

ESTUDIO SOBRE EL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS EN ESPAÑA A PARTIR DE LOS DATOS DEL INFORME PISA 2003. UN MODELO JERÁRQUICO DE DOS NIVELES

Sara Rendón Duarte y Enrique Navarro Asencio

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo realiza una exploración general de la situación actual de los alumnos españoles que se encontraban cursando Educación Secundaria Obligatoria en el año 2003, respecto a su rendimiento en matemáticas. Para ello, se toma con referente principal los datos obtenidos mediante la evaluación internacional PISA 2003 (Program For Indicators Of Student Achievement).

En España, salvo algunos intentos del Centro de Investigación y Documentación Educativa (CIDE) en 1990, del Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) en 1997 y 2000 o más recientemente, la evaluación realizada en la comunidad de Madrid en 2005 y 2006, no existe una evaluación periódica, realizada mediante pruebas estandarizadas, que permita determinar cuál es la evolución que sigue nuestro sistema educativo.

Las evaluaciones siempre han estado unidas a la polémica, muchos centros, padres y también alumnos han hecho públicas sus quejas sobre este tipo de metodología. Esto puede ser debido a la poca tradición evaluativa, a la falta de información sobre los beneficios de este tipo de estudios y/o a una carencia de cultura de evaluación educativa. Éstos y otros motivos conllevan que se contemple la evaluación como un instrumento para el control y la sanción más que un espacio para la mejora y el avance educativo.

Los datos que obtienen las diferentes evaluaciones de rendimiento informan no sólo sobre el logro de los alumnos, sino que también suelen estar incluidas una serie de variables relacionadas con el background del alumno y de la escuela que condicionan dicho logro de los estudiantes. Los resultados de las diferentes evaluaciones deberían ser utilizados por cada país para la búsqueda de soluciones a sus problemas en materia educativa y mejorar sus respectivos sistemas de enseñanza y, no para compararse con otros en cuestiones de rendimiento. Sin embargo, en España no tiene efectos sobre su política educativa.

La peculiaridad de este trabajo reside en la metodología de análisis de datos. Son muchas las investigaciones sobre rendimiento y los factores que la determinan, pero la mayoría de éstas, al realizar el análisis de los datos, no respetan la estructura anidada de los mismos. En ciencias sociales y del comportamiento y, sobretudo en educación, los datos tienen una estructura jerárquica, es decir, los alumnos se encuentran agrupados en centros educativos y, estas escuelas se sitúan en diferentes distritos, que a su vez se agrupan en ciudades, comunidades autónomas, etc. Los modelos multinivel respetan esta estructura y ponen una solución estadística para tratar simultáneamente la influencia del contexto y de las diferencias individuales (Gaviria, J.L. y Castro, M., 2005).

No existe una única definición válida del concepto de rendimiento académico. Éste varía en función de los distintos autores que han profundizado en esta temática. Para Pérez (1981) el concepto

de rendimiento académico está inacabado, se ha ido construyendo a partir de distintas definiciones que van integrando los diferentes elementos que conforman el carácter multidimensional del término.

Para Tourón (1985) el rendimiento es un resultado del aprendizaje producido por el alumno, pero no es el producto de una única capacidad, sino el resultado de una suma de factores que actúan en y desde la persona que aprende.

González (1975) considera el rendimiento escolar cómo resultado de diversos factores derivados del sistema educativo, la familia y del propio alumno. El rendimiento es un producto.

El rendimiento académico es un constructo resultado de la influencia de distintas variables sobre el alumno, por lo tanto, el rendimiento es un producto. Estas variables pueden estar relacionadas con la escuela y su entorno, con características del aula, de los docentes y de sus compañeros de clase, con aspectos del contexto socio-cultural y económico del estudiante y con características del propio alumno. La importancia que cada variable tiene sobre el rendimiento varía en función de los diferentes estudios.

Para Coleman (1966) la importancia de los factores asociados al background es mucho mayor que las variables asociadas a la escuela. Este informe fue criticado metodológicamente ya que utilizó para el análisis de los datos la técnica de regresión paso a paso, introduciendo cómo primeros predictores las variables del contexto socioeconómico, dejando poca varianza por explicar a las variables escolares, esto es producto de la colinealidad. Sin embargo, las investigaciones de Jencks (1971) confirman estos resultados y afirma que en el rendimiento académico lo más importante son las características de los propios estudiantes y los factores escolares son poco relevantes. Sin embargo, multitud de estudios han mostrado cómo factores referentes a variables escolares, del aula y del docente influyen en el logro educativo de los estudiantes (Theule, S., 2006; Cervini, R, 2002, 2003b y 2004; Piñeros, L.J. y Fernández, T. y Blanco, E., 2004)

El ejemplo más significativo de estudios de rendimiento a nivel internacional es el Proyecto para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA). Este estudio permite realizar comparaciones internacionales entre los países participantes. Se realiza cada tres años, por iniciativa y bajo la coordinación de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Su objetivo es medir los conocimientos y destrezas de los alumnos de 15 años, edad próxima a la finalización de la escolaridad obligatoria, en las materias de Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas.

PISA no evalúa contenidos curriculares, no valora lo que se ha enseñado a los alumnos en las escuelas, sino que es una evaluación de conocimientos y destrezas que se esperan de un estudiante que se encuentra a punto de acabar la escolaridad obligatoria. De esta forma se facilita la comparación entre los resultados de los diferentes países participantes, independientemente de las diferentes formas de organización educativa y del currículo escolar.

Sin embargo, España no sólo participa en evaluaciones internacionales. Desde nuestro país han surgido iniciativas para llevar a cabo la evaluación y diagnóstico del sistema educativo español.

El IE (Instituto de Evaluación) antes denominado INECSE (Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo) es el encargado de coordinar las diferentes evaluaciones nacionales e internacionales del sistema educativo español. En los años 1997 y 2000 realizó una evaluación general del sistema educativo con el objetivo de conocer y valorar los resultados educativos alcanzados por los alumnos que finalizaban la Educación Secundaria Obligatoria en ese mismo año. Esta evaluación no pasa de ser un estudio descriptivo, correlacional y de búsqueda de diferencias, sin llegar a la

elaboración un modelo explicativo de los resultados de los alumnos en las diferentes materias evaluadas. La principal diferencia con el estudio PISA es que aquí sí se miden contenidos curriculares y la preparación de los alumnos en dichos contenidos. En cambio, PISA trata de evaluar la preparación de los alumnos para situaciones cotidianas.

Otro de los esfuerzos nacionales para llevar a cabo la elaboración de un modelo de rendimiento académico fue el realizado por el Centro de Investigación y Documentación Educativa en 1990. Desde el CIDE, se ideó un modelo causal del rendimiento que utilizó para su medición tanto pruebas objetivas como las calificaciones escolares en lengua y matemáticas. En este modelo se incluyeron variables explicativas como el contexto social del alumno, motivación, aptitudes, autoconcepto académico, metodología del docente, relaciones interpersonales, interés del profesor, etc.

2. LOS MODELOS JERÁRQUICOS LINEALES

Respecto a la técnica de análisis utilizada es conveniente resaltar que los datos que proceden de las ciencias sociales y del comportamiento y, por ende en educación, tienen una estructura anidada. Por ejemplo, las puntuaciones de los alumnos agrupadas dentro de organizaciones educativas y, además, estas organizaciones pueden estar anidadas dentro de distritos, comunidades e, incluso, países. Los modelos multinivel representan cada uno de los niveles de agregación con un submodelo, éstos expresan las relaciones que se producen entre variables dentro de un mismo nivel y especifican como las variables de un nivel influyen en otro.

La asociación jerárquica de los datos no es accidental ni debe ser ignorada. Un ejemplo de esto es la posibilidad de que estudiantes con las mismas aptitudes sean agrupados en escuelas altamente selectivas. En otros casos, el agrupamiento puede darse por otros motivos. Sin embargo, cuando el grupo está definido todos sus miembros afectarán y serán afectados por el resto y tenderán a diferenciarse de otros grupos (Delprato, M., 1999). Ignorar los efectos de los grupos puede invalidar las técnicas de análisis estadístico tradicionales que son utilizadas para el estudio de las relaciones entre datos de estas características. Estas técnicas estadísticas suelen incurrir en dos tipos de errores diferenciados (Hox, J.J., 1995):

- Asignar el mismo valor de las variables de las unidades macro, del contexto escolar o del grupo, a las unidades micro, es decir, a cada alumno, sin preocuparse por la posible variación de dichos factores entre los sujetos. Es lo que se conoce como *falacia atomística*, termino acuñado por Alker en 1969.
- Realizar la media de cada variable del alumno para asignársela al grupo al que pertenece. Esto es factible para el estudio de las relaciones de nivel macro (centro), pero no para trasladar estas conclusiones al nivel del alumno. Este error se conoce como *falacia ecológica*, termino que acuñó Robinson en 1950.

Los modelos multinivel ponen solución a este problema trabajando con los diferentes niveles al mismo tiempo. Con estos modelos es posible diferenciar la varianza explicada por cada predictor en los diferentes niveles de agregación seleccionados. Además, es posible realizar inferencias con variables que actúan a diferentes niveles, por ejemplo, la metodología didáctica del docente puede producir efectos diferenciales dependiendo del rendimiento de los alumnos, en algunas ocasiones, tienen mayor eficacia sobre alumnos con bajo rendimiento que con aquellos que poseen un nivel de logro alto.

Otro de los motivos por los que es necesario el análisis multinivel es porque los datos que provienen de observaciones individuales no son siempre independientes. Los alumnos de un mismo centro tienden a parecerse entre ellos (por ejemplo, algunas escuelas atraerán principalmente a alumnos con un nivel socioeconómico elevado, mientras que otras agruparán a alumnos con un estatus socioeconómico bajo). El grado de homogeneidad de los contextos viene dado por la autocorrelación o correlación intraclase¹. Las consecuencias de no tener en cuenta la autocorrelación son las siguientes (Gaviria, J.L. y Castro, M., 2005):

- La información obtenida a nivel individual no es tanta como parece, debido a que los alumnos de los mismos centros educativos tienden a parecerse entre ellos. Por lo tanto, la información que proporcionan los estudiantes de una misma escuela es menor que la que suministran los alumnos de distintos centros.
- Los errores típicos son demasiado pequeños debido a que los tests estadísticos se basan en el supuesto de independencia de las observaciones. No obstante, en esta clase de estructuras poblacionales dicho supuesto no se cumple. Como consecuencia de ello es posible confirmar la existencia de resultados significativos cuando realmente son espúreos.

3. OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo ha sido determinar un modelo explicativo del rendimiento académico, introduciendo predictores en los diferentes niveles de análisis para tratar de explicar la varianza en el logro de los alumnos. Además de conocer cuáles son los factores que influyen de forma determinante en este logro. Los objetivos específicos serían los siguientes:

- Determinar que proporción de la varianza del rendimiento queda sin explicar en cada nivel de agregación.
- Determinar cuál es el papel de la escuela en el logro académico una vez aislados los factores relacionados con el alumno y su entorno.
- Determinar un modelo final del rendimiento en matemáticas que incluya predictores relacionados con los alumnos y con la escuela.

4. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Muestra

La selección de la muestra en el estudio PISA depende de varios factores, tales como la varianza estimada en el rendimiento entre e intra escuelas, el número de estratos derivados del diseño muestral y los métodos de selección de estudiantes empleados. En principio, la estimación básica inicial indica que serán necesarios un mínimo promedio de 150 escuelas y 4.500 alumnos para obtener estimaciones fiables globales de cada país. En cuanto a las unidades de muestreo se consideran las

¹ La autocorrelación (ρ) representa una medida de homogeneidad interna de los grupos, estableciendo la similitud entre las unidades de nivel individual y la diferencia entre las unidades de nivel superior. (Gaviria, J.L. y Castro, M., 2005).

escuelas y los alumnos. El diseño muestral básico es bietápico seleccionándose, en primer lugar, una muestra de escuelas a partir de todas las que atiendan a alumnos de 15 años. La segunda etapa consiste en la selección de una muestra de estudiantes a partir de la lista completa de alumnos situados en esa edad.

La muestra seleccionada para este estudio se compone del total de alumnos evaluados en el estudio PISA 2003, una vez eliminados aquellos con valores perdidos. El número de estudiantes asciende a 10791, repartidos en 383 escuelas situadas a su vez en cuatro zonas geográficas (Castilla y León, Cataluña, País Vasco y, por último, los alumnos del resto del país).

Los datos utilizados son de dominio público y se encuentran disponibles en la página web de PISA (http://pisaweb.acer.edu.au/oeed_2003/oeed_pisa_data_sl.html).

4.2. Metodología

Como se ha comentado anteriormente, la estructura de los datos en educación es anidada. Los alumnos se encuentran agrupados en aulas, que a su vez forman parte de un centro educativo determinado. Los modelos de regresión lineal no permiten tener en cuenta los efectos que pueden provocar sobre el resultado el modo en que los alumnos se asignan a los centros o a las clases dentro de los centros. Por ejemplo, en determinados países, el contexto socioeconómico de un alumno puede determinar el tipo de centro al que asiste y, por tanto, la variación de ese contexto entre los alumnos del centro será muy poca. En otros países, los centros pueden seleccionar alumnos que proceden de diversos contextos socioeconómicos, pero dentro del centro este contexto es determinante a la hora de agrupar a los estudiantes en aulas, como resultado la varianza dentro del centro será muy alta (INECSE, 2006). Un modelo de regresión lineal que no tenga en cuenta la estructura jerárquica de los datos no diferenciará entre la varianza que es debida al alumno y aquella que es debida al centro.

Cuando las características de los alumnos son similares dentro de las escuelas, pero diferentes entre éstas, la utilización de técnicas de análisis tradicionales conlleva sesgos en los resultados, distorsionando los términos de error y, por tanto, la significatividad de los parámetros estimados.

La regresión multinivel tiene en cuenta este carácter anidado de los datos dentro de unidades más amplias, calculando una ecuación diferente para cada nivel de agregación. De esta forma es posible diferenciar que parte del logro es explicado por el alumno y cuál es debida al centro educativo. Además es posible realizar inferencias a partir de variables que actúan en distintos niveles.

El modelo multinivel planteado inicialmente constaba de tres niveles de agregación: los alumnos (nivel 1), los centros (nivel 2) y las comunidades participantes (nivel 3). Pero, finalmente, el modelo incluye solo dos niveles, esto es debido a que la varianza en el tercer nivel no ha resultado significativa, es decir, no existen diferencias en el rendimiento en matemáticas entre las diferentes comunidades autónomas que participaron en el estudio PISA 2003.

El modelo general del rendimiento en matemáticas² quedaría establecido de la siguiente forma:

² Para el nombrar del modelo se ha utilizado la nomenclatura desarrollada en MwiN (Goldstein, 1993)

Para el nivel uno (alumno)

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qj} X_{qij} + \varepsilon_{ij}$$

Donde:

Y_{ij} Es el rendimiento en matemáticas de un alumno i de la escuela j

β_{0j} Es la media en rendimiento para todos los alumnos de la escuela j

β_{qj} Es el incremento en el rendimiento por cada característica de los alumnos (X) de la escuela j .

X_{qij} Hace referencia a las diferentes variables relacionadas con el alumno y su entorno, donde q es una covariable del alumno i

ε_{ij} Es el rendimiento diferencial del alumno i de la escuela j . El término aleatorio se distribuye de forma normal con media cero y varianza constante.

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

Cada coeficiente de primer nivel pasa a ser una ecuación en el segundo. Este nivel dos (escuela) quedaría formulado de la siguiente forma:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \sum_{s=1}^{Sq} \gamma_{0s} W_{sj} + \mu_{0j}$$

Donde:

γ_{00} Hace referencia al rendimiento para todas las escuelas

γ_{0s} Es el incremento sobre el rendimiento medio para cada predictor (W) de la escuela j .

W_{sj} Son los predictores de nivel dos.

μ_{0j} Es el efecto diferencial producido por la escuela j sobre aquellas que tienen sus mismas características

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{Sq} \gamma_{qs} W_{sj} + \mu_{qj}$$

Donde:

γ_{q0} Es el incremento medio de todas las escuelas para cada predictor de nivel 1.

γ_{qs} Es la aportación de cada variable de la escuela a γ_{q0}

μ_{qj} Es el efecto aleatorio producido por la escuela j en cada uno de sus predictores.

El vector de efectos aleatorios de nivel dos ($\mu_{1j}, \mu_{2j}, \dots, \mu_{qj}$) se distribuye de forma normal multivariante con media cero, varianza igual a $\text{Var}(\mu_{qj}) = \tau_{qq}$ y para cada par de efectos aleatorios q y q' $\text{Cov}(\mu_{qj}, \mu_{q'j}) = \tau_{qq'}$. La matriz de varianzas – covarianzas T tiene una dimensión igual a $(Q+1) \times (Q+1)$

$$\mu_{qj} \sim N(0, T)$$

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{0s} W_{sj} + \sum_{q=1}^Q \gamma_{q0} X_{qij} + \sum_{q=1}^Q \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{qs} W_{sj} X_{qij} + \mu_{qj} X_{qij} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

De esta forma el modelo general completamente aleatorio de dos niveles sería:

La *parte sistemática* o fija incluye todos los parámetros que definen la media del rendimiento de todos los alumnos.

La *parte aleatoria* muestra la estimación de la varianza en cada nivel de agregación, en este caso los alumnos (primer nivel) y los centros (segundo nivel), para cada parámetro incluido en la parte sistemática.

4.3. Variables implicadas en la investigación

Las puntuaciones de los estudiantes en el estudio PISA 2003 vienen dadas mediante cinco valores plausibles. Estos valores plausibles pueden definirse como valores aleatorios calculados a partir de las distribuciones de las puntuaciones obtenidas por los alumnos. En lugar de estimar directamente el rendimiento de un alumno, se estima una distribución de probabilidad, es decir, en lugar de obtener una estimación puntual, se estima un abanico de valores posibles con una probabilidad asociada a cada uno. Los valores plausibles son por tanto selecciones aleatorias de esta distribución estimada del rendimiento para un alumno (INECSE, 2006).

La puntuación individual de un alumno también puede estimarse. Este valor se denomina estimador esperado a posteriori y puede definirse como la media de un conjunto infinito de valores plausibles para un alumno determinado (INECSE, 2006).

En este caso, para obtener la variable criterio, se ha calculado la media de los cinco valores plausibles de cada puntuación en matemáticas, incluidos en la base de datos de PISA 2003, para cada

alumno. Se obtienen cinco medias diferentes que utilizaremos para el cálculo de la media final. Por lo tanto la variable dependiente quedaría definida de la siguiente forma:

Y (rdtomat) = rendimiento en matemáticas, resultado del cálculo de las medias de los diferentes valores plausibles de la competencia matemática.

La elección de la materia de matemáticas como variable criterio en este trabajo es consecuencia de la importancia que tiene en el currículum de Educación Secundaria. Esta materia tiene un gran peso específico junto con la materia de lengua. La competencia matemática es fundamental para el desarrollo de la vida cotidiana de un alumno. En una sociedad de la información, como es el caso de España, donde los medios de comunicación producen una gran cantidad de mensajes e información que deben ser interpretados y, por tanto, las matemáticas juegan un gran papel facilitador en la interpretación de esta información. Por estos motivos es relevante su evaluación.

Los predictores³ que se han incluido en el estudio hacen referencia a aspectos que escapan al control de los alumnos, los centros y las políticas educativo (excepto las horas de estudio semanales dedicadas a matemáticas y la evaluación del profesorado). Han sido seleccionados por su comprobada relación con el rendimiento en investigaciones similares.

5. ANÁLISIS DE DATOS

Para la realización del análisis de datos se utilizará el programa de estimación de modelos multinivel MLWIN (Goldstein, 1993).

La estimación de un modelo jerárquico exige un análisis sistemático partiendo del modelo más simple posible. Este modelo se denomina modelo nulo o incondicional o vacío y no incluyen predictores en ninguno de los niveles, sólo estima la media global del rendimiento y la varianza que queda sin explicar en cada uno de los niveles de agregación. A partir de estos datos se puede calcular la parte de la variabilidad del rendimiento del alumno que es explicada mediante factores de la escuela, es decir, el coeficiente de correlación intraclase ρ .

El modelo nulo es la base de comparación del resto de modelos más complejos. El resto de modelos alternativos son variaciones de este modelo. Aceptar o rechazar un modelo posterior dependerá de si ajusta significativamente mejor que el nulo. Para llevar a cabo esta comparación debemos utilizar la razón de verosimilitud de cada modelo, a este parámetro se le denomina Deviance. La diferencia entre los valores respectivos de la razón de verosimilitud de ambos modelos, se utiliza como prueba estadística con una distribución χ^2 , utilizando como grados de libertad la diferencia entre el número de parámetros añadidos en cada modelo.

Para comprobar la significación de los predictores introducidos en cada modelo basta con calcular el cociente entre el valor estimado del parámetro u su error típico.

El análisis se ha dividido en tres partes: en la primera se analiza el modelo nulo que no incluye predictores; en la segunda se introducen, uno a uno, los predictores de primer nivel, estimando los coeficientes y desestimando aquellos que no resulten significativos a un nivel de $p < 0.05$; finalmente,

³ La operativización de los predictores se encuentra especificada al final del texto.

en la tercera parte del análisis se incluirán los predictores de nivel dos y se procede a la realización del modelo multinivel definitivo.

5.1 Modelo nulo

El modelo nulo quedaría formulado de la forma siguiente:

Nivel 1:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

Y_{ij} Es el rendimiento en matemáticas de un alumno i de la escuela j

β_{0j} Es el rendimiento medio en matemáticas para todos los alumnos de la escuela j

ε_{ij} Es el efecto diferencial de un alumno i de la escuela j . Se distribuye de forma normal con media cero y varianza constante σ^2

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j}$$

γ_{00} Es la media general para todas las escuelas

μ_{0j} Es el efecto diferencial producido por la escuela j . Se distribuye de forma normal con media cero y varianza τ_{00}

Sustituyendo los coeficientes de nivel 2 en la ecuación de primer nivel:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

Por lo tanto, la varianza del rendimiento de los estudiantes es:

$$Var(Y_{ij}) = Var(\varepsilon_{ij} + \mu_{0j}) = \sigma^2 + \tau_{00}$$

Y el Coeficiente de Correlación Intraclase (CCI) sería:

$$\rho = \frac{\tau_{00}}{(\sigma^2 + \tau_{00})}$$

TABLA 1. MODELO NULO

Efectos fijos	Coficiente	Error Estándar
Media general γ_{00}	492'788*	2'081
Efectos aleatorios		
Nivel 1 ϵ_{ij}	5319'522*	73'736
Nivel 2 μ_{0j}	1454'569*	119'641
CCI	0'21	
Deviance	124020	

*Implica coeficientes significativos a $p < 0'05$

La estimación de este modelo indica que existe varianza sin explicar en el rendimiento de los alumnos. Las escuelas explican un 21% de la varianza del rendimiento, el resto es debido a variables del alumno y su entorno. A la vista de estos resultados el análisis jerárquico es conveniente.

5.2. Modelo con predictores de primer nivel

En la tabla siguiente aparecen los diferentes modelos estimados con predictores de nivel uno. Quedan reflejados los coeficientes de cada parámetro incluido en la parte fija del modelo y su error típico. También aparece en la tabla la varianza de cada nivel de agregación, el coeficiente de correlación intraclase, la razón de verosimilitud (deviance) y el número de parámetros significativos incluidos en la parte fija y aleatoria.

TABLA 2. MODELO DE RENDIMIENTO CON PREDICTORES EN EL PRIMER NIVEL

	Modelo Nulo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Efectos fijos							
Intercepto γ_{00}	492'788* (2'081)	477'999* (2'817)	461'821* (3'098)	457'924* (3'246)	429'964* (3'007)	420'336* (2'898)	447'178* (3'537)
Sexo (chico)		10'159* (1'463)	10'153* (1'675)	10'154* (1'663)	10'715* (1'653)	10'553* (1'718)	11'074* (1'718)
estudpad			5'558* (0'435)	4'398* (0'456)	2'320* (0'441)	2'539* (0'392)	-1'857* (0'514)
estudmad				2'593* (0'523)	0'678 (0'501)		
libros					18'899* (0'711)	19'007* (0'712)	15'492* (0'712)
inmig						-2'347 (2'428)	
ses							16'031* (1'299)
Efectos aleatorios							
Varianza entre alumnos ϵ_{ij}	5319'522* (73'736)	5244'820* (73'478)	5051'737* (75'311)	4984'458* (75'745)	4467'024* (68'576)	4553'603* (193'160)	4467'099* (67'988)
Varianza entre escuelas μ_{0j}	1454'569* (119'641)	1041'026* (130'218)	994'526* (149'354)	1079'617* (169'651)	1449'452* (219'597)	1332'5* (200'938)	835'267* (188'288)
CCI	0'21	0'17	0'16	0'18	0'24	0'23	0'16
Deviance	124020	123931	112227'5	110515	110345'6	108648	110165'5
Parámetros estimados	3	5	7	9	12	10	12

*Implica coeficientes significativos a $p < 0'05$

El predictor horas2 también ha sido introducido en el modelo pero no ha resultado significativo, por tanto, no aparece reflejado en la tabla.

Una vez introducidos los predictores de primer nivel podemos concluir que el modelo alternativo número seis, que incluye cuatro variables en el nivel de los alumnos, ha conseguido reducir la varianza inexplicada en ambos niveles. Además, el modelo resulta significativo a $p < 0'05$, la diferencia de la Deviance con el modelo anterior es de 1517'5, con dos grados de libertad siguiendo una distribución chi cuadrado, su probabilidad es aproximadamente cero. La diferencia con el modelo nulo también resulta significativa a $p < 0'05$, la resta de las Deviance es de 13854 con nueve grados de libertad sigue una distribución chi cuadrado, su probabilidad es cercana a cero.

El intercepto del modelo seis quedaría definido como el rendimiento de las chicas con padres sin estudios, con un número de libros en casa que oscila entre 0 y 10 y con un nivel socioeconómico y cultural medio. El rendimiento aumenta 11 puntos por ser chico. La variable de primer nivel que mayor diferencia produce en el rendimiento es el estatus socioeconómico y cultural (ses), aumentando en 16 puntos la media de los estudiantes por cada aumento de categoría. El número de libros que el alumno tiene en casa también produce un efecto diferencial importante en el rendimiento, aumentando en 15 puntos el rendimiento. Sin embargo, el nivel de estudios de la madre, el número de horas que dedica a estudiar en casa y la condición de inmigrante no resultan significativos.

Es necesario resaltar que el nivel de estudios del padre ejerce una influencia negativa en el rendimiento en aquellos alumnos con un estatus socioeconómico y cultural medio. Esta variable ha cambiado, de producir un efecto positivo a pasado a tener un efecto negativo sobre el logro al introducir el estatus socioeconómico, esto puede indicar que la relación entre estas variables no sea lineal.

5.3. Modelo con predictores de segundo nivel

Los predictores de nivel dos incluidos en la ecuación son el tamaño del centro, la evaluación del profesorado, la variable dummy referente a los centros privados y la variable dummy concerniente a los centros concertados. Debe recordarse que estos predictores sólo varían en la parte fija del modelo ya que no existe un nivel superior en el que puedan variar.

Una vez introducidos los predictores de segundo nivel podemos concluir que: el modelo final incluye cuatro variables en el nivel de los alumnos (sexo, estudios del padre, número de libros en casa y el estatus socioeconómico), más el intercepto y, tres variables de nivel dos (centro privado, centro concertado y tamaño del centro).

Este modelo ha conseguido reducir la varianza inexplicada en ambos niveles, respecto al modelo nulo. Los predictores han reducido la varianza inexplicada en el primer nivel en un 15% y en un 24% en el segundo nivel.

Además, el modelo resulta significativo a $p < 0'05$, la diferencia de la razón de verosimilitud con el modelo anterior es de 6729'02, con un grado de libertad y siguiendo una distribución chi cuadrado, su probabilidad es aproximadamente cero. La diferencia con el modelo nulo también resulta significativa a $p < 0'05$, la resta de las Deviance es de 28178'22, con diez grados de libertad y siguiendo una distribución chi cuadrado, su probabilidad es cercana a cero.

TABLA 3. MODELO CON PREDICTORES DE PRIMER Y SEGUNDO NIVEL

	Modelo 7	Modelo FINAL
Efectos fijos		
Variables de nivel 1		
Intercepto γ_{00}	451'388' (3'826)	445'558' (4'508)
Sexo (chico)	11'029' (1'770)	11'680' (1'808)
estudpad	-2'048' (0'514)	-2'152' (0'557)
estudmad		
libros	15'318' (0'781)	15'380' (0'801)
inmig		
ses	15'877' (1'217)	15'960' (1'337)
Horas2		
Variables de nivel 2		
Privado	17'794' (6'417)	16'497' (6'448)
Concerta	17'549' (3'178)	14'991' (3'375)
Evalprof		
Nºalumno		0'011' (0'004)
Efectos aleatorios		
Varianza entre alumnos ϵ_{ij}	4509'900' (70'699)	4508'288' (178'904)
Varianza entre escuelas μ_{0j}	1140'427' (174'928)	1104'754' (73'072)
CCI	0'20	0'20
Deviance	102570'8	95841'78
Parámetros estimados	12	13

El modelo final con todos los predictores que han resultado significativos y sus varianzas y covarianzas quedaría de la siguiente forma:

ILUSTRACIÓN 1. MODELO FINAL DEL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

$$rdtomat_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$rdtomat_{ij} = \beta_{0ij} \text{constant} + \beta_{1j} \text{hombre}_{ij} + -2,152(0,557) \text{estudpad}_{ij} + \beta_{3j} \text{libros}_{ij} + 15,960(1,337) \text{ses}_{ij} + 16,497(6,448) \text{privado}_{ij} + 14,991(3,375) \text{concerta}_{ij} + 0,011(0,004) \text{n}^\circ \text{alumno}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 445,558(4,508) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\beta_{1j} = 11,680(1,808) + u_{1j}$$

$$\beta_{3j} = 15,380(0,801) + u_{3j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \\ u_{1j} \\ u_{3j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 1104,754(178,904) & & \\ 0 & 294,076(71,840) & \\ -162,288(44,120) & 0 & 44,375(12,984) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4508,926(73,072) \end{bmatrix}$$

$-2 * \text{loglikelihood(IGLS Deviance)} = 95841,780(8457 \text{ of } 10791 \text{ cases in use})$

6. CONCLUSIONES

En este apartado se va a contestar a los objetivos planteados con anterioridad, siguiendo el orden de formulación de los mismos.

El primer objetivo planteado fue determinar que proporción de la varianza del rendimiento queda sin explicar en cada nivel de agregación.

Con la estimación del modelo nulo se ha podido comprobar la varianza inexplicada en los dos niveles estudiados. Un 21% de la variación en el rendimiento se debe a factores de la escuela, mientras que el 79% restante es debido a factores del alumno y su background. En el modelo final la proporción de varianza sin explicar sigue repartida de forma muy similar. Sin embargo se ha reducido en un 15% entre los alumnos y en un 24% entre las escuelas. La varianza total ha quedado reducida en un 17% respecto al modelo nulo. Por lo tanto, los predictores introducidos explican un 17% de la varianza en el rendimiento en matemáticas de los alumnos.

En la tabla aparecen ordenados por su aportación al rendimiento los predictores que han resultado significativos en la ecuación de regresión, acompañados de su error típico.

TABLA 4. PREDICTORES INCLUIDOS EN EL MODELO FINAL

Variables de nivel 1	
ses	15'960* (1'337)
libros	15'380* (0'801)
Sexo (chico)	11'680* (1'808)
estudpad	-2'152* (0'557)
inmiq	
estudmad	
Horas2	
Variables de nivel 2	
Privado	16'497* (6'448)
Concerta	14'991* (3'375)
Nºalumno	0'011* (0'004)
Evalprof	

El objetivo número dos fue determinar el papel de la escuela en el logro académico una vez aislados los factores relacionados con el alumno y su entorno. Para ello debemos remitirnos al modelo número seis. En este modelo están incluidos predictores de nivel uno.

La varianza de nivel dos (escuelas) ha sido reducida en un 42% respecto a la del modelo nulo. El modelo número seis es el que tiene menor varianza inexplicada entre centros. De la misma forma, la aportación de la escuela al rendimiento también ha disminuido, si en el modelo nulo su aportación era de un 21%, en este último es de solo el 16%.

El tercer y último objetivo planteado ha sido la elaboración de un modelo final del rendimiento en matemáticas que incluya predictores relacionados con los alumnos y con la escuela. Es el siguiente:

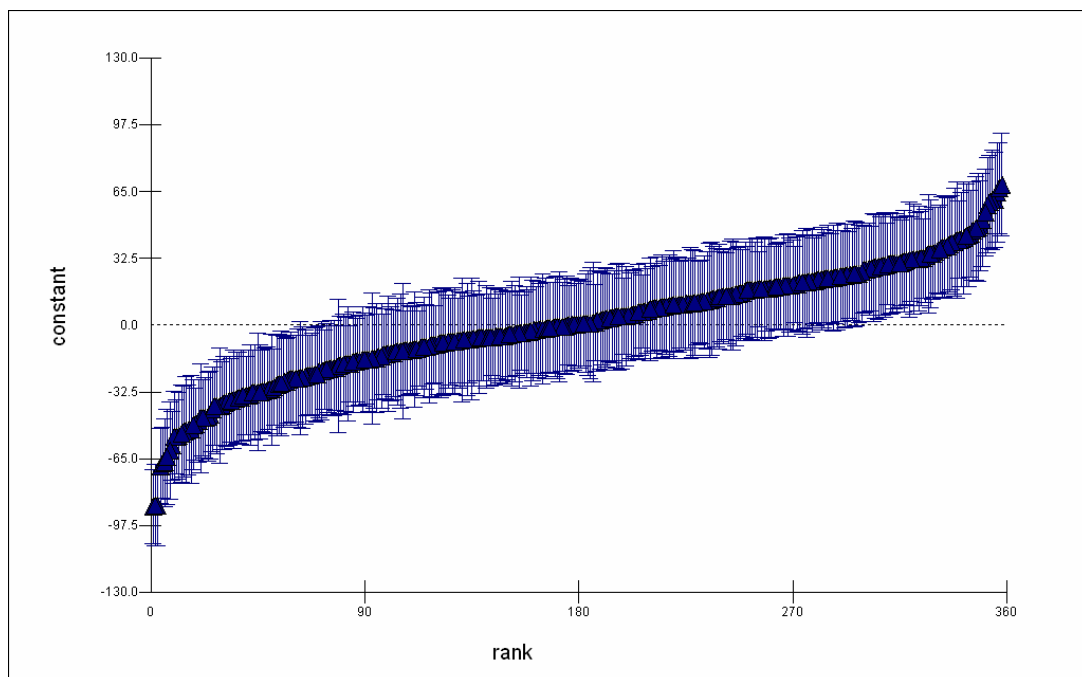
$$Y_{ij} = 445'558(\text{constan}_{ij}) + 11'680(\text{hom bre}_{ij}) - 2'152(\text{studpad}_{ij}) + 15'380(\text{libros}_{ij}) + 15'960(\text{ses}_{ij}) + 16'497(\text{privado}_{j}) + 14'991(\text{concerta}_{j}) + 0'011(n^{\circ} \text{alumno}_{j}) + \varepsilon(\text{constan } t_{ij}) + \mu(\text{constan } t_{j}) + \mu(\text{hom bre}_{j}) + \mu(\text{libros}_{j})$$

$$\begin{pmatrix} \mu(\text{constan } t_{j}) \\ \mu(\text{hom bre}_{j}) \\ \mu(\text{libros}_{j}) \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1104'74 & & \\ & 294'076 & \\ -162'288 & 0 & 44'375 \end{pmatrix} \right] \quad (\varepsilon(\text{constan } t_{ij})) \sim N[(0), (4508'926)]$$

El rendimiento en matemáticas de los alumnos que participaron en el estudio PISA 2003 está condicionado positivamente por diversos factores. Su rendimiento aumentará 16'5 puntos si acuden a centros privados, en cambio, aumentará 15 puntos si van a escuelas concertadas. Además, el género también afecta al logro en matemáticas, los chicos obtienen 11'7 puntos de media más que las chicas. El ses y el número de libros tienen una gran influencia en el rendimiento en matemáticas 16 y 15'4 puntos, respectivamente. Finalmente, el tamaño del centro también afecta al logro, aunque en menor medida (0'01puntos). No obstante, los estudios del padre tienen una influencia negativa cuando el estatus socioeconómico y cultural de los alumnos es medio. Las variables de evaluación del profesorado, estudios de la madre y el número de horas semanales dedicados a estudiar matemáticas no tienen una influencia significativa en el rendimiento.

Para finalizar este trabajo se ha llevado a cabo un análisis de los residuos del rendimiento medio de de los centros educativos. Se ha elaborado un gráfico a partir de los residuos del intercepto y un ranking que muestra la diferencia de cada escuela respecto a su rendimiento esperado.

GRÁFICO 1. RESIDUOS DEL INTERCEPTO ORDENADOS Y SU INTERVALO DE CONFIANZA



Este gráfico muestra los residuos de todas las escuelas, ordenados ascendentemente, con un intervalo de confianza del 99%. Aquellas cuyo intervalo de confianza se encuentra por encima del valor cero de la constante, son las que están situadas por encima de su rendimiento predicho. Puede observarse que sólo el 15% aproximadamente se encuentra en esa situación, el resto de los centros educativos se encuentran situados por debajo de su rendimiento esperado.

En la siguiente tabla se muestran los residuos de algunas escuelas y la posición que ocuparían en el total de centros estudiados

TABLA 5. RESIDUOS EN EL INTERCEPTO Y POSICIÓN DE ESCUELAS

RESIDUOS	ESCUELA	RANKING
55'917	200	26
-66'825	201	336
22'860	202	105
-31'822	203	269
-13'938	204	209
17'210	205	137
20'805	206	116
26'290	207	92
38'015	208	53
-15'077	209	211
37'708	210	54
-66'922	211	337
94'336	212	5
-51'365	213	311
38'431	214	52
-34'173	215	279
-39'209	216	292
24'252	217	99
-12'115	218	200
-61'197	219	329
-27'334	220	258
-36'982	221	288
-15'168	222	212
0.14515	223	182
60'796	224	22
55'917	225	23

En este ranking puede observarse la situación de algunas de las escuelas estudiadas en PISA. Los centros educativos 224 y 225 son algunos de los ejemplos de escuelas que se encuentran por encima de la media esperada en rendimiento en matemáticas, ya que muestran un rendimiento diferencial de alrededor de 60 puntos respecto a aquellas que tienen las mismas características. La escuela que mayor rendimiento relativo tiene es la 212, con 94'336 puntos por encima de las escuelas con sus mismas características. Sin embargo, la escuela 211 es la que obtiene un peor rendimiento relativo con -66'922 puntos.

Con este trabajo se ha podido determinar la influencia de determinados predictores sobre el rendimiento, pero todavía queda mucha varianza por explicar entre alumno y entre escuelas. La mayor

parte de las variables incluidas en el estudio están relacionadas con aspectos del background del alumno (ses, estudios del padre, número de libros en casa) y características relacionadas con la titularidad y el tamaño del centro. Sin embargo, quedan todavía muchos factores relacionados con los recursos de los centros, los aspectos didácticos, las actitudes frente al estudio de los estudiantes, etc. que pueden tener efectos sobre el logro académico.

ANEXO 1: OPERATIVIZACIÓN DE LOS PREDICTORES

Nivel 1 (alumno):

A. Género del estudiante (sexo): se ha creado una variable dummy⁴

0. chicas

1. chicos.

B. Estudios del padre⁵ (Studpad): variable con seis valores desde 0, sin estudios, hasta 6, estudios de licenciatura.

CATEGORÍA	NIVEL	EQUIVALENCIA
0	Sin estudios	
1	ISCED 1	Enseñanza primaria
2	ISCED 2	Primer ciclo secundaria o segundo ciclo de educación básica
3	ISCED 3B, ISCED 3C	Secundo ciclo de educación secundaria.
4	ISCED 3A, ISCED 4	Postsecundaria, no terciaria (ciclos formativos grado medio)
5	ISCED 5B	Primer ciclo de educación terciaria (ciclos formativos grado superior)
6	ISCED 5A, ISCED 6	Licenciaturas, Diplomaturas, Ingenierías y doctorado.

⁴ Se ha realizado una codificación de contraste, es decir, se crean $n-1$ variables, siendo n el número de categorías de la variable original.

⁵ PISA utiliza el ISCED o International Standard Classification of Education (ISCED97) para determinar los diferentes niveles de estudios. La clasificación que se emplea es la siguiente:

NIVEL	
ISCED 1	Enseñanza Primaria, Primer Ciclo de la Educación Básica
ISCED 2	Primer Ciclo de Enseñanza Secundaria, Segundo Ciclo de Educación Básica
ISCED 3	Segundo Ciclo de Enseñanza Secundaria
ISCED 4	Enseñanza Postsecundaria, no Terciaria
ISCED 5	Primer Ciclo de la Educación Terciaria (no conduce directamente a una calificación de estudios avanzados). ISCED 5A, los estudios están orientados a la investigación, son de naturaleza teórica y están orientados a una capacitación profesional superior, donde en algunos casos culminan con la elaboración de proyectos final de carrera. ISCED 5B son de duración más corta, y están orientados a la profesión, pero no permiten el acceso a ciclos superiores de investigación sin una formación de postgrado.
ISCED 6	Segundo ciclo de la educación terciaria (conduce a una calificación avanzada)

- C. Estudios de la madre (Studmad): variable con seis valores desde 0, sin estudios, hasta 6, estudios de licenciatura.
- D. Número de libros en casa (libros)
 - 0. 0-10 libros
 - 1. 11-25 libros
 - 2. 26-100 libros
 - 3. 101-200 libros
 - 4. 201-500 libros
 - 5. más de 500 libros
- E. Si el estudiante es inmigrante (inmig)
 - 0. Estudiante nativo.
 - 1. Primera generación (el estudiante ha nacido en España pero sus padres no)
 - 2. Estudiantes no nativos (nacieron fuera de España)
- F. Estatus socioeconómico y cultural (ses): variable tipificada, calculada a partir de las respuestas de los alumnos a las cuestiones planteadas sobre su entorno personal y familiar. En este estatus juega un papel importante el nivel de estudios de los padres, el estatus social de sus profesiones, los recursos educativos puestos a disposición de los alumnos y el número de libros en casa.
- G. horas de trabajo en casa dedicadas a matemáticas, a la semana (horas2)

Nivel dos (escuelas):

- A. Titularidad del centro de estudios (Titulari). Se han creado dos variables dummy⁶:
 - a. Privado: 1. privado; 0. público y concertado.
 - b. Concerta: 1. concertado; 0. público y privado.
- B. Evaluación del profesorado (evalprof). Variable que incluye 5 categorías:
 - 0. nunca
 - 1. De 1 a 2 veces al año
 - 2. De 3 a 5 veces al año
 - 3. Mensualmente.
 - 4. Más de una vez al mes.
- C. Tamaño del centro (Tamaño). Operativizado como el número de alumnos que tiene el centro educativo.

⁶ Se ha realizado una codificación de contraste.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bandeira, W. (2001). Factores caracterizadores de centros educativos eficaces. *Bordón*, 53 (2), pp. 175-183
- Bryk, A. S Y Raudenbush, S. W. (1987). Application of hierarchical lineal models to assessing change. *Psychological bulletin*, 101 (1), pp. 147-158.
- CIDE (1990). *Hacia un modelo causal del rendimiento académico*. Madrid: MEC.
- Castejón, J.L. (1996). *Determinantes del rendimiento académico de los estudiantes y de los centros educativos: modelos y factores*. Alicante: Editorial Club Universitario.
- Cervini, R. (2002). Desigualdades socioculturales en el aprendizaje de matemáticas y lengua de la educación secundaria en Argentina: un modelo de tres niveles. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 8 (2), pp. 135-158.
- Cervini, R. (2003a). Diferencias de resultados cognitivos y no-cognitivos entre estudiantes de escuelas públicas y privadas en la educación secundaria de Argentina: Un análisis multinivel. *Education Policy Analysis Archives*, 11 (5). <http://epaa.asu.edu/epaa/v11n6>
- Cervini, R. (2003b). Relaciones entre composición estudiantil, proceso escolar y el logro en matemáticas en la educación secundaria en Argentina. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5 (1).
- Cervini, R. (2004). Nivel y variación de la equidad en la educación media de Argentina. *Revista Iberoamericana de Educación*, 34 (4). <http://www.campus-oei.org/revista/deloslectores/844Cervini.PDF>
- Cervini, R. (2005). Variación de la equidad en resultados cognitivos y no cognitivos de la educación media de Argentina. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 7 (1).
- Chatterji, M. (2005). Achievement gaps and correlates of early mathematics achievement: Evidence form the ECLS D-first grade sample. *Education Policy Analysis Archives*, 13 (46). <http://epaa.asu.edu/epaa/v13n46>
- Coleman, J.S. et al. (1966). *Equality of educational opportunity*. Washington: US Government Printing Office.
- Delparto, M. (1999). *Determinantes del rendimiento educativo del nivel primario aplicando la técnica de análisis multinivel*. Córdoba: IERA.
- Fernández, T. y Blanco, E. (2004). ¿Cuánto importa la escuela? El caso de México en el contexto de América Latina. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 2 (1). <http://www.ice.deusto.es/rinace/reice/vol2n1/FernandezyBlanco.pdf>
- Gaviria, J.L., Martínez-Arias, R. y Castro, M. (2004). Un Estudio Multinivel Sobre los Factores de Eficacia Escolar en Países en desarrollo: El Caso de los Recursos en Brasil. *Education Policy Analysis Archives*, 12 (20). Retrieved from <http://epaa.asu.edu/epaa/v12n20>
- Gaviria, J.L. (2004). La situación española: el rendimiento de los estudiantes. En Haug, G., Gaviria, J.L., Lomas, C, de Prada, M.D. y Gil, D., *el rendimiento de los estudiantes al final de la educación obligatoria: objetivos europeos y situación española*. Madrid: Santillana.
- Gaviria, J.L. y Castro, M. (2005). *Modelos jerárquicos lineales*. Madrid: La Muralla.
- Gentili, P. (2004). Factores Predictivos del Rendimiento Escolar, Deserción e Ingreso en Educación Secundaria en una Muestra de Estudiantes de Zonas Rurales del Perú. *Education Policy Analysis Archives*, 12 (35). <http://epaa.asu.edu/epaa/v12n35>
- Goldstein, J. (1995). *Multilevel Statistical Models*. Londres: Edward Arnold.
- Hox, J.J. (1995). *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam: TT- Publikaties.
- INECSE (1998). *Instrumentos para el diagnóstico del sistema educativo español*. Madrid: MEC.
- INECSE (1998b). *Diagnóstico general del sistema educativo. Avance de resultados*. Madrid: MEC.
- INECSE (2000). *Evaluación de la educación secundaria obligatoria. Datos básicos*. Madrid: MEC.
- INECSE (2002c). *Conocimientos y destrezas para la vida. Primeros resultados del proyecto PISA 20*. Madrid: MEC.

- INECSE (2004) *Evaluación PISA 2003. Resumen de los resultados en España*. Madrid: MEC.
- INECSE (2004b). *Aprender para el mundo del mañana. Resumen de resultados PISA 2003*.
- INECSE (2004c). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Resolución de Problema*. Madrid: MEC.
- INECSE (2006). *Manual de análisis de datos de PISA 2003: usuarios de SPSS*. Madrid: MEC.
- Murillo, J. (1999). Los modelos jerárquicos lineales aplicados a la investigación sobre eficacia escolar. *Revista de Investigación Educativa*, 17 (2), pp. 453-460.
- Piñeros, L.J. y Rodríguez, A. (1998). Los Insumos Escolares en la Educación Secundaria y su Efecto Sobre el Rendimiento Académico de los Estudiantes: Un estudio en Colombia. *Human Development Department LCSHD paper series n°36*.
- Raudenbush, S.W. y Douglas Willms, J. (1995). The estimation of school effects. *Journal of Educational and Behavioural Statistics*, 20 (4), pp. 307-335.
- Raudenbush, S.W. y Bryk, A.S. (2002). *Hierarchical Linear Models- Applications and Data Analysis Methods*. Londres : Sage.
- Schiebelbein, E., Vélez, E., y Valenzuela, J. (1994). Factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria. *Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas*, VI (17).
- Theule, S. (2006). Examining Instruction, Achievement, And Equity with NAEP Mathematics Data. *Education Policy Analysis Archives*, 14 (14). <http://epaa.asu.edu/epaa/v14n14>
- Thum, Y.M. (2003a). *No child left behind: Methodological challenges & recommendations for measuring adequate yearly progress*. California: University of California.

Recibido: 22 de enero de 2007

Aceptado: 16 de mayo de 2007