

# REDES ASOCIATIVAS PATHFINDER Y TEORÍA DE LOS CONCEPTOS NUCLEARES. APORTACIONES A LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

LUIS M. CASAS GARCÍA  
RICARDO LUENGO GONZÁLEZ

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los objetos de interés de la Didáctica en general y de la Didáctica de las Matemáticas en particular es el estudio de los procesos mentales relacionados con la enseñanza y el aprendizaje.

Un primer enfoque para su conocimiento es el de trabajos en los que se analiza la situación inicial de un grupo de alumnos en un área de conocimiento, se aplica un tratamiento y se evalúa el nivel de cambio conseguido tras él. Tales trabajos permiten conocer la efectividad de los distintos métodos educativos, aunque proporcionan un conocimiento parcial, pues valoran más las producciones obtenidas que los procesos internos seguidos.

Otros trabajos, desde el enfoque de la Ciencia Cognitiva, tienen su objeto de estudio en todo el fenómeno, analizando todo el proceso y no sólo los resultados. En esta línea, en nuestra área, la Didáctica de las Matemáticas, podemos señalar el tipo de trabajos del grupo PME y de autores como Gutiérrez, A. (1991).

El estudio de los procesos cognitivos en el aprendizaje ha sido abordado, desde diferentes enfoques y con distintas técnicas: mapas conceptuales, cuestionarios, entrevistas, etc., cuya aplicación suele ser difícil y exigir un gran esfuerzo y consumo de tiempo por parte de profesores y alumnos. Ello obliga a veces a efectuar estudios con muestras pequeñas y análisis casi exclusivamente de tipo cualitativo.

La aplicación de estas técnicas suele exigir además, no sólo un elevado nivel de introspección por parte del alumno, que no siempre es posible alcanzar en edades tempranas, sino también un alto grado de inferencia, por parte del investigador, a la hora de analizar los resultados.

Frente a estos problemas, hemos observado un interesante desarrollo, en otros campos, (Jonassen, 1993; Johnson, 1994) de la aplicación de las técnicas de representación del conocimiento. En nuestra opinión, reviste particular interés el hecho de que estas técnicas permiten no sólo hipotetizar acerca de los procesos internos de adquisición y organización del conocimiento, sino obtener representaciones visuales de su estado y evolución. Entre ellas podemos citar las Redes Asociativas Pathfinder (Schvaneveldt, 1989; KNOT, 1989).

Aunque no están suficientemente implantadas en nuestro ámbito cultural, con pocos trabajos publicados en español (Gonzalvo, Cañas y Bajo, 1994) y sólo algunos en Didáctica de las Matemáticas (Casas y Luengo, 1999, 2000 y 2001), consideramos, que el uso de estas técnicas puede ser un interesante aporte a la investigación en Didáctica de las Matemáticas, pues permiten obtener datos suficientes acerca de los procesos cognitivos objeto de estudio, evitando además en gran parte las dificultades antes señaladas.

## DESARROLLO DEL TEMA

Dentro de este enfoque incluimos nuestro trabajo, la Tesis Doctoral leída en el curso 2002-2003 en el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Extremadura: «El estudio de la estructura cognitiva de alumnos a través de Redes Asociativas Pathfinder. Aplicaciones y posibilidades en Geometría».

### *Problema de Investigación, Objetivos e Hipótesis.*

El problema de investigación planteado fue el de obtener formas de representación de la estructura cognitiva de los alumnos en lo referente al concepto matemático de ángulo de modo que permitiera identificar los elementos más importantes, la relación entre ellos y su evolución en el tiempo.

De acuerdo con este problema de investigación, se plantearon los siguientes objetivos:

- Crear un marco teórico que, dentro del paradigma de la Ciencia Cognitiva y las ciencias que lo conforman, permitiese interpretar de forma unitaria los resultados de los procesos de enseñanza-aprendizaje observados en la práctica.
- Estudiar la estructura de conceptos asociados al objeto matemático de ángulo y su evolución en las distintas edades y/o cursos de la escolaridad.
- Estudiar las posibilidades en Didáctica de las técnicas de adquisición y representación del conocimiento.

Las hipótesis enunciadas fueron:

- Hipótesis 1. Las características (coherencia y complejidad) de la estructura cognitiva de los alumnos en lo que respecta al concepto matemático de ángulo varían en función de parámetros personales (edad y sexo).

- Hipótesis 2. Existen conceptos más significativos que otros, pues se asocian más fuertemente con los demás y permanecen más estables en la estructura cognitiva a lo largo del tiempo.
- Hipótesis 3. Los conceptos más significativos en la estructura cognitiva de los alumnos no son sólo los más generales, sino también algunos muy específicos que son incluso utilizados como ejemplos durante la enseñanza.

### *Método y diseño*

El estudio fue llevado a cabo por el método de encuesta, aunque difiere de la encuesta como ésta es tradicionalmente entendida, ya que fue sustituido el cuestionario que caracteriza a esta técnica por un instrumento informático, el programa KNOT, que sirve para la formulación de preguntas, la recogida de datos y la presentación de resultados.

Dentro del tipo de investigación por encuesta, se llevó a cabo un diseño, transversal, pues los datos fueron recogidos de varios grupos de sujetos en un determinado corte en el tiempo.

### *Muestra*

La prueba fue realizada por un total de 458 alumnos de centros docentes de Extremadura.

Utilizando un diseño aleatorio, por un procedimiento multietapa, que combinó muestreo aleatorio por conglomerados, muestreo aleatorio por estratos y muestreo aleatorio simple, fueron seleccionados 440 alumnos correspondientes a los cursos desde 3.º de Primaria a 4.º de Educación Secundaria Obligatoria (8 a 16 años). A ellos se añadió una muestra intencional formada por 48 alumnos de elevado rendimiento matemático, 30 de ellos estudiantes de 5.º curso de Matemáticas y 18 alumnos de 14 años de edad, destacados en pruebas de Olimpiada Matemática.

### *Instrumentos empleados*

#### 1. Redes Asociativas Pathfinder

En forma muy resumida, podemos indicar que, para crear las Redes Asociativas Pathfinder se utiliza un conjunto de conceptos que representen un área de conocimiento cualquiera. Partiendo de este conjunto, se utiliza un programa informático, KNOT, que presenta al sujeto de investigación, de forma aleatoria, todas las posibles parejas que pueden formarse y le pide que evalúe de forma numérica la similitud que considera existe entre cada pareja.

A partir de estos datos numéricos se obtienen representaciones en forma de redes como las siguientes:

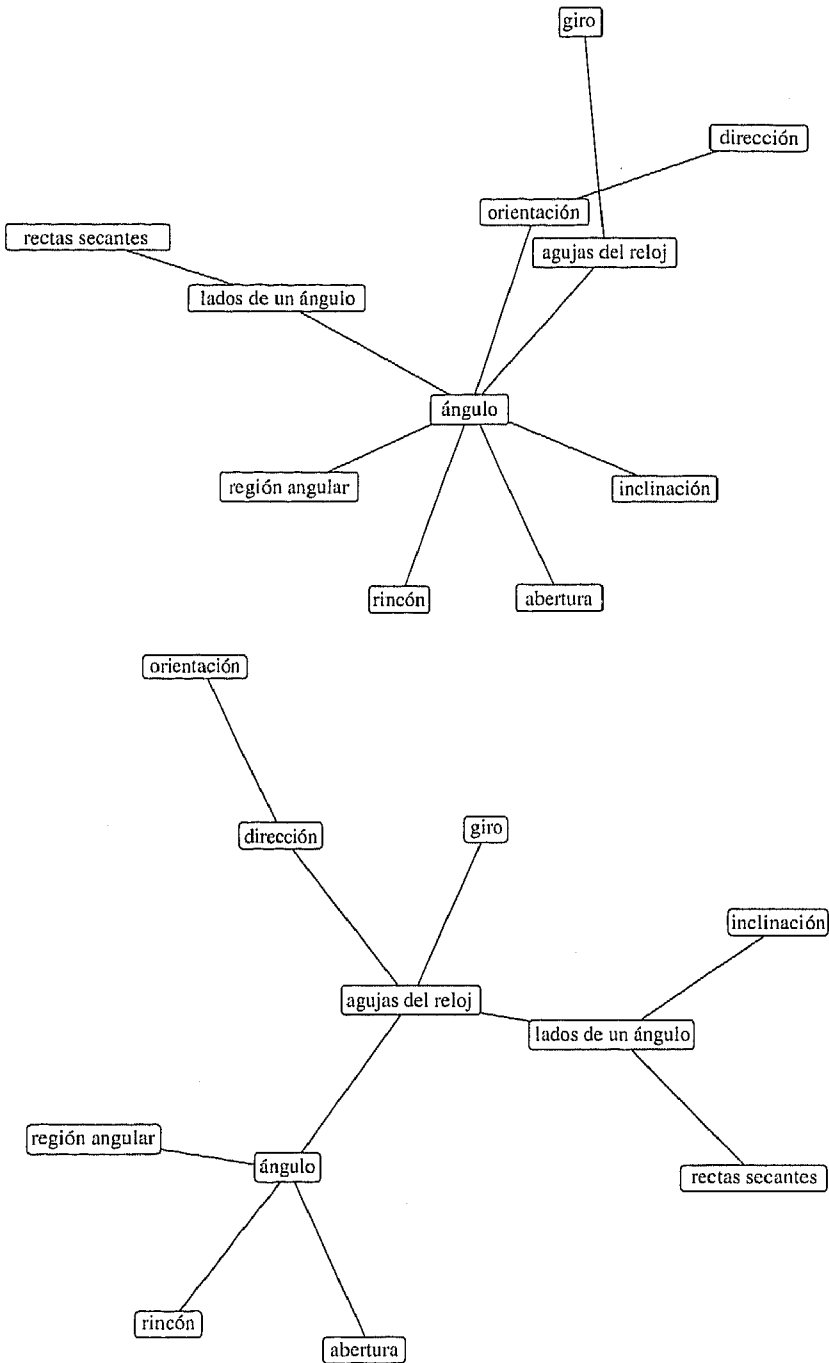


Figura 1

## 2. Indicadores cuantitativos

### Coefficiente de Similaridad

Este coeficiente (Goldsmith y Davenport, 1989), obtenido mediante el programa KNOT, permite asignar un valor entre 0 y 1 a la similaridad entre dos redes, evaluando el número de enlaces en común, frente al número de enlaces totales.

### Coefficiente de Coherencia

La coherencia (Schvaneveldt, 1989), calculada por el programa KNOT, es un coeficiente cuyo valor oscila entre -1 y +1 y que permite apreciar tanto la atención con que ha sido realizada la asignación de valores de proximidad como el conocimiento de la materia objeto de estudio.

### Índice de Complejidad de Redes

El Índice de Complejidad de Redes es un indicador cuantitativo, (Casas y Luengo 2001 y Casas 2002), cuyo valor oscila entre 0 y 1 y que nos permite valorar la complejidad de una red. Para ello, combina tres parámetros: densidad de las redes entendida como número de enlaces presentes frente al número de enlaces totales, número de nodos múltiples, considerados como tales aquellos que presentan más de dos enlaces con otros nodos de la red, y número de relaciones entre dichos nodos múltiples.

## 3. Conceptos seleccionados para su comparación

Para su utilización por el programa KNOT, se eligieron «conceptos parciales» relacionados con el de ángulo y entendidos en el sentido de las imágenes evocadas de los conceptos según Tall y Vinner (1981).

Para seleccionar tales conceptos, se recurrió a la bibliografía científica respecto al tema, a los utilizados en la práctica docente y a los empleados en los libros de texto.

De acuerdo con los criterios enunciados fueron seleccionados los siguientes once conceptos, que se presentan clasificados, según su nivel de generalidad, en conceptos generales, objetos matemáticos y ejemplos (ver figura 2.).

### Realización de la prueba

El investigador se desplazó hasta cada uno de los centros participantes, pues de esta manera se quiso garantizar que la aplicación de la prueba fuera igual en todos los casos.

La puesta en práctica se llevó a cabo con ordenadores Macintosh en los que previamente se había instalado una copia del programa KNOT Mac versión 3.1.

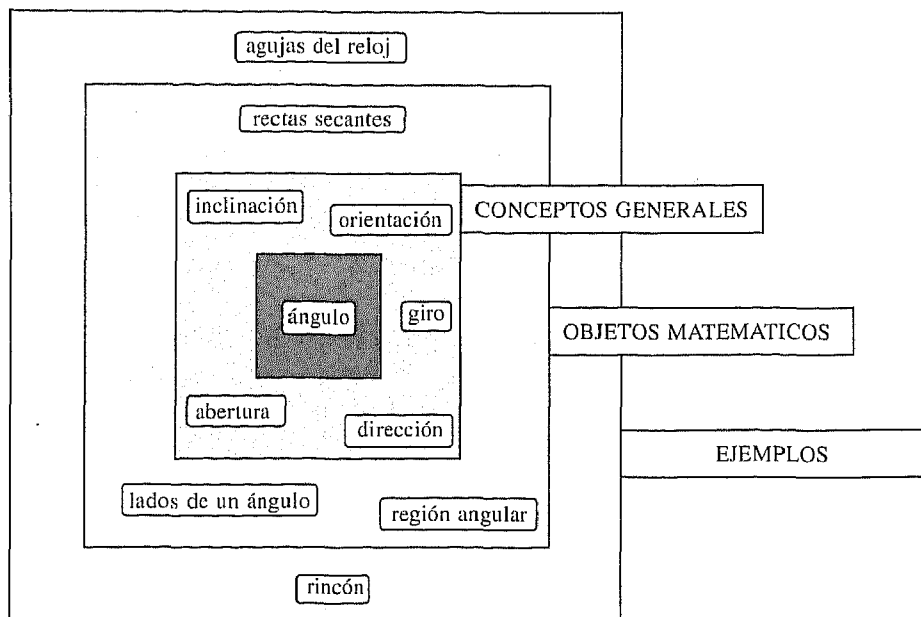


Figura 2

A todos los alumnos se les impartieron las siguientes instrucciones: «En el ordenador van a aparecer una serie de palabras que tienen algo que ver unas con otras, que tienen cierta relación: poca, mucha o regular. Tú tienes que indicar cuánta. Si señalas con el ratón a la derecha es mucha, si señalas a la izquierda es poca, y hacia el centro es regular».

El tiempo de realización, osciló entre 15 y 20 minutos, según los cursos y los alumnos.

#### Resultados obtenidos

Se obtuvieron de forma automatizada redes que representaban las relaciones de estos conceptos en la estructura cognitiva de cada uno de los alumnos, así como redes medias de los distintos grupos.

Utilizando los indicadores cuantitativos antes citados se obtuvieron datos numéricos acerca de la coherencia de las redes de los alumnos, de la similitud entre ellas y de su complejidad.

Igualmente se analizaron cuáles eran los conceptos más importantes aparecidos en las redes de los alumnos, considerando como tales aquellos que presentaban un mayor número de enlaces.

Utilizando contrastes estadísticos se obtuvieron, entre otras, las siguientes conclusiones:

1. Las Redes Asociativas Pathfinder sirven para representar y distinguir la estructura cognitiva de los alumnos en un área de conocimiento.

Los datos cuantitativos obtenidos nos permiten identificar diferencias entre redes de alumnos de distinta edad o sexo y observar cómo disminuye la complejidad o cómo aumentan la coherencia en las redes, o la similitud entre las de los alumnos de mayor desarrollo.

Existen diferencias significativas entre las redes de los alumnos, lo que confirma la Hipótesis 1.

2. Las Redes Asociativas de los alumnos, se organizan en torno a unos pocos conceptos destacados.

Conforme aumenta la edad, las Redes son más simples, estructurándose en torno a cada vez menos conceptos, relacionados a su vez entre ellos.

Estos conceptos se asocian fuertemente con los demás y permanecen más estables en la estructura cognitiva a lo largo del tiempo, lo que confirma la Hipótesis 2.

3. Los conceptos más empleados conforme avanza la edad son, por este orden «agujas del reloj», «ángulo» y «lados del ángulo», correspondientes a las categorías de «ejemplos», «conceptos generales» y «conceptos matemáticos», respectivamente.

Estos conceptos prácticamente no varían desde un momento temprano de la escolaridad hasta la edad adulta.

Como se puede observar no son sólo los más generales, sino también algunos muy específicos que son incluso utilizados como ejemplos durante la enseñanza, lo que confirma la Hipótesis 3.

## DISCUSIÓN

Nuestro trabajo nos indica que haciendo uso de las Redes Asociativas Pathfinder, se pueden describir, representar y estudiar los procesos mentales relacionados con la adquisición de un concepto y su evolución a lo largo del desarrollo.

También nos muestra la existencia de conceptos más destacados en la estructura cognitiva de los alumnos, y que no son necesariamente los más abstractos o generales.

Nos muestra así mismo que las redes constituyen estructuras no jerárquicas que, contra lo que pudiera esperarse, van simplificándose conforme avanzan la edad y la instrucción en un campo de conocimiento.

Estos hechos resultan difíciles de explicar a la luz de las teorías educativas al uso, y nos han llevado a la necesidad de formular una nueva teoría que complemente las anteriores y nos permita interpretar adecuadamente los datos de investigación: la «Teoría de los Conceptos Nucleares». Estos son sus principales elementos:

### *Organización geográfica del conocimiento*

La adquisición de un concepto se produce de una forma análoga a la adquisición del conocimiento geográfico, donde se hace a partir de «hitos», puntos destacados del paisaje, entre cuales se establecen enlaces en forma de «rutas». Del mismo

modo, un concepto no se aprende de forma aislada, sino siempre asociado a otros, formando una estructura. Una vez que se dominan las rutas se alcanza la «vista de conjunto», un conocimiento general que nos permite un dominio del entorno geográfico o de la estructura cognitiva del concepto en toda su amplitud, con todas sus relaciones.

Esta concepción teórica consideramos que se ve apoyada por varios hechos.

En primer lugar, por la observación de que las redes de los alumnos se van organizando a través de la escolaridad en torno a cada vez menos conceptos, enlazados mayoritariamente entre ellos, y que además permanecen estables desde un momento muy temprano y hasta la edad adulta.

En segundo lugar, estas redes, como muestran nuestros datos, van adquiriendo además mayor coherencia con la edad, lo que también apoya nuestra idea de que existe un mejor conocimiento de conjunto de las interrelaciones entre conceptos.

Por último existe mayor similitud entre las redes de los alumnos de mayor desarrollo, lo que indica la adquisición de una estructura común que engloba a todos los conceptos parciales implicados.

### *Conceptos nucleares*

Los puntos más destacados del conocimiento geográfico no son necesariamente los puntos más importantes, sino aquellos que por diferentes razones resultan más llamativos para el sujeto. Del mismo modo, los puntos más destacados de la estructura cognitiva no son sólo los más significativos por su grado de generalidad o abstracción, sino otros, como pueden ser los ejemplos utilizados en la enseñanza que, por diversas razones de la experiencia personal, se han afianzado más. Denominamos a éstos «conceptos nucleares».

La existencia de estos conceptos nucleares viene demostrada por la aparición de conceptos en torno a los cuales, y de forma mayoritaria, se organizan las redes de los alumnos. En ellas se puede observar, además, cómo estos conceptos no son necesariamente los más generales o abstractos, sino simplemente los más significativos para los alumnos.

### *Senderos de mínimo coste*

La estructura cognitiva organizada alrededor de un concepto no necesariamente se hace más compleja conforme aumenta el conocimiento, sino que los sujetos utilizan, dependiendo de los propósitos para cada caso, estructuras más sencillas, que llamamos «senderos de mínimo coste».

Esta afirmación creemos que viene confirmada por el dato de que, conforme aumenta el dominio del concepto estudiado, las redes de los alumnos se hacen más simples, con relaciones más sencillas entre los conceptos.



## CONCLUSIONES

Las Redes Asociativas Pathfinder resultan, en nuestra opinión, una herramienta muy útil para el conocimiento de la estructura cognitiva del alumno.

Sus aplicaciones, que hemos estudiado en el ámbito de un concepto geométrico, pueden extenderse a otras áreas no sólo de la Didáctica de las Matemáticas sino a las Ciencias Sociales en general, como lo demuestra la bibliografía existente sobre su uso (Barab, 1996; Gómez y otros, 1996; Eckert, 1997; Chen, 1998; Ramey, y otros, 2001). Por ello consideramos de gran interés su difusión en nuestro entorno de investigación.

No sólo esta técnica, sino nuestro modelo teórico creemos que son potentes, pues nos permiten analizar e interpretar con un gran nivel de detalle aspectos diferenciales en el desarrollo de los alumnos, explicando hechos que no se entienden utilizando otros modelos teóricos.

Sobre todo, creemos son potentes pues permiten desarrollar estudios posteriores que consideren las características del aprendizaje o la estructuración del conocimiento en distintos tipos de sujetos, entornos o áreas de conocimiento.

De hecho, están iniciándose nuevas e innovadoras líneas de investigación en la teoría educativa que se traducirán en mejoras en su práctica.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barab, S y otros. (1996). Assessing Hypermedia Navigation through Pathfinder: Prospects and Limitations. *Journal of Educational Computing Research*, 15(3), 185-205.
- Casas L. y Luengo, R. (1999). La exploración de la estructura conceptual en los alumnos. Un método empírico: las Redes Asociativas Pathfinder. *Campo Abierto. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura*, 16, 13-33.
- Casas, L. y Luengo, R. (2000). Aproximación al concepto de ángulo a través de redes asociativas Pathfinder en alumnos de educación Primaria y Secundaria Obligatoria. *Campo Abierto. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura*, 17, p. 41-60
- Casas, L. y Luengo, R. (2001). [En línea] El ángulo: estudio de un concepto geométrico mediante Redes Asociativas Pathfinder. *Actas V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Almería. Disponible en <<http://www.uv.es/~didmat/angel/seiembib.html#trabajos>>
- Casas (2002). *El estudio de la estructura cognitiva de alumnos a través de Redes Asociativas Pathfinder. Aplicaciones y posibilidades en Geometría*. Tesis Doctoral. Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Extremadura.
- Chen, Ch. (1998). [En línea]. Bridging the Gap: The Use of Pathfinder Networks in Visual Navigation. *Journal of Visual Languages and Computing*, 9, 267-286. [Consulta: 27 de Agosto de 2002]. Disponible en <http://www.pages.drexel.edu/~cc345/>
- Eckert, A. (1997). Die Netzwerk Elaborierungs Technik (NET). - Ein Instrument zur computerunterstützten Diagnose von Wissensstrukturen. En E. Witruk y G. Friedrich (Eds.). *Pädagogische Psychologie - Streit um ein neues Selbstverständnis* (pp. 168-176). Landau: Verlag Empirische Pädagogik.
- Goldsmith, T. E. y Davenport, D. E. (1989) Assessing Structural Similarity of Graphs. En R. W. Schvaneveldt (Ed.). *Pathfinder Associative Networks: Studies in Knowledge Organisation* (pp. 75-87). Norwood, NJ: Ablex.

- Gomez, R., Hatfield, O., Houser, L. (1996). Conceptual maps and simulated teaching episodes as indicators of competence in teaching elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 88(3), 572-585.
- Gonzalvo, P., Cañas, J. J. y Bajo, M. T. (1994). Structural Representations in knowledge Acquisition. *Journal of Educational Psychology*, 86, 601-616.
- Gutiérrez, A. (Ed.). (1991). *Area de Conocimiento. Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- Johnson, P. y otros (1994) Locus of Predictive Advantage in Pathfinder-Based Representations of Classroom Knowledge. *Journal of Educational Psychology*; 86(4), 617-26.
- Jonassen, D., Beissner, K. y Yacci, M. (1993). *Structural Knowledge: Techniques for Representing, Conveying and Acquiring Structural Knowledge*. Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum Associates.
- KNOT Software. (1989). [Disquetes]. *Interlink*, Inc. P.O. Box 4086 UPB, Las Cruces, NM 88003-4086. <http://www.geocities.com/interlinkinc/home.html>.
- McGaghie, W. (1996). Comparison of Knowledge Structures with the Pathfinder Scaling Algorithm. *Annual Meeting of the American Educational Research*, New York.
- Ramey, J. A. y otros (2001). Assessment of Training Using Pathfinder Associative Networks. *Annual Meeting of the Southwest Educational Research Association* (24th), New Orleans, LA. N° ERIC ED454285.
- Schvaneveldt, R. W. (Ed.) (1989). *Pathfinder Associative Networks. Studies in Knowledge Organization*. Norwood, NJ: Ablex.
- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.