

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SIMULACIÓN SECUENCIAL DIRECTA PARA LA EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE LOCAL EN MODELOS DIGITALES DE ELEVACIONES

Jorge DELGADO GARCÍA⁽¹⁾; Amilcar SOARES⁽²⁾;
José Luis PÉREZ GARCÍA⁽¹⁾; Julia CARVALHO⁽²⁾

⁽¹⁾ Dpto. Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría. Universidad de Jaén
Campus de las Lagunillas, Edif.A-3 – 23071 Jaén (España)

⁽²⁾ Centro de Modelizaçao de Reservorios Petrolíferos, IST, Universidade Técnica de Lisboa.
Avda. Rovisco Pais, 1096 Lisboa (Portugal).

jdelgado@ujaen.es; jlperrez@ujaen.es; ncmrp@alfa.ist.utl.pt; jcarvalho@ist.utl.pt

RESUMEN

Se presenta una metodología de modelización para la generación de MDE basada en el método de simulación secuencial directa (SSD). La ventaja fundamental de este método geostatístico es que tiene en cuenta y reproduce los patrones de variabilidad espacial de los datos medidos sobre el terreno, en términos de conservación de los estadísticos básicos (histogramas, variogramas o covarianzas). Además permite generar un número ilimitado de posibles modelizaciones de la realidad que conserven las características de los datos experimentales. A partir de estos "modelos posibles" es posible introducir el concepto de "incertidumbre" derivada de los resultados de la modelización. Otra ventaja adicional radica en que evita los problemas del suavizado introducido por los métodos de estimación (triangulación, inversa distancias o krigeaje) que tienen su repercusión en los modelos derivados (pendientes, orientaciones, ...) fundamentales en diversas aplicaciones.

Palabras clave: Modelos Digitales de Elevaciones, Error a nivel local, Simulación, Geoestadística

LOCAL UNCERTAINTY EVALUATION IN DIGITAL ELEVATION MODELS USING DIRECT SEQUENTIAL SIMULATION METHODOLOGY

ABSTRACT

This paper presents a method for evaluating local uncertainty due to the modelling process in a DEM generation. Local uncertainty is a basic aspect to determine the final quality of the DEM and it is crucial in order to establish the capabilities of use of the model. The proposed methodology is based in the use of geostatistical simulation procedure that provides "possible versions" of the reality from limited terrain information (XYZ terrain points). The simulated model generated by the geostatistical simulation procedure (direct sequential simulation) allows for obtaining the cdf of the elevation in each grid node. Using this cdfs it is possible to calculate the uncertainty of the DEMs

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

(variance, interquartile range, entropy) through a simple probabilistic analysis and several realisations of DEM that preserves the statistical characteristics of the measured data (histogram, variogram,...).

Keywords: Digital Elevation Models, Local level error, Simulation, Geostatistics

1. Introducción

En los últimos años el uso de modelos digitales de elevaciones (MDE) comienza a ser una práctica habitual en el ambiente cartográfico de tratamiento de información geográfica. Este incremento del uso de los modelos digitales de elevaciones puede ser atribuido a dos hechos fundamentales: a) el avance registrado en los últimos años en los sistemas informáticos que permite disponer a un mayor número de usuarios de ordenadores capaces de realizar procesos con mayor volumen de información y disponer de programas de más sencilla utilización y con mayores aplicaciones gracias a la elevada carga gráfica que incorporan; b) a la aparición y generalización en la última década de sistemas que han facilitado la medida de puntos sobre el terreno (información de partida para la generación de los MDE) como, por ejemplo, la aparición de las técnicas de correlación automática en Fotogrametría Digital y el uso de los instrumentos GPS.

No obstante, es importante recordar que la generación de un MDE incluye tres fases fundamentales: a) captura de datos, consistente en la medida de puntos sobre el terreno; b) modelización que consiste en proporcionar una estructura de datos adecuada para el almacenamiento (habitualmente, en malla o en triángulos irregulares) a partir de los puntos medidos que suelen seguir un patrón irregular; c) control de calidad, a objeto de verificar las diferencias entre el modelo y la realidad en los puntos no medidos. Las posibilidades de aplicación de los modelos estarán directamente relacionadas con la calidad final de los modelos y con la presencia y evaluación de los errores a la que la misma se asocia. Al respecto es importante tener en cuenta que los MDE son productos cartográficos que suelen ser obtenidos tras un proceso que, a menudo, incorpora una cierta complejidad, por lo que el control de su calidad fase a fase (en cada uno de los procesos) no suele ser sencilla, ya que habitualmente el usuario final desconoce los pormenores de dicha generación.

El objetivo fundamental de este trabajo es presentar una metodología basada en la aplicación de las simulaciones geoestadísticas para obtener la incertidumbre de los modelos digitales de elevaciones asociadas con el proceso de modelización. La metodología propuesta se apoya en una aproximación de tipo estocástico basada en la obtención de un elevado número de modelos simulados, "modelos posibles", a los que se les impone la condición de que mantengan las características estadísticas de los datos experimentales (que se consideran lo suficiente representativos de la realidad).

Actualmente, el establecimiento de la incertidumbre en los modelos digitales de elevación se limita a considerar un conjunto de puntos del terreno (que no han sido empleados en la generación del propio modelo) y en los que se compara la cota del terreno con la cota del terreno interpolada en dicha posición. Estas diferencias habitualmente son expresadas como errores a nivel global en términos de errores medios cuadráticos (errores RMS). Pero no se proporciona

información sobre el diferente comportamiento del modelo en función de la disponibilidad local de información ni de las características del terreno. Es evidente que las zonas en las que se han medido pocos puntos o en las que el relieve sea abrupto tendrán una mayor incertidumbre (y un mayor error asociado) a las zonas llanas o con una elevada densidad de información. En este hecho radica la aportación fundamental de este trabajo al proponer un método de evaluación de la incertidumbre local en MDE a partir de la aplicación del método geoestadístico de la simulación secuencial directa.

1.1 El problema de la incertidumbre local en los MDE

El problema de la incertidumbre de la modelización del terreno a nivel local en los puntos no medidos puede ser abordado fundamentalmente mediante dos procedimientos (Goovaerts, 1997):

1. El procedimiento tradicional para la modelización a nivel local de la incertidumbre en una posición de la que no se conoce información experimental (punto no medido sobre el terreno) se basa en el cálculo de un valor estimado de varianza de error mínimo $z^*(u_1)$, empleando por ejemplo, un método como el krigeaje, del valor desconocido $z(u)$ y la varianza de estimación asociada $\sigma^2_E(u) = \text{Var} \{Z^*(u) - Z(u)\}$. El valor estimado y la varianza de estimación se combinan para obtener un intervalo de confianza de tipo gaussiano centrado en el valor estimado.
2. Modelizar las distribuciones de probabilidad locales de las variables $Z(u_1)$.

El primer método implica dos hipótesis:

1. el error de estimación $z^*(u) - z(u)$ es modelizado como una realización de una variable regionalizada de tipo gaussiano
2. la varianza del error $\sigma^2_E(u)$ es independiente de los valores concretos de los puntos que intervienen en la estimación.

Esto plantea dos problemas básicos (Isaaks and Srivastava, 1989):

- a) Es importante tener en cuenta que el error que se obtiene en el proceso de modelización dependerá de las características locales del área. Así, en zonas con mayor variabilidad del terreno es más probable obtener mayores errores (una mayor incertidumbre) en las zonas de ruptura de pendiente. Así, la propiedad de homoscedasticidad, o independencia del error de los valores que intervienen en la estimación estando sólo influido por la distribución de los puntos medidos efectivamente sobre el terreno es difícilmente justificable.
- b) Por otro lado, se utiliza un modelo gaussiano, lo cual implica funciones de densidad simétricas. Este hecho es de complicado cumplimiento debido a la tendencia lógica de sobreestimación en las zonas más bajas y de subestimación en las zonas más

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

elevadas, aunque si es cierto que a nivel global ambas tendencias se pueden compensar de forma que el error a nivel global puede considerarse gaussiano.

El segundo método implica una aproximación más rigurosa a la estimación de la incertidumbre a nivel local. Este procedimiento se basa en el establecimiento previo de la función de probabilidad condicional $F(u; z|(n))$ que proporciona una medida de la incertidumbre local que se relaciona con una localización específica u . El concepto de simulación condicional permitirá establecer dichas funciones a partir de diferentes realizaciones (modelos simulados) de la distribución en el espacio de las alturas del terreno. Mediante la metodología de simulación condicional geoestadística es posible obtener un número ilimitado de posibles versiones de la realidad. Todas las versiones tienen la misma probabilidad de ser ciertas y todas deben cumplir varias condiciones para conservar las características estadísticas de los datos experimentales (datos medidos). Así se impone la coincidencia entre el modelo y la realidad en los puntos medidos (puntos en los que la incertidumbre local del modelo debe ser nula), así como la conservación del histograma y variograma de los datos experimentales y los modelos simulados.

Por tanto, se plantea un cambio radical del esquema de trabajo, totalmente opuesto al procedimiento clásico, en el que primero se estima el valor más probable (valor estimado) que se utilizará como valor medio de la función de densidad y a continuación se obtiene la varianza de la función como varianza de estimación (varianza de krigeaje). En la metodología propuesta, en primer lugar se estima las funciones de densidad (funciones de probabilidad) y a continuación será posible establecer el valor estimado óptimo y los parámetros de incertidumbre (por ejemplo, varianza).

1.1.1 Medidas de incertidumbre a nivel local

El conocimiento de la función de distribución condicional en una posición determinada permite establecer el nivel de incertidumbre de la incógnita $z(u)$ antes y de una forma independiente al propio valor del estimado de dicho valor. Las medidas más frecuentemente empleadas para la incertidumbre se pueden indicar, según Goovaerts (1997), de la siguiente manera:

- a) Entropía local: Es una medida de incertidumbre no específica para ningún intervalo (Shannon, 1948; Journel y Deutsch, 1993; Christakos, 1990). La entropía local de la función de densidad de probabilidades a nivel local viene definida por la expresión:

$$H(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} -[\ln f(u; z|(n))] \cdot f(u, z|(n)) dz$$

En la práctica, el rango de variación de los valores de la variable z se discretiza en un determinado número de clases K y la entropía local se obtiene de acuerdo con los K intervalos de probabilidad ($p'_k(u)$) correspondientes que son calculados como:

$$H(u) \approx - \sum_{k=1}^{K'} [\ln p'_k(u)] p'_k(u) \geq 0$$

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", *GeoFocus (Artículos)*, nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

- b) Varianza condicional: La varianza condicional $\sigma^2(u)$ mide la amplitud de la distribución condicional alrededor de su media $z_E^*(u)$. La varianza condicional se obtiene a través de la expresión:

$$\sigma^2(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} [z - z_E^*(u)]^2 \cdot f(u, z | (n)) dz$$

Al igual que sucedía en la media de la entropía, esta integral se aproxima, en la práctica, mediante la siguiente suma discreta:

$$\sigma^2(u) \approx \sum_{k=1}^{K+1} [z_k - z_E^*(u)]^2 \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))]$$

A diferencia de la entropía, la varianza se define alrededor de un determinado valor central específico, la media de la distribución condicional, y dependerá de las medias definidas en el interior de cada una de las K clases.

- c) Rango intercuartílico: Se obtiene como la diferencia de los cuartiles superior e inferior de la distribución condicional.

2. Metodología

2.1. Simulación Geoestadística

Los métodos de simulación geoestadística estocástica intentan reproducir versiones de la realidad conservando sus estadísticos básicos y su variabilidad espacial conocida a partir de la información disponible (puntos medidos). Esta aproximación no es cumplida por los métodos de estimación en los que su objetivo es la inferencia espacial de las características medidas de la variable. El valor estimado es el valor más probable de la propiedad a estudiar y se produce coincidencia entre el modelo y la realidad en los puntos medidos, pero no coincidencia de sus estadísticos (histograma) ni de su variabilidad espacial (variograma) como consecuencia del efecto de suavizado que se introduce en el propio proceso de estimación ([figura 1](#)).

Las condiciones impuestas a los modelos simulados pueden resumirse en:

- Los valores simulados coinciden con los valores reales en los puntos medidos.
- El histograma de los valores simulados reproduce de una forma fiel el histograma de los valores desagrupados (declustered).
- El modelo de variograma es reproducido.

Existen diversos métodos de simulación geoestadística (Goovaerts, 1997). La elección del método de simulación debe realizarse según Deutsch (1994) de acuerdo a:

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

- el tiempo de cálculo.
- la información disponible para el proceso de condicionamiento.
- la precisión y exactitud requerida a la predicción probabilística que se desea plantear.

El método que se ha empleado en este trabajo ha sido el método de simulación secuencial directa (direct sequential simulation –DSS–) propuesto por Soares (2001). Este método ha sido elegido por la ventaja fundamental de que no requiere ningún tipo de transformación de los datos previa al propio proceso de simulación. Esta característica permite su aplicación en variables con un elevado sesgo o en el caso de variables no estacionarias (como suele ser la variable altura del terreno, ligada a los MDE) mediante el empleo de correcciones de los valores medios locales.

2.1. Simulación Secuencial Directa

Consideremos una variable continua $Z(x)$ con una función de densidad de probabilidades global $F_z(z)=\text{prob}\{Z(x)<z\}$ y un variograma estacionario $\gamma(h)$. El objetivo es intentar reproducir tanto la función de densidad de probabilidades $F_z(z)$ como el variograma $\gamma(h)$ en los modelos finales simulados. El algoritmo de simulación secuencial de una variable continua sigue la secuencia metodológica clásica de simulación:

- a) se escoge de una forma aleatoria la locación especial del un nodo x_u en una malla regular de nodos a simular.
- b) se estima la función de distribución acumulada local en la posición x_u condicionada a los datos originales $z(x_\alpha)$ y a los valores previamente simulados $z^s(x_i)$.
- c) se obtiene un valor $z^s(x_i)$ a partir de la función de densidad local estimada, que se convertirá en un dato condicionante para todos los valores siguientes.
- d) se repite el proceso a partir de a) hasta que todos los nodos han sido simulados en el recorrido aleatorio.

El principio de la simulación secuencial directa puede resumirse en lo siguiente: si las funciones de densidad de probabilidades locales están centradas en el valor estimado mediante krigeaje simple:

$$z(x_u)^* = m + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}(x_u) [z(x_{\alpha}) - m]$$

siendo x_{α} los datos condicionales (datos originales y valores previamente simulados), con una varianza condicional identificada con la varianza de krigeaje simple $\sigma_{sk}^2(x_u)$. Así, no existe ningún problema en qué distribución de probabilidad empleemos, ya que el modelo de covarianza espacial y los variogramas son reproducidos en los mapas simulados finales.

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

El problema es, que salvo para algunas distribuciones paramétricas (por ejemplo, gaussiana), esta simulación no reproduce los histogramas de los valores originales. El problema principal para este problema es que la función de densidad de probabilidades a nivel local no puede ser completamente caracterizada considerando tan solo su media local y varianza.

La idea de la simulación secuencia directa es utilizar la media y varianzas locales estimadas, no para definir la función de densidades de probabilidad local sino para muestrear sobre la función global. Es un procedimiento similar al empleado en la simulación secuencia de indicatriz: en este algoritmo el histograma global permanece con el mismo número de clases en cada paso secuencial: localmente, los datos condicionantes determinan qué clases deberán ser muestreadas para generar un nuevo valor simulado. En el algoritmo DSS la función de distribución acumulada $F_z(z)$ es la misma en todo el procedimiento secuencial. En primer lugar, se eligen los intervalos de z a partir de $F_z(z)$, definiendo una nueva función $F'_z(z)$ y a continuación los valores simulados $z^s(x_u)$ son muestreados a partir de la función de distribución elegida $F'_z(z)$. Los intervalos se "centran" en el estimado de krigeaje simple y la amplitud del intervalo dependerá de la varianza de estimación de krigeaje simple.

Una forma de definir estos intervalos es seleccionar un conjunto de n valores contiguos $z(x_i)$ del histograma experimental de forma que la media y la varianza de los n valores seleccionados sea igual al valor estimado y a la varianza de krigeaje simple, respectivamente. Entonces, se obtiene un valor simulado $z^s(x_u)$ a partir de la función de distribución $F'_z(z)$ de los n valores seleccionados.

Sin embargo, este método de remuestreo de la función de densidades de probabilidad global experimental requiere un conjunto de valores experimentales relativamente grande para asegurar también un conjunto de valores remuestreados $F'_z(z)$, sobre todo cuando la varianza de estimación $\sigma_{sk}^2(x_u)$ es pequeña. Cuando $F'_z(z)$ es determinada por un número reducido de datos, los valores simulados a partir de la función de densidad de probabilidades pueden producir valores erráticos a muy pequeña escala.

Existen varias aproximaciones a este procedimiento de remuestreo. Una de ellas que es muy simple de implementar, consiste en la definición del rango de los intervalos de muestreo de la función de densidad de probabilidades global, de acuerdo con el valor $\sigma_{sk}^2(x_u)$, utilizando una distribución gaussiana. Suponiendo que ϕ es la transformación mediante anamorfosis gaussiana de los valores originales $z(x)$: $y(x) = \phi(z(x))$ con $G(y(x))=Fz(z(x))$.

El valor estimado mediante krigeaje simple $z(x_u)^*$ tiene un valor equivalente gaussiano $y(x_u)^*=\phi(z(x_u)^*)$ que, junto con la varianza de estimación de krigeaje simple, puede ser utilizada para definir una función de densidad de probabilidades gaussiana $-G(y(x_u)^*, \sigma_{sk}^2(x_u))$. Esta función gaussiana se puede emplear para definir el intervalo de la función de densidad de probabilidades de $z(x)$ que debe ser muestreado, mediante el procedimiento siguiente:

- a) generar un valor a a partir de una distribución uniforme $U(0,1)$.
- b) generar un valor y^s utilizando $y^s=G(y(x_u)^*, \sigma_{sk}^2(x_u),p)$.

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

- c) por último, obtener el valor simulado $z^s(x_u)$ a partir de la función de transformación $\varphi: z^s(x_u)=\varphi^{-1}(y^s)$. Esto significa que $z^s(x_u)$ es muestreado a partir de intervalos de $Fz(z)$ definidos por los estimados y varianzas locales.

Es importante indicar que la función de transformación gaussiana se utiliza únicamente para el muestreo de los intervalos locales de la distribución. No tiene ningún papel en la estimación de la función local, puesto que no se asume ninguna hipótesis gaussiana.

Para una consulta más detallada del algoritmo de cálculo se recomienda la consulta de Soares (2001).

3. Ejemplo de aplicación

La metodología propuesta ha sido aplicada a un área de estudio con el objeto de mostrar su verdadera potencialidad. La zona seleccionada está situada en la ciudad de Granada y cubre un área de compleja topografía que incluye la zona del cauce del río Genil, así como zonas de arbolado, edificadas y obras civiles (carretera del nuevo acceso a La Alhambra y Carretera de la Sierra).

Los límites de la zona considerada expresadas en coordenadas UTM30N/ED50 son las siguientes: norte=4113687; sur=4113187; oeste: 449069; este: 449722 ([figura 2](#)).

En esta área se dispone de un total de 1592487 puntos de los que se dispone de información XYZ y de la intensidad del eco que han sido capturados empleando un sensor LIDAR Toposys, proporcionando una densidad media de información de 4.87 puntos/m². A partir de este conjunto de datos, se han seleccionado 50000 puntos de acuerdo con un esquema de muestreo aleatorio, que proporciona una densidad media de información de 0.15 puntos/m² ([figura 3](#)) y que conserva los estadísticos e histograma de los datos originales ([figura 4](#)).

3.1 Análisis estructural

El tratamiento geoestadístico comienza con la determinación y análisis de las funciones de variabilidad espacial (análisis estructural o variográfico). El variograma medio omnidireccional ha sido calculado utilizando una distancia de paso de 2m, con una tolerancia de paso de 1m. El variograma experimental presenta un marcado carácter no estacionario con una tendencia de largo rango.

Es necesario tener en cuenta que el método de simulación geoestadística seleccionado para este trabajo, el método de simulación secuencial directa permite la corrección mediante medias locales por lo que no se ha considerado necesario el eliminar la tendencia. Teniendo en cuenta esto se ha utilizado para el ajuste del variograma experimental un modelo de tipo gaussiano centrandolo en el ajuste en las distancias cortas (que serán las que se utilicen en el proceso de condicionamiento). El modelo se plantea como un modelo de meseta igual a la varianza de los datos y el alcance viene dado por el ajuste del tramo inicial del variograma. Asimismo, se ha incorporado una pequeña

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

estructura de efecto pepita para evitar los problemas de singularidad en los sistemas de ecuaciones de krigeaje. Así, la estructura final se compone por dos estructuras: a) una estructura de tipo pepita con un valor de 10.6m^2 ; b) una estructura gaussiana con una meseta de 702.6m^2 y un alcance igual a 325.75m . Tanto los variogramas experimentales como el ajuste teórico han sido realizados empleando el software GeoMS (CMRP, 2006) ([figura 5](#)).

3.2 Simulación

Se han generado un total de 10 modelos simulados utilizando simulación secuencia directa empleando un espaciado de 1m empleando el software GeoDSS (CMRP, 2006). La calidad de los modelos simulados ha sido comprobada utilizando un total de 500 valores adicionales que no han sido introducidos en el proceso de simulación. El error medio cuadrático ha sido calculado entre los puntos medidos y un modelo simulado elegido al azar considerando una distancia máxima entre la posición planimétrica de ambos puntos de 0.25m y se han descartado los puntos situados en los tejados de los aleros de los edificios. El valor del error medio cuadrático ha sido de 0.10m , una cifra muy buena considerando que el error de las medidas originales del sensor LIDAR ha sido establecido a través de la medida de puntos de control en 0.07m y las propias características de la zona.

Una vez que se ha comprobado el correcto comportamiento del proceso de simulación, se ha obtenido un número total de 100 modelos de simulación. Es importante tener en cuenta que todas las versiones tienen la misma probabilidad de ser ciertas y conservan las características estadísticas de los datos originales desagrupados.

En la [figura 6](#) se muestra un ejemplo de la conservación de los estadísticos básicos de los datos experimentales (incluyendo el histograma). Así si se comparan las figuras 3 y 5, es posible observar cómo las medias y los cuartiles coinciden mientras que la varianza tiene un error de tan sólo un 3%. Existe una coincidencia de todos los estadísticos (media, varianza, mínimo, máximo y cuartiles) con errores en la preservación de los mismos inferiores a 1.8% que se registra en el valor de la varianza de los datos (0.49m^2).

Una vez que el proceso de simulación ha sido comprobado tanto en el cumplimiento de la coincidencia entre realidad y modelo en los puntos experimentales como en los estadísticos básicos y variograma, el siguiente paso es el agrupamiento de las diferentes realizaciones en cada uno de los nodos de la malla simulada para obtener la función de densidad de probabilidades a nivel local y determinar, mediante su posterior análisis, la incertidumbre a nivel local en el modelo digital de elevaciones. Así, en cada nodo será posible calcular un histograma de valores posibles (obtenidos a partir de los valores simulados) que nos proporcionará un valor estimado (valor medio de los valores simulados) mientras que la amplitud del histograma pondrá de manifiesto la incertidumbre local del modelo en un determinado punto.

En la [figura 7](#), se muestra una comparación entre el modelo obtenido por estimación (krigeaje ordinario) y uno de los modelos obtenidos por simulación. Es importante observar el efecto que tiene el suavizado de la estimación en el modelo.

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", GeoFocus (Artículos), nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

En la [figura 8](#), se presentan dos ejemplos de incertidumbre a nivel local del MDE. En la figura izquierda, se muestra el caso de un punto con una incertidumbre a nivel local muy reducida; así los valores máximo y mínimo de los valores simulados en este punto dentro de las 100 realizaciones son iguales a 681.58 y 682.20m, respectivamente, con un valor medio (estimado-E igual a 681.81m) y una varianza igual a 0.029m^2 . El ejemplo del histograma mostrado en la figura derecha es radicalmente opuesto, se trata de un punto con una marcada incertidumbre con un rango (diferencia entre los valores máximos y mínimos simulados) igual a 12.38m. En este segundo punto, el valor estimado es igual a 703.49m con una varianza igual a 5.645m^2 .

Es muy importante observar como el comportamiento del histograma no es gaussiano, tal y como se ha indicado como uno de los problemas iniciales para aplicar la metodología clásica basada en la estimación de los intervalos de incertidumbre basados en una función de densidad de probabilidades de tipo gaussiano, con media igual al valor estimado y desviación típica igual a la desviación típica de krigeaje.

Utilizando la varianza de las series simuladas como representación de la dispersión de los valores simulados con respecto a la media de las funciones de densidad de probabilidad es posible obtener la caracterización de la incertidumbre a nivel local del MDE. En la [figura 9](#), se muestra el mapa de la varianza de cada una de las funciones de densidad como representación de la incertidumbre a nivel local.

Es importante observar como los valores obtenidos de incertidumbre local son el resultado combinado de la disponibilidad de datos y las características del terreno (así en la zona marcada con la letra A se corresponde con una zona llana –cauce del río Genil- en la que la variabilidad y la incertidumbre es menor a diferencia de la zona B que se corresponde con una zona de edificios y la zona C con zonas de fuertes cambios de elevaciones. También es posible observar el efecto producido por la distribución de los puntos experimentales (puntos con incertidumbre nula, que se distribuyen por toda la zona de estudio –color azul marino-) y los errores en las inmediaciones de los mismos.

4. Conclusiones

En este trabajo se presenta una metodología geoestadística basada en el empleo de la simulación secuencial directa para la caracterización de la incertidumbre a nivel local en los modelos digitales de elevaciones.

La metodología propuesta intenta introducir una solución a un problema que suele ser escasamente considerado en el análisis de la calidad de los modelos digitales de elevación, como es la incertidumbre a nivel local introducida en el modelo durante el proceso de modelización. El método propuesto supera la imposibilidad de conocer la incertidumbre a nivel local de los cálculos de errores a nivel global, habituales en el análisis de los modelos digitales de elevaciones, y representa una importante mejora con respecto a la aproximación de considerar las funciones de densidad de probabilidades a nivel local como una función gaussiana de media igual al valor

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", *GeoFocus (Artículos)*, nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

estimado del modelo en el punto considerado y como varianza de la función la propia varianza de estimación en el mismo.

Así, mediante el empleo de simulaciones geoestadísticas condicionadas es posible la generación de modelos posibles de la realidad que permiten el análisis probabilístico de los resultados y la caracterización de la incertidumbre local.

La metodología de simulación empleada ha sido la simulación secuencial directa que presenta una ventaja muy importante al no requerir ningún tipo de transformación previa e los datos a diferencia de otros métodos de simulación como la simulación secuencial de indicatrices o la simulación secuencial gaussiana. Gracias a esta ventaja es posible realizar simulaciones en modelos que presentan histogramas marcadamente sesgados (de complicada transformación a equivalentes gaussianos o cuya indicatriz es de compleja definición) o en el caso de variables no estacionarias (muy frecuente en el caso de la variable altura de terreno que se emplea en los modelos digitales de elevaciones, en el caso de presencia de zonas de laderas).

5. Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado en la Universidad de Jaén y Universidad Técnica de Lisboa (Instituto Superior Técnico) en el marco del proyecto "INARA.CARTO: Desarrollo de metodologías e instrumentos (software y hardware) para la explotación óptima de sistemas mixtas de sensores LIDAR y cámaras digitales". El proyecto es liderado por la empresa Stereocarto S.L. y financiado por el Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica (FIT-350100-2005-462) del Ministerio de Industria, Comercio y Turismo, el Plan de Innovación Empresarial de la Comunidad Autónoma de Madrid (PIE/1043/2005) (IMADE) y el Centro de Desarrollo Tecnológico Industrial (CDTI). El trabajo también ha sido financiado parcialmente por el proyecto CGL2004-03333/BTE del Plan Nacional de I+D+i.

Este trabajo forma parte de las actividades del grupo de investigación "Sistemas Fotogramétricos y Topométricos" del Plan Andaluz de Investigación dependiente de la Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía, parcialmente financiado con fondos FEDER de la Unión Europea.

Referencias bibliográficas

Christakos, G. (1990): "A Bayesian/maximum entropy view to the spatial estimation problem". *Mathematical Geology*, 22(7), pp. 763-777.

CMRP (2006): *GeoMS software*. Disponible en la página web: www.cmrip.ist.utl.pt (fecha del último acceso 10 May 2006).

Deutsch, C.V. (1994): "Constrained modeling of histograms and cross plots with simulated annealing". *Report 7, Stanford Center for Reservoir Forecasting*, Stanford, California, USA.

Goovaerts, P. (1997): *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*, New York, Oxford University Press.
Isaaks, E.H. y Srivastava, R.M. (1989): *Applied Geostatistics*, New York, Oxford University Press.

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", *GeoFocus (Artículos)*, n° 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

Journel, A.G. y Deutsch, Ch. (1993). "Entropy and spatial disorder", *Mathematical Geology*, 25(3), pp. 329-355.

Shanon, C.E. (1948): "A mathematical theory for communication", *Bell System Technical Journal*, 27, pp. 379-623.

Soares, A. (2001): "Direct Sequential Simulation and Co-simulation", *Mathematical Geology*, 33(8), pp. 911-926.

FIGURAS

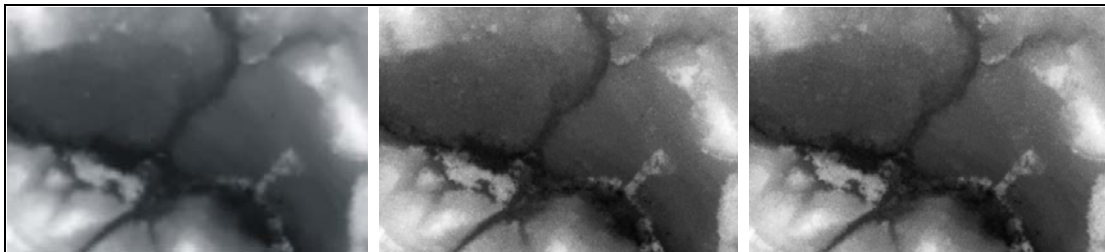


Figura 1. Estimación y Simulación. Izq.: MDE obtenido mediante estimación (krigeaje ordinario); Centro y der.: MDE obtenidos mediante simulación.

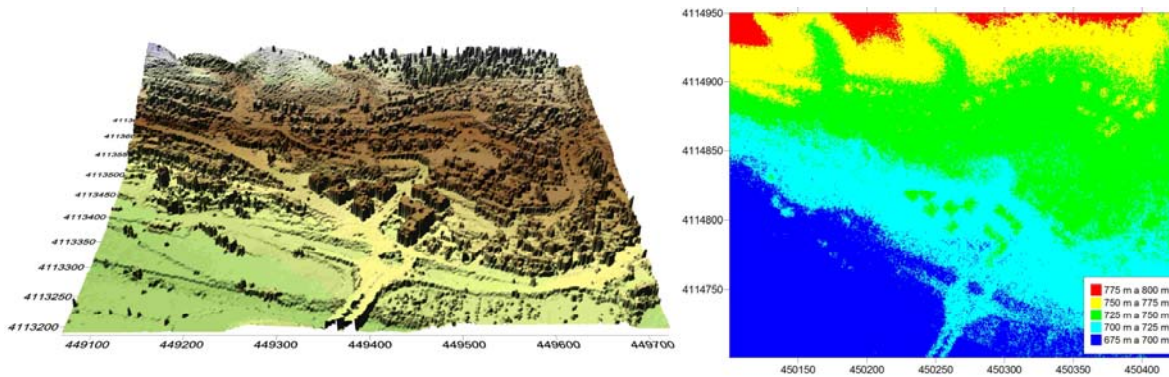


Figura 2. Izq.: Mapa de sombras; Der.: Representación tridimensional de la zona de trabajo

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", *GeoFocus (Artículos)*, nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

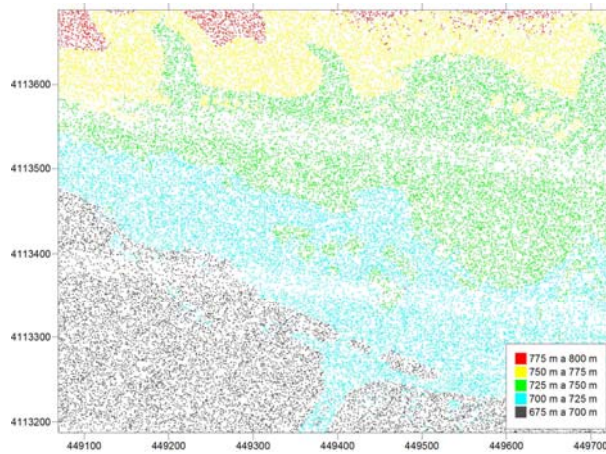


Figura 3. Distribución de puntos experimentales seleccionados

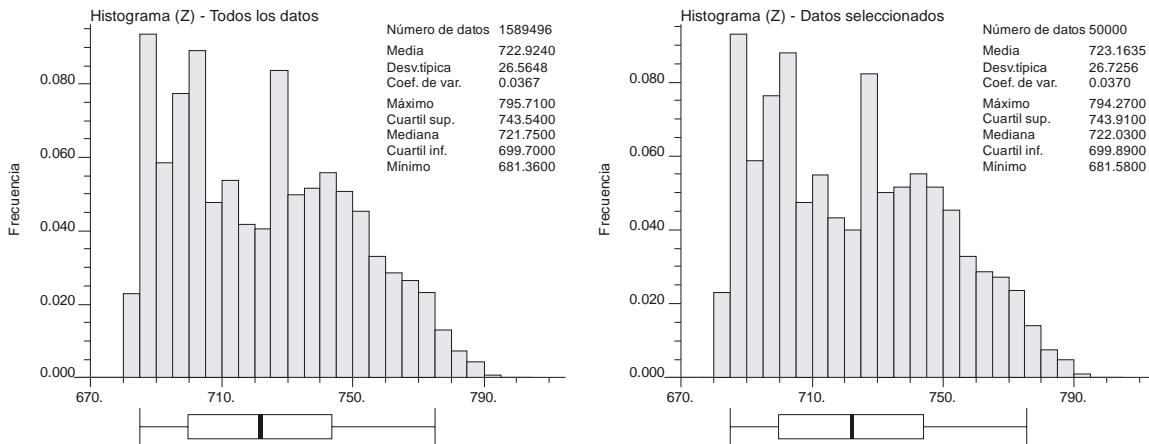


Figura 4. Histogramas y estadísticos básicos. Izq.: Todos los datos; Der.: Datos seleccionados

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", *GeoFocus (Artículos)*, nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

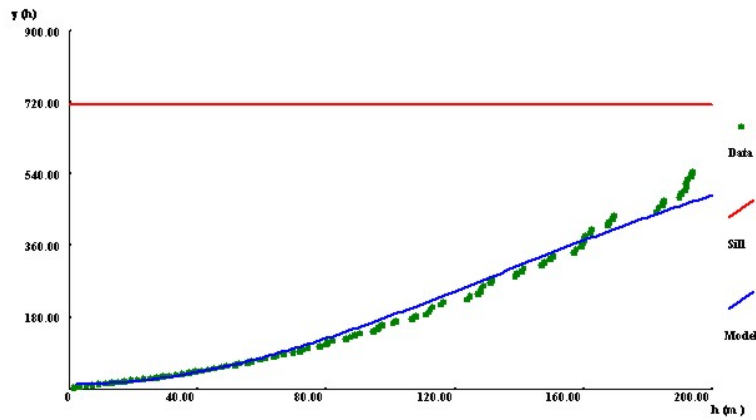


Figura 5. Variograma experimental y modelo teórico ajustado

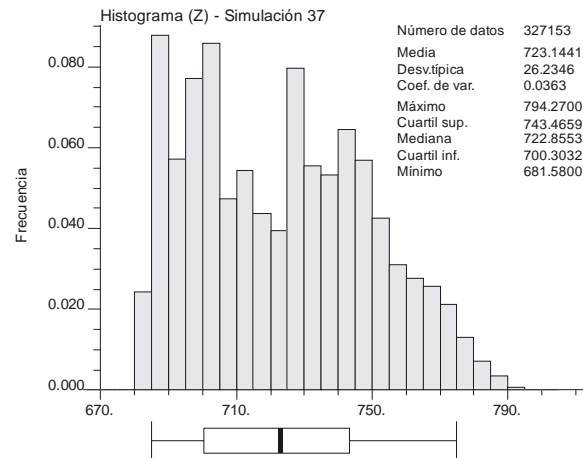


Figura 6. Histograma de la simulación número 37

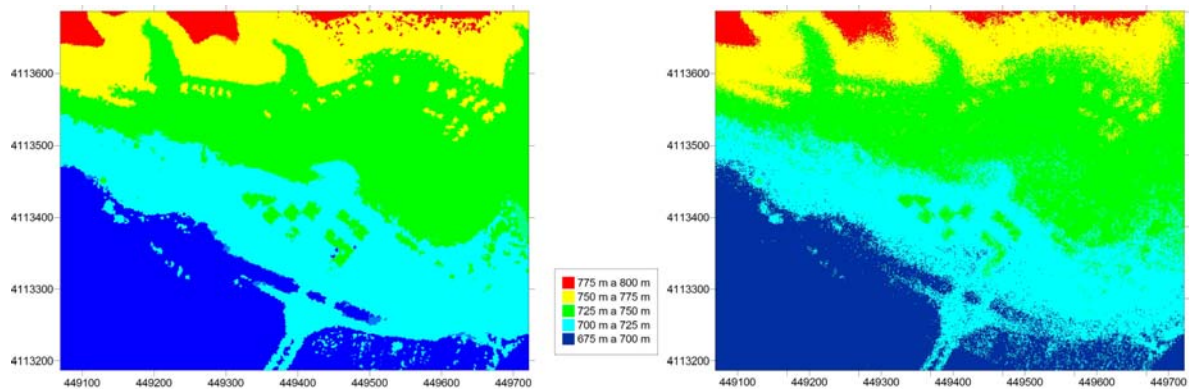


Figura 7. Izquierda: MDE generado por estimación (krigeaje ordinario); Derecha: Modelo nº37 generado por simulación secuencial directa

Delgado García, J. et al. (2007): "Aplicación del método de simulación secuencial directa para la evaluación de la incertidumbre local en modelos digitales de elevaciones", *GeoFocus (Artículos)*, nº 7, p. 23-37. ISSN: 1578-5157

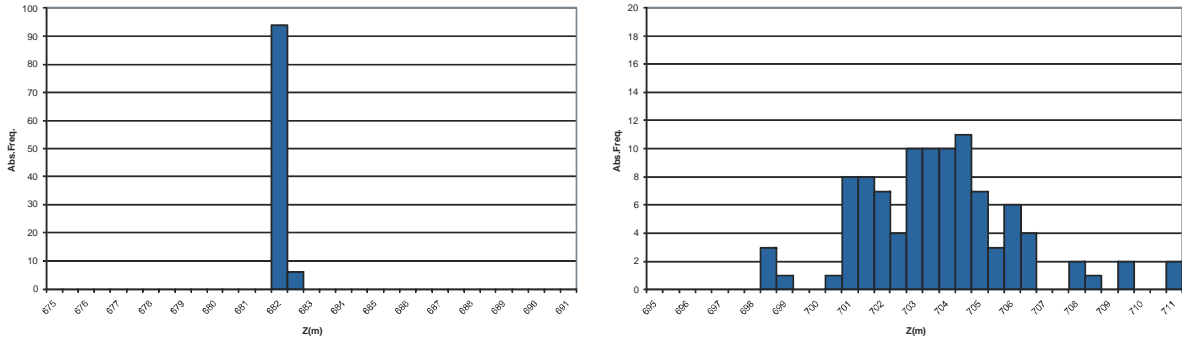


Figura 8 Histograma de elevaciones a nivel local de las elevaciones en dos puntos de la malla.

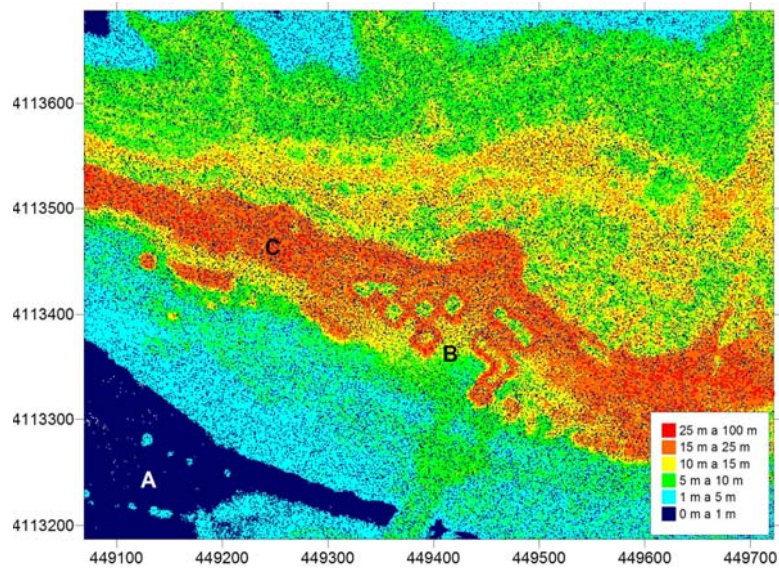


Figura 9. Mapa de varianza local de los valores simulados (mapa de incertidumbre a nivel local). Valores en metros. Explicación en el texto