

# Análisis de la eficiencia de las unidades productivas de una universidad

Torrigo, A., Pérez, F., Galache, T., Molina, J., Gómez, T. y Caballero, R.

Universidad de Málaga. Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas).

Campus de El Ejido, s/n. 29071 Málaga, España;

e-mail: rafael.caballero@uma.es;

Teléfono: 952-131168.

## RESUMEN

Este trabajo utiliza el Análisis Envolvente de Datos (DEA) para estudiar la eficiencia técnica en el conjunto de una universidad, junto con un análisis cluster que ayuda a explicar los aspectos más ventajosos y debilidades de las unidades evaluadas. Por otra parte, también se realiza un análisis contextualizado en cada una de las cinco ramas de conocimiento, acercándonos así todavía más a la realidad de las unidades funcionales con mayor afinidad científica y objetivos docentes más coincidentes. En definitiva, aporta un modelo que suministra una información detallada y objetiva de las causas de las (in)eficiencias de las unidades productivas evaluadas, lo cual constituye una ayuda a la toma de decisiones de los órganos de gobierno de una determinada universidad.

**Palabras claves:** Eficiencia Técnica; Análisis Envolvente de Datos; Análisis Cluster; Universidad; Docencia; Investigación; Ramas de Conocimiento.

## 1. INTRODUCCIÓN

Resulta difícil pensar en una universidad de calidad que sea ineficiente. Nuestro sistema educativo superior necesita incrementar su eficacia, eficiencia y responsabilidad. Con este fin, la universidad española ha de dar respuesta al problema del aprovechamiento eficiente de los, siempre escasos, recursos disponibles<sup>1</sup>. Uno de los factores donde descansa la mejora de la eficiencia de una institución universitaria reside en modernizar sus instrumentos de organización y gestión interna, incorporando técnicas innovadoras en su proceso de toma de decisiones y estableciendo estrategias de eficiencia para sus unidades productivas.

En este contexto, el objetivo de nuestro trabajo de investigación, más que obtener unos resultados definitivos, es presentar una metodología que permita realizar una evaluación empírica del grado de eficiencia con el que cada unidad funcional de una determinada universidad emplea sus recursos disponibles para la oferta que proporcionan. Consideraremos a tales unidades desde una perspectiva microeconómica, o sea, como unidades productivas, y enfocaremos la eficiencia en los aspectos técnicos del proceso productivo, dada, entre otras razones, la ausencia de precios de mercado (Pedraja et al., 2001). Por sus características específicas y por las peculiaridades de la función de producción de la educación superior, la técnica elegida es el *Análisis Envolvente de Datos (Data Envelopment Analysis, DEA)*; se trata de un método atractivo para realizar las estimaciones de eficiencia de las unidades productivas de una universidad, teniendo en cuenta tanto su actividad docente como investigadora.

En los últimos veinticinco años han proliferado en la literatura estudios sobre la evaluación de la eficiencia en el sector público, siendo el educativo el servicio público más tratado en nuestro país junto al sanitario (Lovell y Muñiz, 2003). Además, hay una gran variedad de aplicaciones del DEA a la Universidad (Gómez y Mancebón, 2005a).

La mayoría de las investigaciones tratan de comparar distintas universidades dentro de un mismo país. Unas aplicaciones estudian la eficiencia tomando como unidad de análisis a la propia universidad: para obtener una jerarquía que sirva de guía a un estudiante para elegir una universidad (Breu y Raab, 1994; Sarrico et al. 1997); otra evalúa la eficiencia productiva de las universidades públicas españolas agrupándolas a

---

<sup>1</sup> A este respecto se puede consultar Caballero et al. (2001 y 2004).

partir de su oferta de titulaciones y utilizando una variante del DEA, el modelo multiactividad, que permite diferenciar la eficiencia alcanzada en las funciones docente e investigadora (Gómez y Mancebón, 2005b); otras aplicaciones ponen de manifiesto la efectividad del sistema universitario de un país a partir de los fondos públicos que se asignan (Avkiran 2001; Abbot and Doucouliagos 2003; Fandel 2007).

Otros estudios evalúan también distintas universidades dentro de un mismo país, pero ahora tomando como unidad de análisis a los departamentos: para determinar la eficiencia de 52 departamentos de química y 50 de física en las universidades del Reino Unido (Beasley, 1990 y 1995); para estudiar la eficiencia de 22 departamentos de contabilidad en la universidad española (Pina y Torres, 1995); para analizar la eficiencia técnica de los departamentos de análisis económico de las universidades españolas (Martínez, 2000).

Sin embargo, existen pocos trabajos que se centren, dentro de una misma universidad, en analizar la eficiencia de la labor docente y/o investigadora de los departamentos universitarios, como unidades más directamente implicadas en el proceso productivo. A nivel internacional, cabe mencionar, entre otros, a Sinuay-Stern et. al. (1994) así como Kao y Hung (2006). Mientras que en nuestro país se pueden destacar: García y Gómez (1999) tratan de determinar los factores determinantes de la eficiencia en los 21 grupos de investigación de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cádiz en el periodo 1991-95; Torrico (2000) estudia cómo vincular la política de asignación de recursos financieros de una institución universitaria con el análisis de la eficiencia técnica de las 142 unidades funcionales que tenía la Universidad de Málaga en el curso 1997-98; Castrodeza y Peña (2002) analizan la eficiencia de la actividad investigadora de los 22 departamentos que integran el ramo de conocimiento de las Ciencias Sociales y Jurídicas de la Universidad de Valladolid para el año 1999; Trillo (2002) estudia la eficiencia técnica de los 34 departamentos de la Universidad Politécnica de Catalunya en el periodo 1995-1999; Murias (2004) evalúa la eficiencia técnica de los 72 departamentos de la Universidad de Santiago de Compostela, contemplando su doble actividad docente e investigadora; por último, Giménez y Martínez (2006) presentan un modelo de análisis de eficiencia en costes, utilizando DEA y una de sus extensiones, el FDH (Free Disposal Hull), para comparar los 42 departamentos de la Universidad Autónoma de Barcelona en 1998.

Nuestro trabajo es una investigación de carácter empírico que se enmarcaría dentro de este último bloque de aplicaciones. Presentamos una metodología para evaluar el grado de eficiencia técnica con el que operan las unidades productivas de una universidad en su globalidad, pero, a diferencia de los estudios anteriores, este análisis global lo completaremos con dos alternativas. Por una parte, llevaremos a cabo un análisis cluster que permite agrupar las unidades por afinidad en cuanto a sus aspectos más ventajosos y debilidades, de acuerdo con la información obtenida mediante el análisis DEA, además de permitir caracterizar o justificar la eficiencia de las unidades que representan la mejor práctica. Por otra parte, hemos realizado también un análisis DEA contextualizado por ramas de conocimiento, que nos permite comparar cada unidad con aquellas que, en principio, cabe pensar que son más homogéneas, aunque somos conscientes que el tratamiento que se les debe dar a las unidades de decisión, dentro de una Universidad, no puede ser muy diferente entre unidades funcionales.

Este artículo está estructurado de la siguiente forma. En el apartado segundo se selecciona la unidad de análisis, se justifican las variables *inputs* y *outputs* elegidas y se especifica el modelo envolvente con el que se va a trabajar. En los tres epígrafes siguientes se utiliza la metodología que proponemos con datos de la Universidad de Málaga (UMA) correspondientes al curso 2006-07: en el epígrafe tercero detallamos los resultados de eficiencia obtenidos para la UMA en su conjunto; en el cuarto apartado se desarrolla un análisis cluster a partir de los resultados obtenidos con el DEA utilizado en el epígrafe anterior; y en el quinto epígrafe se aplica el modelo DEA anterior a cada una de las cinco ramas de conocimiento<sup>2</sup> por separado. Termina nuestro trabajo con las principales conclusiones y las referencias bibliográficas empleadas para el mismo.

## **2. EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA DE LAS UNIDADES PRODUCTIVAS DE UNA UNIVERSIDAD**

El análisis envolvente de datos es un enfoque apoyado en técnicas de programación matemática para evaluar la actuación de un conjunto homogéneo de entidades, unidades de decisión (DMUs), que utilizan un conjunto común de *inputs* para obtener un conjunto común de *outputs*. Una DMU es considerada eficiente, sobre la base de la evidencia

---

<sup>2</sup> De acuerdo con el Consejo de Coordinación de Universidades, las áreas se pueden agrupar en cinco ramas del conocimiento: Ciencias Experimentales (C.E.), Ciencias de la Salud (C.S.), Ciencias Sociales y Jurídicas (C.S.J.), Enseñanzas Técnicas (E.T.) y Humanidades (H.).

disponible, si y sólo si las actuaciones de las otras DMUs de la muestra no muestran que alguno de sus *inputs* u *outputs* pueda ser mejorado sin empeorar alguno de sus otros *inputs* u *outputs*.

Dado que nuestro estudio pretende evaluar, desde un punto de vista microeconómico, la eficiencia técnica con la que operan las unidades de decisión de una institución universitaria, elegimos, en general, como unidad de análisis, la unidad funcional más pequeña, es decir, o bien el Departamento (cuando está formado por un área de conocimiento completa o por una parte de un área de conocimiento), o bien, el área de conocimiento (cuando, junto con otras, forman un departamento). A éstas unidades las denominaremos, unidades funcionales.

### **2.1. Identificación y medición de variables inputs y outputs**

Con carácter general, debemos señalar los problemas de información existentes en las universidades. Así, en una sociedad donde las nuevas tecnologías de la información y la comunicación han generado nuevas posibilidades en el manejo de los datos y en una institución, como la universidad, donde existe una gran cantidad de información, resulta paradójico que este servicio público sea tan parco en suministrar información útil acerca de sí misma. Por tanto, sería necesario insistir dentro del ámbito universitario en la conveniencia que para una gestión eficiente, eficaz y transparente debe existir una mayor documentación puesta al servicio de los ciudadanos y muy especialmente de investigadores en el campo de la Educación Superior.

La información disponible limita los estudios que pueden ser realizados y éste es uno de ellos, por lo que las variables input y output utilizadas han venido condicionadas por ella, lo cual no quiere decir que las utilizadas no sean necesarias pero sí que se podrían haber utilizado más si estuvieran disponibles.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que la selección de las variables es una decisión trascendental dentro de la metodología DEA. En este sentido, Nunamaker (1985) señala que el número de unidades eficientes y los indicadores de eficiencia son muy sensibles a las dimensiones libres que restan, o sea, a la diferencia entre las unidades productivas ( $n$ ) y la suma de *inputs* y *outputs* ( $m + p$ ). Hemos realizado un análisis de sensibilidad ex-ante de las variables (*inputs* y *outputs*) a partir del cual se

han elegido aquellas más acordes con los objetivos de este estudio, dado que inicialmente lo aplicaremos a la Universidad de Málaga (152 unidades funcionales) y, posteriormente, lo haremos para cada una de las ramas de conocimiento, donde existen, como es lógico, menos unidades funcionales. De cualquier forma, la regla que se suele utilizar en la literatura ( $3(\text{n}^\circ \text{de inputs} + \text{n}^\circ \text{de outputs}) \leq \text{n}^\circ \text{DMU}$ ), sí que se verificará en todos los análisis.

En primer lugar, en cuanto a la identificación y medición de *inputs*, hay que examinar aquellos recursos que son utilizados por cada unidad funcional para su producción docente e investigadora<sup>3</sup>. En este sentido, los indicadores de *inputs* más significativos deben obtenerse a partir de los recursos materiales o infraestructuras, financieros y humanos. Respecto a los primeros, no van a ser considerados; pensamos que tendría más sentido incluir las infraestructuras si el estudio de eficiencia fuera para comparar universidades o realizar un análisis por titulaciones<sup>4</sup>. De igual modo, con respecto a los recursos financieros, nos hemos encontrado que, al incorporarlos a nuestro modelo, no tienen un carácter diferenciador entre las unidades funcionales de una universidad y, por ello, no los tendremos en cuenta como *inputs*.

En relación a los recursos humanos, debemos seleccionar las variables proxies más significativas y discriminativas, tanto para la labor docente como la investigadora, de cada una de las unidades funcionales. La primera decisión que tomamos fue obviar al Personal de Administración y Servicios (P.A.S.), ya que casi siempre es una variable fija, y no tiene un carácter discriminador entre las unidades funcionales.

Por otra parte, en la literatura, una variable ampliamente empleada es el número total de profesores, sin ningún tipo de distinción; para conseguir ésta, en nuestro trabajo, hemos utilizado dos indicadores, la capacidad docente del profesorado funcionario<sup>5</sup> de

---

<sup>3</sup> Para un análisis exhaustivo de la función de producción en la Educación Superior se puede consultar Hopkins (1990). Además, Gómez y Mancebón (2005a) realizan una buena síntesis de la literatura sobre la evaluación de la eficiencia productiva en instituciones de Educación Superior.

<sup>4</sup> En efecto, cuando se realizan comparaciones entre diferentes universidades, una revisión de la literatura (Ahn et al., 1988; Beasley, 1990 y 1995) evidencia la necesidad de utilizar diferentes variables para medir el factor capital utilizado.

<sup>5</sup> Se incluye aquí: Catedrático de Universidad, Titular de Universidad, Catedrático de Escuela Universitaria y Titular de Escuela Universitaria.

la unidad funcional (*CDFUN*) y la capacidad docente del profesorado no funcionario<sup>6</sup> de la unidad funcional (*CDnoFUN*). De manera global, indica, en función del grado del profesor (nivel de titulación, licenciado o doctor), de la escala docente (cuerpo o categoría profesional) y de la dedicación (tiempo completo o tiempo parcial), la suma del número de créditos/curso que le correspondería impartir a cada profesor de la unidad funcional, según la normativa legal vigente. Además, a dicha suma se le aplica un conjunto de reducciones: por cargo académico; a los Titulares de Escuela Universitaria que acrediten estar realizando la tesis doctoral; por sexenios; por actividad sindical; por participar en proyectos de investigación con subvención pública, etc. Además, al distinguir entre funcionarios y no funcionarios queremos poner de manifiesto la rigidez o no de este recurso humano.

En segundo lugar, por lo que respecta a la identificación y medición de los indicadores de *outputs*, resulta más compleja y difícil que en el caso de los *inputs*; el problema fundamental radica en la medición de aspectos cualitativos de las actividades docente e investigadora. Así, si analizamos el proceso productivo en la *docencia*, tal como afirma Villarreal (1999), la primera cuestión a resolver es el grado de agregación del indicador o, en otras palabras, el instante en que se va a medir el efecto de la actividad de docencia en la adquisición del conocimiento por parte del usuario del sistema.

En la literatura no hay un consenso acerca de cuáles son los indicadores más veraces y fiables para medir la docencia. Teniendo en cuenta el objetivo de nuestra investigación, la elección de los *outputs* hay que hacerla sabiendo que las unidades funcionales, en cuanto a la docencia, no producen titulados; en consecuencia, emplearemos *outputs intermedios o de proceso*, tanto aquellos que están más relacionados con los *resultados obtenidos* como los que se refieren al *uso del servicio*.

En relación a los primeros, consideramos que parte de los esfuerzos del profesorado se centran, no sólo en que aprueben los discentes, sino que lo hagan en su primera matrícula. Si bien es cierto que, hasta el presente, la demanda de las universidades españolas está exógenamente determinada, especialmente en las

---

<sup>6</sup> En este caso, las categorías de profesorado que se recogen en esta variable input son las siguientes: Investigadores en Formación (becarios FPI), Ayudante LOU, Ayudante Doctor, Asociado LRU, Asociado LOU, Colaborador y Contratado Doctor.

titulaciones de grado, y por ello desvinculada de la eficiencia con la que operan los centros, pensamos que, con la adecuación de la universidad española al Espacio Europeo de Educación Superior, se va a producir una tendencia hacia una mayor competitividad, sobre todo en el postgrado y en los doctorados con mención de calidad, y esto va a suponer que la presencia de un mayor o menor número de alumnos sí tiene que ver con una oferta docente de calidad en la unidad funcional.

Por ello, y teniendo en cuenta lo que señalan Tomkins y Green (1988), acordamos utilizar como primer output de proceso el *número de alumnos computables (ACOMP)* en cada unidad funcional, variable proxy<sup>7</sup> que se obtiene al aplicar diversos coeficientes de ponderación al número de alumnos matriculados según sean de primera, segunda, tercera o sucesivas matrículas.

En cuanto al segundo tipo de *outputs intermedios o de proceso* para la docencia, los que tratan de cuantificar el *uso del servicio*, hay que tener en cuenta que uno de los aspectos que más condiciona el entorno espacial y humano donde se desenvuelve cualquier proceso educativo es la docencia de las instituciones de educación superior. De este modo, y de acuerdo con la mayoría de los autores (Sinuany-Stern et al., 1994; Pina y Torres, 1995; Arcelus y Coleman, 1997; Hanke y Leopoldseher, 1998; Kao y Hung, 2006), en el modelo consideraremos como indicador de proceso la *Participación Académica (PA)* de cada una de las unidades funcionales, una variable que recoge la docencia que la universidad está dispuesta a financiar para cada DMU, teniendo en cuenta el grado de experimentalidad y el número de grupos (teóricos y prácticos).

Esta variable output recoge el conjunto de actividades docentes computables llevadas a cabo por las unidades funcionales, expresada en créditos. Para su cálculo<sup>8</sup>, en primer lugar, se aplica un coeficiente de experimentalidad, siguiendo una escala de 1 a 6, asignado a cada unidad conforme a lo establecido en el *Modelo de Financiación de las Universidades Andaluzas 2001-2006*. En función de este coeficiente, para cada DMU resulta, por una parte, un tamaño máximo de los grupos prácticos, y por otra, un reparto del contenido de las enseñanzas entre teoría y práctica. Además, para la

---

<sup>7</sup> La ecuación matemática, establecida por Contreras y otros (1995) para las universidades andaluzas, es la siguiente:  $N_j = N_{j1} + 0,85 \cdot N_{j2} + 0,80 \cdot N_{j3}$  donde  $N_j$  = Alumnos asignatura (j) computables,  $N_{ji}$  = Alumnos asignatura (j) en *i*-ésima matrícula (*i* = 1ª, 2ª, 3ª o sucesivas matrículas).

<sup>8</sup> Los valores de esta variable se han obtenido de la publicación de la Universidad de Málaga (2007a): *Documento de Planificación Académica de la Universidad de Málaga (DOPLA)*.

obtención de la PA, se suman los valores parciales obtenidos en asignaturas, practicums y proyectos fin de carrera de enseñanzas de grado (los créditos se incrementan en un 20% si son asignaturas que lleven a cabo experiencias piloto de implantación del ECTS) y en enseñanzas de postgrado (sólo se computan los programas de doctorado que tienen mención de calidad del MEC y los programas oficiales de postgrado).

Por lo que respecta a la medición de los resultados en la *investigación*, tampoco existe un consenso acerca de la elección de indicadores<sup>9</sup>. Dado que el objetivo básico de la investigación es el avance en el conocimiento científico es evidente la dificultad de su medición y la necesidad, en una primera aproximación, de un análisis cuantitativo<sup>10</sup>, es decir, cuantificar de alguna manera el resultado científico y el conocimiento creado por el trabajo de investigación.

Concretamente, y de forma parecida a como han impulsado otras universidades<sup>11</sup>, en la Universidad de Málaga (2007b): *Presupuestos 2007*, en el epígrafe de “*Aplicación nuevo modelo de financiación 2007-2011. Departamentos*” se distribuye el presupuesto para cada DMU de acuerdo a tres criterios: formación, investigación e innovación. De éstos, hemos elegido la cuantía asignada a cada unidad en función de sus resultados de investigación. Esta cuantía resulta de la ponderación cuantitativa de una serie de indicadores<sup>12</sup> de carácter científico: en función de los méritos curriculares de los investigadores (sexenios y acreditaciones equivalentes reconocidos; tesis doctorales defendidas; becas FPU, FPI, JA, Ramón y Cajal y similares; premios de investigación internacionales, nacionales y autonómicos; etc.); en función de las publicaciones (revistas, libros, ...), ponencias en congresos,... de los grupos de investigación de cada unidad funcional; en función de la transferencia de conocimiento (patentes, fondos por contratos o convenios de I+D+I, etc.); en función del número de empresas de base tecnológica; en función de la financiación competitiva de proyectos de investigación y

---

<sup>9</sup> La medición de la calidad científica sigue siendo algo complejo. Se podría afirmar que existen tres caminos para medir dicha calidad: estudio biblioteconómico, valoración de los pares (peer review) y los índices de impacto.

<sup>10</sup> A este respecto, se pueden consultar: Hanke y Leopoldseder, 1998; Johnes y Johnes, 1993; Pina y Torres, 1995 y Martínez, 2000.

<sup>11</sup> En García y Gómez (1999) se han analizado las principales causas de ineficiencia de los grupos de investigación de Ciencias en la Universidad de Cádiz.

<sup>12</sup> Está basado en el documento de la Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa (Junta de Andalucía), 2006: *Nuevo modelo de Financiación de Universidades Andaluzas 2007-2011*.

grupos de investigación. En resumen, las variables elegidas para nuestro modelo se relacionan en el Cuadro 1<sup>13</sup>:

**Cuadro 1.** Variables *inputs* y *outputs* utilizadas en el modelo DEA para una universidad.

VARIABLES SELECCIONADAS PARA EL ESTUDIO DE LA EFICIENCIA DE LAS UNIDADES FUNCIONALES.	
<b>INPUTS</b>	❖ CDFUN: Capacidad Docente del profesorado FUNCionario $(x_{1j})$ .
	❖ CDnoFUN: Capacidad Docente del profesorado no FUNCionario $(x_{2j})$ .
<b>OUTPUTS</b>	❖ ACOMP: Alumnos COMPutables $(y_{1j})$ .
	❖ PA: Participación Académica $(y_{2j})$ .
	❖ PROCI: PROductividad Científica $(y_{3j})$ .

**Fuente.** Elaboración propia.

## 2.2 Estrategia de selección del modelo envolvente

Dado que en el ámbito de la Educación Superior existe un desconocimiento de la forma funcional de la producción educativa y, por tanto, del grado de sensibilidad de los *outputs* respecto de los *inputs* que inciden en aquéllos, se aconseja aplicar un modelo lo más flexible posible que imponga unas mínimas condiciones a dicha función de producción. De este modo, seleccionamos un modelo BCC (Banker, Charnes y Cooper, 1984) que asume la hipótesis de rendimientos variables a escala, con el cual obtendremos una medida de la *Eficiencia Técnica Pura (ETP)*. No obstante, con el fin de analizar la posibilidad de rendimientos a escala constantes, en primer lugar, se utilizará el modelo CCR (Charnes, Cooper y Rhodes, 1978), determinando una medida de la *Eficiencia Técnica Global (ETG)*. El cociente entre ambos índices, CCR y BCC, nos reflejará la eficiencia debida a la escala de producción para cada unidad evaluada.

Por otro lado, también se debe elegir sobre la orientación de ambos modelos, es decir, orientación *input u output*. Pensamos que es más razonable hacer uso de la orientación *output*, con la cual consideramos que el objetivo de los gestores públicos se

<sup>13</sup> Aunque, en principio, pueden parecer pocos inputs y outputs frente al número de DMUs (152), sin embargo, hay que tener en cuenta que, posteriormente, haremos un estudio por ramas de conocimiento que requiere un menor número de inputs y outputs.

centra en la obtención de los mejores resultados, un servicio docente e investigador, a partir de los recursos de que disponen, el profesorado.

Teniendo en cuenta que utilizaremos dos *inputs* y tres *outputs*, el modelo BCC orientación output, para calcular la eficiencia de la DMU j-ésima es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad u_1 x_{1j} + u_2 x_{2j} - u_0 \\
 & \text{s.a.} \quad v_1 y_{1j} + v_2 y_{2j} + v_3 y_{3j} = 1 \\
 & \quad \quad u_1 x_{1k} + u_2 x_{2k} - v_1 y_{1k} - v_2 y_{2k} - v_3 y_{3k} - u_0 \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, 152 \\
 & \quad \quad u_1, u_2, v_1, v_2, v_3 \geq \varepsilon > 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Si el valor de la función objetivo es 1 y todos los multiplicadores son estrictamente positivos, entonces la unidad j-ésima es eficiente, en caso contrario es ineficiente. Este modelo conlleva la consideración de rendimientos variables a escala y la medida de eficiencia obtenida (valor de la función objetivo) se denomina eficiencia técnica. Cuando  $u_0$  es restringido a cero, entonces se está imponiendo la condición de rendimientos a escala constantes.

El problema dual asociado al anterior se le conoce como la versión envolvente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\phi, \lambda, s_r^+, s_l^-} \quad g_j = \phi_j + \left( \varepsilon \sum_{r=1}^3 s_r^+ + \varepsilon \sum_{l=1}^2 s_l^- \right) \\
 & \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^{152} \lambda_i x_{li} + s_l^- = x_{lj}, \quad \sum_{i=1}^{152} \lambda_i y_{ri} - s_r^+ = \phi_k y_{rj}, \quad \sum_{i=1}^{152} \lambda_i = 1, \quad \lambda_i, s_r^+, s_l^- \geq 0 \quad l=1, 2; r=1, 2, 3
 \end{aligned} \tag{2}$$

cuya resolución, para la unidad j-ésima, nos indica su índice de eficiencia ( $\phi_j$ ), las unidades que son referencia de la misma en la frontera ( $i$  tales que  $\lambda_i \neq 0$ ) y si existen holguras ( $s_r^+, s_l^-$ ) en alguna de las restricciones. Bajo esta formulación, la unidad j-ésima es eficiente si  $\phi_j = 1$  y todas las holguras valen cero.

Resolviendo el problema (1) o el (2) para cada DMU, esto es, 152 veces, excluyendo o incluyendo el término  $u_0$ , obtenemos las medidas de eficiencia técnica global, eficiencia técnica pura y de escala para cada uno de ellos.

### **3. RESULTADOS DE EFICIENCIA DE UNA UNIVERSIDAD EN SU CONJUNTO**

La finalidad del presente epígrafe es evaluar la eficiencia técnica de las DMUs de la Universidad de Málaga (UMA) en la utilización de los recursos humanos disponibles para el servicio docente e investigador que proporcionan, teniendo en cuenta que una de las grandes ventajas del DEA es que, a diferencia de las aproximaciones paramétricas, ofrece una información particularizada de las unidades examinadas.

Antes de entrar en los resultados del modelo, conviene tener un conocimiento previo de la realidad que se pretende explicar, la Universidad de Málaga. Así, uno de los aspectos que sobresalen en el desarrollo de la UMA desde su creación es el fuerte incremento de alumnos. Concretamente, en los cursos académicos de la década de los 90, hubo un aumento espectacular en el número de alumnos matriculados en la UMA, representando un incremento cercano al 108%, prácticamente el doble del aumento que se produjo en el sistema universitario español (incluyendo tanto las instituciones públicas como las privadas). Ahora bien, a partir del curso académico 1998/99, hay una cierta estabilización de la demanda, tanto a escala local como nacional, situándose en la UMA en torno a 33.000 alumnos.

Como es obvio, para hacer frente a esta fuerte expansión de la matrícula, ha sido necesario un notable esfuerzo financiero por parte de la Administración Autonómica. En la UMA se ha producido un aumento continuado en la contratación de profesores, pasando de 901 en el curso 1988/89 a 2.179, adscritos a las 152 unidades funcionales que posee la UMA en el curso académico 2006/07. Además, dichas unidades funcionales se pueden agrupar en las citadas cinco ramas de conocimiento. Cabe destacar el elevado peso que ostenta la rama de Ciencias Sociales y Jurídicas en la UMA, con un 32,89% (50 unidades), seguida de la rama de Humanidades, que representa un 25,66% (39 unidades), mientras que las restantes ramas, Experimentales, Sanitarias y Técnicas, sólo alcanzan un 14,47% (22 unidades), 13,82% (21 unidades) y 13,16% (20 unidades), respectivamente.

Una vez analizada, de manera resumida, la realidad de la que partimos, procedemos a evaluar la actuación de las 152 DMUs. En primer lugar, se identifican tanto las unidades eficientes como ineficientes, obteniendo su cuantificación mediante la aplicación de los dos modelos comentados anteriormente, CCR y BCC, para todas las unidades de la

UMA, lo cual nos permitirá una primera aproximación para detectar anomalías en la actuación de las unidades y poder establecer objetivos de mejora para las que no sean eficientes. Posteriormente, a partir de la información suministrada por el modelo DEA aplicaremos un análisis cluster que ayude a identificar grupos similares de actuación.

La resolución del modelo CCR (modelo 1, con  $u_0 = 0$ ) para las 152 unidades funcionales de la UMA indica que 13 son unidades eficientes (un 8,55% del total). En consecuencia, dichas unidades, con los niveles de recursos actuales que disponen, obtienen los mejores resultados dentro del conjunto de las unidades evaluadas. Las restantes 139 unidades, no eficientes, tienen unos índices que se encuentran comprendidos en un intervalo amplio, concretamente del 1,00461 al 4,68972 de la unidad menos eficiente. Así, ésta, para mejorar su eficiencia tendría que multiplicar los valores de todas las *variables outputs* por 4,68972. No obstante, bajo este modelo se está asumiendo la hipótesis de que las unidades operan bajo rendimientos constantes a escala, lo cual puede ocasionar que, si no es apropiada tal selección, alguna parte de la ineficiencia obtenida sea debida a problemas de escala. Para obtener la ineficiencia únicamente debida a razones técnicas, aplicamos el modelo BCC y obtenemos que, en tal caso, hay 30 unidades eficientes (el 19,74%). Las restantes 122 unidades tienen unos índices que varían desde 1,01372 al 4,00409 de la más ineficiente, que es la misma unidad que en el caso del CCR. Dentro de las 30 unidades eficientes, hay dos unidades que presentan rendimientos crecientes a escala, 15 unidades que tienen rendimientos decrecientes a escala y 13 unidades con rendimientos constantes a escala, que son las que eran eficientes bajo el modelo CCR. Esta información es proporcionada por el valor del parámetro  $u_0$  del problema (2) (Cooper et al., 2000).

En el Cuadro 2 se muestran los índices de la Eficiencia Técnica Global (ETG) y Eficiencia Técnica Pura (ETP) por tramos. Por lo que respecta a la ETG, hay 64 unidades funcionales (representan un 42,11%) que tienen un índice de eficiencia por debajo de la tasa 1,5001; situándose el resto (88) por encima de dicho índice, llegando incluso 8 de dichas entidades a tener un índice superior a 3,0000. Concretamente se trata de 5 unidades de la rama de Humanidades, otras 2 de Ciencias de la Salud y 1 de Ciencias Sociales y Jurídicas. Además, puede ocurrir que, aparte de este aumento proporcional en todos los *outputs*, sea necesario aumentar adicionalmente algún output o reducir algún input, como les ocurre a 2 unidades. En cualquier caso, esta información

puede ser tenida en consideración por los órganos gestores de una universidad en el momento de dotar de nuevos recursos a estas unidades, puesto que con los que tienen, todavía pueden prestar un mayor servicio.

En cuanto a los valores de la ETP, 92 unidades (el 60,52%) poseen una tasa inferior de 1,5001, situándose el resto, esto es, 60 (39,47%), por encima del citado índice de eficiencia, consideradas como muy ineficientes. Destacan de nuevo 7 unidades que rebasan el índice 3 de ineficiencia, que ya aparecían anteriormente con el modelo CCR. Estas unidades se caracterizan por una plantilla con una media de cinco profesores, mayoritariamente estable (de media tres profesores funcionarios). Además, poseen una *PROCI* escasa (aproximadamente de 160 €, cuando la media de las 152 unidades son prácticamente 210 €) y con pocos *ACOMP* (de media 286 alumnos).

**Cuadro 2.** ETG y ETP por tramos de las unidades funcionales de la UMA.

ET POR TRAMOS	ETG	ETP
	Nº UNIDADES	Nº UNIDADES
1,0000	13	30
1,0001 — 1,1000	12	20
1,1001 — 1,2000	9	14
1,2001 — 1,3000	8	8
1,3001 — 1,4000	11	12
1,4001 — 1,5000	11	8
1,5001 — 2,0000	40	32
2,0001 — 2,5000	20	11
2,5001 — 3,0000	20	10
> 3,0000	8	7
TOTAL	152	

**Fuente.** Elaboración propia.

Ahondando en las tasas de eficiencia, en el Cuadro 3 se muestran el número y porcentaje de las unidades funcionales eficientes e ineficientes agrupadas en las cinco ramas del conocimiento, de acuerdo con el criterio del Consejo de Coordinación de Universidades<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> En aquellas unidades funcionales que imparten docencia en varias ramas, se ha establecido como criterio de asignación aquella rama donde imparte mayoritariamente docencia.

**Cuadro 3.** Número de unidades eficientes e ineficientes obtenidas a partir de los modelos CCR y BCC de las unidades funcionales de la UMA, clasificados por ramas.

RAMA	N <sup>o</sup> UNID.	% S / TOTAL	EFICIENCIA TÉCNICA GLOBAL (ETG)				EFICIENCIA TÉCNICA PURA (ETP)			
			EFIC.	% S/RAMA	INEFIC.	% S/RAMA	EFIC.	% S/RAMA	INEFIC.	% S/RAMA
C.E.	22	14,47%	2	9,09%	20	90,91%	4	18,18%	18	81,82%
C.S.	21	13,82%	7	33,33%	14	66,67%	8	38,10%	13	61,90%
C.S.J.	50	32,89%	2	4,00%	48	96,00%	9	18,00%	41	82,00%
E.T.	20	13,16%	0	0,00%	20	100,00%	4	20,00%	16	20,00%
H.	39	25,66%	2	5,13%	37	94,87%	5	12,82%	34	87,18%
<b>TOTALES</b>	152	100,00%	13	8,55%	139	91,45%	30	19,74%	122	80,26%
<b>INTERVALO DE EFICIENCIA</b>			1 — 4,68972				1 — 4,00409			
<b>INEFICIENCIA MEDIA</b>			1,87184				1,69605			

**Fuente.** Elaboración propia.

Además, comparando los resultados de la ETG y de la ETP se observa, como cabía esperar, el aumento generalizado del nivel de eficiencia de ésta última. La ETP media de todas las unidades ineficientes se sitúa en un 1,69605 frente al 1,87184 de la ETG, de tal manera que se puede afirmar que, por término medio, un 10,36% de la ineficiencia procede de problemas de escala, es decir, son unidades funcionales que resultan ineficientes por compararlas con otras que tienen una escala de producción diferente. Además, el número de unidades eficientes pasa de 13 a 30, pasando a ser de un 8,55% al 19,74% del total de las unidades del sistema universitario. En este sentido, si se desagregan los resultados por ramas, se observa que las unidades funcionales de Ciencias Sociales y Jurídicas y Enseñanzas Técnicas son las más sensibles a la escala (hay un aumento del 14,00% y 20,00%, respectivamente), seguidas, por orden de importancia, de Humanidades, Ciencias Experimentales y Ciencias de la Salud (con unos incrementos del 11,18%, 9,09% y 4,76% respectivamente).

Puesto que consideramos que el modelo BCC es más flexible y permite la comparación de las unidades con aquellas otras que sean más análogas, continuaremos nuestro análisis, a partir de ahora, con los resultados obtenidos bajo esta formulación.

Dada la enorme flexibilidad de la técnica envolvente puede ocurrir que una unidad sea considerada eficiente simplemente porque su perfil de producción sea atípico. Se hace preceptivo, por tanto, realizar una cualificación en las unidades funcionales que han resultado eficientes, distinguiendo cuáles se apoyan en prácticas atípicas (*outliers*) y cuáles pueden considerarse como genuinamente eficientes.

En este sentido, existen diversos métodos para poder discriminar entre las unidades con tasas de eficiencia unitaria (Cooper et al., 2000). Cabe significar que los resultados de los distintos métodos no tienen por qué coincidir. Como lo que se pretende es discriminar las unidades genuinamente eficientes de las disidentes, vamos a mostrar los resultados del método de la *frecuencia* con la que las unidades eficientes aparecen en el grupo de referencia (*peer group*) de las ineficientes, por ser el más intuitivo. En este sentido, cuando la frecuencia es alta, podemos considerar que se trata de unidades con auténtica eficiencia. Si, por el contrario, una unidad catalogada como eficiente sólo aparece como referencia de sí misma, su eficiencia será sospechosa (puede alcanzar la eficiencia de forma anómala). En el Cuadro 4 se muestra la frecuencia de las unidades eficientes, estableciéndose una ordenación entre ellas. De la información de dicho cuadro se desprende que, de las 30 unidades eficientes, 20 unidades funcionales se pueden considerar como genuinamente eficientes ya que son referencia de, al menos, cinco unidades ineficientes. En concreto, destaca la unidad 73 que es referencia de 74 unidades ineficientes, lo que representa un 60,66% de las 122 unidades ineficientes.

**Cuadro 4.** Cualificación de las unidades eficientes de la UMA. Modelo BCC–O.

CUALIFICACIÓN DE LAS UNIDADES EFICIENTES					
FRECUENCIA	% s / INEF.	UNIDADES EFICIENTES	FRECUENCIA	% s / INEF.	UNIDADES EFICIENTES
74	60,66%	Unidad 73	16	13,11%	Unidad 57
63	51,64%	Unidad 137	9	7,38%	Unidad 33
50	40,98%	Unidad 47	7	5,74%	Unidad 132
35	28,69%	Unidad 44	6	4,92%	Unidades 94 y 120
33	27,05%	Unidad 99	5	4,10%	Unidades 95, 106 y 133
31	25,41%	Unidades 19 y 46	4	3,28%	Unidades 65 y 112
30	24,59%	Unidad 135	3	2,46%	Unidad 118
22	18,03%	Unidad 52	2	1,64%	Unidades 124, 138 y 143
20	16,39%	Unidad 111	1	0,82%	Unidades 117 y 141
19	15,57%	Unidad 102	0	0,00%	Unidades 89 y 146
17	13,93%	Unidad 77			

**Fuente.** Elaboración propia.

Por otro lado, cabe resaltar que 4 unidades tienen prácticas atípicas ya que sólo son referencia de una o ninguna unidad ineficiente. En definitiva, nos hace “sospechar” sobre la eficiencia unitaria de estas unidades ya que pueden presentar algún tipo de especialización en su actividad. Concretamente en estas 4 unidades eficientes atípicas podemos establecer dos subgrupos. En primer lugar, 3 unidades de Humanidades con un número de profesores reducido atienden, relativamente, a un elevado número de *ACOMP*. Además, dos de ellas son las únicas que presentan rendimientos crecientes a escala, lo cual confirma también su carácter outlier dentro de la muestra de las 152 unidades funcionales. En segundo lugar, otra unidad de la rama de Enseñanzas Técnicas posee una marcada actividad docente ya que tiene una *PA* superior a la media de las unidades eficientes. De hecho, es la que posee un mayor número de alumnos matriculados dentro de la UMA.

Por otra parte, la aplicación de la metodología DEA también proporciona información acerca de la importancia relativa de cada una de las variables en el índice de eficiencia, lo que permite identificar los puntos fuertes y débiles de cada entidad evaluada. Considerando el modelo (1), un peso relativamente alto ( $v$ ) en un output, por ejemplo, indica que la unidad evaluada destaca especialmente en ese output. Para las

unidades ineficientes, pesos elevados de un determinado input y/o output son indicativos de que, gracias a ello, su nivel de ineficiencia no es mayor. No obstante, debido a las diferencias de medida que pueden existir entre los diversos factores empleados, el estudio del peso en sí puede estar sesgado y, por ello, para analizar la importancia de cada factor es más apropiado observar el efecto del peso y la medida del factor, es decir, utilizar los *inputs u outputs virtuales*, que son el resultado de multiplicar el peso resultante por el correspondiente valor de cada variable  $(u_l^* x_{lj}, v_r^* y_{rj})$ . Así, cuanto más alto sea el output o input virtual alcanzado tanto más favorable es el factor en cuestión en el índice de eficiencia resultante, representando el trade-off de tal factor. En consecuencia, a partir de los *outputs virtuales* obtenidos aplicando el modelo BCC orientación output, vamos a realizar un análisis cluster que nos permite agrupar las unidades en grupos similares y poder apreciar qué aspecto es el que incide en su caracterización como eficiente o ineficiente.

#### 4. ANÁLISIS CLUSTER

Los pesos obtenidos al resolver el problema (1) para cada DMU nos proporcionan información, como ya hemos comentado, acerca de los factores más favorables de dicha DMU. En dicho problema, la primera restricción nos indica que, en el cálculo de la eficiencia, el output virtual total de la unidad  $j$ ,  $(v_1 y_{1j} + v_2 y_{2j} + v_3 y_{3j})$ , es fijado igual a 1. Así, si la solución óptima es única, entonces  $v_1^* y_{1j}, v_2^* y_{2j}, v_3^* y_{3j}$  nos indican la contribución marginal de cada output (*ACOMP*, *PA* y *PROCI*) en la citada unidad.

Ahora bien, las unidades eficientes pueden tener más de una solución relativa a los pesos (Cooper et al., 2000). Por ello, hemos incorporado una segunda fase, tras la resolución del modelo (1), y sólo para las unidades eficientes, al objeto de encontrar, entre los pesos solución, aquellos que sean más equilibrados. Así, si aplicamos el modelo (1) a la unidad  $j$  y éste resulta que es eficiente, es decir, el valor del objetivo en (1)  $(u_1 x_{1j} + u_2 x_{2j})$ , vale 1, entonces procedemos a resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } d \\
 & \text{s.a. } u_1x_{1j} + u_2x_{2j} - u_0 = 1 \\
 & \quad v_1y_{1j} + v_2y_{2j} + v_3y_{3j} = 1 \\
 & \quad u_1x_{1k} + u_2x_{2k} - v_1y_{1k} - v_2y_{2k} - v_3y_{3k} - u_0 \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, 152 \quad (3) \\
 & \quad u_1, u_2, v_1, v_2, u_3 \geq d \\
 & \quad u_1, u_2, v_1, v_2, v_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

en el cual se trata de determinar la máxima cota inferior de todos los pesos, de manera que todos resulten, si es posible, distintos de cero.

Tras aplicar el modelo (1) a las 152 unidades funcionales de nuestra universidad y, para las eficientes, el modelo (3), hemos obtenido los *inputs* y *outputs virtuales* para cada una de ellas. Hemos de señalar que, para todas las unidades eficientes, hemos encontrado una combinación de pesos con todos los valores estrictamente mayores que cero, con lo cual no hay ninguna que pueda ser considerada débilmente eficiente.

De manera general, podemos afirmar que de los tres *outputs*, los dos primeros son los que tienen una mayor contribución marginal, alcanzando un promedio de 0,448 (o un 44,8%) y de 0,408 (o un 40,8%), respectivamente, frente al 0,1443 (un 14,43%) que, en promedio, tiene el output relativo a la investigación, lo cual significa que nuestra universidad se revela con un carácter claramente docente. De hecho, el output virtual de investigación es inferior a 0,05 para el 56,67% de las unidades, mientras que ese valor, para los otros dos outputs, sólo lo alcanzan el 16,45% y el 17,10% de las unidades funcionales, respectivamente <sup>15</sup>.

Para el análisis cluster, hemos utilizado un procedimiento no jerárquico, fijando tres y cuatro grupos, con resultados bastantes similares. Como medida de disimilitud utilizamos la distancia euclídea (métrica) y para formar los cluster hemos elegido, dentro de las múltiples variantes que existen, aquella que se apoya en minimizar el diámetro de la partición, entendiendo por tal el máximo de los diámetros (máxima disimilitud entre dos observaciones del mismo grupo) de los diferentes clusters. Una de las ventajas de este procedimiento es que no tiende a producir clusters de tamaños particulares (Brusco y Cradit, 2005). Este aspecto es esencial en nuestro contexto a causa de la posibilidad de que haya algunos grupos más pequeños que otros.

<sup>15</sup> El input virtual *CDFUN* es inferior a 0,05 para el 14,45% de las unidades funcionales, mientras que sólo el 2,63% de las unidades funcionales tiene un input virtual *CDnoFUN* inferior al 0,05.

En el caso de tres grupos, hay un cluster formado por las unidades en los que el output *PA* tiene una importancia superior a los otros dos, variando su contribución marginal desde el 34,37% al 100%, otro grupo viene determinado por aquellas unidades que destacan por el output *ACOMP*, cuya contribución marginal varía desde un 49,74% al 100%, y un tercer grupo formado por las unidades que destacan por un marcado carácter investigador, variando este output virtual desde un 33,55% al 100%. En el primer grupo, aparecen 11 unidades de las 30 que eran eficientes y destacan la participación de las ramas de Ciencias de la Salud y Humanidades. En el segundo grupo, sobresale la participación de la rama de Ciencias Sociales y Jurídicas, y en él también hay 11 eficientes, mientras que llama la atención que no hay ninguna unidad de la rama de Ciencias de la Salud, lo cual es un indicativo de que estas unidades funcionales tienen pocos *ACOMP* y además divididos en grupos pequeños, lo cual conlleva que presenten una elevada *PA*, como muestra el hecho de que estén, mayoritariamente, en el primer grupo. Por último, en el tercer grupo aparecen tan sólo 8 unidades eficientes y destaca la participación de unidades procedentes de la rama de Ciencias Experimentales, confirmando que se trata de unidades funcionales con carácter claramente investigador.

En el caso de cuatro grupos, hay tres clusters diferenciados cuyas características son, básicamente, las de los tres grupos obtenidos en el caso anterior. Uno con 45 unidades, mayoritariamente formado por unidades de la rama de Humanidades y Ciencias de la Salud (40% y 33,33%, respectivamente) en los que el output virtual *PA* tiene una contribución marginal que va desde el 51,21% al 100%. La media de este output virtual en este grupo es de 0,7948, mientras que el output virtual *ACOMP* tiene una media de 0,1072 y el relativo a *PROCI* alcanza una media de 0,0980. Un segundo grupo, de 54 unidades, está constituido, principalmente, por unidades de la rama de Ciencias Sociales y Jurídicas (72,2%) y en él destaca la mayor contribución del output *ACOMP*, mayor del 64,75%. En este grupo, la media de este output virtual es de 0,8590, mientras que la media de los otros dos *outputs* es de 0,1242 para el de *PA* y 0,0167 para el de *PROCI*.

Destacar que en este grupo, como ocurría en el caso de tres clusters, no hay ninguna unidad funcional de la rama Sanitaria y es el grupo en el que el output virtual *PROCI* tiene un menor peso, de hecho, el valor más alto es del 14,07%. El tercer cluster está integrado por 15 unidades, de las que un 53% pertenecen a la rama Experimental, que

destacan porque el output virtual *PROCI* tiene una contribución marginal que varía desde el 50,89% al 100%. En este cluster, la media de este output es del 0,7231, mientras que la media de los dos primeros *outputs virtuales* asciende a 0,1222 y 0,1547, respectivamente. Se trata de un grupo formado por unidades de carácter claramente investigador. Por último, hay un cuarto cluster, formado por 38 unidades, que sería un grupo intermedio entre los otros tres. En él, la media del output *PA* es de 0,4520 que no llega a ser tan alto como en el cluster 1, pero es más elevada que la media de esta variable en los otros dos clusters. Por otra parte, la media del output virtual *ACOMP* es de 0,3961, que es más pequeña que la media de este output en el cluster 2, pero más elevada que la media de este output en los restantes clusters. Por último, el output virtual *PROCI* tiene una media, en este cuarto cluster, de 0,1519, menor que la media obtenida en el cluster 3, pero más elevada que la media obtenida por este output en los otros clusters. En consecuencia, podemos decir que este último grupo englobaría aquellas unidades que no destacan en especial por ningún output sino que tendrían unos *outputs virtuales* más equilibrados entre sí.

Cabe destacar, como se puede observar en el cuadro 5, que las 30 unidades eficientes están muy repartidas entre los cuatro grupos. En el primer y segundo cluster hay 8 unidades eficientes, mientras que en los dos últimos hay 7 unidades.

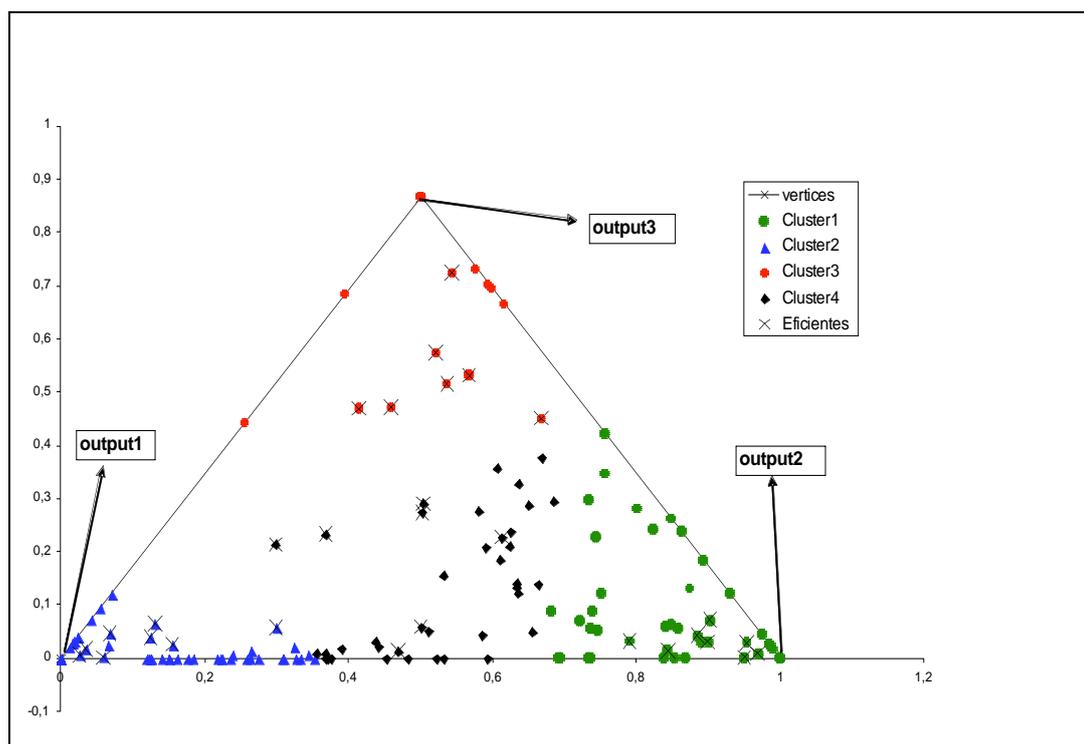
**Cuadro 5.** Resumen de los resultados más representativos del análisis cluster para las unidades funcionales de la UMA.

ASPECTOS ESTUDIADOS	CLUSTER TRES GRUPOS			CLUSTER CUATRO GRUPOS			
	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4
Nº DE UNIDADES	65	67	20	45	54	15	38
Nº DE EFICIENTES	11	11	8	8	8	7	7
MEDIA DEL OUTPUT VIRTUAL ACOMP	0,1778	0,8045	0,1319	0,1072	0,8590	0,1222	0,3961
MEDIA DEL OUTPUT VIRTUAL PA	0,7067	0,1726	0,2233	0,7948	0,1242	0,1547	0,4520
MEDIA DEL OUTPUT VIRTUAL PROCI	0,1154	0,0299	0,6448	0,0980	0,0167	0,7231	0,1519

Fuente. Elaboración propia.

En el siguiente gráfico se pueden visualizar los cuatro grupos. Las unidades funcionales que destacan en dos de los tres *outputs virtuales* son las que están sobre el perímetro del triángulo, mientras que las que tienen buenos niveles en los tres *outputs virtuales* son las que están en la zona central del triángulo. Los vértices que aparecen marcados como *output1*, *output2* y *output3* se corresponden con unidades que destacan en cada uno de esos *outputs*, respectivamente.

**Gráfico 1.** Análisis cluster para las unidades funcionales de la UMA.



**Fuente.** Elaboración propia.

De la observación del gráfico se desprende que la zona central del triángulo está poco poblada, lo cual significa que hay pocas unidades que sean buenas en los tres *outputs virtuales*. En general, se observa que la mayoría de las unidades funcionales son buenas en uno o en dos de los tres *outputs virtuales*, pero hay pocas que sean buenas en los tres.

Esta agrupación nos permite detectar los puntos fuertes de las unidades eficientes e ineficientes así como las debilidades de estas últimas, esto es, aquellos aspectos en los que claramente estas últimas tienen que mejorar. Cabe resaltar que las unidades de la rama sanitaria no tienen muchos *ACOMP*, mientras que las unidades funcionales que sí

están con muchos *ACOMP* o tienen una elevada *PA* o son las que tienen menor *PROCI*. En cuanto a las 30 unidades eficientes, podemos observar en el gráfico que hay 16 que lo son por su carácter claramente docente (*ACOMP* y *PA*), hay 7 que destacan por su labor investigadora y 7 que compatibilizan la labor docente e investigadora.

Este análisis también nos pone de manifiesto la disparidad que existe entre las diversas ramas de conocimiento. Por ello, ahora nos proponemos aplicar la metodología DEA pero por *ramas de conocimiento*. De este modo, pretendemos realizar un estudio todavía más cercano a la realidad de cada unidad ya que las evaluadas y objeto de comparación serán más similares, tanto en docencia como en investigación. Se desarrollará para las cinco submuestras (las cinco ramas de conocimiento por separado) un análisis DEA específico, análogo al que hemos realizado para el conjunto de la Universidad.

## **5. ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA DE UNA UNIVERSIDAD POR RAMAS DE CONOCIMIENTO**

La justificación de este análisis puede venir motivada por lo comentado anteriormente, pero debe ser fundamentada intentando mostrar que las cinco ramas no provienen de la misma muestra. Por este motivo, hemos realizado un test de Kruskal-Wallis que nos confirma el hecho de que son diferentes:

**Cuadro 6.** Test de Kruskal-Wallis.

RANGOS			
	Rama	N	Rango promedio
EFICIENCIAS	1	22	77,45
	2	21	65,57
	3	50	62,63
	4	20	72,75
	5	39	101,55
TOTAL	152		
ESTADÍSTICOS DE CONTRASTE <sup>a,b</sup>			
	EFICIENCIAS		
CHI-CUADRADO	19,189		
GL	4		
SIG. ASINTÓT.	0,001		

a. Prueba de Kruskal-Wallis

b. Variable de agrupación: Rama

Dado que la metodología es la misma y la cantidad de información que suministra el DEA es muy abundante, mostramos en el Cuadro 7 un resumen de los resultados más relevantes de la ETP a partir de los DEA específicos para cada una de las cinco ramas. Hay que resaltar el aumento del número de unidades eficientes en el estudio por ramas, como cabía esperar, al contextualizar por ramas el análisis de la eficiencia. Así, el número de unidades relativamente eficientes pasa de 30 a 73 (un aumento del 143,33%), siendo las ramas de Enseñanzas Técnicas y Humanidades las que más han aumentado el número de unidades eficientes.

A continuación, realizamos un breve análisis de los resultados más significativos de las cinco ramas.

#### ❖ Ciencias experimentales

Esta rama, que posee 22 unidades funcionales, destaca porque, en valor absoluto, posee el mayor porcentaje de profesores funcionarios (casi el 80%). Asimismo, es la

rama que atiende, después de Humanidades, en promedio, el menor número de *ACOMP*. Sin embargo, más del 75% de estas unidades reciben una asignación por investigación superior a la media de la universidad.

**Cuadro 7.** Resultados más significativos de los índices ETP. Modelo BCC–O efectuados en las cinco ramas de conocimiento y general.

RAMA	ETP POR RAMAS				ETP GENERAL	
	EFIC.	% S/RAMA	I. EFIC.	INEF. MEDIA	EFIC.	% S/RAMA
C. E.	10	45,45%	1 – 1,7045	1,3267	4	18,18%
C. S.	10	47,62%	1 – 3,7249	1,7583	8	38,10%
C. S. J.	21	42,00%	1 – 2,3282	1,3124	9	18,00%
E. T.	12	60,00%	1 – 1,4297	1,1590	4	20,00%
H.	20	51,28%	1 – 2,0895	1,3234	5	12,82%
<b>TOTAL</b>	<b>73</b>	<b>% S / TOTAL DE UNIDADES</b>		<b>48,03%</b>	<b>30</b>	<b>19,74%</b>

**Fuente.** Elaboración propia.

De acuerdo con los índices ETP indicados en el Cuadro 7, se puede observar que 10 unidades son eficientes (lo que representa un 45,45%). Prácticamente las 10 unidades son genuinamente eficientes. De estas, 6 no eran eficientes en el conjunto de la Universidad, puede decirse que su ineficiencia era consecuencia de la disparidad entre esta rama y las restantes.

La ineficiencia media se sitúa en 1,3267 y, por otra parte, sólo hay tres unidades que superan el índice de ineficiencia de 1,5000, siendo el peor valor el de la unidad 82, que asciende a 1,70, puesto que se trata de una unidad con un bajo número de *ACOMP* y baja *PA* en comparación con su capacidad docente.

#### ❖ Ciencias de la Salud

Esta rama se caracteriza porque, en promedio, posee el menor valor de *CDFun* (no llega al 55% de su plantilla). Además, después de la rama de Enseñanzas Técnicas (18), tiene el mayor número de profesores adscritos por unidad (16).

Por un lado, si comparamos las estimaciones obtenidas por las unidades de las Ciencias Experimentales con las de esta rama, se observa que éstas presentan peores

resultados. Así, en esta rama, la ineficiencia media se sitúa en 1,7583 (es decir, por término medio, las 11 unidades ineficientes de esta rama tendrían que aumentar su producción un 75,83% para ser eficientes).

En cuanto a las unidades eficientes, al analizar su grado de eficiencia unitaria, cabe señalar que el unidad 73 es referencia de 10 unidades ineficientes (de las 11 ineficientes). Dicha unidad también resultaba ser eficiente en el estudio de la universidad en su conjunto. Destaca especialmente por su *PROCI*. Por otra parte, tan sólo hay dos unidades eficientes en esta rama que no lo eran en el modelo global del conjunto de la Universidad, con lo cual a las unidades de esta rama, en general, no le afecta mucho la disparidad que existe entre las ramas de conocimiento.

#### ❖ **Ciencias Sociales y Jurídicas**

Esta rama, que posee 50 unidades funcionales, destaca porque, es la que atiende, después de Enseñanzas Técnicas, en promedio, el mayor número de *ACOMP*. En cambio, es la que recibe, con diferencia, un menor ingreso por investigación de las cinco ramas (1.655 € de promedio), a excepción de Humanidades (1.180 € de promedio).

De acuerdo con los índices ETP indicados en el Cuadro 7, se puede observar que 21 unidades son eficientes (lo que representa un 42,00%). En cuanto a la ineficiencia media se sitúa en 1,3124, esto es, una ineficiencia media relativamente baja.

Por otro lado, cabe significar, en primer lugar, que 17 de las 21 unidades son genuinamente eficientes, 9 ya eran eficientes en el estudio de eficiencia realizado para el conjunto de la UMA, mientras que hay 12 unidades a las que sí les afecta la disparidad entre las unidades funcionales, puesto que no eran eficientes en el conjunto de la Universidad y ahora sí lo son cuando la comparación se realiza con otras unidades de su misma rama.

#### ❖ **Enseñanzas Técnicas**

La rama de Enseñanzas Técnicas está constituida por 20 unidades en la UMA, las cuales poseen, en promedio, el mayor número de alumnos computables (439) así como de profesores. Asimismo, esta rama es la que posee mayor dispersión en el número de *ACOMP*. De hecho, contiene a las dos unidades funcionales con mayor número de *ACOMP* de la UMA, con 10.012 y 9.816,55 alumnos.

De acuerdo con la información que proporciona el Cuadro 7 sobre la ETP, el número de unidades eficientes es 12. La ineficiencia media de esta rama es 1,1590, esto es, por término medio, las 8 unidades ineficientes deben aumentar proporcionalmente su producción en un 15,90% para ser eficientes. De las 12 eficientes, hay 8 que no lo eran en el modelo global de la UMA y, por tanto, se trata de unidades funcionales cuyas ineficiencias vienen motivadas, en parte, por la disparidad existente en el modelo global, entre las ramas de conocimiento.

Por lo que respecta a la cualificación de las unidades eficientes, cabe destacar que 3 se pueden calificar como genuinamente eficientes.

#### ❖ **Humanidades**

Esta rama es, después de la de Ciencias Sociales y Jurídicas, la que tiene mayor número de unidades en la UMA, contando con 39. En promedio, es la rama que posee el menor número de funcionarios (5 docentes) y sus grupos de docencia son los menos numerosos. Además, es la que recibe, en promedio, una menor cantidad de dinero por investigación de las cinco ramas (1.180 €).

Como se puede observar en el Cuadro 7, la rama de Humanidades posee 20 unidades eficientes, con un elevado número de unidades funcionales que se pueden catalogar como modélicas. Por otra parte, de esas 20, tan sólo 5 unidades eran eficientes en el conjunto de la UMA. Las restantes 15 unidades podemos señalar que, en el modelo global, parte de su ineficiencia es consecuencia de las disparidades entre las ramas de conocimiento.

De este análisis contextualizado podemos apreciar que los índices de algunas unidades funcionales cambian bastante. En consecuencia, consideramos que a la hora de fijar objetivos, hay que tener en cuenta las particularidades en cada rama de conocimiento y, por tanto, se han de tener presente los resultados obtenidos por rama, tratando inicialmente de mejorar aquellas unidades ineficientes dentro de cada rama para, posteriormente, tratar de mejorar las disparidades entre ellas a nivel global, para que las diferencias entre ellas, por otra parte lógicas, sean leves.

## 6. CONCLUSIONES

Nuestro trabajo aplica la metodología DEA para evaluar la eficiencia técnica de la Universidad de Málaga, tomando como unidad de análisis, siguiendo criterios de afinidad docente e investigadora, la unidad funcional más pequeña con capacidad de decisión. A partir de los datos disponibles, hemos considerado dos *outputs* relativos a docencia (*Alumnos Computables (ACOMP)* y *Participación Académica (PA)*) y uno de investigación (*Productividad Científica (PROCI)*). En cuanto a los recursos, tras examinar distintas opciones, nos hemos inclinado por la *Capacidad Docente del profesorado Funcionario (CDFUN)* y la *Capacidad Docente del profesorado No Funcionario (CDnoFUN)*. Además, hemos optado por una orientación output, es decir, hemos analizado si las unidades funcionales, con los recursos humanos disponibles, están ofreciendo el mayor servicio posible o no, tanto en el aspecto docente como investigador.

Los resultados obtenidos nos permiten discriminar las unidades en eficientes e ineficientes. Cabe destacar la comparación de resultados entre el análisis de la Eficiencia Técnica Pura (ETP, modelo BCC) y el de la Eficiencia Técnica Global (ETG, modelo CCR) donde se observa, como característica más relevante, el aumento generalizado del nivel de eficiencia; concretamente, por término medio, un 10,36% de la ineficiencia procede de problemas de escala, es decir, son unidades que resultan ineficientes por compararlas con otras que tienen una escala de producción diferente.

A partir de los resultados obtenidos para la Universidad en su conjunto, hemos llevado a cabo un análisis cluster al objeto de comprobar si se podían formar grupos que, de alguna manera, nos proporcionara información acerca de los aspectos más relevantes en la eficiencia, para cada una de las unidades, y si ello tenía alguna relación, en cierta forma, con las ramas de conocimiento en las que se pueden agrupar dichas unidades funcionales. Los resultados ponen de manifiesto que en la formación de los cluster no incide, especialmente, la rama de conocimiento, aunque sí que se pueden extraer ciertas conclusiones, para algunas ramas. Así, las unidades de la rama sanitaria se puede observar que no destacan por el output *ACOMP*, suelen tener grupos pequeños y presentan una elevada *PA*. Por otra parte, la rama de experimentales sobresale por el output *PROCI* y, las unidades de la rama de sociales y jurídicas destacan por el elevado

valor de *ACOMP*, en general. Por otra parte, se observa que hay pocas unidades que destaquen en los tres *outputs*, normalmente suele ser en uno o dos de ellos. De las 30 unidades eficientes, mediante DEA, hay 16 que los son por su carácter claramente docente (destacan en los output 1 y 2), hay 7 que los son por su carácter investigador y las 7 restantes compatibilizan, en cierta medida, la labor docente e investigadora. En general, se puede también observar que aquellas unidades que están muy cargadas de *ACOMP* o con elevada *PA* presentan un bajo nivel de *PROCI*. En trabajos posteriores tenemos intención de incorporar, de alguna manera, estos resultados del análisis Cluster para enriquecer el modelo DEA.

A partir de la información obtenida, hemos procedido a aplicar la metodología DEA pero por ramas de conocimiento. Como era lógico esperar al contextualizar el estudio, el número de unidades relativamente eficientes aumenta considerablemente, pasando de 30 a 73 (aumento del 143,33%). Lo cual nos lleva a poder afirmar que hay muchas unidades cuya ineficiencia puede venir motivada por la disparidad existente entre las ramas de conocimiento en la muestra de partida.

En definitiva, la técnica DEA, al igual que otros métodos cuantitativos, no es más que una herramienta apropiada que aporta objetividad y racionalidad en el quehacer de los gestores universitarios en su labor diaria de analizar lo mejor posible la realidad para que las decisiones que se tomen estén cada vez más y mejor informadas.

**Agradecimientos:** Los autores desean expresar su gratitud a los dos evaluadores anónimos por sus valiosos comentarios, que han permitido completar y mejorar el presente trabajo. La realización del presente trabajo ha sido parcialmente financiada por la Junta de Andalucía y el Ministerio de Educación y Ciencia.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbott, M. y Doucouliagos, C.** (2003), «The efficiency of Australian universities: a data envelopment analysis». *Economics of Education Review*, 22, 89-97.
- Ahn, T.; Charnes, A. y Cooper, W.W.** (1988), «Efficiency characterizations in different DEA models». *Socio-economic Planning Sciences*, 22, nº. 6, 253-257.
- Arcelus, F.J. y Coleman, D.F.** (1997), «An efficiency review of University departments». *International Journal of Systems Science*, 28, nº. 7, 721-729.
- Avkiran, N.K.** (2001), «Investigating technical and scale efficiencies of Australian Universities through data envelopment analysis». *Socio-economic Planning Sciences*, 35, 57-80.
- Banker, R.D.; Charnes, A. y Cooper, W.W.** (1984), «Some models for estimating technical and scale inefficiencies in DEA». *Management Science*, 30, nº. 9, 1078-1092.
- Beasley, J.E.** (1990), «Comparing University Departments». *Omega, The International Journal of Management Science*, 18, nº. 2, 171-183.
- , (1995), «Determining Teaching and Research Efficiencies». *Journal of the Operational Research Society*, 46, 441-452.
- Breu, T.M. y Raab, R.L.** (1994), «Efficiency and perceived quality of the Nation's "Top 25" national universities and national liberal arts colleges: an application of data envelopment analysis to higher education». *Socio-economic Planning Sciences*, 28, nº.1, 33-45.
- Brusco, M.J. y Cradit, J.D.** (2005), «ConPar: a method for identifying groups of concordant subject proximity matrices for subsequent multidimensional scaling analyses». *Journal of Mathematical Psychology*, 49, 142-154.
- Caballero, R.; Galache, T.; Gómez, T.; Molina, J. y Torrigo, A.** (2001), «Efficient assignment of financial resources within a university system. Study of the university of Malaga». *European Journal of Operational Research*, 133, 298-309.
- , (2004), «Budgetary allocations and efficiency in the human resources policy of a university following multiple criteria». *Economics of Education Review*, 23, 67-74.

- Castrodeza, C. y Peña, T.** (2002), «Evaluación de la actividad investigadora universitaria: una aplicación a la universidad de Valladolid». *Estudios de Economía Aplicada*, 20-1, 29-44.
- Charnes, A.; Cooper, W.W. y Rhodes, E.** (1978), «Measuring the efficiency of decision making units». *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa (Junta de Andalucía).** (2006), «Nuevo modelo de financiación de las universidades andaluzas 2007-2011».
- Contreras F.; Repeto, J. R.; García, P.; Álvarez-Manzaneda, E.; Márquez, S.; Hernández Armenteros, J.; Martín, G.; Ferraro, J.I. y Ramírez de Arellano, A.** (1995), «La financiación de las universidades andaluzas». *Auditoria Pública*, 3, 16-24.
- Cooper, W.W.; Seiford, L. y Tone, K.** (2000), “Data Envelopment Analysis: a Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software”. Ed. Kluwer Academic. Boston.
- Fandel, G.** (2007), «On the performance of universities in North Rhine-Westphalia, Germany: Government’s redistribution of funds judged using DEA efficiency measures». *European Journal of Operational Research*, 176, 521-533.
- García, T. y Gómez, N.** (1999), «Factores determinantes de la eficiencia de los grupos de investigación en la Universidad». *Hacienda Pública Española*, 148, 131-145.
- Giménez, V. y Martínez, J.L.** (2006), «Cost efficiency in the university: a departmental evaluation model». *Economics of Education Review*, 25, 543-553.
- Gómez, J.M. y Mancebón, M.J.** (2005a), «Algunas reflexiones metodológicas sobre la evaluación de la eficiencia productiva de las instituciones de educación superior». *Ekonomiaz*, 60, nº. I, 140-167.
- , (2005b), «La medición de la eficiencia productiva en las universidades públicas españolas». *Actas de las XIV Jornadas de la Asociación de Economía de la Educación (AEDE)*, 27-43.
- Hanke, M. y Leopoldseeder, T.** (1998), «Comparating the efficiency of Austrian Universities: a Data Envelopment Analysis Application». *Tertiary Education and Management*, 4, nº. 3, 191-197.

- Hopkins, D.S.P.** (1990), «The higher education production function: theoretical foundations and empirical findings», en Hoenack, Stephen A. y Collins, E.L.: *“The Economics of American universities: management, operations and fiscal environment”*, Albany, State University of New York Press, 11-32.
- Johnes, J. y Johnes, G.** (1993), «Measuring the research performance of UK economics departments: an application of data envelopment analysis». *Oxford Economic Papers*, 45, 332-347.
- Kao, Ch. y Hung, H-T.** (2006), «Efficiency analysis of university departments: an empirical study». *Omega, The International Journal of Management Science*, In press, Corrected Proof, Available online 30 march 2006 ([www.elsevier.com/locate/omega](http://www.elsevier.com/locate/omega)).
- Lovell, C.A. y Muñiz, M.A.** (2003), «Eficiencia y productividad en el sector público». *Papeles de Economía Española*, 95, 47-65.
- Martínez, M.** (2000), «Análisis de la eficiencia productiva de las instituciones de educación superior». *Papeles de Economía Española*, 86, 179-191.
- Murias, M.P.** (2004), “Metodología de aplicación del Análisis Envolvente de Datos: Evaluación de la eficiencia técnica en la Universidad de Santiago de Compostela”. Dirección Xeral de Universidades.
- Nunamaker, T.R.** (1985), «Using Data Envelopment Analysis to Measure the Efficiency of non-profit Organizations: A critical evaluation». *Managerial and Decision Economics*, 6, nº. 1, 50-58.
- Pedraja, F.; Salinas, J. y Suárez, J.** (2001), «La medición de la eficiencia en el sector público», en Álvarez, A. (Coordinador), *“La medición de la eficiencia y la productividad”*, 243-265.
- Pina, V. y Torres, L.** (1995), «Evaluación del rendimiento de los departamentos de Contabilidad de las universidades españolas». *Hacienda Pública Española*, 135, 183-190.
- Sarrico, C.S.; Hogan, S.M.; Dyson, R.G. y Athanassopoulos, A.** (1997), «Data envelopment analysis and university selection». *Journal of Operational Research Society*, 48, 1163-1177.

- Sinuany-Stern, Z.; Mehrez, A. y Barboy, A.** (1994), «Academic Departments Efficiency via D.E.A.». *Computers y Operations Research*, 21, nº. 5, 543-556.
- Tomkins, C. y Green, R.** (1988), «An experiment in the use of data envelopment for evaluating the efficiency of UK university departments of accounting». *Financial Accountability and Management*, 44, 147-164.
- Torrigo, A.** (2000), «Técnicas cuantitativas para un análisis microeconómico de la eficiencia y la financiación dentro de un sistema público de educación superior. Una aplicación para la toma de decisiones en la universidad de Málaga». *Tesis Doctoral*. Universidad de Málaga.
- Trillo, D.** (2002), «La función de distancia: un análisis de la eficiencia en la universidad». *Tesis Doctoral*. Universidad Rey Juan Carlos, Madrid.
- Universidad de Málaga** (2007a), «Documento de Planificación Académica de la Universidad de Málaga». Universidad de Málaga.
- , (2007b), «Presupuestos 2007». Gerencia. Universidad de Málaga.
- Villarreal, E.** (1999), «La utilización de indicadores de rendimiento en la financiación de la educación superior», en *CONSEJO DE UNIVERSIDADES (1999)* (Coordinador Javier Vidal García) “*Indicadores en la Universidad: información y decisiones. Plan Nacional de la Calidad de las Universidades*”, 65-80.