,04	0	0	0
7	0	0	0	0	0,1	0	0,1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0,05	0
3	0	0	0	0	0	0	0,05	0	0,05	0,01
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05

Facendo os cálculos correspondentes resulta a matriz $I\text{-}A$:

$$\begin{pmatrix}
0{,}950 & -0{,}0033 & 0 & 0 & -0{,}002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-0{,}005 & 0{,}9933 & -0{,}015 & 0 & -0{,}005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-0{,}005 & -0{,}0066 & 0{,}984 & 0 & -0{,}002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -0{,}0066 & 0 & 0{,}999 & -0{,}011 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -0{,}0006 & -0{,}007 & 0 & 0{,}983 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}970 & -0{,}005 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}005 & 0 & 0{,}985 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}98 & -0{,}016 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}007 & 0 & 0{,}983 & -0{,}01 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}95
\end{pmatrix}$$

En principio, desexamos que, tralo suceso dos incendios, quede no ecosistema, cando menos, un output igual a Q_0 (2), é dicir,

$$Y = AQ_0 = (0'58,\ 0'43,\ 0'39,\ 0'31,\ 0'40,\ 0'28,\ 0'19,\ 0'14,\ 0'10,\ 0'05)$$

Se resolvémo-lo sistema $(I\text{-}A)\Delta Q = AQ_0$, obtemos un vector resultante:

$$\Delta Q = (0'61, 0'44, 0'40, 0'32, 0'41, 0'29, 0'19, 0'14, 0'10, 0'05)$$

que indica o crecemento que debe darse en cada P_i para que, a pesar do suceso de incendios, se manteña a masa Q_0.

Sexa $\Delta Q'$ o vector de crecemento do output en cada P_i no período $t_1\text{-}t_0$. É evidente que se $\Delta Q<\Delta Q'$, o crecemento do ecosistema é maior cá extensión danada polos incendios, xa que garante como mínimo un output Y. Aínda que pode ocorrer que $\Delta Q_i>\Delta Q'_i$ nalgún punto P_i e, polo tanto, dependendo do tipo de output danado pode ou non ser de interese toma-las medidas oportunas de actuación contra incendios.

Por exemplo, se

$$\Delta Q'=(0'5, 3, 1, 2, 1, 0'7, 2, 0'5, 0'25, 0'1) \qquad (3)$$

observamos cómo, aínda que o ecosistema como conxunto mantén a súa cantidade de masa inicial Q_0 (é dicir, $\sum_{i=1}^{10} \Delta Q_i = 2{,}95 < \sum_{i=1}^{10} \Delta Q'_i = 11{,}05$), no punto P_1 non se produce o crecemento necesario de output para mante-la súa cantidade inicial (isto é, $\Delta Q_1=0{,}61>\Delta Q'_1=0{,}5$).

Agora ben, se $\sum_{i=1}^{10} \Delta Q_i > \sum_{i=1}^{10} \Delta Q'_i$ indica que o ecosistema no seu conxunto ou nalgún punto P_i ten uns danos debidos a incendios superiores á súa capacidade de crecemento (afectaría negativamente ó output inicial Q_0). Polo tanto, para emendar este desequilibrio, o xestor ou reduce a cantidade de Y esixida ou diminúe os α_{ij} mediante a introducción de máis medidas de prevención e extinción. O lóxico será adopta-la segunda vía de actuación; é dicir, intensifica-la loita contra os incendios.

No noso exemplo, obsérvase como no punto P_1 non se consegue o Y esixido xa que $\Delta Q_1>\Delta Q'_1$. Supoñamos que o punto P_1 é de sumo interese dado que a maior parte do seu output son especies en extinción. Daquela, para mante-lo seu output intensifícanse as medidas de prevención e extinción no punto P_1 queimándose só $q_{11}/2$ (q_{11} da táboa 1). Agora o ecosistema en tódolos seus puntos mantén o output Q_0, xa que $\Delta Q_i>\Delta Q'_i$:

$$\Delta Q = (0'34, 0'44, 0'40, 0'32, 0'41, 0'29, 0'19, 0'14, 0'10, 0'05)$$

Por outra parte, non só é conveniente conseguir que o ecosistema manteña os Q_0, senón que exista un excedente β. Agora ben, o vector β toma como máximo valores iguales ó crecemento do ecosistema, é dicir, ó output do ecosistema producido entre t_0 e t_1 se non está afectado por ningún incendio. Supoñamos que nos interesa introducir un excedente β dado pola táboa 2.

Táboa 2.- Valores dos recursos desexados para cada punto do ecosistema

AQ_0	0,58	0,43	0,39	0,31	0,40	0,28	0,19	0,14	0,10	0,05
β	0,025	1,5	0,5	1	0,5	0,5	1	0,25	0	0
Y	0.605	1.93	0.89	1.31	0.9	0.78	1.19	0.39	0.1	0.05

Ó resolver de novo o sistema $(I\text{-}A)\Delta Q = \beta + AQ_0$ teremos:

$$\Delta Q = (0'64, 1'96, 0'92, 1'33, 0'92, 0'81, 1'21, 0'39, 0'11, 0'05)$$

sendo os puntos P_1 e P_6 onde $\Delta Q_i>\Delta Q'_i$. O xestor debe tomar medidas neses puntos, xa que o crecemento natural dos outputs non é suficiente para manter $Q_0+\beta$. Se se reduce q_{11} e q_{66} da táboa 1 pola metade debido á actuación de medidas de loita contra incendios, obtense un crecemento do output necesario:

$$\Delta Q = (0'35, 1'96, 0'92, 1'33, 0'92, 0'16, 1'21, 0'39, 0'11, 0'05)$$

menor que o que realmente se produce $\Delta Q'$ en cada punto do ecosistema.

Agora ben, o interesante non só é facer unha análise en termos de cantidades, senón en termos de valor. Así, se fixamos un vector de saldo neto que cada punto lle proporciona ó ecosistema $z = (5, 1, 2, 0'6, 3, 0'8, 0'1, 0'2, 0'4, 0'7)$ a solución do sistema $(I\text{-}A')P=Z$ será o vector de prezos:

$$P = (5'25, 1'08, 2'07, 0'64, 3'07, 0'82, 0'11, 0'2, 0'41, 0'74)$$

Se empregamos estes prezos no sistema $P(I\text{-}A)\ \Delta Q=Y$ e dados os valores finais desexados en cada punto $Y= (3, 2, 1, 1, 2'5, 0'9, 1'5, 0'5, 0'6, 0'4)$, obtémo-lo vector ΔQ:

$$\Delta Q = (0'6, 1'87, 0'49, 1'59, 0'82, 1'21, 13'88, 2'69, 1'74, 0'56)$$

solución do crecemento necesario en cada punto para obte-lo nivel de actividade Y cos prezos P. Observamos como o crecemento $\Delta Q'$ (3) nos puntos P_1, P_6, P_7, P_8, P_9 e P_{10} non é suficiente para alcanza-lo nivel Y. A solución do problema podería ser investir en tarefas de prevención e extinción para diminuí-lo risco de incendio.

BIBLIOGRAFÍA

DEBREU, J.; HERSTEIN, I.N. (1953): "Nonnegative Square Matrices", *Econometrica*, 21, pp. 597-607.

GANTMACHER (1966): *Théorie des matrices*, vol. 2. París: Dunod.

LEONTIEF, W.W. (1951): *The Structure of American Economy, 1919-1939*. New York: Oxford University Press.

MCKENZIE, L. (1959): "Matrices with Dominant Diagonals and Economic Theory", en Arrow, Karlin e Suppes [ed.]: *Mathematical Methods in the Social Sciences*. Stanford University Press.

QUIÑOÁ LÓPEZ, X.L. (1992): "Sur un type de matrice infinie de diagonale dominante dans la théorie économique", *European Meeting of the Econometric Society*. Bruxelas.

A PROVISIÓN E FINANCIAMENTO PRIVADO DE INFRAESTRUCTURAS E SERVICIOS PÚBLICOS. O APOIO DO SECTOR PÚBLICO E O CONTROL DA RENDIBILIDADE DO PARTÍCIPE PRIVADO

JOSÉ ANTONIO REDONDO LÓPEZ / ALFONSO RODRÍGUEZ SANDIÁS
Departamento de Economía Financeira e Contabilidade
Facultade de Ciencias Económicas e Empresariais
Universidade de Santiago de Compostela

Recibido: 18 maio 1999
Aceptado: 16 decembro 1999

Resumo: *O propósito do presente traballo é analiza-la utilización de asociacións público-privadas para o desenvolvemento de infraestructuras e de servicios públicos. Logo de enmarca-la colaboración público-privada dentro das distintas posibilidades de financiamento, describímo--las alternativas adoito empregadas pola Administración Pública para apoiar aqueles proxectos de interese público que o sector privado non poida levar a cabo por si mesmo. Neste sentido, un punto crucial é o control da rendibilidade do promotor privado. Propoñemos unha nova modalidade de apoio público baseada en subvencións de explotación ou correntes, que facilite ademais a consecución dun novo sistema de control da rendibilidade que denominamos fixación da rendibilidade.*

Palabras clave: *Financiamento de infraestructuras / Asociacións público-privadas.*

PROVISION AND PRIVATE FINANCING OF PUBLIC INFRASTRUCTURES AND SERVICES

Summary: *The aim of this paper is to analyse the utilisation of Public-Private Partnerships for the development of infrastructures and public services. Having established private-public collaboration within the different financing possibilities, this work deals with the alternatives usually employed by the government in order to support those projects of public interest that cannot be carried out by the private sector itself. In this way, a crucial point is control of the private partner return. A new system of public support is proposed based on current subsidies, which will also facilitate the attainment of a new system of profitability control which will be known as fixed return.*

Keywords: *Financing / Public-Private Partnerships.*

INTRODUCCIÓN. O FINANCIAMENTO DE INFRAESTRUCTURAS

Tradicionalmente, as infraestructuras e os servicios públicos[1] foron un couto reservado ó sector público[2], especialmente nos países en vías de desenvolvemento, tanto pola súa compoñente estratéxica como pola inxente contía de fondos precisa

[1] Falamos indistintamente de infraestructuras e de servicios públicos na medida en que estes últimos requiran para a súa realización a execución de importantes investimentos.

[2] En realidade, só a partir de finais do s. XIX as infraestructuras comezaron a financiarse prioritariamente a través do erario público, e seguiu sendo así durante boa parte do s. XX. Por iso, a irrupción do sector privado na posta en marcha de proxectos de infraestructuras non é máis ca unha volta ás orixes. Véxase Brealey, Cooper e Habib (1996, p. 25).