

LA UTILIZACIÓN DE MODELOS EN HIDROLOGÍA

Miguel Fernández Mejuto

Alicia Vela Mayorga

Santiago Castaño Fernández

Miguel Fernández Mejuto. Licenciado en Ciencias Geológicas.

Alicia Vela Mayorga. Licenciada en Ciencias Geológicas.

Santiago Castaño Fernández. Doctor en Ciencias Geológicas.

Sección de Teledetección y Sistemas de Información Geográfica. Instituto de Desarrollo Regional de la Universidad de Castilla-La Mancha.

RESUMEN

Los modelos son una herramienta fundamental para el hidrólogo, en especial a la hora de proponer o realizar una adecuada gestión de los recursos hídricos. En este artículo se da una panorámica sobre los tipos de modelos utilizados tanto en hidrología superficial como en hidrogeología, así como sobre sus aplicaciones, con la presentación de algunos ejemplos concretos que ilustran las explicaciones. Tratamos así de continuar la línea de artículos abierta en el número anterior de esta revista acerca de un recurso natural fundamental: el agua.

ABSTRACT

Models are a basic tool for the hydrologist, specially to propose or accomplish a proper management of the hydraulic resources. In this article a scope is given about the kind of models used both in superficial hydrology both in hydrogeology and their main applications, with some concrete examples illustrating the explanations. This is the continuation of a group of articles, began in the last number of this magazine, about a basic natural resource: water.

PALABRAS CLAVE: modelos matemáticos, hidrología, hidrogeología, calibración, validación, simulación.

KEY WORDS: mathematical models, hydrology, hydrogeology, calibration, verification, prediction.

I. INTRODUCCIÓN

LA investigación científica arranca, como afirma BUNGE (1985), a partir de la percepción de que el acervo de conocimiento disponible es insuficiente para manejar determinados problemas. A lo largo de la tarea de investigación es necesario, a menudo, tener que realizar simplificaciones de los problemas a los que se hace frente, para poder reducirlos a una serie limitada de variables que pueda manejarse. En las áreas de conocimiento relacionadas con el medio natural, al ser tan grande el número de factores que determinan el comportamiento de cada sistema, este proceso de selección de las variables a las que es más sensible el sistema y de eliminación del resto es una tarea imprescindible.

Por ello, la forma habitual de enfrentar los problemas en las ciencias de la Tierra es la utilización de *modelos*. De forma general, un *modelo de un sistema* puede ser definido como una conceptualización del mismo que preserva las características esenciales para el fin que nos ocupa, sin necesidad de conservarlas todas (ANDREU, 1993). Esto es, un modelo es una representación simplificada de la realidad (un sistema complejo) que puede ser manipulado para analizar la misma (ESTRELA, 1996). Según el objetivo buscado, se tolerará cierto margen de error, que determinará el punto hasta el que se pueden llevar las hipótesis simplificativas.

La hidrología, tanto la hidrología superficial (ciencia encargada del estudio de las aguas continentales superficiales) como la hidrogeología (ocupada del estudio del agua subterránea), necesita modelos para poder representar el funcionamiento de sistemas hidrológicos complejos. En estos sistemas las respuestas producidas por una serie de condiciones externas impuestas al sistema son difícilmente previsibles a causa precisamente del gran número de factores que entran en juego. La realización de modelos matemáticos de estos sistemas, combinada con la capacidad de cálculo de los ordenadores, permite obtener herramientas para definir y simular distintas situaciones de utilización de los recursos hídricos.

II. TIPOS DE MODELOS

Como hemos dicho un modelo es una representación simplificada de la realidad manipulable para mejorar la visión que de esta se tiene. A partir de ahora nos vamos a centrar en un tipo determinado de modelos, los matemáticos, que representan el sistema real por medio de un conjunto de expresiones matemáticas, puesto que son los más utilizados en la actualidad (y de forma casi exclusiva en hidrología).

Además de estos, existen los modelos físicos y los analógicos. Los modelos físicos son reproducciones a escala del prototipo (realidad) manteniendo las reglas de la semejanza. Los analógicos, ya en desuso, se basan en el parecido entre las ecuaciones que rigen dos sistemas distintos, por ejemplo, con el montaje de determinados circuitos eléctricos se pueden simular acuíferos, ya que el modelo eléctrico se rige por las diferencias de potencial y el sistema real, de forma similar, por diferencias de gradiente hidráulico.

La mayoría de los modelos matemáticos, y de ahí su gran desarrollo reciente, usan como soporte el ordenador. Las ventajas de este son de sobra conocidas; sin embargo, a veces se descuidan o minusvaloran los inconvenientes. Los modelos matemáticos desarrollados sobre ordenadores tienden a crear credibilidad por sí mismos. Por ello, el modelador debe conocer las limitaciones del modelo y estudiar la veracidad de los datos que le suministra. La clave del buen funcionamiento de cualquier modelo es tener la cantidad y calidad de datos (variables y parámetros) necesarios para alcanzar el fin perseguido.

III. ELEMENTOS QUE COMPONENTEN UN MODELO MATEMÁTICO

Los modelos matemáticos pueden ser de complejidad muy variable: desde una sencilla fórmula, a un conjunto de ecuaciones diferenciales para cuya resolución sea imprescindible un ordenador.

Baste el siguiente ejemplo para aclarar concepto de modelo y los elementos que en él han de estar presentes:

Supongamos que se desea conocer de forma rápida la velocidad que un móvil que cae libremente tiene para cada intervalo de tiempo (t), siendo el momento de tiempo inicial ($t = 0$) en el que comienza a caer. En nuestro modelo el dato que se desea conocer, y que va a tomar distintos valores numéricos a lo largo del tiempo, es la velocidad (v):

$$v = f(t)$$

donde la fórmula que expresa esta relación es la siguiente:

$$v = t \cdot g$$

De esta forma tenemos un *modelo matemático* de la velocidad de caída de un objeto, regido por una simple ecuación. El valor de la velocidad (v) que puede ser medido y que toma distintos valores numéricos a lo largo del tiempo recibe en la terminología de la modelización de sistemas el nombre de *variable*. En nuestro caso es la *variable de salida* del sistema (OUTPUT), pudiendo existir en algunos modelos *varia-*

bles de entrada (INPUT). Por seguir utilizando el mismo ejemplo, supongamos que el móvil comienza a caer con una determinada velocidad inicial (v_0); esta sería una variable de entrada. Otro concepto muy utilizado en modelización es el de *parámetro*, que representa una cantidad que caracteriza el sistema y que generalmente permanece constante en el tiempo, pero no en el espacio. Este es el caso de la aceleración de la gravedad (g), invariable en el tiempo, pero que varía en el espacio (los valores de la gravedad no son los mismos en todos los puntos de la Tierra).

Pero en nuestro modelo, a cambio de que permita calcular de forma rápida y sin apenas cálculos la variable « v », ha habido que realizar un buen número de hipótesis simplificadoras. Por ejemplo, no se han considerado elementos como la desaceleración que produce el rozamiento, posibles perturbaciones introducidas por corrientes de aire, posibles rotaciones del móvil, etc.

Quedan así definidos los elementos básicos que componen un modelo matemático: variables de entrada y salida (INPUTS y OUTPUTS), parámetros y las expresiones analíticas que los relacionan. Actualmente se pueden manejar modelos con gran número de variables, de parámetros o de expresiones analíticas, gracias a la utilización de ordenadores.

IV. TIPOS DE MODELOS MATEMÁTICOS HIDROLÓGICOS

En primer lugar, el tipo de modelo a desarrollar depende del tipo de proceso que deseemos modelar. Inicialmente se pueden hacer dos grandes grupos:

- Modelos **deterministas**: describen el comportamiento del ciclo hidrológico (o de parte de este) en forma de expresiones analíticas que relacionan las interacciones físicas entre sus componentes.
- Modelos **estocásticos** o de series temporales: carecen de bases físicas, y expresan en términos de probabilidad el resultado de procesos altamente aleatorios. Como pone de manifiesto MARCO (1993), el origen de la estocacidad en los recursos hídricos es doble: por una parte la distribución de la lluvia es un proceso aleatorio prácticamente puro, y por otro, la gran cantidad de factores que afectan a la propagación del agua en la superficie terrestre (conductividades, recorridos del agua, cubierta vegetal, ...) le confieren también cierta aleatoriedad.

Aunque según esta división todos los modelos hidrológicos deberían ser estocásticos, la utilización de modelos deterministas se basa en

trabajar únicamente con una ecuación que representa los valores más probables de las variables y parámetros. Así la práctica común es elegir un modelo u otro en función de:

- Cercanía del problema en cuestión a la precipitación (proceso con la máxima aleatoriedad).
- Escala de tiempo considerada. En un fenómeno de duración horaria, como las inundaciones, el azar tiene más repercusión que en problemas interanuales, como la variación de niveles de un acuífero en los que se trabaja con valores medios.
- Sencillez o complejidad del sistema estudiado. Las expresiones analíticas que relacionan las entradas y salidas del modelo utilizadas en modelos estocásticos han de ser lo bastante sencillas para que se puedan resolver las matrices de covarianza de variables, parámetros y del término de error. Por ello, estas expresiones son generalmente lineales y con pocos términos.

a) Modelos deterministas

Los tipos de modelos deterministas se definen según el grado de conocimiento que el modelador tenga de las leyes físicas que rigen el sistema estudiado.

Cuando este conocimiento es muy pequeño o incluso nulo se establecen relaciones matemáticas que a unos determinados valores de las variables de entrada hacen corresponder otros para las variables de salida. Las relaciones matemáticas se establecen por calibración (ver apartado V) sin que se conozca de que forma pueden estar relacionadas las variables. Estos modelos reciben el nombre de modelos **empíricos o de caja negra**. La ventaja de este tipo de modelos es la facilidad de su uso, mientras que como inconvenientes principales tiene la imposibilidad de extrapolar un modelo empírico a zonas o condiciones distintas y el poco conocimiento que aporta del sistema.

El otro extremo del espectro es aquel en el que las leyes que rigen el comportamiento del sistema son perfectamente conocidas. Un ejemplo de esto es el que se plantea en el apartado III u otros modelos basados en leyes conocidas como los utilizados en hidráulica (ecuaciones de Saint Venant...). A estos se les denomina modelos **deterministas puros, de caja blanca o conceptuales**.

Sin embargo, en muchas ocasiones en hidrología no se puede conocer con exactitud todas las componentes del sistema y sus interrelaciones, aunque sí una buena parte de estas. Un ejemplo de estos son los modelos de lluvia-escorrentía. En ellos la variable de entrada es la lluvia, la variable de salida es el caudal y ambas están relacionadas por una serie de ecuaciones que representan, con mayor o

menor fidelidad, con los procesos que actúan en la cuenca como evapotranspiración, escorrentía, ... Pero aunque estos fenómenos se conocen relativamente bien, no así las relaciones funcionales entre ellos (en LLAMAS, 1993). Estos modelos se denominan deterministas de **caja gris**.

Además, estos tres tipos de modelos deterministas admiten una segunda clasificación según se atiende a la variabilidad espacial de los parámetros y/o las variables. Así se distingue entre:

- Modelos **agregados**. No se considera variabilidad espacial, o dicho de otro modo, son modelos con una sola celda. Supongamos una cuenca hidrográfica que vierte a un río. Al modelarla de forma agregada consideraremos por una parte las entradas por precipitación (INPUT), y por otra parte los caudales en un punto del río a la salida de la cuenca hidrográfica (OUTPUT). Los valores de los parámetros (evapotranspiración, infiltración...) son valores medios para toda la cuenca considerada. Las ventajas de estos modelos son que no necesitan de la calibración de demasiados parámetros y una expresión matemática más sencilla, pero por el contrario no dan más que valores medios.
- Modelos **distribuidos**. Se considera la variabilidad espacial de variables y de parámetros. Se realiza una discretización del medio físico a estudiar, esto es, se divide la zona a estudiar en celdas con diferentes valores para variables y parámetros. De esta forma, siguiendo con el caso anterior, para cada celda tendremos un determinado valor de la precipitación (INPUT), y como respuesta a este y a la interacción con las demás celdas unos determinados unos determinados caudales circulantes por cada punto (OUTPUT). Este tipo de modelos es más versátil y recoge mejor la heterogeneidad del medio natural. Por el contrario, necesitan un aporte de datos mucho mayor y calibrar muchos parámetros, procesos que de no ser realizados correctamente pueden llevar a resultados aparentemente muy exactos, pero absolutamente alejados de la realidad.
- Modelos **cuasidistribuidos**. Intentan aprovechar las ventajas de los anteriores, evitando sus inconvenientes. En el caso de la cuenca hidrográfica que se está poniendo como ejemplo, un modelo cuasidistribuido abordaría el problema considerando diferentes subcuencas. Daría así un alto nivel de precisión sin necesitar una entrada de datos tan grande.

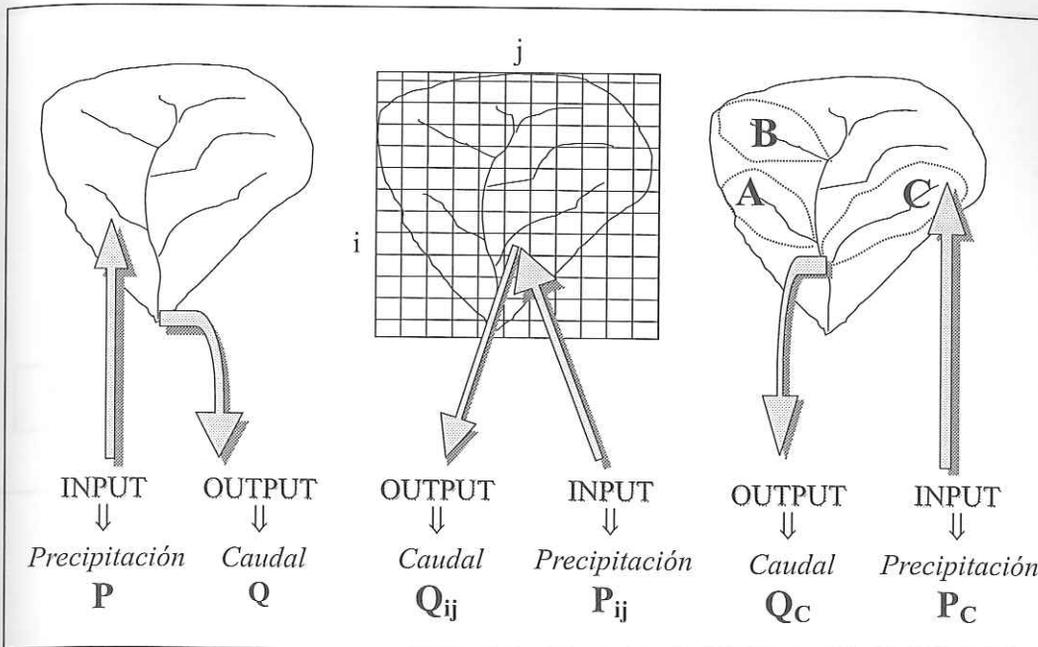


FIGURA 1. Ejemplo que muestra los tres grados de discretización para una cuenca hidrográfica. (a) Sin discretización, modelos agregados. Los datos tanto de entrada como de salida se refieren a la totalidad de la cuenca. (b) Discretización según una determinada malla, modelos distribuidos. A cada celda se le asignan valores de variables y parámetros. (c) Modelos cusidistribuidos. En este caso se propone abordar el problema considerando subcuenas.

b) Modelos estocásticos

El desarrollo de la hidrología estocástica, aunque tiene algunos antecedentes a principios de siglo, se ha producido fundamentalmente a partir de los trabajos de Thomas y Fiering en 1962 con la aplicación de modelos autorregresivos para caudales anuales y estacionales. A partir de aquí ha ido apareciendo un gran número de modelos estocásticos de simulación que se pueden clasificar según el proceso generador y las hipótesis de base (según LLAMAS, 1993) en:

- Modelos de regresión lineal.
- Modelos autorregresivos.
- Modelos de ruido fraccionado (fractional noise).
- Modelos de línea segmentada (broken line).
- Modelos ARIMA.

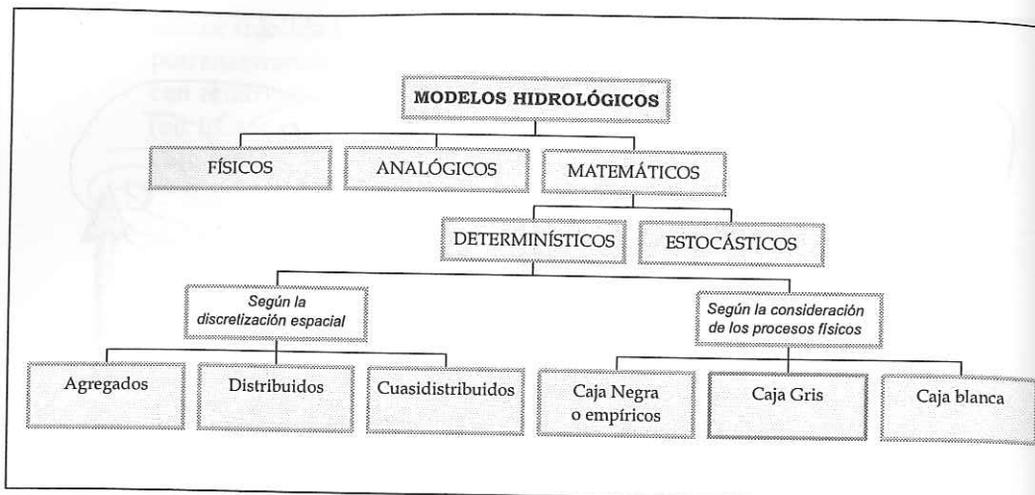


FIGURA 2. Clasificación de tipos de modelos útiles en hidrología.

V. ETAPAS EN EL DESARROLLO DE UN MODELO

El desarrollo de los modelos matemáticos debe realizarse siguiendo una serie de pasos estándar, que evitarán llegar a soluciones absurdas o a tener que volver atrás constantemente. Más claramente, seguir las siguientes etapas en la implementación de un modelo no garantiza sus resultados, pero no hacerlo si que asegura, en la mayoría de los casos, su fracaso.

a) Formulación conceptual y construcción del modelo

En primer lugar, es necesario elegir qué variables y parámetros son importantes para lograr una definición del sistema adecuada a los fines para los que servirá el modelo. Posteriormente es necesario establecer las relaciones entre estas, en una primera aproximación de forma teórica para luego llegar a la expresión matemática de las mismas.

b) Calibración de los parámetros del modelo

Los valores de los parámetros de un modelo son raramente conocidos en su totalidad, y en ocasiones (cuando estos tienen poco sentido físico) son desconocidos por completo. Es necesario entonces proceder a su calibración. En líneas generales se trata de elegir la combinación para la cual la correlación entre los valores de las variables de salida

generadas por el modelo y las medidas en el sistema real son coincidentes.

Para explicar de forma más clara el proceso de calibración y poner de manifiesto la utilidad de los modelos en hidrología se plantea a continuación un ejemplo simplificado de un modelo determinista agregado de pocos parámetros, el modelo TÉMEZ (1977) de precipitación-aportación.

Suponemos que para una pequeña cuenca hidrográfica donde se desea construir un embalse para abastecer de agua a una población cercana, se dispone de los siguientes datos:

- Precipitación total en la cuenca de cada año en el período de 1962 a 1996.
- Datos físicos de la cuenca que permiten tener una idea del rango de valores de los parámetros. Los parámetros que considera el modelo son capacidad máxima de retención de humedad en el suelo (H_{max}), parámetro de excedente (c), capacidad máxima de infiltración (I_{max}) y coeficiente de la descarga del acuífero (α). Como se observa, aunque estos parámetros tienen sentido físico, no son datos que se puedan medir directamente en la cuenca por lo que hay que calibrarlos.
- Aportación de caudal medida en el río para los años 1985 a 1994.

Para dimensionar el embalse es necesario conocer la aportación del río. Es preferible considerar un período largo de años para evitar errores debidos a la variabilidad hidrológica (sequías, años muy húmedos,...). Sin embargo, los datos directos de caudales sólo se tienen para 9 años, mientras que datos de precipitación existen para un período de 34 años (que sí es un período representativo). Así pues, interesa calcular los aportes del río a partir de las precipitaciones, algo para lo cual usaremos el modelo Témez. Pero aunque se conoce el rango de valores de los parámetros no se conoce su valor exacto. Se inicia entonces un proceso de calibración manual donde se compara los valores de caudal generados por el modelo para cada combinación de valores de los parámetros con los datos medidos en el río para un conjunto de años en el que existan datos, por ejemplo, desde 1985 a 1989. Cuando la adecuación de la variable de salida (caudal) suministrada por el modelo y la medida en el sistema real (río) sea buena, se dirá que el modelo está calibrado, y en lo sucesivo se usará el valor de los parámetros calculado.

En el ejemplo propuesto se comenta la calibración manual. En ocasiones, realizar la calibración manual es un trabajo casi imposible, puesto que hay modelos con un gran número de parámetros. Para ello se recurre a métodos de calibración automática, basados en algoritmos matemáticos de optimización.

c) Validación

La validación consiste en comprobar el adecuado funcionamiento del modelo con una serie de mediciones reales no utilizadas en el proceso de calibración. Siguiendo con el ejemplo anterior, se puede comparar los resultados que genera el modelo con los datos de caudales reales para la serie de años 1990-1994. Aunque la correlación de los resultados no será tan buena como en la calibración, deben de obtenerse valores lo bastante cercanos. De otra forma, será necesario volver a iniciar el proceso de calibración. Si después de muchas pruebas se obtuviera como resultado la imposibilidad de la calibración, sería necesario revisar el planteamiento y las ecuaciones que rigen el modelo.

d) Simulación

Una vez realizados los pasos anteriores el modelo está listo para dar los resultados deseados. Para concluir con el ejemplo de aplicación el siguiente paso a dar es introducir los datos de precipitación al modelo para el período 1962-1984 y 1995-1996. El modelo generará una serie de datos de caudal que unidos a los medidos (período 1985-1994) permitirán el dimensionado correcto del embalse.

VI. UTILIDAD DE LOS MODELOS EN HIDROLOGÍA

Después de la descripción de los tipos de modelos aplicados en hidrología y de las etapas en su implementación, ya se pueden empezar a comprender algunas de las utilidades de los modelos matemáticos en hidrología. Aparte de la utilidad del modelo por si mismo, su realización produce un aumento de conocimiento del sistema. A continuación se resumen algunas de las principales aportaciones que estos hacen, tanto en un plano más práctico como en el meramente académico:

a) Utilidades prácticas de los modelos

Conocimiento del comportamiento del sistema ante secuencias de acciones

En muchas ocasiones los científicos o los técnicos conocen, con mayor o menor incertidumbre, los fundamentos del comportamiento de ciertos elementos del medio, pero han de recurrir a los modelos para poder visualizar la evolución del sistema. Un ejemplo de este tipo de aplicación es el presentado por Blair *et al.* (en ANDERSON and WOES-

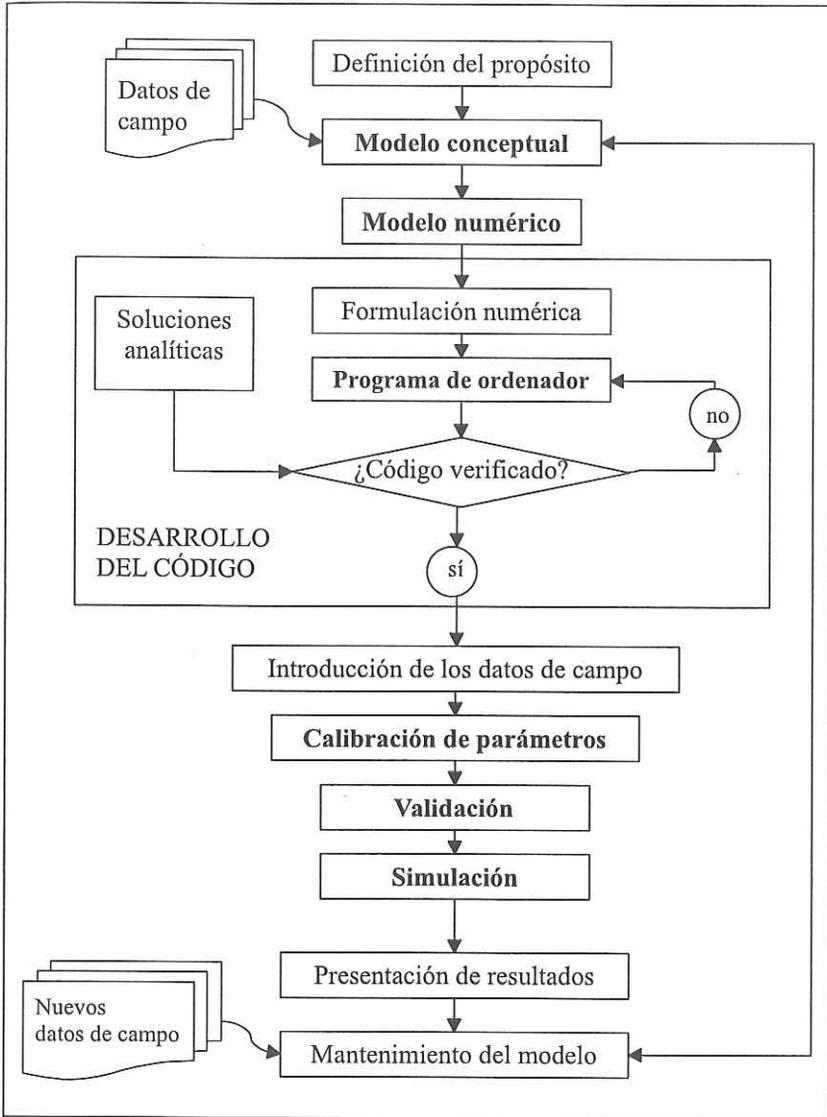


FIGURA 3. Pasos en el protocolo de desarrollo de un modelo (modificado de ANDERSON & WOESSNER, 1992).

SNER, 1992) con un modelos de dispersión de contaminantes en los acuíferos: usando uno de estos modelos se pudo predecir las trayectorias de un contaminante que fue derramado a causa de un accidente de un camión en una autopista. La carga peligrosa que este transportaba se infiltró en el acuífero situado a lo largo de los ríos Scioto y Black Walnut, un acuífero muy permeable (de arena y grava) sometido a in-

tensa explotación en el estado de Ohio (EE.UU). Gracias a este tipo de modelos se pueden tomar medidas apropiadas basadas en simulaciones del sistema real, y no en el conocimiento intuitivo de un pequeño grupo de expertos (que a veces ni siquiera existe).

Predicción sobre situaciones futuras

La posibilidad de plantear situaciones hipotéticas de futuro puede permitir conocer que alcance tendrían estas, y diseñar posibles soluciones en función de la probabilidad de ocurrencia de dichas situaciones. Así por ejemplo, el modelo de flujo bidimensional GISPLANA (ESTRELA y QUINTÁS, 1996) ha permitido el estudio de la avenida del Júcar de 1987, así como la simulación de diversas situaciones hipotéticas cuyo objeto es analizar el efecto sobre los niveles de inundación de diversas actuaciones en el medio físico (diques de protección, drenajes transversales de vías de comunicación...).

Optimización de la gestión del sistema

Cuando en un sistema hídrico complejo los objetivos que se pretenden son variados, e incluso contrapuestos los modelos de optimización pueden permitir obtener las soluciones mejores para cubrir todos los objetivos. Un caso típico es el de una región, como puede ser actualmente La Mancha, que desea ampliar las explotaciones en regadío sin que desciendan de forma irrecuperable los niveles del acuífero del que se obtiene el agua para el riego. En estos casos ha de llegarse a una solución de compromiso entre el máximo posible de hectáreas en regadío de cada cultivo y la cantidad de recursos disponibles.

b) Avances académicos producidos durante el desarrollo de un modelo

Mejora del conocimiento de los sistemas naturales

La realización de un modelo permite el contraste de las hipótesis de funcionamiento del sistema, un mejor ajuste y definición de las relaciones entre parámetros, así como de la sensibilidad del sistema a las variaciones de estos. Como ejemplo de esto, sirvan las conclusiones alcanzadas en la Tesis Doctoral de ESTRELA (1993) en la que se plantea un modelo que explica, con un número reducido de parámetros, la transferencia precipitación-caudal a escala diaria en un acuífero cárstico heterogéneo. Este trabajo permitió dar una explicación hidrodinámica

mica al tipo de descarga de estos acuíferos, mejorar los métodos de calibración automática de parámetros y obtener expresiones teóricas que relacionan las propiedades estocásticas de las series de recargas y caudales.

Estudio de situaciones especiales.

Cuando se presenta algún problema científico singular la modelización puede servir para comparar distintos diseños conceptuales de funcionamiento del sistema, para obtener cuál de estos se ajusta más a la realidad. Así por ejemplo, para el estudio del acuífero (y sus límites) que alimenta la zona de humedales de las Tablas de Daimiel se han ido desarrollando modelos que han permitido la cada vez más completa comprensión de la dinámica del acuífero.

Los modelos, en especial los matemáticos, son una herramienta fundamental para el hidrólogo que se enfrenta a sistemas del mundo real, complejos y con interacción de un buen número de elementos. Estos han de servir para comprender y gestionar los sistemas.

Sin embargo, no debe caerse en la tentación de utilizar los resultados de un modelo indiscriminadamente, ignorando los límites del propio modelo así como de los datos que le son suministrados.

BIBLIOGRAFÍA

- ANDERSON, M. P. and WOESSNER, W. W. (1992): *Applied groundwater modeling. Simulation of flow and advective transport*. Academic Press, California.
- ANDREU, J. (1993): *Análisis de sistemas y modelación en Conceptos y métodos para la planificación hidrológica*. Ed. Joaquín Andreu (CIMNE), Barcelona.
- BUNGE, M. (1985): *La investigación científica*. Editorial Ariel, Barcelona.
- ESTRELA, T. (1993). *Estimación de parámetros de recarga y descarga en un modelo de flujo subterráneo en un manantial cárstico*. Tesis doctoral. Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, Madrid.
- ESTRELA, T. y QUINTÁS L. (1996): «El modelo de flujo bidimensional GISPLANA». *Ingeniería Civil*, número 104, pp 13-23.
- ESTRELA, T. (1997): *Máster en Hidrología general y aplicada. Tomo II*. Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, Madrid.
- LLAMAS, J. (1993): *Hidrología General. Principios y aplicaciones*. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco, Bilbao.
- MARCO, J. (1993): *Hidrología estocástica y planeamiento hidráulico en Conceptos y métodos para la planificación hidrológica*. Ed. Joaquín Andreu (CIMNE), Barcelona.
- TÉMEZ, J. R. (1977): *Modelo matemático de transformación precipitación aportación*. ASINEL, Octubre 1977.