Una aplicación de la metodología VAR al ámbito del marketing periodístico: el caso de la promoción de ventas

Luis P. Pedreira Andrade, Valentín A. Martínez Fernández

Elías José da Conceição Rebuge y J. Javier Orosa González

Universidad de A Coruña

RESUMEN

Este trabajo estudia la relación existente entre la promoción de ventas editorial, las cifras de difusión y la cuota de mercado de la prensa diaria.

Para la realización de la presente investigación se utilizan series de datos mensuales del diario La Voz de Galicia, para el periodo 1991-2000. El enfoque empírico utilizado está basado en la metodología VAR. En primer lugar, se realizan los siguientes test de raíces unitarias: el test ADF de Dickey-Fuller (1981), el test DF-GLS de Elliot, Rothenberg y Stock (1996), el test KPSS de Kwiatkoski-Phillips-Schmidt-Shin (1992) y el test de raíces unitarias estacionarias de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990) o test HEGY, en la versión para datos mensuales propuesta por Beaulieu y Mirón (1993). Posteriormente, se elabora un VAR convencional y se completa el análisis con su interpretación dinámica.

Los datos han sido extraídos de la Oficina de la Justificación de la Difusión (OJD) y los programas econométricos que han sido utilizados para la realización de los distintos análisis son: EViews 5.1, RATS 6.02 y CATS 1.04.

1. MARCO TEÓRICO

La justificación de la utilización de un modelo VAR tiene como base una aproximación econométrica que recurre a la utilización de series temporales, en el sentido de conciliar el análisis histórico de la evolución del mercado y el análisis dinámico de las variables en estudio (Geroski y Mata, 2001).

Los modelos de Vectores Auto-Regresivos fueron introducidos por Christopher Sims (1980) como alternativa a los modelos estructurales multiecuacionales, basados en la clasificación a priori de las variables en exógenas o predeterminadas y endógenas y en la imposición de restricciones cero (abusivamente arbitrarias) a los parámetros estructurales.

1.1. Modelos VAR convencionales

A pesar de que los modelos VAR convencionales no pueden ser usados en la inferencia sobre la estructura de una economía, no obstante, podrán ser utilizados en la estimación de parámetros de interés útiles a la formulación de políticas, pues permiten obtener la descomposición de la varianza y las funciones impulso respuesta. Los principales objetivos de la utilización de este tipo de modelos reside en la explicación de las siguientes relaciones dinámicas:

1. el tiempo de reacción de las respuestas a los choques
2. la dirección, el patrón y la duración de estas respuestas
3. la intensidad de interacción entre las diversas variables contenidas en el VAR

El modelo VAR convencional puede representarse del siguiente modo:

$$B_0X_t = B_1X_{t-1} + B_2X_{t-2} + \cdots + B_pX_{t-p} + \mathring{a}_t = \sum_{j=1}^{p} B_jX_{t-j} + e_t \qquad (1)$$

en que X_t es un vector (n×1) de las variables utilizadas en el modelo; B_0 es la matriz de relaciones contemporáneas; B_j (j = 1,2, ..., p) las matrices (n×n) de los coeficientes que relacionan los valores desfasados de las variables con los valores corrientes de estas y et un vector (n×1) de errores. El vector et es un proceso estocástico con media cero $E[e_t] = 0$, de varianza y covarianza finitas $\sum$, lo que equivale a $E[e_t e'_t] = \sum$, y no autocorrelacinados $E[e_t e'_{t+k}] = 0$, para $k \neq 0$, esto es, e_t es un ruído blanco.

La ecuación (1) puede escribirse de forma simplificada de la siguiente manera:

$B(L)X_t = e_t$ (2)

en que B(L) es un polinomio dado por $(B_0 - B_1L - B_2L_2 - \dots - B_pL_p)$ donde L representa al operador de retardo tal que: $L_jX_t = X_{t-j}$ para j entero.

Siendo Xt un proceso estocástico estacionario con n componentes, donde las condiciones de invertibilidad son observadas, puede, de acuerdo con el teorema de Wold, expresarse a través de una representación de medias móviles:

$X_t = A_0e_t + A_1e_{t-1} + A_2e_{t-2} + \dots$

$X_t = (A_0L_0 + A_1L_1 + A_2L_2 + \dots)e_t$

$X_t = A(L)e_t$ (3)

en que X_t es un vector de n series temporales; A_j son matrices (n×n) de parámetros del modelo; $A_0 = I_n$; y, A(L) es un polinomio matricial infinito en L, donde L es un operador de retardo, tal que $L_0X_t = X_t$; $L_1X_t = X_{t-1}$; … ; y e_{t-k} es un vector (n×1) de los errores con k retardos, para $k \geq 0$.

En la ecuación (3), et es el error de predicción[1] de un periodo al frente, hecho con base en las informaciones disponibles hasta t-1, y está definido por:

$e_t = X_t - E[X_t / X_{t-1}, X_{t-2}, \dots]$

Los errores de predicción de k periodos al frente están definidos por:

$e_{t+k} = X_{t+k} - E[X_{t+k} / X_t , X_{t-1}, \dots]$, para k = 1, 2, 3, ... (4)

Si los valores propios de la matriz A corresponden al inverso de las raíces del polinomio característico A(L) se situarían dentro del círculo unitario, o sea, fuesen todos menores que uno, en módulo, la ecuación (3) podrá expresarse en la forma autorregresiva de la ecuación (2). Multiplicándose los dos lados de la ecuación (3) por $A(L)^{-1}$, obteniéndose:

$A(L)^{-1}X_t = e_t$ (5)

Es, cuando un modelo de medias móviles puede ser representado en su forma autorregresiva, este hecho, implica que la siguiente relación está satisfecha: $B(L)A(L^{)-1} = I$.

Después de determinado el orden del VAR (número de retardos p de cada una de las variables) y estimada la ecuación (1) es posible estudiar la respuesta a los choques, a

[1] También designado por innovación en el proceso $\mathbf{X_t}$.

través de la función de respuesta al impulso en la representación de medias móviles de la ecuación (3), así como la descomposición de la varianza del error de predicción.

1.1.1. Función de respuesta al impulso

La visualización de la elasticidad de respuesta al impulso se obtiene expandiendo la ecuación (3), de la siguiente forma:

$X_t = A_0 e_t + A_1 e_{t-1} + A_2 e_{t-2} + \ldots$

Al estimarse los coeficientes en la representación de medias móviles, es posible describir la respuesta dinámica de las variables del sistema dada una variación en cualquiera de ellas. Con todo, se debe previamente diagonalizar la matriz de varianza y covarianza $\sum$, para que los choques no estén contemporáneamente correlacionados y, por tanto, no puedan ocurrir simultáneamente con probabilidad no nula. La diagonalización de la matriz $\sum$ permite evitar que choques contemporáneos puedan afectar a más de una variable, o sea, contaminar todo el sistema. Para eso se utiliza el método de descomposición de Andre-Louis Cholesky basado en Nash (1990).

Partiendo del principio de que la matriz $\sum$ es no singular, el método de descomposición de Cholesky, prueba que existe una matriz G, triangular inferior y no singular, tal que $\sum = GG'$, en que G' es la traspuesta de G, y:

$G^{-1}\sum(G')^{-1} = I$

A continuación se define que $\varepsilon_t = G^{-1} e_t$, o sea $E[\varepsilon_t \varepsilon'_t] = I$, significando que los residuos de las estimaciones (e_t) son combinaciones lineales de las innovaciones o choques aleatorios (ε_t) en cada una de las variables del sistema:

$E[\varepsilon_t \varepsilon'_t] = E[G^{-1} e_t e'_t (G')^{-1}] = [G^{-1}\sum(G')^{-1}] = I$

Pre-multiplicando (1) por G^{-1}, se obtiene:

$G^{-1}B_0X_t - G^{-1}B_1X_{t-1} - G^{-1}B_2X_{t-2} - \ldots - G^{-1}B_pX_{t-p} = H(L)X_t = \varepsilon_t$ (6)

$G^{-1}B(L)X_t = \varepsilon_t$ (7)

donde $H(L) = G^{-1}B(L)$

en la representación de medias móviles se tiene:

$X_t = P(L)\varepsilon_t$ (8)

donde $P(L) = A(L)G$. Obsérvese que (8) es una representación en medias móviles, visto que ε_t es un ruido blanco.

Por tanto, la ecuación (8) permitirá que se observe el hecho de un choque unitario de una desviación típica en apenas una de las variables sobre las demás variables del sistema. Si, por ejemplo, ocurre una innovación de una desviación típica en la variable i, en t-k, habrá un impacto sobre el vector X, en el periodo t, a través de la i-ésima columna de P_k.

Esta representación permite hacer dos importantes observaciones:

1. Innovaciones en la primera variable (ε_{1t}) afectan contemporáneamente a las variables posteriores, más la primera variable no está afectada contemporáneamente por ninguna de las demás. Por tanto, la segunda variable va a tener impacto sobre las demás excepto en la primera; la tercera tendrá impacto a partir de la tercera y así sucesivamente.

2. El orden por la cual las variables están dispuestas en el sistema afecta a los resultados.

Según Burgstaller (2002) existen dos proposiciones generales para encontrar el orden apropiado: en primer lugar se toman variables cuya correlación de los residuos es menor, y en segundo se situan, lado a lado, las variables con alta correlación de residuos.

1.1.2 Descomposición de la varianza de los errores de predicción

El error de predicción de k periodos al frente está definido por:

$$e_{t+k} = X_{t+k} - E[X_{t+k} / X_t , X_{t-1} , ...] \qquad (9)$$

Sabiendo que: $E[e_t \, e'_t] = \sum = GG'$

Dadas las ecuaciones (8) y (9), la varianza del error de predicción para k periodos al frente viene dada por:

$$X_{t+k} = P_0 \, \varepsilon_{t+k} + P_1 \, \varepsilon_{t+k-1} + ... + P_{k-1} \, \varepsilon_{t+1} + P_k \, \varepsilon_t + P_{k+1} \, \varepsilon_{t-1} + \ldots \qquad (10)$$

o, simplemente por:

$$X_{t+k} - E\left[X_{t+k} / X_t , X_{t-1} , \ldots\right] = \sum_{j=0}^{k-1} P_j \, \varepsilon_{t+k-j}$$

Por tanto, la matriz de varianza y covarianza de k periodos al frente viene dada por:

$$\sum_{j=0}^{k-1} A_j \sum A'_j = \sum_{j=0}^{k-1} \left(A_j G\right)\left(A_j G\right) \qquad (11)$$

2. ANÁLISIS EMPÍRICO

Para la realización del presente trabajo de investigación se dispone de series de datos mensuales de la difusión (DIF) y del número de promociones (PRO) del diario La Voz de Galicia para el periodo que va desde enero de 1991 hasta diciembre de 2000.

A partir de esos datos se construye las siguientes variables:

LDIF: logaritmo de la variable difusión (DIF)

LQUO[2]: logaritmo de la variable cuota de mercado (QUO)

LPRO[3]: logaritmo de la variable esfuerzo promocional definida como la relación entre el número de promociones realizadas en un determinado mes.

Antes de ser aplicada la transformación logarítmica, las variables fueron transformadas en índices de base 100, para lo cual se tomo como mes de referencia noviembre de 1991.

Los programas econométricos que han sido utilizados para la realización de los distintos análisis son: Eviews 5.1, RATS 6.02 y CATS 1.04.

La parte empírica del trabajo comprende tres secciones. La primera contiene los tests de raíces unitarias buscando determinar el grado de integración de cada serie y la identificación de sus componentes. En la segunda, se estudia el choque de las variables del modelo para lo que se utiliza la descomposición de Cholesky en la aproximación VAR convencional. En la tercera, utilizamos la descomposición de Sims-Bernanke para el VAR en forma estructural.

2.1. Tests de raíces unitarias

Bajo la sospecha de quiebra estructural en la serie temporal de la cuota de mercado (QUO), se realiza el test de Perron (1997) para la detección de alteraciones estructurales y el rechazo de la hipótesis nula confirma la alteración de la inclinación sin discontinuidad en la tendencia. Véase cuadro 1.

---

[2] La cuota de mercado se obtiene a partir de los datos de difusión de los cinco mayores periódicos de la región (*El Correo Gallego, El Progreso, El Faro de Vigo, La Región* y el propio *La Voz de Galicia*) que en suma representan alrededor del 90% de la difusión global de Galicia.

[3] Para superar el problema del logaritmo de cero (ausencia de promociones en un determinado mes) se ha considerado que el propio diario constituye en si mismo una promoción. Así, de que el diario no realice promociones durante un mes, el valor de la variable ese mes es uno. Por lo tanto, la variable número de promociones (PRO) se calcula como N+1, donde N representa el número de promociones realizadas en ese mes.

Cuadro 1: Test de quiebra estructural (serie temporal LQUO, 1991:1 a 2000:12)

Break date TB = 1994:04	statistic t(alpha==1)	-5.85464					
critical values at	1%	5%	10%	50%	90%	95%	99%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48	-3.44	-2.60	-2.39	-2.06
for 150 obs.	-5.28	-4.65	-4.38	-3.33	-2.50	-2.30	-1.93

----

number of lag retained : 0

explained variable : LQUO

En el cuadro 1, se observa que la serie LQUO presenta una quiebra estructural a partir del mes de abril de 1994. De este modo, el periodo de referencia para las tres series temporales (LDIF, LQUO y LPRO) pasa a ser de 1994:4 a 2000:12 inclusive.

Cuadro 2: Test ADF de raíces unitarias

Serie	**Con constante**		**Con constante y tendencia lineal**		**Estacionaridad**
	t - estadístico	***p-value***	***t - estadístico***	***p-value***	
LDIF	-5,311	0,000	-5,262	0,000	Si - al nivel del 1%
LQUO	-2,715	0,078	-4,539	0,003	Si - en (***T***) al nivel del 1%
LPRO	-3,383	0,016	-3,444	0,055	Sin - al nivel del 5%

Valores críticos de MacKinnon (1996) para el rechazo de la hipótesis nula de que existe raíz unitária (H_0: serie no estacionaria).
Con constante: -3.546 (1%), -2.912 (5%) e -2.594 (10%).
Con constante y tendencia lineal: -4.121 (1%), -3.448 (5%) e -3.172 (10%).

Cuadro 3: Test DF-GLS de raíces unitarias

Serie	**Modelo con δ_0**		**Modelo con e δ_0 e δ_1**		**Estacionaridad**
	t - estadístico	***p-value***	***t - estadístico***	***p-value***	
LDIF	-5,301	0,000	-5,246	0,000	Si - al nivel del 1%
LQUO	-1,970	0,054	-4,610	0,000	Si - en (***T***)al nivel del 1%
LPRO	-3,133	0,003	-3,321	0,016	Si - al nivel del 1%

Valores críticos de Elliott-Rothenberg-Stock (1996) para rechazar la hipótesis nula de que existe raíz unitaria.
(H_0: serie no estacionaria)
Con δ_0: -2.605 (1%), -1.946 (5%) y -1.613 (10%).
Con δ_0 e δ_1: -3.736 (1%), -3.161 (5%) y -2.863 (10%).

Cuadro 4: Test KPSS de raíces unitarias

Serie	**Estacionaridad en torno de la tendencia**	**Estacionaridad en torno del nivel**	**Estacionaridad**
	LM - estadístico	***LM - estadístico***	
LDIF	0,139	0,138	Si
LQUO	0,946	0,121	No - al nivel del 10%
LPRO	0,228	0,187	Si

Valores críticos de Kwiatkowski-Phillps-Schmidt-Shin (1992) para rechazar la hipótesis nula de que no existe raíz unitaria.
(H_0: serie estacionaria)
Con constante: 0.739 (1%), 0.463 (5%) y 0.347 (10%).
Con constante e tendencia: 0.216 (1%), 0.146 (5%) y 0.119 (10%).

De la observación de los valores presentados en los cuadros 2, 3 y 4, hay evidencias suficientes de que las variables LDIF, LQUO y LPRO puedan ser tomadas por estacionarias en nivel I(0).

Aunque en el sentido de ser investigada la posibilidad de que la serie sea integrada estacional (caso en que la utilización de términos estacionales determinísticos debe ser evitada), fue efectuado el test HEGY, en versión para datos mensuales propuesto por Bealulieu y Miron (1993).

Siendo φ $(L)y_t = \varepsilon_t$ el proceso generador de la serie de interés, y, con εt ruído blanco, el test basado en los estadísticos t y F sobre la regresión auxiliar de la siguiente forma:

$$\varphi(L)^* y_{13t} = \sum_{k=1}^{12} \pi_k y_{k,t-1} + \varepsilon_t \tag{12}$$

donde y_{13t} es la primera diferencia estacional de la serie de interés, o sea, $y_t - y_{t-12}$, φ $(L)^*$ es un polinomio de los retardos de y_{13t}, con todas las raíces situándose fuera del círculo unitario, y los yk son transformaciones de la variable de interés asociados a frecuencias específicas. Los valores críticos son calculados por simulación y el test posibilita la suma de una constante, dummies estacionales tendencia en la ecuación de regresión (12). Para datos mensuales, las frecuencias corresponde a 0, 6, 3, 9, 5, 7, 11, 1, 4, 8, 10 e 2 ciclos por año, son respectivamente, 0, π, $\pm \pi / 2$, $\pm 2\pi / 3$, $\pm \pi / 3$, $\pm 5\pi / 6$ e $\pm \pi / 6$.

Los resultados referentes al test HEGY sobre las variables: LDIF, LQUO y LPRO, no rechazan la hipótesis de raíces unitarias para la frecuencia cero, donde la hipótesis nula es la misma que la de los tests ADF y DF-GLS, por lo que deberán ser considerados, por lo menos, dummies estacionales determinísticas en las ecuaciones de regresión del VAR.

2.2. Modelo de Vectores Auto-Regresivos (VAR) convencional

En base a los resultados obtenidos en la sección anterior, se puede optar por un modelo VAR con variables en niveles, definido del siguiente modo:

$$\mathrm{B}(L)x_t = \mathrm{C} + \sum_{s=1}^{12} \ddot{o}_s \mathrm{D} + \mathrm{e}_t \tag{13}$$

donde:

$$x_t = \begin{bmatrix} \text{LQUO} \\ \text{LPRO} \\ \text{LDIF} \end{bmatrix} \tag{14}$$

es el vector de las variables endógenas, B(L) la matriz de los coeficientes de los retardos de x_t, C el vector de las constantes del modelo, D el vector de dummies estacionales y e_t

el vector de errores con características normales de I.I.D.

La selección del orden del modelo VAR se efectúa usando los indicadores de Akaike, (AIC = N×log│Ω│ + 2×(kUR×K))[4] y de Schwarz (SBC= N×log│Ω│ + kUR×K×log(N)), para más de un test de razón de verosimilitud (LR) de acuerdo con la corrección propuesta por Sims (1980).

El criterio de Schwarz y el test LR conduce a un modelo VAR de orden 1, en tanto que el criterio de Akaike apunta en sentido de un modelo VAR de orden 2.

De este modo, se procedió al análisis de los residuos de dos modelos VAR (uno de orden uno y el otro de orden dos). El test de normalidad de los residuos de Jarque-Bera (JB), JBVAR orden 1 = 17.797, p-value = 0.01 e JBVAR orden 2 = 11.991, p-value = 0.06, concede preferencia al modelo VAR de orden dos.

El Cuadro 7 contiene los valores propios correspondientes al inverso de las raíces del polinomio característico.

Cuadro 7: Valores propios del inverso de las raíces del polinomio característico

Raiz	**Módulo**
0.9295	0.9295
0.8224	0.8224
0.4514	0.4514
-0.2278 – 0.0736**i**	0.2394
-0.2278 + 0.0736**i**	0.2394
0.1736	0.1736

[4] Donde ***N***, $\boldsymbol{k}_{UR}$ y ***K*** representan el número de observaciones, el número de parámetros de cada ecuación del modelo no restringido y el orden del VAR, respectivamente.

Como se puede observar en el cuadro 7, todos los autovalores en módulo son inferiores a la unidad y, por tanto, estos valores están contenidos dentro del círculo unitario, por el que el modelo es estacionario.

Los resultados de el test de causalidad de Granger indican que el orden de cómo las variables deben estar ordenadas en el VAR para la obtención de la descomposición de las varianzas de los errores y de las respuestas a los impulsos o innovaciones es el siguiente: LQUO $\rightarrow$ LPRO $\rightarrow$ LDIF.El Cuadro 8 presenta los valores de estimación de la descomposición de la varianza de los errores de cada variable en términos de contribución de cada una de ellas, haciendo uso de la descomposición de Cholesky, ecuación (15):

$$\begin{bmatrix} e_{LQUO,t} \\ e_{LPRO,t} \\ e_{LDIF,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{LQUO,t} \\ \varepsilon_{LPRO,t} \\ \varepsilon_{LDIF,t} \end{bmatrix} \qquad (15)$$

Cuadro 8: Descomposición de las varianzas – 12ª observación

Influencia de:	**LQUO**	**LPRO**	**LDIF**
Cuota de Mercado	88.8	4.0	7.2
Esfuerzo de Promoçión	6.1	78.4	15.5
Difusión	56.1	8.2	35.7

Los resultados del Cuadro 8 traducen el comportamiento a corto plazo de las variables consideradas. Cerca del 15,5% de la variación de la difusión viene explicada por la variación experimentada en el esfuerzo de la promoción y que 78,4% de las variaciones verificadas en esta última variable se deben a su propio comportamiento. La difusión explica el 56,1% de la variación de la cuota de mercado.

Siendo los modelos estimados estacionarios (Cuadro 7), los impulsos resultantes de los choques tienden a anularse con el paso del tiempo.

3. CONCLUSIONES

Las conclusiones extraídas de la modelización VAR convencional son las siguientes:

1. Un choque sobre el esfuerzo de la promoción tiene de inmediato un efecto positivo sobre la difusión, cuyo efecto máximo (0,4%) sobre esta variable finaliza al final de cinco semanas, momento a partir del cual decrece con relativa lentitud (transcurridos 3 meses todavía representa el 50% del valor máximo) y se extingue al final de 8 meses . Un choque sobre el esfuerzo de promoción no tiene efecto perceptible sobre la cuota de mercado.

2. Un choque sobre la difusión no tiene efecto inmediato sobre el esfuerzo de la promoción, en tanto, su efecto positivo se hace sentir rápidamente pues pasadas cinco semanas alcanza el valor máximo de 14%, momento a partir del cual comienza a decrecer con lentitud (transcurridos 12 meses todavía su efecto representa el 10% del valor máximo).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEAULIEU, J. J. y Miron, J. A. (1993). “Seasonal unit roots in aggregate U.S. data”. Journal of Econometrics, North-Holland, 55, pp. 305-328.

BURGSTALLER, J. (2005). “Stock markets and the macroeconomy: an empirical assessment using VAR models”. Thesis (Doctoral), University of Linz, 161 p., 2002. http://www.economics.uni-linz.ac.at/burgstaller/research/diss.pdf (May 2005).

ELLIOT, G.; ROTHENBERG, T. y STOCK, J. H. (1996). “Efficient tests for an autoregressive unit root,”. Ecomometrica, 64, p. 813-836.

ENDERS, W. (1995). “Applied econometric time series” New York: John Wiley & Sons, p. 433.

GEROSKI, P. y MATA, J. (2001). “The Evolution of Markets” *Internacional Journal of Industrial Organization*, Vol. 19, Issue 7, July 2001, p. 999-1002.

HAMILTON, J. D. (1994). “Time series analysis”. New Jersey: Princeton University Press, p. 799.

HENDRY, D. F. y RICHARD, J. F. (1983). “The Econometric Analysis of Economic Time Series”, International Statistical Review, vol. 51, pgs. 111-163.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHIMIDT, P. y SHIN, Y. (1992). "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?". Journal of Econometrics, 54, p. 159-178.

LÜKEPOHL, H. (1994). "Interpretation of Cointegration Relations: Comments on Estimating Systems of Trending Variables, Econometric Reviews, Vol. 13, p. 391-4.

NASH, J. C. (1990). The Cholesky Decomposition, Ch. 7 in Compact Numerical Methods for Computers: Linear Algebra and Function Minimisation, 2nd ed. Bristol, England: Adam Hilger, p. 84-93.

NEWEY, W. K. y WEST, K. D. (1994). "Automatic lag selection in covariance matrix estimation". Review of Economic Estudies, 61, p. 631-653.

PERRON, P. (1997). "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables". Journal of Econometrics, 80, p. 355-385.

SIMS, C. A. (1980). "Macroeconomics and reality" Econometrica, Vol. 13, N.º 1, p. 237-254.