CONSIDERACIONES ACERCA DE LOS PROCESOS DE DECISIÓN HÍBRIDOS[1]

Luisa L. Lazzari – Emilio A. M. Machado

La presente comunicación analiza un proceso híbrido general para la toma de decisiones, como es el caso del lanzamiento de un nuevo producto en el mercado. En el mismo se considera, por una parte, la etapa que incluye los factores propios del proceso con resultado económico incierto, expresado mediante un número borroso y se agrega, por otra parte, la incidencia sobre este resultado del ingreso y/o egreso de la competencia, o bien de factores no incluidos en la componente *fuzzy*, considerando esta influencia como un proceso probabilístico de nacimiento y muerte, que modifica, mediante un desplazamiento aleatorio, los valores económicos establecidos. El análisis se realiza mediante la simulación de los posibles resultados de la componente probabilística. Transcurrido un tiempo T del proceso híbrido se obtiene, también mediante el empleo de simulación, el resultado *crisp* para la toma de decisión.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo queremos esbozar el análisis de un proceso clásico en la toma de decisiones en un contexto competitivo, como es el caso particular del lanzamiento de un nuevo producto, sin quitar generalidad al mismo.

Los análisis propios del proceso nos llevan a considerar que al cabo de un tiempo T (horizonte) los resultados del mismo podrán

[1]Este trabajo fue presentado en el VI Congreso de SIGEF, Morelia, Michoacán, México, noviembre de 1999. Trabajo desarrollado en el marco del Proyecto UBACyT TE22.

expresarse como un número borroso, que corresponde al resultado económico.

En el período (0,T) podrán ingresar en el contexto factores ajenos al proceso de decisión anterior, como por ejemplo ingreso de la competencia que podrá intensificarse o disminuir a medida que transcurre el tiempo. Pueden también aparecer otros factores o circunstancias no consideradas, por ejemplo campañas publicitarias o desaparecer del contexto algún competidor o surgir un producto sustituto o similar al considerado más económico. Supondremos que estos factores son aleatorios y su influencia en la estructura básica conducirá a una situación híbrida.

El desconocimiento nos sugiere la conveniencia de tratar la componente aleatoria como un proceso "poissoniano" simple de tasa λ (ingreso puro) o un multiproceso "poissoniano" de tasas λ_i, según sea la componente aleatoria o bien como proceso de nacimiento y muerte de tasas fijas λ y μ o de tasas variables λ_n y μ_n. Antes de pasar al desarrollo de esta propuesta recordaremos lo fundamental de las estructuras aleatorias propuestas.

2. PROCESO DE POISSON

Supondremos que los flujos de acontecimientos ajenos al proceso serán del tipo poissonianos, puesto que el número de acontecimientos que se producen en el transcurso de cualquier intervalo de tiempo representa para tal flujo una magnitud aleatoria repartida según la ley de Poisson. La distribución de Poisson es una distribución discreta. Debemos hacer notar que es propio de los procesos poissonianos suponer que el ingreso y/o egreso es de valoración homogénea, lo que significa en nuestro problema que un gran competidor o uno pequeño tienen el mismo peso. Recordaremos, brevemente, cuáles son las características fundamentales de los procesos de Poisson.

Consideremos una serie de acontecimientos E, que se suceden en el tiempo. Tales acontecimientos forman una secuencia de sucesos llamada habitualmente flujo de acontecimientos, como por ejemplo llamadas de abonados en una central telefónica, pasos de los medios de transporte por un cruce, demanda de cierto producto en un determinado período de tiempo, acciones publicitarias de la competencia con respecto a un producto en un período determinado de tiempo.

Todo proceso de Poisson está caracterizado por las siguientes propiedades:

(i) es homogéneo en el tiempo;

(ii) los futuros cambios son independientes de los cambios pasados. Es decir que la probabilidad de cualquier evento particular es la misma para todo intervalo de tiempo de amplitud t, independientemente de dónde esté situado el intervalo y de la historia pasada del sistema.

(iii) Postulado: Cualquiera sea el número de cambios durante el período (0,t), la probabilidad que durante (t , t+h) ocurra un cambio es $\lambda h + o(h)$, y la probabilidad de que ocurra más de un cambio es $o(h)$.

Del postulado, se deduce:
si $n \geq 1$: $P_n^{'}(t) = -\lambda\, P_n(t) + \lambda\, P_{n-1}(t)$

Si n = 0: $P_0^{'}(t) = -\lambda\, P_0(t)$, luego $P_0(0) = 1$ y $P_0(t) = e^{-\lambda t}$ es la probabilidad de que no ocurran eventos dentro de un período de observación de duración t. $P_0(t)$ puede ser interpretada como la probabilidad de que el tiempo esperado antes de presentarse el primer evento exceda t.

En particular: $P_1(t) = \lambda t\, e^{-\lambda t}$ y $P_1(0) = 0$.

Finalmente, la probabilidad de exactamente n ocurrencias de un evento es: $P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$ tal que n = 1,2,.... Se puede demostrar que el parámetro $\lambda > 0$ representa la esperanza matemática de la magnitud aleatoria repartida según la ley de Poisson, por unidad de tiempo.

3. PROCESOS PUROS DE NACIMIENTO

En los procesos de Poisson la probabilidad de un cambio durante (t,t+h) es independiente del número de cambios durante (0,t). La generalización más simple consiste en abandonar esta suposición. Asumimos, en su lugar, que cuando n cambios ocurren durante (0,t), la probabilidad de un nuevo cambio durante (t,t+h) es igual a $\lambda_n h$ más un término de menor orden de magnitud que h; la simple constante λ característica del proceso es reemplazada por la secuencia λ_0, λ_1, λ_2, ..., o sea que abandonamos el hecho de que el número medio de sucesos ocurridos en la unidad de tiempo sea la constante λ y suponemos que cambia en cada período de tiempo, lo que significa para nuestro problema que debemos estimar la cantidad media de competidores que pueden “aparecer en el negocio” en los diferentes períodos de tiempo sin distinguir la magnitud del competidor que se incorpora en el mercado en el período considerado.

Introducimos un cambio de terminología: en lugar de decir que ocurren n cambios durante (0,t), diremos que el sistema está en el estado E_n. Un nuevo cambio es una transición de E_n a E_{n+1}. En un proceso de nacimiento puro sólo es posible la transición de E_n a E_{n+1}. Tales procesos están caracterizados por el siguiente postulado:
Si al tiempo t el sistema se encuentra en el estado E_n (n = 0, 1, 2, ...), la probabilidad que durante (t,t+h) ocurra una transición al estado E_{n+1} es igual a $\lambda_n h + o(h)$; la probabilidad de cualquier otro cambio es o(h).

Si $P_n(t)$ es la probabilidad que al tiempo t el sistema se encuentre en el estado E_n, la función $P_n(t)$ satisface el sistema de ecuaciones diferenciales siguiente:

$$P_n(t+h) = P_n(t)(1-\lambda_n h) + P_{n-1}(t)\,\lambda_{n-1} h + o(h)$$

de donde se obtiene

$$P'_n(t) = -\lambda_n\, P_n(t) + \lambda_{n-1}\, P_{n-1}(t) \qquad (n \geq 1)$$
$$P'_0(t) = -\lambda_0\, P_0(t)$$

Podemos calcular primero $P_0(t)$ y luego en forma recursiva, todos los $P_n(t)$.

4. PROCESOS DE NACIMIENTO Y MUERTE

El proceso de nacimiento puro provee una descripción satisfactoria para ciertos casos prácticos, pero no sirve para un modelo real como por ejemplo para describir cambios en el tamaño de una población cuyos miembros pueden morirse o abandonarla. En el caso de la competencia en un mercado puede suceder la aparición de competidores tanto como la desaparición de los mismos. Esto sugiere una generalización del modelo para permitir transiciones del estado E_n al estado siguiente E_{n+1} o bien al estado anterior E_{n-1}. Partimos de los siguientes postulados: El sistema cambia sólo a través de transiciones de estados a un vecino próximo, es decir de E_n a E_{n+1} o E_{n-1} si $n \geq 1$, pero de E_0 solo a E_1.

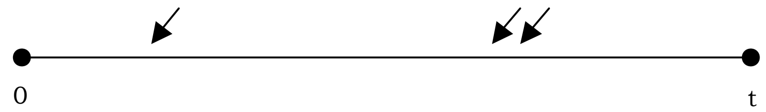
Si a cualquier tiempo t el sistema está en el estado E_n la probabilidad que durante el período de tiempo (t , t+h) ocurra la transición de E_n a E_{n+1} es $\lambda_n h + o(h)$; y la probabilidad de la transición de E_n a E_{n-1}, si $n \geq 1$, es igual a $\mu_n h + o(h)$. La probabilidad que durante (t,t+h) ocurra más de un cambio es o(h).

5. NUESTRA PROPUESTA

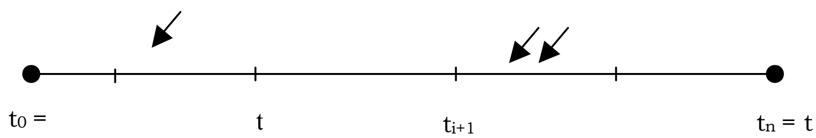
El problema aquí planteado puede encararse de una de las siguientes maneras:

a. Ingreso de la competencia, considerando tasa λ constante en (0,t). Este caso es un simple problema poissoniano $P_\lambda(n)$ que puede encararse según sean las exigencias compatibles con la componente borrosa, teniendo en cuenta E(n), $n_{máx}$ o simulando el proceso (Carrizo y otros, 1996). No analizamos el criterio de simulación, que es una ruleta con segmentación proporcional a las P_n.

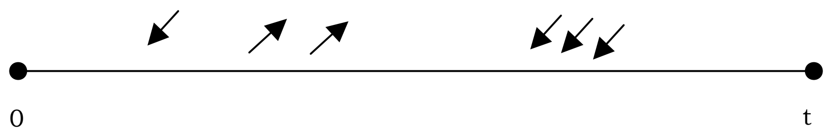
Recordemos que $E(n) = \lambda T$, el n de máxima probabilidad es $n_{máx} = [E(n)]$, donde $[E(n)]$ indica la parte entera de $E(n)$.



b. Ingreso de tasas variables λ_i para un procesamiento en intervalos (t_i , t_{i+1}) de $(0,t)$. Esta situación en la que la valoración para los distintos intervalos (t_i , t_{i+1}) varían como es el caso en que se considere el tiempo de reacción del mercado o el incremento de competencia por el desarrollo del contexto, exige la introducción de $\overline{\lambda}$ ponderado para reducir el problema al caso a) o bien parcializando al tomar posteriormente un valor medio igual que requerirá un análisis más exhaustivo del proceso. Se deberá tener en cuenta en todos los casos las pertenencias del ajuste probabilístico frente a la borrosidad del proceso básico de planificación.



c. Proceso de nacimiento y muerte de tasas λ y μ constantes. Los procesos de nacimiento y muerte pueden tratarse en forma similar al caso a), considerando el proceso de muerte como un proceso de nacimiento o de ingreso negativo en cuanto en la valoración del desplazamiento de la componente *fuzzy* ciertamente en valoración propia.



d. Idem anterior de tasas variables λ_i y μ_i. Las consideraciones válidas son semejantes al caso anterior.

Terminado el proceso aleatorio el desplazamiento de la componente borrosa estará dado por el n de máxima probabilidad o bien por el resultado de la simulación, que permitirá obtener la mejor estimación del proceso aleatorio.

Con esta información borrosa, es decir el número borroso obtenido como resultado de lo planificado al inicio del proceso desplazado con lo obtenido en el proceso aleatorio, el decisor tomará la decisión más adecuada *defuzzyficando* con el método que considere más apropiado al problema que se está considerando.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Bronson, R. (1996): *Investigación de operaciones*, McGraw-Hill, México.

[2] Carrizo, M., Machado, E. y Taboada, E. (1997): "Análisis dinámico de procesos borrosos" en Actas del IV Congreso de SIGEF, Tomo III, Santiago de Cuba.

[3] Dedebant, G. y Machado, E. (1963): *Probabilidades*, Imprenta y Casa Editorial Coni, Buenos Aires.

[4] Feller, W. (1957): *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

[5] Gil Lafuente, J. (1997): *Marketing para el nuevo milenio*, Ediciones Pirámide, Madrid.

[6] Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1987): *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*, Hispano Europea, Barcelona.

[7] Kaufmann, A. y Gupta, M. (1991): *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science* , Elsevier Science Publishing Company Inc., Amsterdam.

[8] Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1993): *Nuevas técnicas para la decisión estratégica*, Publicaciones de la Universitat de Barcelona, Barcelona.

[9] Pugachev, V. (1973): *Introducción a la teoría de las probabilidades*, Editorial Mir, Moscú.