



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de Alfonso X el Sabio

J. BASULTO SANTOS
J. A. CAMÚÑEZ RUIZ
F. J. ORTEGA IRIZO
Universidad de Sevilla

1. Introducción

Alfonso X el Sabio nació en Toledo, el 23 de noviembre de 1221. Fue rey de Castilla, de León y de Andalucía, como él mismo gustaba de llamarse en ocasiones especialmente solemnes (González, 2004). El cuatro de abril de 1284, en el Alcázar de Sevilla, donde treinta y dos años antes falleciera su padre Fernando III, moría Alfonso X el Sabio (González, 2004).

Alfonso X aprovechó la tradición centenaria de la prestigiosa Escuela de Traductores de Toledo, para realizar un conjunto amplio de traducciones, como, por ejemplo, Los libros del saber de astrología (ver Gómez Redondo 1998, sección 4.4), y donde muchas de estas obras que el rey Sabio produjo fueron traducidas al romance castellano.

Alfonso X estableció dos fundaciones, una en Sevilla en 1254 sobre “Estudios e Escuelas Generales de latín e de árabe”. Y otra en Murcia en 1269, que estuvo bajo la responsabilidad del matemático al-Ricoti.

La última de las grandes traducciones ordenadas por Alfonso X fue “El libro del acedrex, dados e tablas”, cuya lectura y práctica debieron contribuir a



aliviar la melancolía de los últimos meses de su reinado. Este libro fue completado en 1283, en Sevilla.

Siguiendo el trabajo de Piero Grandese (1988) y el libro de Paolo Canettieri (1996), podemos dividir El libro de los Juegos de Alfonso X en los siguientes libros: 1) Ajedrez 8x8; 2) Dados, cada uno con 6 caras; 3) Tabla Real de 4x6 (Backgammon actual); 4) Ajedrez de 12x12, Dados con 8 caras, Dados con 7 caras, Tabla Real de 4x7; 5) Ajedrez en 4, Tabla Real en 4; 6) Alquerque y 7) Los dos Juegos de Astrología (Astronomía).

El libro de los Dados, entre los folios 65 al 71, recoge los 12 juegos siguientes: Juego de Mayores o de Menores; Tanto en uno como en dos; Triga; Otra manera de Triga; el Juego de Azar; el Juego de Marlota; el de Riffa; el Juego de Par con As; el Juego de Panquist; el de Medio Azar; el Azar Pujado y el Juego de Guirguesca. Todos estos juegos son acompañados por miniaturas, donde se muestran los efectos negativos que el juego produce sobre la moral de los jugadores.

En el presente trabajo nos hemos centrado en el denominado Juego de *Azar*, que comienza en el folio 67r, y los juegos relacionados con él, como el juego de *Marlota*, que comienza en el folio 67v y el juego de *Guirguesca*, que comienza en el 71r.

A partir de aquí, el trabajo proporciona, en la sección 2, una interpretación de los juegos de Azar, Guirguesca y Marlota; en la sección 3 relacionamos estos juegos con el juego denominado Hazard que encontramos en las obras de Montmort(1723), Cotton(1674) y Hoyle(1800); en la sección 4 relacionamos el juego de Guirguesca con un juego de Hazard de De Moivre(1718) que hoy es llamado juego de Craps. El trabajo se completa con el apéndice, donde recogemos las miniaturas que acompaña a los juegos de Azar, Guirguesca y Marlota.

2. Los juegos de Azar, Guirguesca y Marlota

El Libro de los Dados comienza recordando el comienzo del Libro de Ajedrez, es decir:

Pues que de los juegos del acedrex que se juegan por seso avemos ya fablado lo más complidamiente que pudimos, queremos agora aquí contar de los juegos de los dados, por dos razones. La una por que la contienda de los Sabios, segund mostramos en el comienço del libro, fue entre seso e ventura cuál era mejor. E d'esto dio cada uno so muestra al rey. El primero del seso por los juegos de acedrex e el segundo de la aventura por los dados. La otra por que, moguer las tablas



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

son mayor cosa e más apersonada que los dados, por que ellas non se pueden jugar a menos d'ellos, conviene que hablemos d'ellos primeramente”.

Vemos que el Libro de los Dados no es un fin sino un medio para poder abordar los otros juegos.

En este apartado recogemos los textos de los juegos de Azar, Guirguesca, y Marlota, estudiamos sus reglas y calculamos las probabilidades de ganar en cada uno de ellos.

Los textos que recogemos sobre los juegos del Libro de los Dados están tomados inicialmente del libro de Vicent García (1987) y del manuscrito sobre el “Libro de Ajedrez, dados y tablas”. Una copia del manuscrito puede verse en la Biblioteca General de la Universidad de Sevilla. Para la lectura de estos juegos, nos hemos ayudado, también, del Diccionario de la Prosa Castellana del Rey Alfonso X (Kasten, Lloy, A. y John. J. Nitti, 2002), donde hemos encontrado, como ilustración, frase enteras del manuscrito.

2.1. *El Juego que llaman Azar*

En este juego, llamado Azar, intervienen dos jugadores y se juega con tres dados. Como ayuda a la exposición vamos a denominar a los jugadores G1 y G2. En la mayor parte de los juegos recogidos en el Libro de los Dados, antes de comenzar el juego, se ha de decidir quién es el jugador que lanza los dados, por ejemplo, en el Juego de Medio Azar, se dice que: “Los que quisieren iogar an de lançar primeramente batalla”; es decir se trataría de lanzar un dado, por cada uno de los jugadores, y el que sacase la puntuación más alta sería el que entonces lanzase los tres dados. En este juego de azar no se dice nada de quién debe lanzar los dados.

Recogemos a continuación la descripción del juego de Azar.

[fol. 67r].- El iuego que llaman azar

Otra manera ay de iuego de dados que llaman azar que se iuega en esta guisa.

El qui primero oviere de lançar los dados. si lançare XV. puntos o dize-seys. o dizesiete, o dizeocho. o las soçobras destas suertes. que son seys o cinco o quatro o tres; gana. E qual quiere destas suertes en qual quier manera que uenga segundo los otros juegos que desuso dixiemos es llamado azar.

E si por aventura no lança ninguno destos azares primeramente e da all otro por suerte una daquellas que son de seys puntos a arriba o de quinze ayuso; en qual quiere manera que pueda venir segundo en los otros iuegos dixiemos que vienen.



E despues destas lançare alguna de las suertes que aqui dixiemos que son azar; esta suerte sera llamada; reazar e perderá aquel que primero lançare. E otrosi si por aventura no lançare esta suerte que se torna en reazar e tomare pora sí una de las otras suertes que son de seys puntos a arriba o de quinze ayuso en qual quiere manera que venga, converná que lance tantas vegadas fasta que venga una destas suertes o la suya por que gana o la dell otro por que pierde, salvo ende si tomare aquella misma suerte que dio all otro; que serie llamada encuentro. E conuerníe que tornassen a alañar como de cabo. E como quier que viniessen alguna de las suertes que son llamadas azar o reazar, e entre tanto que viníe una d'aquellas que amos avían tomado pora ssi; non ganaríe ninguno d'ellos por ella nin perderíe fasta que se partiesse por las suertes; assí como desuso dize.

Recordemos que los valores numéricos o puntos en las caras opuestas de un dado suman 7 puntos, de aquí que la soçobra de los puntos de una de las caras de un dado es por definición el valor o puntos de la cara opuesta, por ejemplo, la soçobra de 4 puntos es 3 puntos porque $4+3=7$.

Cuando lanzamos tres dados a la vez, seguiremos llamando puntos a la suma de los valores observados al lanzar los tres dados, por ejemplo, el evento $\{4,5,6\}$, que nos señala que han salido los puntos 4, 5 y 6 de cada uno de los dados lanzados, genera la puntuación $4+5+6=15$. Ahora la soçobra de estos 15 puntos ya no puede corresponder a la puntuación de “una cara opuesta”. Una generación del significado de la palabra soçobra es ahora la siguiente: para el evento $\{4,5,6\}$ la soçobra es la puntuación $21-(4+5+6)=21-15=6$, es decir, la soçobra es la puntuación complementaria de 15 sobre 21, que es igual a 6 puntos.

Recordemos que si sumamos las puntuaciones de un dado, es decir, $1+2+3+4+5+6$, el resultado es igual a 21, de aquí que la soçobra de una puntuación, resultado de lanzar tres dados, es precisamente el complementario respecto de la suma de todas las puntuaciones de las caras de un dado. También, la suma $1+2+3+4+5+6=21=3(6+1)$, es decir, el total de puntos de un dado, 21, se escribe como el número de dados lanzados, que en este caso son tres, por el número de caras de un dado más uno.

Otra forma de calcular la soçobra de una puntuación que sale al lanzar tres dados es la siguiente: si por ejemplo, los dados han dado lugar al evento $\{4,5,6\}$, con puntuación 15, ahora la soçobra de 15 se calcula hallando la soçobra de cada uno de los puntos correspondientes a las caras observadas de los dados: $7-4=3$, $7-5=2$ y $7-6=1$, que al sumarlas nos dan $3+2+1=6$. Esta correspondencia matemática entre el evento $\{4,5,6\}$ y su evento soçobra $\{3,2,1\}$ explica por qué estos eventos ocurren con las mismas frecuencias relativas cuando se lanzan los tres dados un número grande de veces. Para los matemáticos, este comportamiento entre un evento y su soçobra se expresa diciendo que ambos tienen la misma probabilidad.



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

En el caso de dos dados, como veremos en el juego de Guirguesca, la puntuación 4 es la soçobra de la puntuación 10 porque $4+10=14$, donde ahora $14=2(6+1)$, es decir, dos dados que multiplicamos por el número de caras más uno. Ahora observamos que 14 ya no coincide con el valor 21 correspondiente a la suma de los puntos de las caras de un dado.

Si ahora suponemos que el jugador G1 es el que lanza los tres dados, vamos a describir, a continuación, los eventos que considera este juego de Azar.

- (1) El conjunto $A=\{15,16,17,18,6,5,4,3\}$ se denomina evento *Azar*, donde vemos que está formado por la unión de las puntuaciones $\{15,16,17,18\}$ y $\{6,5,4,3\}$. Vemos también que para cada puntuación del conjunto A , su correspondiente soçobra también está en el conjunto A . El que se denomine el conjunto A evento *Azar* está motivado porque incluye a todas las puntuaciones que son menos probables que las puntuaciones de su conjunto complementario.
- (2) El conjunto $B=\{7,8,9,10,11,12,13,14\}$, conjunto complementario del conjunto A , vamos a denominarlo evento *Suerte*. Se observa que para toda puntuación incluida en el conjunto B también incluye a su soçobra, por ejemplo, la puntuación 7 y su soçobra 14 están incluidas en el conjunto B . Sabemos que las puntuaciones del conjunto B son más probables que las puntuaciones del conjunto A .

Veamos ahora las reglas de este juego de Azar.

En el primer lanzamiento del jugador G1, éste puede sacar el evento *Azar* o el evento *Suerte*. Si saca un evento *Azar* gana el juego G1, pero si saca un evento *Suerte*, por ejemplo, si al lanzar los tres dados saca la puntuación 9, entonces esta puntuación será la suerte que puede hacer ganar el juego al jugador G2, en condiciones que veremos a continuación.

Si el jugador G1 ha sacado el evento *Suerte* en el primer lanzamiento, entonces debe lanzar de nuevo los tres dados.

En este segundo lanzamiento del jugador G1, éste puede sacar una puntuación del conjunto *Azar*, que el manuscrito llama *Reazar*, lo que hará perder el juego a G1, o sacar una puntuación del conjunto *Suerte*, por ejemplo, 11 puntos, que será la suerte que puede hacer ganar al jugador G1, en condiciones que veremos a continuación.

Si el jugador G1 ha sacado su suerte, por ejemplo 11 puntos, distinta a la suerte de G2, por ejemplo 9 puntos, entonces el jugador G1 debe lanzar sucesivamente los tres dados hasta que saque su suerte, 11 puntos, antes que 9, ganando el juego G1, o que venga la suerte 9, antes que 11, ganando entonces el juego



G2. Si ocurren otras puntuaciones distintas a las suertes de 9 y 11, los jugadores no ganan ni pierden y así el jugador G1 deben seguir lanzando los tres dados.

Vemos que las suertes de los jugadores G1 y G2 se generan, a partir de lanzar los dados, del conjunto *Suerte* y, al ser el mismo conjunto, puede llevar a que coincidan las suertes de G1 y G2.

En el caso de que las suertes coincidan, es decir, en palabras del juego de Azar, que ocurra “*encuentro*”, entonces la regla del juego nos dice que “E conuerna que tornassen a alañar como de cabo”, es decir, no hay un ganador y, entonces, el juego debe comenzar de nuevo. Veamos un esquema de este juego de Azar en la Tabla 1.

En la Tabla 1, la fila encabezada por CF, recoge los casos favorables asociados a cada puntuación obtenida al lanzar los tres dados. Por ejemplo, la puntuación 3 sólo puede ocurrir cuando en cada uno de los dados sale el punto unidad, es decir, $\{1,1,1\}$, y este evento ocurre una vez frente a un total de 216 permutaciones con repetición. En cambio la puntuación 4 ocurre tres veces, así $(1,1,2)$, $(1,2,1)$ y $(2,1,1)$, donde un dado, que identificamos como el primero, ha sacado 1 punto; el otro dado, que identificamos como el segundo, ha sacado un punto y, finalmente, el otro dado, que identificamos como el tercero, ha sacado dos puntos. La configuración de la puntuación cuatro es igual a $\{1,1,2\}$, es decir, una combinación con repetición..

Vemos en la Tabla 1 que en el primer lanzamiento el jugador G1 gana el juego si sale una puntuación del conjunto Azar, que recogemos en las celdas con G1; mientras que si sale una puntuación del conjunto *Suerte*, entonces esa puntuación es la suerte del jugador G2, que recogemos en las celdas con *Suerte* G2.

En el cuadro siguiente del esquema recogemos el segundo lanzamiento. Si sale otra vez una puntuación del conjunto *Azar*, llamada *Reazar* en el manuscrito, entonces G2 gana el juego, que recogemos en las celdillas con G2. Si en este segundo lanzamiento sale una puntuación del conjunto *Suerte*, esta puntuación será la suerte del jugador G1 y, entonces, hay dos posibilidades: que esta suerte coincida con la de G2, lo que conducirá a comenzar de nuevo el juego (que recogemos con la letra C en la celda que coinciden las suertes) o que la suerte de G1 sea distinta de la suerte de G2, lo que llevará a lanzar sucesivamente los tres dados hasta que salga la suerte de G1 antes que de la suerte de G2, que hace ganar el juego a G1, o que salga la suerte de G2 antes que la suerte de G1, que hace ganar el juego a G2. Hemos representados estos sucesivos lanzamientos por la letra R en la celda donde ocurre que las suertes de los jugadores son distintas

En Basulto et al (2006) se demuestra que la probabilidad de que G1 gane el juego de Azar es igual a **0,5187**. Vemos que el jugador que lanza los dados tiene ventaja en este juego de Azar, aunque la ventaja es pequeña al estar dicha probabilidad muy próxima a la de una moneda perfecta, es decir, igual a **0,5**.



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

TABLA I. JUEGO DE AZAR DE ALFONSO X

Puntos	3	4	5	6	7	8	9	10
CF	1	3	6	10	15	21	25	27
Puntos	18	17	16	15	14	13	12	11

CONJUNTO
AZAR

CONJUNTO
SUERTE

PRIMER LANZAMIENTO DEL JUGADOR G1

3	4	5	6	7	8	9	10
G1	G1	G1	G1	SUERTE G2	SUERTE G2	SUERTE G2	SUERTE G2
18	17	16	15	14	13	12	11

SEGUNDO LANZAMIENTO DEL JUGADOR G1

	7	8	9	10	11	12	13	14	SUERTES DE G2
3	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
4	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
5	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
6	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
15	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
16	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
17	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
18	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	
7	C	R	R	R	R	R	R	R	
8	R	C	R	R	R	R	R	R	
9	R	R	C	R	R	R	R	R	
10	R	R	R	C	R	R	R	R	
11	R	R	R	R	C	R	R	R	
12	R	R	R	R	R	C	R	R	
13	R	R	R	R	R	R	C	R	
14	R	R	R	R	R	R	R	C	
SUERTES DE G1									



El Libro de los Dados no recoge, para este juego de *Azar*, si se trata de un juego justo, como el caso de lanzar una moneda perfecta, ni, desde luego, se mencionan las apuestas que se hacían. El hecho de que en este juego no se sortease quién debía lanzar los tres dados, como en otros juegos que recoge el Libro de los Dados, nos lleva a pensar que sobre este juego de *Azar* debería creerse que era un juego justo, es decir, cada jugador esperaría obtener la cantidad apostada, independiente de quién tirase los dados. De nuestros cálculos se desprende que dicha creencia no estaba lejos de ser verdad, ya que la ventaja del jugador G1, el que lanzaba los dados, es de una probabilidad igual a **0,0187**.

También queremos resaltar el posible conocimiento que tenían, los autores que crearon este juego de *Azar*, de los comportamientos de las puntuaciones generadas al lanzar los tres dados, al separar las puntuaciones “más raras”, las del conjunto *Azar*, de las más frecuentes, las del conjunto *Suerte*.

Igualmente, el hecho de que las puntuaciones complementarias de 21, que denominan *soçobra* en el manuscrito, se juntasen en el conjunto *Azar* o en el conjunto *Suerte*, supone que los autores del juego sabían que una puntuación y su *soçobra* debían tener el mismo comportamiento. Recordemos que si la simetría del dado nos lleva a creer que todas sus caras deben aparecer con las mismas chances, también creemos que no sería difícil para un matemático probar, a partir de la simetría del dado, de que una puntuación y su *soçobra* debían aparecer con las mismas chances. En Basulto et al (2006) se prueba este último resultado.

En este juego de *Azar* no se calculan las chances (*suertes*) de cada una de las puntuaciones o *suertes* de los jugadores, es decir, las posibles configuraciones que generan cada una de las distintas puntuaciones; ahora bien, el juego de *Azar* nos remite a otros juegos del Libro de los Dados: “E qual quiere destas *suertes* en qual quier manera que uenga segundo los otros juegos que desuso dixiemos”, es decir, hay que irse a otros juegos donde se han generado las configuraciones que generan cada una de las distintas puntuaciones. Si tomamos, por ejemplo, el juego denominado **Triga**, en el folio 66r del Libro de los Dados, podemos leer lo siguiente:

...los dizeochos, puntos, senas alterz; los dizesiete, senas cinco; los dizeséis, senas quatro e quinas seis;...; seis, quatro amas as o tres dos e as o dos dos alterz; cinco, tría e amas o dos dos as; quatro, dos e amas as; tres, amas as alterz”

En la siguiente Tabla 2, recogemos las configuraciones de varias puntuaciones de este juego de *Triga*.

Vemos que la configuración de la puntuación, por ejemplo, 17, es 6-6-5, donde *no se distinguen los dados*, es decir, no importa el orden y así sería una *Combinación con repetición*. Ahora bien, para calcular las chances de cada puntuación



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

debemos tener en cuenta el orden. Sabemos que entre los años 1266 y 1269 se escribe el manuscrito medieval *De Vetula* (ver el trabajo de Bellhouse, 2000), donde esta notación usada por este juego de Triga es la misma que la utilizada por el autor de este manuscrito medieval, autor que se supone que fue Richard de Fournival. Ahora bien, este manuscrito termina calculando las *permutaciones con repetición*, lo que permite calcular las chances de las puntuaciones que hemos recogido en la columna tercera de la Tabla 2.

TABLA 2. CHANCES DEL JUEGO DE TRIGA

Puntuaciones	Configuraciones	Chances calculadas por De Vetula
18	6-6-6	1
17	6-6-5	3
16	6-6-4; 6-5-5	6
15	6-6-3; 6-5-4; 5-5-5	10
6	4-1-1; 3-2-1; 2-2-2	10
5	3-1-1; 2-2-1	6
4	2-1-1	3
3	1-1-1	1

Una tabla que recoge el manuscrito *De Vetula* es:

666	18
665	17
664 655	16
663 654 555	15
662 653 644 554	14
661 652 643 553 445	13
651 642 633 552 543 444	12
641 632 551 542 533 443	11
631 622 541 532 442 433	10
621 531 522 441 432 333	9
611 521 431 422 332	8
511 421 331 223	7
411 321 222	6
311 221	5
211	4
111	3



donde en las seis primera columnas se recogen las configuraciones, por ejemplo, 111 corresponden a 1-1-1 de la Tabla 2. Estas configuraciones coinciden con las calculadas el Libro de los Dados en sus distintos juegos, como, por ejemplo, en el juego de Triga, donde en la Tabla 2 sólo hemos recogido una parte de las puntuaciones. En la última columna de la tabla De Vetula se recogen los puntos correspondientes al lanzar los tres dados.

Volviendo a la Tabla 2, si consideramos la puntuación 17, cuya configuración es 6-6-5, que hoy representamos por $\{6,6,5\}$, es fácil de ver que genera las siguientes *permutaciones con repetición*: (5,6,6), (6,5,6) y (6,6,5). De la lectura de este juego de Triga y otros juegos del Libro de los Dados, surge la duda de si 6-6-5 representaba a las permutaciones (5,6,6), (6,5,6) y (6,6,5), cuyas chances son 3, o si realmente las chances de la puntuación 17 eran igual a la unidad. Esta falta de notación entre combinaciones con repetición y permutaciones con repetición también se encuentra en el manuscrito de De Vetula, que aunque no utiliza una notación para las permutaciones con repetición, si que llega a calcular correctamente las chances de las puntuaciones como puede verse en la siguiente tabla de este poema De Vetula:

3	18	configuraciones de puntos sobre los dados	1	formas de caer	1
4	17	configuraciones de puntos sobre los dados	1	formas de caer	3
5	16	configuraciones de puntos sobre los dados	2	formas de caer	6
6	15	configuraciones de puntos sobre los dados	3	formas de caer	10
7	14	configuraciones de puntos sobre los dados	4	formas de caer	15
8	13	configuraciones de puntos sobre los dados	5	formas de caer	21
9	12	configuraciones de puntos sobre los dados	6	formas de caer	25
10	11	configuraciones de puntos sobre los dados	6	formas de caer	27

En esta última tabla del poema se recoge en las dos primeras columnas cada puntuación con su soçobra, como, por ejemplo, las puntuaciones 3 y 18. En la última columna se recogen las chances o el total de las permutaciones con repetición para cada una de las puntuaciones, así, por ejemplo, la puntuación 4 ocurre 3 veces frente al total de 216 ya que la puntuación 4 genera las siguientes chances: (2,1,1), (1,2,1) y (1,1,2). También, en la columna cuatro el poema ha recogido las configuraciones correspondientes a cada una de las puntuaciones, por ejemplo, para la puntuación 4 sólo hay una configuración.

Una traducción del manuscrito, la parte que contiene el cálculo que nos interesa, puede verse en la tesis doctoral del profesor J.A. Camúñez Ruiz (2004). Este cálculo de las chances asociadas al lanzamiento de tres dados aparecerá en



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

la obra “Liber de Ludo Alea” de Girolamo Cardano (XVI, ver Bellhouse, 2004), que se repetirá en un trabajo de Galileo, entre 1613 y 1623, sobre “Sopra le escorpette dei dadi”, cuya traducción puede verse en la tesis doctoral del profesor Camúñez (2004).

2.2. El Juego que llaman Guirguesca

Un juego similar al juego de Azar es el llamado Guirguesca. Recogemos a continuación la descripción de este juego de Guirguesca.

[Folio 71r].- El iuego que llaman Guirguesca

Otra manera hay de juego que llaman Guirguesca que se juega con dos dados en esta guisa:

Los que quisieren jugar han de alañar primeramente batalla e el que la venciere, lançará primero e si lançara senas o seys e cinco o la soçobra d'estos que son dos e as o ama as, será azar e *ganará por él un tanto de qual quantía pusieren entre ssí que vala*. E si por aventura no lançare azar e echare quatro puntos o cinco o seys o siete o ocho o nueve o diez (en qualquiere guisa que venga) cada una d'éstas será llamada suerte, e everla-ha aquel con qui él jogare, e *éll otro parará a ella quanto se quisiere*; e si el que lança los dados echare otra suerte luego após ella de tantos puntos como la quel dio, ésta será llamada encuentro, e levará lo que y fuere, si oviere otorgado de yr a ello o si sse callare. E si por aventura no lançare encuentro e lançare una de las suertes que desuso dixiemos que eran azares, perderlo-ha todo e si non lançare encuentro ni azare e lançare una de las otras suertes, aquél la tomará pora ssí e lançará tantas vezes fata que fenga la suya o la dell otro e lançando la suya gana e por la dell otro pierde.

Este juego de Guirguesca es similar al juego de Azar aunque presenta cambios importantes. En primer lugar en este juego los jugadores, G1 y G2, ahora juegan con dos dados. Con dos dados los conjuntos de puntuaciones son ahora distintos a los usados en el juego de Azar. El conjunto Azar es ahora $\{2,3,11,12\}$ y el conjunto Suerte es $\{4,5,6,7,8,9,10\}$, que son bien definidos aquí.

En este juego se afirma que “Los que quisieren jugar han de alañar primeramente batalla e el que la venciere, lançará primero...”, de esta manera se sortea el turno para lanzar los dados. Este sorteo es importante porque logra que el juego sea justo y así no permite que un jugador tenga ventaja sobre el otro. Vamos a suponer que tira los dados el jugador G1. Veamos un esquema de este juego de Guirguesca en la Tabla 3.



TABLA 3 JUEGO DE GUIRGUESCA

Puntos	2	3	4	5	6	7	G2
CF	1	2	3	4	5	6	
Puntos	12	11	10	9	8		

4	5	6	7	G1
3	4	5	6	
10	9	8		

PRIMER LANZAMIENTO

2	3	4	5	6	7
G1	G1	SUERTE DE G2	SUERTE DE G2	SUERTE DE G2	SUERTE DE G2
12	11	10	9	8	

SEGUNDO LANZAMIENTO

10	9	8
----	---	---

	G2						
G1	4	5	6	7	8	9	10
2	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2
3	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2
4	G1	R	R	R	R	R	R
5	R	G1	R	R	R	R	R
6	R	R	G1	R	R	R	R
7	R	R	R	G1	R	R	R
8	R	R	R	R	G1	R	R
9	R	R	R	R	R	G1	R
10	R	R	R	R	R	R	G1
11	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2
12	G2	G2	G2	G2	G2	G2	G2



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

El conjunto Suerte es común para los jugadores G1 y G2, como en el juego de Azar. Vemos también que si el jugador que tira los dados, el jugador G1, saca el evento Azar, el juego nos dice que: *e ganará por él un tanto de qual quantía pusieren entre ssí que vala* (siendo aquí la palabra “tanto” la ficha, moneda u otro objeto con que se señalan los puntos que se juegan en ciertos juegos), que interpretamos que el jugador G1 gana el juego, como en el juego de Azar, pero ahora el “tanto” lo interpretamos como el total apostado por ambos jugadores.

En este juego no se utiliza la palabra Reazar cuando vuelve a salir el evento Azar, como ocurría en el juego de Azar, sino que se habla de *Azares*. Respecto de que ocurra “encuentro”, es decir, que coincidan las suertes de los jugadores, en el juego de Guirguesca se propone que gane el juego el jugador que tira los dados. Esta decisión simplifica el juego de Azar y evita el tener que comenzar de nuevo. Veremos que esta solución será tomada también en los juegos de Hazard que veremos más adelante.

Bajo la interpretación que hemos dado de este juego más arriba y suponiendo que *el juego sigue* (ver el siguiente párrafo) después de dar la suerte al jugador G2, la probabilidad de que gane el juego el jugador que tira los dados es igual a **0,566358**, valor que supera **0,5** y así el que tira los dados tiene ventaja sobre el otro jugador. Al sortearse quién debe lanzar los dados, la ventaja se reparte por igual entre los dos jugadores y, así, este juego es justo.

De la lectura del juego de Guirguesca observamos que cuando el jugador G1 ha dado al jugador G2 su suerte, por ejemplo, 4 puntos, entonces leemos que “e éll otro parará a ella quanto se quisiere”, es decir esta suerte del jugador G2 le dan la posibilidad de hacer alguna apuesta o dejar que continúe el juego. En el caso de que el jugador G2 propusiera hacer alguna apuesta, la puntuación 4 sería fijada y entonces el jugador G1 podría ganar si al lanzar los dos dados de nuevo sacase un “encuentro”, perdería si sacase el evento Azar y, si sacase una suerte distinta de 4 puntos, por ejemplo, 5 puntos, entonces el jugador G1 debe lanzar sucesivamente los dos dados hasta que o salen 4 puntos, antes que 5 puntos, lo que hace que gane el jugador G2 o que saque 5 puntos, antes que 4 puntos, lo que hace ganar el juego al jugador G1.

La Tabla 4 recoge esta nueva situación que puede darse en este juego de Guirguesca para el caso de que la suerte del jugador G2 sea igual a 7 puntos.



TABLA 4

Puntos	2	3	4	5	6	7	G1
CF	1	2	3	4	5	6	
Puntos	12	11	10	9	8		

PRIMER LANZAMIENTO

	7 puntos
2	G2
3	G2
4	R
5	R
6	R
7	G1
8	R
9	R
10	R
11	G2
12	G2

Puntos	7	G2
CF	6	

Para este juego, la probabilidad de ganar el jugador G1 es igual a **0,43737**. En la sección 4 compararemos esta situación del juego de Guirguesca con un juego de De Moivre que es hoy muy popular: el Juego de Craps.

La Tabla 5 recoge las probabilidades de que gane el jugador G1 según las suertes del jugador G2.

TABLA 5

Suertes de G2	4	5	6	7
Probabilidad de Ganar G1	0,537	0,492	0,461	0,437
Suertes de G2	10	9	8	

De la Tabla 5, observamos que las suertes {4,10} de G2 dan la ventaja al jugador G1, mientras que para el resto de las suertes de G2, la ventaja es ahora para el jugador G2.



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

Veremos que estos juegos, donde las suertes de G2 son utilizadas por este jugador para proponer apuestas al otro jugador G1, son antecedentes del juego de Craps.

2.3. *El Juego que llaman Marlota*

Un juego similar al juego de Azar es el juego de Marlota. Recogemos a continuación su descripción.

[Folio 68r].- El iuego que llaman Marlota

Otro juego hay de dados que llaman marlota en que no ha azar nin triga e juégasse por suerte partida d'esta guisa.

El que lançare los dados ha de dar suerte al otro con que jogar. E las suertes que puede dar o tomar pora ssí a este juego son éstas: siete u ocho o nueve o diez o onze o doze o treze o catorze en qualquiere manera que vengan, segundo en los otros juegos dixiemos que pueden venir: e si lançare de catorze a arriba o de siete ayuso, no es suerte poral uno ni poral otro: ante converná que lançe tantas vezes fasta que dé suerte d'estas sobredichas a aquél con que jogare e tome otra pora ssí; e d'estas suertes ha de seer la primera d'aquél con que jogare e la otra suya. E después que las suertes fueren partidas en esta guisa, ha de lançar tanto fasta que venga la suya o la del otro; e assí lançando la suya, gana; e lançando del dell otro, pierde.

En este juego de Marlota se juega con tres dados como en el juego de Azar. También, los eventos que se consideran son el evento Azar y el evento Suerte de dicho juego. Vamos a seguir llamando al jugador que lanza los dados G1 y al otro G2.

Una modificación que introduce este juego de Marlota frente al juego de Azar proviene de la lectura que se sigue del primero: "...El que lançare los dados ha de dar suerte al otro con que jogare, ..., y si lançare de catorze a arriba o de siete ayuso, no es suerte poral uno ni poral otro: ante converná que lançe tantas vezes fasta que dé suerte d'estas sobredichas a aquél con que jogare e tome otra pora ssí". De la lectura de este texto citado, vemos que el jugador que lanza los dados, G1, debe lanzarlos hasta que saque una suerte del conjunto o evento Suertes, {7,8,9,10,11,12,13,14}, para el otro jugador, G2, y otra para él; señalando que si viniese una puntuación del conjunto Azar, debe de seguir lanzando los tres dados hasta que obtenga las suertes para cada uno de los jugadores, es decir, en este juego de Marlota sacar una puntuación del evento Azar no hace ganar ni perder el juego al jugador G1. Este comportamiento del juego



es distinto de lo que ocurre en el juego de Azar, donde cuando salía el evento Azar entonces ganaba el jugador G1.

Ahora bien, ¿qué hacer si ocurre encuentro?, es decir, que las suertes de los jugadores coincidan. El juego de Marlota no responde a esta cuestión porque está considerando que en el caso de encuentro, el jugador G1 debe de seguir lanzando los tres dados hasta que su suerte sea distinta de la del jugador G2. Así, vemos que en este juego de Marlota se produce un truncamiento doble, es decir, las puntuaciones válidas son seleccionadas del conjunto Suertes y además estas suertes deben de ser diferentes.

A continuación leemos: “E después que las suertes fueren partidas en esta guisa, ha de lançar tanto fasta que venga la suya o la del otro; e assí lançando la suya, gana; e lançando del dell otro, pierde”. Es decir, una vez cada uno de los jugadores tiene su suerte, que deben de ser distintas, entonces el jugador G1, debe lanzar sucesivamente los tres dados hasta que salga su suerte, antes que la suerte de G2, lo que hace que gane el juego o que saque la suerte de G2 antes que la suya, lo que hace ganar el juego a G2.

Este juego de Marlota es una simplificación del juego de Guirguesca, sabiendo que en el último se juega con tres dados y en el primero con dos. En el juego de Guirguesca, cuando el jugador G2 decide, una vez que tiene su suerte, por ejemplo la puntuación 7, realizar una nueva apuesta, entonces hemos calculado, en la Tabla 4, las probabilidades de ganar este juego el jugador G1. Si en este juego de Guirguesca, el jugador G1 tiene su suerte, que es distinta de la suerte de G2, entonces el juego se reduce al de Marlota.

En este juego de Marlota, si por ejemplo, la suerte del jugador G2 es 8, ahora el jugador G1 debe de lanzar los tres dados de nuevo hasta que saque una nueva suerte, por ejemplo, 11. A partir de aquí, el jugador G1 debe de lanzar los tres dados hasta que salga la suerte 11 antes que la 8, lo que hace ganar el juego a G1 o que salga la suerte 8 antes que la 11, lo que hace ganar el juego al jugador G2. Ahora, la probabilidad de que gane el jugador G1 este juego de Marlota es igual a

$$\frac{CF(11)}{CF(11) + CF(8)} = \frac{27}{27 + 21} = 0,5625 ,$$

donde, por ejemplo, CF(11) son los casos favorables a la puntuación 11, que por la Tabla 1 del juego de Azar, es igual a 27; igualmente CF(8)=21. Vemos que en este caso de 11 puntos de G1 y 8 puntos de G2, la probabilidad de que G1 gane este juego de Marlota es **0,5625**. Cuando la suerte del jugador G1 es



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

la soçobra de la puntuación de G2, por ejemplo, 7 puntos de G1 y 14 puntos de G2, entonces la probabilidad de que G1 gane este juego de Marlota es igual a **0,5**. Si, por ejemplo, la suerte de G1 es 14 y la de G2 es 12, siendo ahora la probabilidad de que G1 gane este juego de Marlota igual a

$$\frac{CF(14)}{CF(14) + CF(12)} = \frac{15}{15 + 25} = 0,375 ,$$

es decir, ahora la probabilidad de que G1 gane este juego de Marlota es **0,375**.

En los apartados que siguen vamos a estudiar juegos denominados Hazard que heredan muchas de las propiedades de los juegos de Azar, Guirguesca y Marlota.

3. Relación con el Juego de Hazard de Montmort, Cotton y Hoyle

Un juego que hemos encontrado próximo a los juegos de Azar, Guirguesca y Marlota es el llamado juego de Hazard.

Este juego de Hazard es recogido en las páginas 177-179 de la segunda edición del libro de Pierre Rémond de Montmort (1678-1719) "Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard" publicado en 1713.

En este juego se lanzan dos dados y se consideran dos jugadores, que Montmort llama Pierre y Paul. Cuando hay más de dos jugadores, éstos apuestan junto con el jugador Paul. Así, Pierre hace la función de la banca. Montmort supone que Pierre comienza el juego y lanza los dos dados hasta que saque una puntuación del conjunto {5,6,7,8,9}, por ejemplo, 6 puntos. Entonces este evento 6 será la *suerte* (chance) del jugador Paul.

A continuación Pierre lanza de nuevo los dos dados. Si Pierre, en este segundo lanzamiento, saca un valor del conjunto {4,5,6,7,8,9,10}, por ejemplo, 5 puntos, entonces este evento 5 será la *suerte* (chance) de Pierre. Veamos un esquema de este juego de Hazard de Montmort en la Tabla 6.

Vemos que el evento *Suerte* de Paul es {5,6,7,8,9}, mientras que el evento *suerte* de Pierre es {4,5,6,7,8,9,10}. En el segundo lanzamientos de los dados vemos, a partir del esquema, que si salen las puntuaciones o suertes 2 ó 3, entonces gana el juego Paul. También, si la suerte de Pierre coincide con la suerte de Paul, entonces gana el juego Pierre. Igualmente, si la suerte de Paul es 5 puntos, entonces gana el juego Paul siempre que la suerte de Pierre es 11 ó 12 puntos. Esto último ocurre también cuando la suerte de Paul es 9 puntos. También, si la



suerte de Paul es 6 puntos, si Pierre saca 11 puntos, entonces gana el juego Paul; mientras que si Pierre saca 12 puntos, entonces gana el juego Pierre. Esto último ocurre también cuando la suerte de Paul es 8 puntos. Por último, si la suerte de Paul es 7 puntos, si Pierre saca 11 puntos, entonces gana el juego Pierre; mientras que si Pierre saca 12 puntos, entonces gana el juego Paul.

TABLA 6. JUEGO DE HAZARD DE MONTMORT

Puntos	2	3	4	5	6	7	Paul
CF	1	2	3	4	5	6	
Puntos	12	11	10	9	8		

4	5	6	7	Pierre
3	4	5	6	
10	9	8		

SEGUNDO LANZAMIENTO

	Paul				
Pierre	5	6	7	8	9
2	Paul	Paul	Paul	Paul	Paul
3	Paul	Paul	Paul	Paul	Paul
4	R	R	R	R	R
5	Pierre	R	R	R	R
6	R	Pierre	R	R	R
7	R	R	Pierre	R	R
8	R	R	R	Pierre	P
9	R	R	R	R	Pierre
10	R	R	R	R	R
11	Paul	Paul	Pierre	Paul	Paul
12	Paul	Pierre	Paul	Pierre	Paul

Cuando la suerte de Pierre no coincide con la suerte de Paul, este hecho lo hemos recogido con la letra R, entonces el jugador Pierre debe lanzar los dos dados hasta que salga la suerte de Paul antes que la suerte de Pierre, lo que conduce a que gane el juego Paul, o que salga la suerte de Pierre antes que la de Paul, lo que conduce a que gane el juego Pierre.



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

Comparando este juego de *Hazard* con el juego de Guirguesca, vemos que el evento *Suerte* de Pierre es igual al evento *Suerte G1* en el juego de Guirguesca, mientras que el evento suerte de Paul, {5,6,7,8,9}, difiere del evento Suerte de G2 en dicho juego. Recordemos que en el juego de Guirguesca las suertes de los jugadores G1 y G2 son las mismas, mientras que en este juego de Montmort difieren. Que el juego de *Hazard* tenga distintos conjuntos de *Suertes* sirve para disminuir la coincidencia (que en los juegos de Azar y Guirguesca se llama “encuentro”) de las suertes de Pierre y Paul.

También vemos que en los juegos de Guirguesca y Hazard, las suertes de G2 y Paul, respectivamente, son seleccionadas por el lanzamiento de los dados, observando que en el juego de Hazard, Pierre debe lanzar los dos dados hasta que obtiene una suerte de Paul. Este último hecho explica por qué las suertes de Paul están *truncadas* al conjunto {5,6,7,8,9}. Así, si sale un evento del conjunto Azar, es decir, {2,3,11,12} o las suertes {4,10}, el jugador G1 sigue lanzando los dados hasta que salga un evento Suerte, es decir, del conjunto {5,6,7,8,9}.

Este *truncamiento* que ocurre en el juego de Hazard, es decir, que el jugador G1 debe lanzar los dos dados hasta que sale una suerte del evento Suerte de Paul, lo hemos encontrado en el juego llamado Marlota. Sabemos que en este juego de Marlota, el jugador que lanza los dados debe lanzarlos hasta que saque una suerte del conjunto Suertes, {7,8,9,10,11,12,13,14}, para el jugador G2, y que comience de nuevo lanzando los tres dados hasta que saque una suerte para él del mismo conjunto Suertes, de tal forma que si viene un evento Azar, el jugador que lanza los dados debe seguir lanzando los tres dados. Hasta aquí, y para el jugador G2, sería igual que el truncamiento del juego de Hazard. Ahora bien, ¿qué ocurre si ocurre encuentro? Si en el juego de Marlota, en el caso de “encuentro”, el jugador G1 debe seguir lanzando los tres dados hasta que las suertes de los jugadores sean distintas, en este juego de Montmort si ocurre encuentro entonces gana el juego Pierre. Así, vemos que en el juego de Marlota el truncamiento es más fuerte que el truncamiento del juego de Hazard.

Comparando esta regla del juego de Hazard con los juegos de Azar y Guirguesca, observamos que cuando en estos últimos juegos sale el evento Azar, en el primer lanzamiento, entonces gana la partida el jugador que lanza los dados, mientras que en el juego de Hazard el jugador G1 debe lanzar los dados hasta que saque la suerte del jugador G2.

También, de la comparación entre los juegos de Azar y Guirguesca con el juego de Hazard, vemos que cuando en el juego de Azar se saca, en el segundo lanzamiento, un evento Azar, entonces pierde el juego el jugador G1 y esto ocurre, en parte, también en el juego de Hazard, ya que cuando Pierre saca en su segundo lanzamiento las puntuaciones o suertes 2 ó 3 del conjunto Azar, entonces



Pierre pierde el juego. Para el resto de los puntos del conjunto Azar, las pérdidas o ganancias se reparten entre los jugadores dependiendo de las suertes de Paul.

Montmort resuelve este juego en la página 178 de su obra, dando una probabilidad de que Pierre gane igual a $1979/4032$, que es aproximadamente **0,4908**; mientras que la probabilidad que gane Paul es igual a $2053/4032$, que es aproximadamente **0,5091**.

Vemos que mientras los juegos de Azar y Guirguesca favorecen al jugador, G1, que lanza los dados, el juego de Hazard favorece al jugador que no lanza los dados, Paul.

Este juego de Hazard descrito por Montmort (1678-1719) es recogido por Cotton, C. (1641-1700), en el capítulo 34, páginas 168-173, de su libro “The Compleat Gamester”, edición de 1674, donde encontramos un juego denominado Hazzard.

Aunque el juego de Hazzard de Cotton es el mismo que el juego de Hazard de Montmort, Cotton introduce las palabras Main y Nicks para describir las suertes de este juego. Así, las suertes del jugador Setter son denominadas, por Cotton, Main, y son las mismas suertes del jugador Paul en el juego de Montmort. Las suertes del jugador Caster son denominadas por Cotton Chances, y coinciden con las suertes del jugador Pierre en el juego de Montmort. La suerte que denomina Nick se refieren a las coincidencias entre las suertes de Setter y de Caster (como cuando ocurre un “encuentro” en el juego de Azar). Ahora bien, la palabra Nicks es también usada cuando: Setter saca el Main (suerte) 6 y Caster la chance (suerte) de 12 o Setter saca el Main (suerte) 7 y Caster la chance (suerte) 11 o que Setter saca el Main (suerte) 8 y Caster la chance (suerte) 12. Vemos que la palabra Nicks reúne puntuaciones del conjunto Main, suertes de Setter, con las puntuaciones 11 ó 12, que son muy poco probables. Estos término recogidos por Cotton son hoy muy comunes.

Cotton no aporta la solución de este juego, sólo calcula las ventajas de ciertos puntos frente a otros. Veamos un ejemplo de sus cálculos. Por ejemplo, Cotton dice que la puntuación 5 tiene “dos chances” que enumera diciendo que son: 3-2 y 4-1, mientras que la puntuación 7 tiene “tres chances” que enumera diciendo que son: 5-2, 6-1 y 4-3. Así, concluye que la puntuación 7 es más ventajosa que la puntuación 5. Ahora bien, para la puntuación 6, según Cotton, tendría “tres chances”, es decir, 1-5, 2-4, 3-3, pero, como sabemos, eso no implica que la puntuación 7 sea igual de ventajosa que la puntuación 6. Estos cálculos son los mismos que hemos encontrado en el juego de Triga del Libro de los Dados, donde se observa que no se distinguen entre las combinaciones y las permutaciones, lo que conduce, en el caso de Cotton, a calcular las suertes, en algunos casos, de forma erróneas.



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

Si saltamos al siglo XVIII, Bellhouse (1993) nos dice que en 1740 se generó una revolución en la literatura de los juego de azar, con la publicación de los libros de Edmon Hoyle. Comenzando con la primera publicación en 1743 del libro de Hoyle sobre “A Short Treatise on the Game of Whist”, siguieron nuevos libros y reediciones en los años 1743, 1745, 1746, 1747, 1754, 1761, 1764, 1770 y 1800. Aquí vamos a comentar una reedición y corrección de la obra de 1770 que se publicó en 1800, “Hoyle’s games improved consisting of practical treatises on whist, quadrille, piquet, chess, bac-gammon, draughts, cricket ...”

Entre las páginas 231 y 235 se recoge un juego denominado Hazard, que es idéntico al juego de Hazard de Montmort, es decir, el conjunto Main, suertes de Setter, el conjunto Chances, suertes de Caster, y los eventos denominados Nicks, descritos en Cotton. Hoyle denomina Craps a las puntuaciones del evento $\{2,3\}$, que como sabemos son las puntuaciones que hacen ganar a Paul, en el juego de Hazard de Montmort, en el segundo lanzamiento, a pesar de que estas puntuaciones tienen probabilidades muy pequeñas de aparecer.

4. Relación con el juego de Hazard de De Moivre y el juego de Craps

De Moivre (1756) recoge en su obra “The Doctrine of Chances: Or, A Method of Calculating the Probabilities of Events in Play”, como problema 46, un juego de Hazard con dos dados y dos jugadores. En la página 160 de la tercera edición, publicada por the American Mathematical Society, 2000, De Moivre propone el siguiente problema: “To find at Hazard the Advantage of the Setter upon all Suppositions of Main and Chance.

Veamos a continuación la solución de este problema de Hazard cuando suponemos que Main es la puntuación 7 y el evento Chance es el conjunto $\{4,5,6,8,9\}$.

A pesar de que De Moivre no aporta las reglas del este juego, al estudiar la solución que él calcula, hemos podido encontrar las reglas de este juego de Hazard de De Moivre. Las reglas son:

Uno de los jugadores, que De Moivre llama Setter, tiene como suerte (De Moivre denomina Main como Cotton) la puntuación 7. El otro jugador, que es el que lanza los dados, es llamado Caster. Las suertes (De Moivre llama Chances como Cotton) de Caster son $\{4,5,6,8,9,10\}$. Caster comienza el juego lanzando los dos dados. Veamos un esquema de este juego de De Moivre.



TABLA 7. JUEGO DE HAZARD DE DE MOIVRE

Puntos	2	3	4	5	6	7	Caster
CF	1	2	3	4	5	6	
Puntos	12	11	10	9	8		

Puntos	7	Setter
CF	6	

PRIMER LANZAMIENTO

2	SETTER
3	SETTER
4	R
5	R
6	R
7	CASTER
8	R
9	R
10	R
11	CASTER
12	SETTER

Vemos que en el primer lanzamiento gana el jugador Setter si salen las puntuaciones 2, 3, ó 12; mientras que si salen las puntuaciones 7 u 11, entonces gana Caster. Para el resto de las puntuaciones, por ejemplo, salir la puntuación 4 en el primer lanzamiento (que será la suerte de Caster), hemos puesto la letra R en la celda correspondiente. El significado de la letra R es que el jugador Caster debe lanzar sucesivamente los dos dados hasta que salga la puntuación 7 antes que la 4, lo que hace ganar a Setter, o que salga antes la puntuación 4 que la 7, que entonces hace ganar el juego a Caster.

Con estas reglas del juego, la probabilidad de que gane el juego Setter es igual a $251/495$, es decir, aproximadamente igual a **0,5071**.

Comparando este juego de Hazard de De Moivre con el juego de Hazard de Montmort, podemos ver que corresponde, en el segundo lanzamiento del juego de Montmort, a la columna de la Tabla 6 encabezada con la puntuación 7.

También, comparando este juego con la Tabla 4 del juego de Guirguesca podemos observar que la suerte de 7 puntos de Setter corresponde a la suerte del



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

jugador G2. Ahora bien, si la suerte de 7 puntos del juego de Guirguesca ha sido seleccionada por los dados, en el juego de De Moivre, la puntuación 7 es determinada antes de lanzar los dados. Vemos que cuando hay encuentro, entonces gana el juego el jugador que lanza los dados, que es lo mismo que en el caso de la Tabla 4 del juego de Guirguesca. En cuanto al evento Azar, si en la Tabla 4 del juego de Guirguesca pierde el juego G1 si sale el evento Azar, en el juego de De Moivre, Caster gana si sale 11 y pierde cuando sale 2, 3 ó 12. En consecuencia, podemos afirmar que el juego de Guirguesca, en el caso de que el jugador G2 proponga una apuesta al jugador G1, es un antecedente del juego de Craps.

Este juego de De Moivre es el juego de *Craps*, hoy muy popular en Estados Unidos que ha dado lugar a un Juego de Tablas.

7. Conclusiones

En el presente trabajo hemos visto que la palabra Azar es utilizada para definir un juego de riesgo con apuesta, al igual que la palabra Hazard. También, hemos visto que la palabra azar es utilizada en los juegos, que hemos estudiado del Libro de los Dados, como un evento que unas veces es favorable y otras desfavorable al jugador que lanza los dados; así en el juego de Azar, las puntuaciones {3,4,5,6,15,16,17,18} favorecen al jugador G1 en el primer lanzamiento que saca el evento azar, pero si sale otra vez dicho evento, entonces pierde el juego. Este hecho de que el evento azar sea desfavorable en su segunda aparición es recogido por la palabra Reazar en el juego de Azar

Otra palabra que queremos señalar es “encuentro”. Hemos visto que cuando ocurre encuentro en el juego de Azar, entonces el juego comienza de nuevo, sigue, por no haber ganador ni perdedor, hasta que ocurre un desempate en las suertes. En el juego de Guirguesca, si ocurre encuentro, entonces gana el juego quien tira los dados, y así el juego finaliza, evitando que comience de nuevo con la posibilidad de “nunca acabar”. Por último, en el juego de Marlota se evita que coincidan las suertes de los jugadores, es decir, que ocurra encuentro, haciendo que el jugador que lanza los dados siga lanzando hasta que saque suertes diferentes.

Acerca de la palabra “encuentro” podemos leer en el Quijote las frases siguientes: “¿Y es de muy gran peligro esa hazaña? –preguntó Sancho; No –respondió el de la Triste Figura–, puesto que de tal manera podía correr el dado, que echáramos azar en lugar de encuentro, pero todo ha de estar en la diligencia”. La explicación que se recoge a pie de página sobre esta frase del Quijote es: “aunque la suerte pueda ir de tal modo, que nos encontramos con la adversidad



(azar) en lugar de con la fortuna (encuentro)”; “en el juego de dados, el azar es la jugada peor y el encuentro la mejor”. Frase esta última que no describe adecuadamente el uso que el Libro de los Dados hace de las palabras azar y encuentro en los juegos de Azar y Guirguesca.

La palabra Guirguesca empleada en Libro de los Dados nos ha llevado de la mano de Paolo Canettieri (1996) a consultar el diccionario de Balari y Jovany (1928). Una palabra catalana próxima a Guirguesca es Gresca (bulla en castellano); jugar a gresca era equivalente a jugar a los dados. Recoge que “alguna persona privada o extranya de qualsevol estament, ley o condició sia, nos gos jugar de díe ni de nit dins la ciutat de Barchinona ni en los ravals de aquella a Gresca ne a riffa ne a qualsevol altre joch de daus exceptat de taules...”, Archivo Municipal de Barcelona, Bandos (1445-58). Vemos que estos juegos de dados estaban prohibidos en la ciudad de Barcelona, excepto los juegos de tablas.

Recordemos aquí que Alfonso X el Sabio contribuyó, con su obra sobre “Ordenamiento de las Tafurerías”, a regular los juegos, cuya utilidad más directa fue su aplicación en los casinos reales (Dwayne E. Carpenter, 1988). Aunque estas regulaciones eran también sobre el uso de dados falsos, por ejemplo, “con dados plomados”. No sabemos si en los casinos reales sólo se jugaba con tablas, ya que la mayoría de los juegos de dados sin tablas estaban prohibidos, como hemos visto en bando de la ciudad de Barcelona. Este hecho junto a que al comienzo del Libro de los Dados se afirma que “...La otra por que, moguer(aunque) las tablas son mayor cosa e más apersonada que los dados, por que ellas non se pueden jugar a menos d’ellos, conviene que hablemos d’ellos primeramente”, justificaría la falta de información sobre las cantidades apostadas.

También, hemos visto que partiendo del juego de Hazard de Montmort, De Moivre ha derivado el juego de Craps que hoy se juega sobre una tabla que, junto a su probabilidad cercana al 50%, es uno de los juegos más populares en Estados Unidos. Una interpretación del juego de Guirguesca nos ha permitido aproximarnos a este juego del Craps.

Igualmente hemos visto que en siglo XIII, el cálculo de las chances de las puntuaciones, que resultan de lanzar tres dados, es recogido en un poema denominado De Vetula. De la comparación de este manuscrito De Vetula con los juegos recogidos por el Libro de los Dados, hemos visto que ambos hacen uso de la notación asociada con las combinaciones con repetición, las denominadas configuraciones; ahora bien si en el manuscrito se calculan las chances de las distintas puntuaciones, permutaciones con repetición, en el Libro de los Dados no encontramos este cálculo de chances.

También hemos visto que en los juegos recogidos en el Libro de los Dados no se hace uso de las cifras indoárabes. De las cifras romanas sólo son utilizadas en



Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados de...

los juegos de Azar, "...si lançare XV..." y Medio Azar, "...e si lançare XIII...". Esta decisión puede deberse a que se quiso usar la lengua vernácula frente al Latín, o que se siguió usando algunas cifras romanas porque los juegos eran muy antiguos, a pesar que las cifras indoárabes fueron introducidas por los árabes en año 820 con Al-Jwarizmi o que, como consecuencia de que en los siglos XIII y XIV la Matemática se ocupó de aplicar el sistema de numeración indio para resolver los problemas prácticos mercantiles, los autores no vieron necesario usar las cifras indias en los juegos.

Bellhouse (2004) nos recuerda que Cardano, con su obra "Liber de Ludo Aleae", que aunque acabada en 1564 no se publicó hasta 1663, puede considerarse como el iniciador de manuales de juegos de azar (manuals of games) o de juegos de azar con apuestas (gambling manuals). Nosotros queremos señalar que El Libro de los Dados de Alfonso X El Sabio debe ser también considerado como un manual de juegos de azar con apuestas.



Apéndice

Miniatura del Juego de Azar



Miniatura del Juego de Guirguesca





Miniatura del Juego de Marlota





Bibliografía

- Alfonso X, Rey de Castilla, 1221-1284. Libro del Ajedrez, dados y tablas.* Patrimonio Nacional. Madrid. 1977.
- VICENT GARCÍA (Editor), *Alfonso X, Rey de Castilla, 1221-1284. Libro del Ajedrez, dados y tablas.* Valencia, 1987.
- BALARI y J. JOVANY, *Diccionario Balari. Invenatrio Lexicogràfic de la Lengua Catalana.* Compilado por --- y p.p. M. de Montoliu. Barcelona, 1928.
- J. BASULTO, J. CAMUÑEZ J. y FJ. ORTEGA, "Azar Game in the Book of the Dice of Alfonso X The Learned. Its relation with the Hazard Games of Montmort, Cotton, Hoyle, De Moivre and J. Bernoulli". *Math. & Sci. Hum-Mathematics and Social Sciences.* No 174, 2006, 5-24.
- D. R. BELLHOUSE, "The role of roquetry in the history of probability". *Statist. Sci.* 8, 1993, 410-420.
- D. R. BELLHOUSE, "Decoding Cardano's Liber de Ludo Alea". *Historia Mathematica*, 2004, 1-23.
- J. A. CAMUÑEZ RUIZ, *La Probabilidad y la Estadística en el Período 1654-1670. Sus Antecedentes en el Renacimiento Italiano.* Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla, 2004.
- P. CANETTIERI, *Il Libro dei Giochi. Il libro dei dadi, delle tavole, del gran acedrez e del gioco di scacchi con dieci caselle, degli scacchi delle quattro stagioni, del filetto, degli scacchi e dell tavole che si giocano con l'astrologia.* Bologna, Edizione Cosmopoli srl, 1996.
- D. E. CARPENTER, "Fickle Fortuna: Gambling in Medieval Spain". *Studies in Philology.* Volume LXXXV, Number 3, 1988, 267-278.
- C. COTTON, *The Compleat Gamester: Or, Instructions How to play at Billards, Trucks, Bowls, ... and Chess. Together with all manner of usual and most Gentile Games Either on Cards or Dice.* London: Printed by A.M. for R. Cutler, 1674.
- A. de MOIVRE, *The Doctrine of Chances or A Method of Calculating the Probability of Event in Play*, 1718. The Third Edition. Printed by A. Millar, in the Strand. MDCCLVI. Reprint by the American Mathematical Society, 2000.
- M. GONZÁLEZ, JIMÉNEZ, *Alfonso X el Sabio.* Barcelona, Editorial Ariel, 2004
- P. GRANDESE, "Sulla Composizione del Libro dei Giochi di Alfonso X El Sabio". *Annali di Ca'Fossari. Revista Facoltà di Lingue e Letterature Straniere dell'Università di Venezia*, 27: 1-2, 1988, 171-181.
- EDMON HOYLE, *Hoyle's games improved consisting of practical treatises on whist, quadrille, piquet, chess, bac-gammon, draughts, cricket ... With an essay on game cocks; wherein are comprised calculations for betting...* Revised and corrected by Charles Jones Esq. new edition considerably enlarged. London, 1800.
- A. KASTEN, LLOY. Y JOHN. J. NITTI, *Diccionario de la Prosa Castellana del Rey Alfonso X.* 3 tomos. New York, The Hispanic Seminary of Medieval Studies, 2002.
- P. R. MONTMORT, *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard.* Quillau, París, 1713.