

# ANÁLISIS Y CLASIFICACIÓN DE ERRORES COMETIDOS POR ALUMNOS DE SECUNDARIA EN LOS PROCESOS DE SUSTITUCIÓN FORMAL, GENERALIZACIÓN Y MODELIZACIÓN EN ÁLGEBRA

RAQUEL M. RUANO BARRERA  
MARTÍN M. SOCAS ROBAYNA  
M. MERCEDES PALAREA MEDINA

## RESUMEN

En esta ponencia se presenta un estudio con alumnos de Educación Secundaria sobre tres procesos específicos del lenguaje algebraico: la sustitución formal, la generalización y la modelización. A partir de las respuestas dadas a un cuestionario diseñado para esta investigación, se realiza una clasificación de los errores cometidos y se analizan los posibles orígenes de dichos errores.

Este trabajo es parte de un estudio global sobre dificultades y errores que tienen los alumnos de 4º de ESO y de Bachillerato, en los procesos anteriormente mencionados en el Lenguaje Algebraico. Se formulan finalmente, algunas consecuencias didácticas que derivan de estos resultados.

## INTRODUCCIÓN

Muchos alumnos, incluso algunos de los más capaces para las Matemáticas, encuentran grandes dificultades cuando inician su aprendizaje del Álgebra. Para el profesor es importante conocer los errores básicos cometidos por los alumnos puesto que le provee información sobre la forma en que éstos interpretan los problemas y cómo utilizan los diferentes procedimientos algebraicos. Esta información le permitirá arbitrar procedimientos y remedios efectivos para ayudar a los alumnos en la corrección de dichos errores.

Muchos profesores e investigadores preocupados por las dificultades que el aprendizaje del Álgebra ocasiona a los alumnos, han desarrollado diferentes investigacio-

nes sobre el método de aproximación a ella más adecuado. Varios autores apuestan por la generalización como vía de introducción del Álgebra en la escuela; Mason (1996) considera que la generalización es la sangre, el corazón de las Matemáticas, en cambio Freudenthal (1983) piensa que la sustitución formal engloba al resto de los procesos y, por tanto, es la mejor forma de iniciar su tratamiento. Para otros, el mejor método de comenzar la enseñanza-aprendizaje del Álgebra es desde la perspectiva de la modelización, enfatizando en la fase de formulación del modelo (Janvier, 1996).

Con este trabajo no pretendemos dilucidar cuál de estas opciones es la mejor, aunque el estudio de los errores cometidos por los alumnos, en los distintos procesos mencionados, proporciona información sobre las ventajas e inconvenientes de utilizar una u otra forma de introducir el álgebra en el ámbito escolar.

El estudio que se presenta tiene como objetivo principal:

- Analizar y clasificar los errores cometidos por un grupo de alumnos de Secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización.

## MARCO TEÓRICO

El estudio de los errores cometidos en la enseñanza-aprendizaje del álgebra se puede apoyar en algunas teorías de la psicología cognitiva. En este sentido, la mente del alumno no es una página en blanco, el alumno tiene un conocimiento anterior que le parece suficiente y establece en su mente cierto equilibrio. Por ello, la principal razón para que se produzca la asimilación del nuevo conocimiento es que éste debe tener significado para el alumno, para lo cual, ha de responder a las preguntas que él mismo se ha formulado. En ningún caso el nuevo conocimiento se añade al antiguo, al contrario, le crea un conflicto al alumno, porque le provoca una reestructuración nueva del conocimiento total, produciéndose posteriormente una acomodación de la estructura anterior, que le permite recobrar el equilibrio perdido.

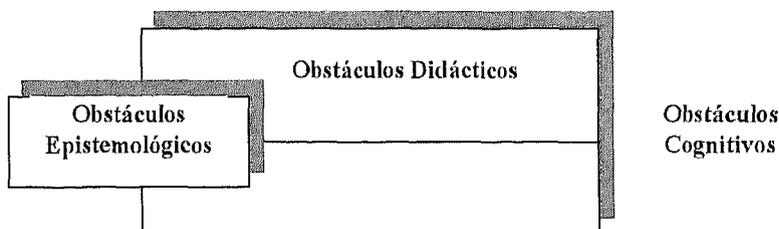
Los errores aparecen en el trabajo de los alumnos, sobre todo cuando se enfrentan a conocimientos novedosos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben. Como señala Matz (1980), «los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación». Así, entendemos que el error va a tener distintas procedencias, pero siempre, se considerará como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de la falta de conocimiento o de un despiste.

Abordaremos el estudio de los errores tomando como referencia el marco teórico descrito en Socas (1997), en el que se consideran tres ejes, no disjuntos, que nos permiten analizar el origen del error. De esta forma podemos situar los errores que cometen los alumnos en relación con tres orígenes distintos:

- Obstáculo
- Ausencia de sentido
- Actitudes afectivas y emocionales

Consideramos el obstáculo como un conocimiento adquirido, no una falta de conocimiento, que ha demostrado su efectividad en ciertos contextos. Cuando el alumno utiliza este conocimiento fuera de dichos contextos, origina respuestas inadecuadas (Bachelard, 1938; Brousseau, 1983).

Consideramos que los obstáculos que se presentan en el sistema didáctico pueden organizarse del siguiente modo:



La presencia de obstáculos epistemológicos fuera de los obstáculos cognitivos, se justifica por la impresión de que los obstáculos epistemológicos deben su existencia a la aparición y resistencia de ciertos conceptos matemáticos a lo largo de la historia, así como a la observación de conceptos análogos en los alumnos, más que a la confirmación de la resistencia de esas concepciones en los alumnos de hoy. Esta condición parece esencial, por la disparidad de las normas que rigen la construcción del conocimiento matemático en la historia y la construcción del conocimiento matemático en el contexto escolar; el análisis histórico puede ayudar al didáctico en su búsqueda de núcleos de resistencia al aprendizaje matemático, pero no puede, en ningún caso, aportar por sí solo la prueba de la existencia de tal o cual obstáculo para los alumnos de hoy. Esta diferenciación se indicará de manera explícita en algunos ejemplos.

Los errores que tienen su origen en una ausencia de sentido se originan en los distintos estadios de desarrollo (semiótico, estructural y autónomo) que se dan en los sistemas de representación, por lo que podemos diferenciarlos en tres etapas distintas:

- a) Errores del álgebra que tienen su origen en la Aritmética. Para entender la generalización de las relaciones y procesos se requiere que éstos antes hayan sido asimilados en el contexto aritmético.
- b) Errores de procedimiento. Los alumnos usan inapropiadamente fórmulas o reglas de procedimiento.
- c) Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico. Ejemplos de este tipo de error son el sentido del signo « $\Leftrightarrow$ » en Álgebra y la sustitución formal.

Los errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales tienen distinta naturaleza: faltas de concentración (excesiva confianza), bloqueos, olvidos, etc.

Debemos señalar también que el hecho de atribuir una letra a un número desconocido o a un objeto matemático es necesariamente una sustitución formal y a su vez también una generalización. El hecho de establecer una relación entre letras y números es, obviamente, una modelización en la que la sustitución formal y la generalización están presentes. No obstante, a pesar de esta necesaria e implícita relación entre los tres procesos en la cultura matemática, consideramos que podemos epistemológicamente diferenciarlos. En este trabajo, el estudio de errores se realiza por separado en cada proceso, lo que nos mostrará indicios sobre cuál de ellos presenta las mayores dificultades.

## METODOLOGÍA

Para responder al objetivo de investigación, se diseñó un cuestionario con 15 preguntas y 43 ítems, en torno a tres procesos característicos del lenguaje algebraico: la sustitución formal, la generalización y la modelización. El diseño y modo de construcción del cuestionario, así como los criterios de corrección de las preguntas están recogidos en Ruano y Socas (2001). El cuestionario se administró en dos partes, C1 y C2. La parte C1, contiene 9 preguntas, con un total de 28 ítems. En relación con los procesos en estudio, las 4 primeras están dedicadas a la sustitución formal (13 ítems) y el resto a la generalización. La parte C2 consta de 6 preguntas (20 ítems) donde las 3 primeras están relacionadas con la generalización y las siguientes, con la modelización.

La muestra elegida fue de 60 estudiantes del IES San Matías, del Barrio de San Matías en La Laguna (Tenerife): dos grupos de 4º de ESO de la opción B, con 21 y 25 alumnos, respectivamente, y un grupo de 1º de Bachillerato Tecnológico (14 alumnos), a los que se les administró el cuestionario (C1 y C2). Los alumnos no habían recibido instrucción del tema, previa a la ejecución de este cuestionario y no se les proporcionó ningún tipo de ayuda. Se les pasó el cuestionario en dos sesiones de 50 minutos, una para cada parte, durante su clase de Matemáticas, en dos días distintos de los meses de noviembre, diciembre y enero, para los grupos de 4º y 1º, respectivamente, durante el curso escolar 2001-2002. Tras la corrección del cuestionario la muestra quedó reducida a 43 alumnos (13, 19 y 11 alumnos, respectivamente, en cada grupo) porque algunos sólo hicieron una de las dos partes del cuestionario.

Se utilizaron varios procedimientos para el análisis de la información. La clasificación de los errores la realizamos ayudándonos de esquemas de análisis en los que se refleja primero, el tipo de error cometido, segundo, los códigos de los alumnos, tercero, el ítem en el que han fallado y al final, el número total de errores de cada tipo. En algunas preguntas con respuestas abiertas, hemos empleado redes sistémicas para la recogida de la información utilizando los parámetros fijados por Bliss y otros (1983), con algunas modificaciones para ajustarlas a nuestro propósito. En concreto, en el lado derecho de la red, hemos incluido un recuadro con el número del alumno que ha recorrido cada itinerario.

ANÁLISIS Y CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES

A efectos de mostrar el análisis y clasificación de los errores cometidos por este grupo de alumnos de Educación Secundaria, seleccionamos dos de las quince preguntas propuestas: de la parte C1 del cuestionario, la pregunta 1 relacionada con la sustitución formal, y de la parte C2, la cinco, relativa al proceso de modelización.

En la pregunta 1 se le pedía a los alumnos que sustituyeran las variables de una expresión por otras expresiones más complejas, que resultarían nuevamente variables.

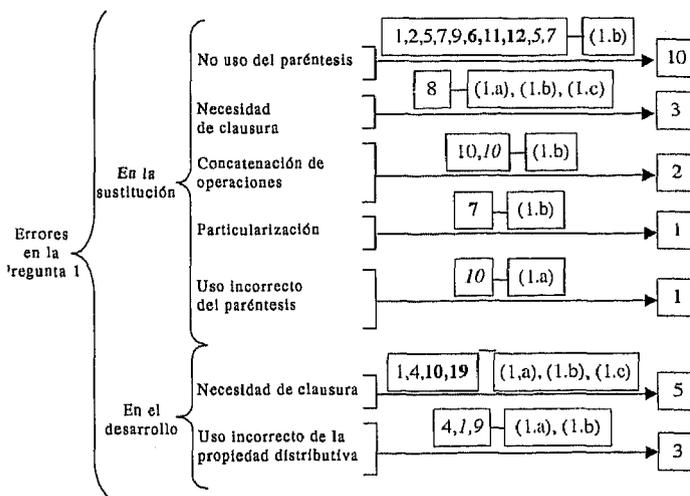
Pregunta 1

1. Realiza las siguientes transformaciones:

- a) Si  $a = 2b$ , ¿en qué se transforma  $5a + 3$ ?
- b) Si  $a = b + 3$ , ¿en qué se transforma  $5a + 3b$ ?
- c) Si  $a = 2b$ , ¿en qué se transforma  $(a + 3) \cdot (3 - a)$ ?

En primer lugar, organizamos los errores de esta pregunta, relativa a la sustitución formal, atendiendo a si se han producido en la sustitución (proceso) o en el desarrollo y simplificación de las expresiones. Así, esquemáticamente, podemos organizarlos del siguiente modo:

Esquema 1



En este esquema, los números que figuran en el interior del primer recuadro sobre la flecha representan el número asignado al alumno que ha cometido el error con distintos tipos de letra, normal, negrilla o cursiva según pertenezcan, respecti-

vamente, a los grupos 1, 2 ó 3. Unido a este rectángulo se encuentra otro en el que se indica el ítem que presenta el error y, por último, en el recuadro tras la flecha, se muestra el número total de errores de cada tipo cometidos.

Una vez organizados los errores, analizamos cuáles son los orígenes de los mismos.

Comenzamos por el análisis de los errores cometidos al realizar el proceso de sustitución formal. En general, los alumnos no parecen tener demasiados problemas al realizar las sustituciones, pues de las 120 respuestas dadas, sólo ha habido 17 incorrectas. Como era de esperar, el mayor número de fallos se produjo en el ítem (1.b), y el error más frecuente es el de no usar paréntesis donde es necesario. Este tipo de error suele tener su origen, o bien en una ausencia de sentido, o bien en un obstáculo. En el primer caso, el uso incorrecto del paréntesis es un tipo de error que se comete en Álgebra y que tiene que ver, en muchas ocasiones, con problemas de la Aritmética no superados. En el segundo caso, el origen estaría en un obstáculo didáctico relacionado con la forma de enseñanza de los paréntesis (Socas, 2001). Al enseñar la resolución de expresiones con operaciones combinadas de números enteros se suele seguir dos estrategias. En la primera, los cálculos se efectúan de «dentro hacia fuera», los paréntesis tienen preferencia y se resuelven en primer lugar, luego el corchete y finalmente, la llave. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} -\{-3 + 5 \cdot [7 - (+4 - 3 + 5) + 6] + 4\} &= -\{-3 + 5 \cdot [7 - 6 + 6] + 4\} = -\{-3 + 5 \cdot 7 + 4\} = \\ &= -\{-3 + 5 \cdot 7 + 4\} = -\{-3 + 35 + 4\} = -36 \end{aligned}$$

Esto conlleva que cuando se pasa a realizar operaciones en las que intervienen números y letras, los alumnos sigan el mismo procedimiento, lo que produce errores bien porque se bloquean al no poder resolver paréntesis del tipo,  $-(a - 2b) + b$ , o bien, porque omiten el paréntesis y actúan como si no estuviera. La segunda estrategia consiste en resolver las expresiones de «fuera hacia dentro», lo que evitaría, para el caso del Álgebra, que se produjeran errores del tipo anterior.

Otro tipo de error cometido está relacionado con la necesidad de clausura, error que generalmente tiene su origen en un obstáculo cognitivo. Algunos alumnos que estudian álgebra ven las expresiones algebraicas como enunciados que a veces son incompletos. Los alumnos no aceptan que una expresión no pueda cerrarse (no dé un número) y que quede, por ejemplo,  $10 \cdot b + 3$ , ven la necesidad de completarla, de cerrarla y dan como resultado  $13 \cdot b$ . La concatenación, esto es, la yuxtaposición de dos o más símbolos, también suele tener su origen en un obstáculo cognitivo.

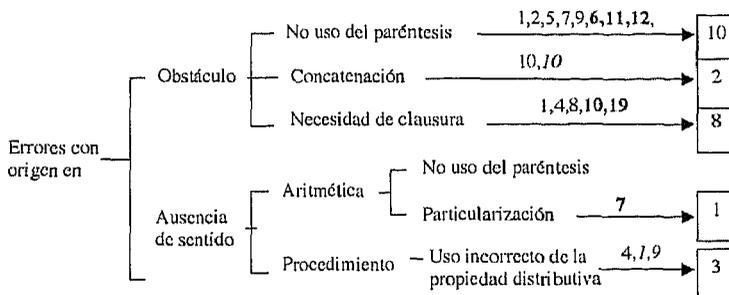
La necesidad de particularizar las expresiones algebraicas aparece como un error que tiene su origen en una ausencia de sentido. El alumno no encuentra sentido al uso del lenguaje algebraico en determinados contextos, no sabe cómo trabajar con letras, o éstas no tienen significado para él, por lo que necesita retroceder al lenguaje numérico, particularizando las expresiones.

Nos fijamos ahora en los errores producidos al realizar el desarrollo de las expresiones tras la sustitución formal. Observando el esquema comprobamos que el error más frecuente es la necesidad de clausura, que ya situamos anteriormente con su origen en un obstáculo cognitivo. Este tipo de error suele mostrar que el alumno tiene una fijación

en el pensamiento numérico y que tiene dificultades para pensar algebraicamente. El resto de los errores está relacionado con el uso incorrecto de la propiedad distributiva. Nuevamente atribuimos este tipo de error a la ausencia del sentido. Se trata de un error de procedimiento que se debe a que los alumnos usan inadecuadamente una propiedad conocida. El primero de ellos se ha producido por la extensión de la propiedad distributiva (que supone dos operaciones) de la multiplicación en relación con la adición, al caso de la multiplicación (una sola operación), así,  $5 \cdot (2 \cdot b) + 3 = 10 + 5 \cdot b + 3$ . Es posible que este tipo de error esté motivado por la forma de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Generalmente, se enseñan todas las propiedades juntas, sin hacer hincapié en cada una de ellas por separado y no se profundiza en la necesidad de la existencia de dos operaciones para que se pueda dar la distributividad, lo que puede llevar a mezclarlas. En este caso, es posible que se haya confundido la propiedad distributiva con la asociativa del producto, o bien porque se introducen propiedades como extensión de las ya conocidas, lo que también genera confusión si no se extrema el cuidado en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El segundo error está igualmente relacionado con la propiedad distributiva, los alumnos tratan de distribuir la multiplicación respecto a uno de los factores, en este caso el numérico. Posiblemente este tipo de error se produce por no reconocer las letras como uno de los sumandos para aplicar la propiedad distributiva, lo que implicaría un pensamiento numérico.

A continuación, se presenta en un esquema la clasificación de los errores cometidos por los alumnos en esta pregunta, atendiendo a los orígenes de los mismos.

Esquema 1.A.



En este esquema observamos que al «no uso del paréntesis» se le asocia dos orígenes diferentes: obstáculo y ausencia de sentido. No obstante, para profundizar en el análisis de los orígenes de los errores, es necesario realizar entrevistas clínicas que nos darían más información acerca del proceso seguido por los alumnos al responder a las preguntas y que nos aportarían más datos sobre el origen de los errores. En este trabajo comentamos los datos obtenidos en el cuestionario inicial y omitimos el análisis de las entrevistas por lo que conjeturaremos el origen de los errores a partir de las respuestas dadas al cuestionario.

Por último, presentamos los errores de la pregunta 5 de la parte C2 relacionada con la modelización. En esta pregunta se pretende que los alumnos obtengan y

apliquen el modelo  $\text{precio total} = \text{precio unidad} \times \text{número de unidades}$ , realizando previamente la conversión en dos registros simultáneos: precios y frutas.

### Pregunta 5

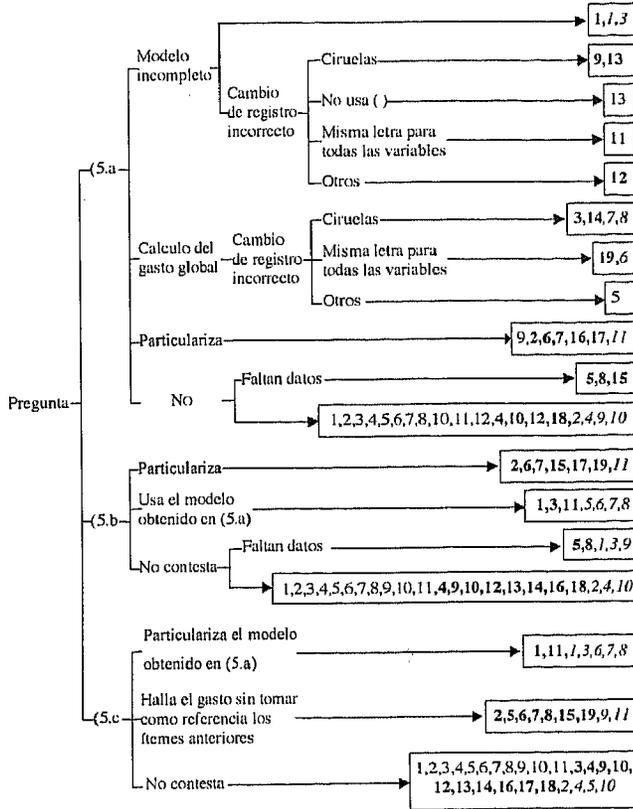
5. En el supermercado un kilo de peras cuesta 125 pesetas; un kilo de plátanos 60 pesetas, el kilo de ciruelas 325, el kilo de naranjas 210 pesetas y cada kiwi cuesta  $b$  pesetas. La familia de Ana tiene los siguientes gastos en fruta: Compran a la semana 2 kilos de peras,  $p$  kilos de plátanos, 3 kilos más de ciruelas que de plátanos y 6 kiwis.
- ¿Podrías decir cuánto gasta la familia de Ana en fruta, en una semana?
  - ¿Podrías decir cuánto gasta la familia de Ana en fruta al mes, suponiendo que todas las semanas consume la misma cantidad de fruta y que un mes tiene 4 semanas?
  - Si el precio del kiwi es de 20 pesetas y compran a la semana 1 kilo de plátanos, ¿podrías decir cuánto gasta la familia de Ana en fruta en una semana?

Dado que esta pregunta admite una respuesta abierta, hemos creído conveniente introducir una red sistémica (Bliss y otros, 1987) con las distintas respuestas dadas por los alumnos, antes de tratar de organizar los errores. Ésta nos dará una idea de cuáles han sido los pasos seguidos para llegar a las distintas conclusiones.

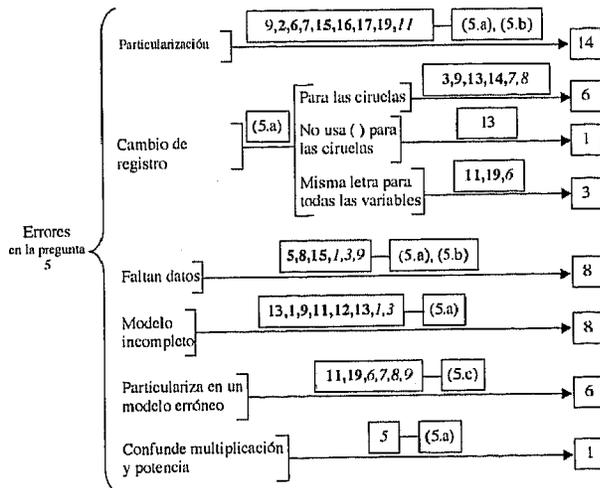
En la red (esquema 2) aparecen los distintos caminos seguidos por los alumnos para resolver cada uno de los apartados de la pregunta propuesta. Para el estudio de los errores sólo tomamos los razonamientos erróneos. Así, con la ayuda de la red presentada anteriormente, podemos organizar los errores como aparece en el esquema 3.

Como se observa en el esquema 3, el error más repetido es la necesidad de particularización. Éste se ha producido tanto en el ítem (5.a) como en el (5.b). Anteriormente mencionamos que la necesidad de particularizar suele tener su origen en una ausencia de sentido. A pesar de que los alumnos reconocen el modelo, no encuentran significado al uso de las letras y necesitan retroceder a lo numérico para poder resolver el problema. Otro error bastante frecuente es el cambio de registro incorrecto. La mayoría ha fallado al intentar expresar la relación entre los kilos de ciruelas y su precio. Algunas de las respuestas dadas son  $3 + 60 \cdot p$  ó  $60 \cdot p$ , aunque la más frecuente es considerar los kilos de ciruelas como  $3 \cdot p$  en lugar de  $(3 + p)$ . Los errores al realizar tareas relacionadas con la sustitución formal, como es el caso del cambio de registro, suelen tener su origen en una ausencia de sentido, debida a las características propias del lenguaje algebraico. Otros alumnos han considerado que el problema no se puede resolver porque faltan datos. Tal y como ya hemos indicado en otras ocasiones, la no necesidad de utilización de las letras tiene su origen en una ausencia de sentido y podría implicar que los alumnos continúan pensando numéricamente. Dentro del grupo de errores que hemos denominado «modelo incompleto» están los alumnos que han realizado correctamente los cambios de registro pero que sólo han resuelto parcialmente el problema, lo plantean pero no suman los distintos precios de las frutas para calcular el precio

Esquema 2. Red



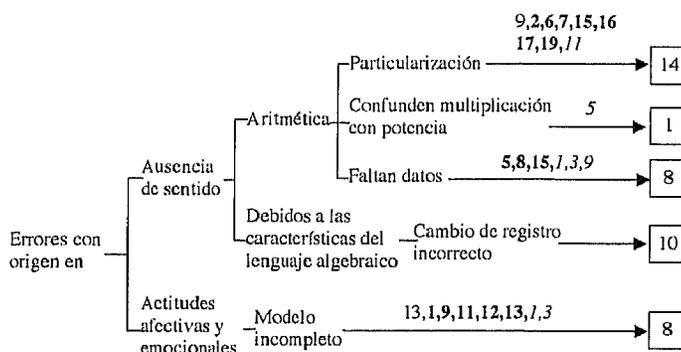
Esquema 3.



final. Esta situación en la que los alumnos interpretan correctamente las diferentes partes de un todo y luego no las yuxtaponen, podría deberse a descuido. Finalmente, un grupo de alumnos tiene el ítem (5.c) mal porque han realizado la particularización de los modelos que han obtenido en el ítem (5.a), y estos modelos no son correctos, por lo que la respuesta es incorrecta. La confusión de la multiplicación y la potencia ha sido un error que se ha repetido en muchas de las preguntas, independientemente del proceso con el que estuvieran relacionadas. Consideramos que este tipo de error puede tener su origen en una ausencia de sentido.

Tal y como hemos hecho con las preguntas anteriores, ahora esquematizamos los errores cometidos en esta pregunta en función de sus orígenes, en el esquema 4.

Esquema 4.



## CONCLUSIONES Y VALORACIONES

Encontramos que el uso de los esquemas de análisis descritos anteriormente, ha resultado útil para organizar los errores cometidos por los alumnos en la mayoría de las preguntas. En aquellas en que las respuestas son abiertas, previo a la organización de los errores, hemos empleado redes sistémicas que nos ayudan a ver cuáles son los razonamientos seguidos por los alumnos. Ahora bien, estas estrategias que nos han permitido organizar los diferentes errores, no nos permiten identificar con garantías los distintos orígenes de los mismos, es necesario completar con datos obtenidos mediante entrevistas clínicas con los alumnos que nos proporcionarán detalles sobre el proceso seguido a la hora de responder a las preguntas.

En general los errores dependen de los contenidos de las tareas presentadas y del proceso, si embargo, hay algunos que se han repetido independientemente del proceso desarrollado: la necesidad de clausura, la particularización de expresiones, el uso incorrecto del paréntesis y la confusión de la multiplicación y la potencia. Parece conveniente prestar especial atención a la prevención y remedio de estos errores en el tratamiento del Lenguaje Algebraico, fijándonos principalmente en el origen de los mismos.

Otros muchos errores tienen su origen en una ausencia de sentido, en algunos casos son errores que están relacionados con cuestiones que han quedado sin resolver en la Aritmética. De aquí que sea importante identificarlos para tratar de corregirlos en el ámbito aritmético y que no sean un problema añadido a la hora de introducir el Álgebra.

Determinado el origen del error, las estrategias de remedio van dirigidas a superar un obstáculo, a dar sentido a los objetos matemáticos o a crear una actitud racional hacia las Matemáticas. Para dar sentido a un objeto matemático no es suficiente con mostrar un contraejemplo, cosa que los profesores hacen usualmente, por eso, parece razonable recurrir también a otras situaciones que creen esquemas fáciles de recuperar, por estar apoyados en distintos sistemas de representación y no solamente en argumentos formales. La superación de los obstáculos es ciertamente difícil puesto que el conocimiento que tiene el alumno le ha sido útil en múltiples ocasiones, aún así, su aparición es interesante, ya que su superación va a implicar la adquisición de un conocimiento nuevo y mejor.

En definitiva, independientemente del origen del error, la superación del mismo, requiere una participación activa del estudiante. Para ello, el profesor debe provocar conflicto en la mente del alumno, a partir de la inconsistencia de sus propios errores, y, buscar estrategias para que participe activamente en la resolución del conflicto, sustituyendo los conceptos falsos por la comprensión conceptual adecuada.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. París: De Vrin. (Traducción al castellano, 1985. La formación del espíritu científico. México: Siglo Veintiuno).
- Bliss, J.; Monk, M.; Ogborn, J. (1987). *Qualitative Data Analysis For Educational Research*. USA: Croom Helm.
- Brousseau, G. (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 4 (2), 165-198.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Janvier, C. (1996). Modeling and the initiation into Algebra. En Bednarz, Kieran y Lee. *Approaches to Algebra*, pp 225-236. Dordrecht: Kluwer.
- Mason, J. (1996). Modeling and the initiation into Algebra. En Bednarz, Kieran y Lee. *Approaches to Algebra*, pp 65-86. Dordrecht: Kluwer.
- Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *Journal of Children's Mathematical Behavior*, 3, 1, 93-166.
- Ruano, R. y Socas, M. M. (2001). Habilidades cognitivas en relación con la Sustitución Formal, la generalización y la Modelización que presentan los alumnos de 4º de ESO. En Socas, Camacho y Morales (Eds.). *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática III*, pp. 239-265. CAMPUS. La Laguna.
- Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. (Cap. V, pp. 125-154). En Rico, L. y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Horsori: Barcelona.

- Socas, M. M. (2001). *Investigación en Didáctica de la Matemática vía Modelos de competencia. Un estudio en relación con el Lenguaje Algebraico*. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.
- Socas, M. M. y otros. (1989). *Iniciación al Álgebra*. Madrid: Síntesis.