VALOR PRECIO Y PLUSVALOR GANANCIA EN MARX: EL «PROBLEMA DE LA TRANSFORMACION» (y II

BENIGNO VALDES
Oviedo

(V)DIVERSAS SOLUCIONES AL «PROBLEMA DE LA TRANSFORMACION»

5.1. LA SOLUCION DE BORTKIEWICZ

Fue mérito del economista y estadístico alemán Ladislaus von Bortkiewicz captar la importancia del problema planteado por Marx y ofrecer, en su conocido artículo de 1907 «Zur Berichtigung grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx in III Band des *Kapitals*» (1974 para la trad. cast.), la primera solución a dicho problema, aunque restringida a un caso concreto.

Considérese una economía cerrada y dividida en tres sectores. El sector 1 produce medios de producción (capital constante); el sector 2, medios de consumo para los obreros («bienes-salario», capital variable), y el sector 3, medios de consumo para capitalistas («bienes de lujo»; la función de este sector es absorber plusvalía del sistema). La economía descrita puede representarse mediante el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} u_1&=c_1+v_1+s_1\\ u_2&=c_2+v_2+s_2\\ u_3&=c_3+v_3+s_3 \end{aligned} \qquad [1]$$

siendo u_i el output del sector $i(i=1,2,3)$ expresado en términos de valor; c_i, la cantidad de capital constante utilizada como input en el sector $i(i=1,2,3)$, expresada en términos de valor; v_i, la cantidad de capital variable utilizada como input en el sector $i(i= 1,2,3)$, expresada en términos de valor; s_i, la plusvalía generada en el sector $i(i=1,2,3)$, expresada en términos de valor.

Supongamos que la economía funciona en régimen estacionario o de «Reducción Simple» (1). Ya que este supuesto implica que en cada período el output del sector 1 debe ser exactamente suficiente para reponer el capital constante, el del sector 2 para reponer el capital variable, y el del sector 3 para absorber la plusvalía generada en el sistema, el modelo de valor [1] queda particularizado así:

$$\begin{aligned} c_1+v_1+s_1&=c_1+c_2+c_3\\ c_2+v_2+s_2&=v_1+v_2+v_3\\ c_3+v_3+s_3&=s_1+s_2+s_3 \end{aligned} \qquad [2]$$

Supongamos ahora que el precio del capital constante es a_1 veces su valor; el del capital variable, a_2 veces su valor; y el de los «bienes de lujo», a_3 veces el suyo. De acuerdo con esto, del sistema de valor [2] podemos derivar el siguiente sistema de precios de producción:

$$\begin{aligned} (a_1c_1+a_2v_1)(1+r)&=a_1(c_1+c_2+c_3)\\ (a_1c_2+a_2v_2)(1+r)&=a_2(v_1+v_2+v_3)\\ (a_1c_3+a_2v_3)(1+r)&=a_3(s_1+s_2+s_3) \end{aligned} \qquad [3]$$

(1) Que una economía funcione en régimen estacionario o de «Reproducción Simple» significa que el sistema conserva indefinidamente «las mismas dimensiones y las mismas proporciones entre sus diversas partes» (Sweezy, 1942 : 1945, pág. 87). El modelo de «Reproducción Simple» lo estudia Marx en «*El Capital*», Libro II, Sección Tercera. Capítulo XX.

siendo r la tasa de ganancia capitalista que —obsérvese— no tiene por qué coincidir con la obtenida por Marx según su particular algoritmo de transformación, ya que la modificación que introduce la no coincidencia del precio de producción con el valor debe afectar también a la tasa de ganancia.

Este sistema tiene tres ecuaciones y cuatro incógnitas (las a_i y r). Para que admita solución única es preciso encontrar una ecuación adicional que no incorpore nuevas incógnitas, o bien eliminar una de las cuatro incógnitas ya existentes. Ambas cosas son posibles eligiendo convenientemente una característica del sistema de valor e imponiéndole la condición de invariancia en la transformación a precios. Existen al respecto varias alternativas factibles. Citaremos aquí las dos más utilizadas en la literatura sobre el tema, que son además las opciones consideradas por Bortkiewicz. Podemos obtener una ecuación adicional haciendo que el valor total sea igual al precio total, es decir, $\sum u_i = \sum a_i u_i (i = 1,2,3)$; o podemos eliminar una incógnita haciendo $a_3 = 1$, que equivale aquí a igualar la plusvalía total con la ganancia total, como veremos.

El significado económico de estas alternativas es sencillo (vid. Sweezy, 1942; 1945, págs. 130 y 131). En el primer caso se está suponiendo que tanto en el sistema de valor como en el de precio la unidad de cómputo es «una hora de trabajo». En el segundo, la unidad de cómputo es «x onzas de la mercancía-oro», que es una mercancía del sector 3, y suponemos que todas las mercancías de este sector, incluída la mercancía-oro, son de tal naturaleza que una unidad física de cualquiera de ellas se cambia por «x onzas de oro» (esto supone que la unidad física de la mercancía-oro es «x onzas»; tomando como unidad de valor el tiempo de trabajo socialmente necesario para producirla, tenemos un eslabón directo entre el cómputo en valor y el cómputo en precio).

Cualquiera de las dos alternativas citadas es igualmente útil para resolver el sistema [3], pero la segunda tiene algunas ventajas. De una parte, se inserta en la línea de la Teoría Monetaria Marxista, y de otra, permite una solución más rápida y por ello matemáticamente más elegante. Sea, por tanto, $a_3 = 1$. El sistema [3] puede reescribirse entonces así:

$$\begin{aligned}(a_1c_1+a_2v_1)(1+r)&=(c_1+c_2+c_3)a_1\\(a_1c_2+a_2v_2)(1+r)&=(v_1+v_2+v_3)a_2\\(a_1c_3+a_2v_3)(1+r)&=s_1+s_2+s_3\end{aligned}\qquad[4]$$

Dividiendo la primera ecuación entre c_1, la segunda entre c_2 y la tercera entre c_3, tenemos:

$$\begin{aligned}\left(a_1+a_2\frac{v_1}{c_1}\right)(1+r)&=\frac{c_1+c_2+c_3}{c_1}\,a_1\\\left(a_1+a_2\frac{v_2}{c_2}\right)(1+r)&=\frac{v_1+v_2+v_3}{c_2}\,a_2\\\left(a_1+a_2\frac{v_3}{c_3}\right)(1+r)&=\frac{s_1+s_2+s_3}{c_3}\end{aligned}\qquad[5]$$

Para mayor comodidad en la resolución de este sistema, efectuamos los siguientes cambios:

$$\frac{v_1}{c_1}=f_1;\ \frac{v_2}{c_2}=f_2;\ \frac{v_3}{c_3}=f_3;$$

$$\frac{c_1+c_2+c_3}{c_1}=j_1;\ \frac{v_1+v_2+v_3}{c_2}=j_2;$$

$$\frac{s_1+s_2+s_3}{c_3}=j_3;\ 1+r=h$$

El sistema [5] puede escribirse ahora de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}(a_1+f_1a_2)h&=a_1j_1\\(a_1+f_2a_2)h&=a_2j_2\\(a_1+f_3a_2)h&=j_3\end{aligned}\qquad[6]$$

y de aquí:

$$\begin{aligned}(h-j_1)a_1+hf_1a_2&=0\\ha_1+(hf_2-j_2)a_2&=0\\ha_1+hf_3a_2-j_3&=0\end{aligned}\qquad[7]$$

Si [7] tiene una solución, el determinante del sistema, &, debe de anularse. Desarrollándolo por los elementos de la tercera columna:

$$\&=\begin{vmatrix}h-j_1 & hf_1 & 0\\ h & hf_2-j_2 & 0\\ h & hf_3 & -j_3\end{vmatrix}=$$

$$=-j_3\begin{vmatrix}h-j_1 & hf_1\\ h & hf_2-j_2\end{vmatrix}=0,$$

y como $-j_3 \neq 0$, debe ser:

$$\begin{vmatrix}h-j_1 & hf_1\\ h & hf_2-j_2\end{vmatrix}=0,$$

de donde resulta:

$$h=\frac{f_2j_1+j_2-((j_2-f_2j_1)^2+4f_1j_1j_2)^{1/2}}{2(f_2-f_1)}\qquad[8]$$

Si ahora sustituímos [8] en las ecuaciones [7], obtenemos para las incógnitas a_1 y a_2 las siguientes expresiones:

$$a_1=\frac{f_1a_2h}{j_1-h} \quad ; \quad a_2=\frac{j_3}{j_2+(f_3-f_2)h} \quad ;$$

y recordando que $p_i=a_iu_i$ (i= 1,2,3), tenemos:

$$p_1=\frac{f_1a_2h}{j_1-h}\,u_1; \quad p_2=\frac{j_3}{j_2+(f_3-f_2)}\,u_2;$$

$$p_3=u_3$$

Esto prueba que los precios de producción pueden ser derivados de los valores, al menos en el caso de la economía descrita por Bortkiewicz. Pero ello exige renunciar a algunas de las conclusiones a las que llegó Marx. Veámoslo a continuación con la ayuda del mismo ejemplo numérico que utilizó Bortkiewicz (1907; 1974, pág. 196). Sea el siguiente esquema de valor, en el que se ha supuesto una tasa de plusvalía del 66'6% (t=0'666)

SECTOR	c_i	v_i	s_i	u_i
1	225	90	60	375
2	100	120	80	300
3	50	90	60	200
TOTALES	375	300	200	875

Sobre este esquema calculemos los precios de producción y la tasa de ganancia. Primero, según el algoritmo de transformación de Marx; después, según el de Bortkiewicz.

A) CALCULO DEL PRECIO POR MARX

SECTOR	Tasa de ganancia $g'=S/C+V$	Ganancia $G_i=g'(c_i+v_i)$	Precio de la mercancía $p_i=(c_i+v_i)(1+g')$
1	$g'=0'296$	$G_1=93'24$	$p_1=408'303$
2	$g'=o'296$	$G_2=65'12$	$p_2=285'164$
3	$g'=0'296$	$G_3=41'44$	$p_3=181'468$
TOTALES		$\Sigma G_i=200$	$\Sigma p_i=875$

Obsérvese que la ganancia total es igual a la plusvalía total y el precio total al valor total.

B) CALCULO DEL PRECIO POR BORTKIEWICZ

SECTOR	Tas.de gan. $r=h-1$	Prec.cap.cte. $c_i^p=a_1c_i$	Prec.cap.var. $v_i^p=a_2v_i$	Gan. $G_i=r(c_i^p+v_i^p)$	Prec.mercª $p_i=a_iu_i$
1	r=o'246	288	96	96	480'375
2	r=o'246	128	128	64	319'8
3	r=0'246	64	96	40	200'00
TOTALES		480	320	$\Sigma G_i=200$	$\Sigma p_i=1000'0$

Puede verse en primer lugar que los precios de producción y la tasa de ganancia calculados según la transformación ideada por Bortkiewicz difieren de los obtenidos según el algoritmo utilizado por Marx. Resultado que, en sí mismo, no tiene mayor importancia.

Sin embargo, el estudio detallado de las tablas anteriores nos descubre otros resultados de gran interés que hacen de la «transformación» un ejercicio relevante. He aquí algunos de ellos.

1º) Las igualdades [9a] y [9b]:

$$\Sigma G_i=\Sigma s_i \qquad [9a]$$

$$\Sigma p_i=\Sigma u_i \qquad [9b]$$

no tienen lugar simultáneamente. Sólo se cumple [9a], y ésto como consecuencia de las particulares condiciones de la transformación de Bortkiewicz, pues la normalización $a_3=1$ implica que el precio de producción del output del sector 3 es igual que su valor, y como hemos supuesto que este sector absorbe toda la plusvalía del sistema agotando exactamente el output, resulta que hemos identificado tautológicamente la ganancia total con el plusvalor total.

Por el contrario, si para hacer compatible y determinado el sistema [3] de precios de producción hubiéramos convenido la invariancia del valor agregado en vez de normalizar $a_3 = 1$, entonces se habría cumplido [9b] pero no [9a]. Así pues, el cumplimiento de una u otra de las igualdades [9] depende del criterio de invariancia que se utilice con el fin de hacer compatible y determinado el sistema de precios, y ya que no podemos utilizar al mismo tiempo más de un criterio de invariancia, debemos admitir que en general las igualdaddes anteriores no tienen lugar simultáneamente. Esto tiene serias implicaciones para la teoría marxiana. El cumplimiento de [9a] es necesario para poder afirmar que las ganancias de los capitalistas no son más que plusvalía redistribuída por la competencia; sin embargo, [9a] resulta de la elección arbitraria —es decir, no imprescindible— de cierta condición matemática, y en consecuencia su cumplimiento no es inevitable.

2º) El resultado que acabamos de obtener pone en duda (2) el centro mismo de la teoría marxiana, es decir, que la ganancia tiene su origen en la plusvalía y que por tanto, el Capitalismo se basa en la explotación de los trabajadores. No obstante, la duda queda pronto disipada gracias a un interesante teorema que se deriva de la «transformación» propuesta por Bortkiewicz. En efecto, se recordará que la tasa de ganancia venía dada por la fórmula:

$$r=h-1=$$

$$=\frac{f_2j_1+j_2((j_2-f_2j_1)^2+4f_1j_1j_2))^{1/2}}{2(f_2-f_1)}-1 \qquad [10]$$

siendo:

$$f_1=\frac{v_1}{c_1} \; , f_2=\frac{v_2}{c_2} \; , j_1=\frac{c_1+v_1+s_1}{c_1}$$

$$j_2=\frac{c_2+v_2+s_2}{c_2}$$

Obsérvese que en esta fórmula no aparecen ni c_3 ni v_3, es decir, que la composición orgánica del sector 3 no

(2) Entiéndase bien, «dudar» no es lo mismo que «negar».

interviene en la determinación de r. Ello significa que en lo referente a las condiciones técnicas de producción la tasa de ganancia depende sólo de las existentes en aquellas industrias que contribuyen directa o indirectamente a la formación de los salarios reales. Bortkiewicz consideraba este teorema como un apoyo concluyente a la opinión marxista de que las ganancias constituyen una sustración del producto del trabajo (vid. Sweezy, 1942; 1945, pág. 137), y a tal respecto escribió:

> «...debiera ser completamente claro que la causa de la ganancia como tal debe buscarse en la relación de salario y no en la fuerza productiva del capital. Si se tratara de esta fuerza, sería inexplicable por qué ciertas ramas de la producción están excluídas de toda influencia sobre el nivel de las ganancias» (Bortkiewicz, 1907-b, págs. 446 y 447).

5.2. LA SOLUCION DE WINTERNITZ

En su artículo «Values and Prices: A Solution of the so Called Transformation Problem», publicado en *The Economic Journal* de junio de 1948, Winternitz demostró que la transformación de los valores en precios es lógicamente posible sin necesidad de recurrir al supuesto de «Reproducción Simple» del sistema (3). Empieza por considerar una economía de tres sectores: medios de producción (capital constante), medios de consumo para los obreros (capital variable) y medios de consumo para capitalistas («bienes de lujo»). El modelo de valor adecuado a esta economía es el siguiente (4).

$$\begin{aligned} u_1&=c_1+v_1+s_1\\ u_2&=c_2+v_2+s_2\\ u_3&=c_3+v_3+s_3 \end{aligned} \qquad [1]$$

Suponiendo que el precio del capital constante es a_1 veces su valor; el del capital variable, a_2 veces su valor, y el de los «bienes de lujo» a_3 veces el suyo, del sistema de valor [1] podemos derivar el siguiente sistema de precios de producción:

$$\begin{aligned} a_1u_1&=(a_1c_1+a_2v_1)(1+r)\\ a_2u_2&=(a_1c_2+a_2v_2)(1+r)\\ a_3u_3&=(a_1c_3+a_2v_3)(1+r) \end{aligned} \qquad [2]$$

siendo r la tasa de ganancia capitalista.

El sistema [2] tiene tres ecuaciones y cuatro incógnitas (las a_i y r). Para que admita solución única es necesario eliminar una incógnita, o bien incorporar una ecuación adicional que no añada incógnitas a las ya existentes. Se recordará que Bortkiewicz resolvió este problema normalizando $a_3 = 1$, que en el contexto de su modelo equivale a igualar el plusvalor total a la ganancia total. Winternitz sostiene que este criterio no es el más conveniente; en su opinión, «la proposición obvia según el espíritu del sistema marxiano» (1948, pág. 279) es la invariancia del valor agregado, es decir:

$$u_1+u_2+u_3=a_1u_1+a_2u_2+a_3u_3$$

Incorporando esta ecuación al sistema [2], éste se hace determinado y proporciona una solución única.

Por este procedimiento Winternitz transforma los valores en precios de producción, y, respecto a la tasa de ganancia, obtiene prácticamente las mismas conclusiones que Bortkiewicz. Sin embargo, su solución reduce el número de supuestos y es por ello menos restrictiva.

5.3. LA SOLUCION DE SETON

Con la aportación (1948) de Winternitz, la transformación lógica de los valores en precios de producción únicamente queda restringida por el supuesto de una economía con sólo tres sectores cuyos outputs tienen un destino fijo. La solución general, es decir, referida a una economía en la que se producen mercancías de uso no necesariamente especificado, fue proporcionada por F. Seton en 1957 («The Transformation Problem», *Review of Economic Studies,* vol. 24. Para la trad. cast., R.E.E., enero-abril de 1975).

Considérese una economía cerrada y con n industrias, cada una de las cuales produce una mercancía diferente. Dicha economía puede representarse «mediante un esquema estrechamente relacionado con la familiar matriz de Leontief» (Seton, 1957; 1975, pág. 215):

$$\begin{aligned} u_1&=T_{11}+T_{12}+\dots+T_{1n}+s_1\\ u_2&=T_{21}+T_{22}+\dots+T_{2n}+s_2\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ u_n&=T_{n1}+T_{n2}+\dots+T_{nn}+s_n \end{aligned} \qquad [1]$$

siendo u_i el output de la industria i(i = 1...n), expresado en términos de valor; T_{ij}, el costo en que incurre la industria i(i = 1...n) al utilizar como input una cierta cantidad de la mercancía j(j = 1...n), expresado en términos de valor; s_i, la plusvalía generada en la industria i(i = 1...n).

(3) Este resultado se deriva con gran sencillez, pero se tardó cuarenta y dos años en obtenerlo. Un buen ejemplo de cómo a veces en la ciencia los problemas más sencillos se resuelven con igual lentitud que las cosas de palacio.

(4) Obsérvese que este modelo es independiente del régimen concreto de reproducción de la economía. El modelo:

$$\begin{aligned} c_1+v_1+s_1&=c_1+c_2+c_3\\ c_2+v_2+s_2&=v_1+v_2+v_3\\ c_3+v_3+s_3&=s_1+s_2+s_3 \end{aligned}$$

que utilizó Bortkiewicz, es un caso particular de [1]: cuando la economía funciona en régimen estacionario o de «Reproducción Simple».

(5) Obsérvese que estamos definiendo la ganancia de forma diferente a la usual. Desde un punto de vista matemático esto es correcto y tiene la ventaja de simplificar los cálculos posteriores. Obviamente la ganancia será siempre la misma independientemente de la formulación matemática que se le dé. En consecuencia existe una relación funcional entre la tasa de ganancia sobre el importe del output y la tasa de ganancia sobre el importe de los inputs, de manera que ésta queda determinada una vez que conozcamos aquella. En efecto, sea «d» la tasa de ganancia sobre el importe del output y «r» la tasa de ganancia sobre el importe de los inputs. Se tiene: G_i= d (importe del output) = r (importe de los inputs), de donde:

$$r = d\,\frac{\text{importe del output}}{\text{Importe de los inputs}}$$

Supongamos que el precio por unidad de valor de la mercancía i es $p_i (i = 1...n)$. Supongamos también que la ganancia G_i obtenida en la industria i, representa un porcentaje d del importe de su output, $p_i u_i$; es decir, $G_i = = dp_i u_i (i = 1...n)$ (5). De acuerdo con esto, del sistema de valor [1] podemos derivar el siguiente sistema de precios de producción:

$$\begin{array}{l} p_1u_1=(T_{11}p_1+T_{12}p_2+\dots+T_{1n}p_n)+dp_1u_1 \\ p_2u_2=(T_{21}p_1+T_{22}p_2+\dots+T_{2n}p_n)+dp_2u_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ p_nu_n=(T_{n1}p_1+T_{n2}p_2+\dots+T_{nn}p_n)+dp_nu_n \end{array} \quad [2]$$

y de aquí:

$$\begin{array}{l} (1-d)p_1u_1=T_{11}p_1+T_{12}p_2+\dots+T_{1n}p_n \\ (1-d)p_2u_2=T_{21}p_1+T_{22}p_2+\dots+T_{2n}p_n \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ (1-d)p_nu_n=T_{n1}p_1+T_{n2}p_2+\dots+T_{nn}p_n \end{array} \quad [3]$$

Si hacemos 1 - d = h, el sistema [3] puede escribirse así:

$$\begin{array}{l} hp_1u_1=T_{11}p_1+T_{12}p_2+\dots+T_{1n}p_n \\ hp_2u_2=T_{21}p_1+T_{22}p_2+\dots+T_{2n}p_n \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ hp_nu_n=T_{n1}p_1+T_{n2}p_2+\dots+T_{nn}p_n \end{array} \quad [4]$$

Dividiendo cada ecuación de [4] entre su respectiva u_i, y haciendo $T_{ij}/u_i=t_{ij}$, tenemos:

$$\begin{array}{l} hp_1=t_{11}p_1+t_{12}p_2+\dots+t_{1n}p_n \\ hp_2=t_{21}p_1+t_{22}p_2+\dots+t_{2n}p_n \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ hp_n=t_{n1}p_1+t_{n2}p_2+\dots+t_{nn}p_n \end{array} \quad [5]$$

y de aquí:

$$\begin{array}{l} (t_{11}-h)p_1+t_{12}p_2+\dots+t_{1n}p_n=0 \\ t_{21}p_1+(t_{22}-h)p_2+\dots+t_{2n}p_n=0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{n1}p_1+t_{n2}p_2+\dots+(t_{nn}-h)p_n=0 \end{array} \quad [6]$$

Si [6] admite solución, el determinante del sistema, &, debe de anularse:

$$\& = \begin{vmatrix} t_{11}-h & t_{12}\dots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22}-h\dots & t_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{n1} & t_{n2}\dots & t_{nn}-h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} t-hI \end{vmatrix} = 0 \quad [7]$$

De [7] se obtiene h (y por tanto, d) en función de los t_{ij}. «Cuando la solución hallada para h se sustituye en [6], el sistema determinará los n precios p_i a reserva de un factor de proporcionalidad. En otras palabras, podemos obtener soluciones únicas para los precios relativos en términos de cualquier mercancía que se tome como numerario (la n, por ejemplo): $p_1/p_n, p_2/p_n, \dots, p_{n-1}/p_n$ (Seton, 1957; 1975, pág. 217).

Para determinar los precios absolutos es necesario eliminar una de las incógnitas del sistema [6], o bien incorporar a este una nueva ecuación que no añada incógnitas a las ya existentes. Se trata de un problema que se resuelve, como ya sabemos, eligiendo un criterio de invariancia factible. Las ecuaciones [6], «en unión de cualquier postulado de invariancia (factible), determinan completamente todos los precios ($p_1, p_2,...,p$)» (Seton, 1957; 1975, pág. 218).

La transformación lógica de los valores en precios de producción queda resuelta de esta forma. Ahora bien, si el problema planteado por la dualidad «valor-precio» en la economía marxiana se redujera a la simple comprobación de que los precios capitalistas pueden obtenerse a partir de los valores, la «transformación» no sería más que un puro ejercicio matemático, en el fondo bastante trivial. El problema, sin embargo, es más complejo. Consiste también en comprobar si una vez realizada la «transformación» los resultados fundamentales del análisis marxiano, obtenidos como sabemos en el espacio de los valores, son coherentes con el sistema de precios. Para un tratamiento así de la cuestión, el modelo de Seton no da muchas posibilidades, ya que su propia estructura le resta potencia teórica; pero quizás inspirado por él, Morishima (1973; 1977 para la trad. cast.) elaboró el modelo que vamos a exponer seguidamente. En su contexto tendremos ocasión de resolver muchos de los problemas que hemos arrastrado hasta aquí.

5.4. LA SOLUCION DE MORISHIMA. EL «TEOREMA MARXIANO FUNDAMENTAL»

Considérese una economía cerrada en la que se producen m mercancías, de las cuales las n primeras son medios de producción («bienes de capital») y las m-n restantes son medios de consumo («bienes-salario» y «bienes de lujo»). Acerca de esta economía efectuaremos las siguientes hipótesis:

A) para cada industria no hay más que un, y sólo un, método de producción disponible, es decir, que no hay «problemas de elección de técnicas»;

B) cada industria produce una, y sólo una, mercancía; es decir, que no hay «problemas de producción conjunta»;

C) no hay más factores de producción primarios que el trabajo; éste se mide en términos de trabajo abstracto o no cualificado, de modo que no hay «problemas de trabajos concretos heterogéneos»;

D) todos los bienes de capital tienen la misma longitud de vida y ésta es igual a la unidad, de modo que propiamente no hay capital fijo; es decir, todo el capital es circulante y su período de rotación igual a la unidad;

E) todos los bienes tienen el mismo período de producción y éste es igual a la unidad;

F) todos los procesos de producción son del tipo «punto-input-punto-output»; los inputs se aplican al principio del período de producción y los otutputs no se obtienen hasta el final del mismo, de modo que el trabajo se utiliza una sola vez en cada período (6).

Supongamos que para producir una unidad de la mercancía $i(i = 1,...,m)$ se utilizan a_{ji} unidades del bien de capital $j(j = 1,...,n)$ y z_i unidades de trabajo directo. Las a_{ji} se miden en términos físicos y las z_i por el tiempo de trabajo. Si $u_i(i = 1,...,m)$ es el valor de una unidad de la mercancía i, entonces $u_j\, a_{ji}$ es el valor de la cantidad de la mercancía $j(j = 1,...,n)$ que se utiliza en la producción de una unidad de la mercancía i. De acuerdo con esto, la economía que estamos considerando puede ser representada mediante el siguiente modelo:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} u_1=u_1a_{11}+u_2a_{21}+\cdots+u_na_{n1}+z_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ u_n=u_1a_{1n}+u_2a_{2n}+\cdots+u_na_{nn}+z_n \end{array}\right\} [1a] \\ \\ \left.\begin{array}{l} u_{n+1}=u_1a_{1,n+1}+u_2a_{2,n+1}+\cdots+u_{n,n+1}+z_{n+1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ u_m=u_1a_{1m}+u_2a_{2m}+\cdots\cdots+u_na_{nm}+z_m \end{array}\right\} [1b] \end{array}\right\} [1]$$

El sistema [1] representa las ecuaciones de valor de las m mercancías; en él, los subsistemas [1a] y [1b] representan, respectivamente, las ecuaciones de valor de los n bienes de capital y de los m-n bienes de consumo. Escritos en forma matricial, tenemos:

$$\left.\begin{array}{ll} U_I=U_IA_I+Z_I & [2a] \\ U_{II}=U_IA_{II}+Z_{II} & [2b] \end{array}\right\} [2] \quad (7)$$

siendo:

$$U_I=(u_1,u_2,\dots u_n),\ U_{II}=(u_{n+1},u_{n+2},\dots,u_m),$$

$$Z_I=(z_1,z_2,\dots,z_n),\ Z_{II}=(z_{n+1},z_{n+2},\dots,z_m),$$

$$A_I=\left\|\begin{array}{ccc} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{array}\right\|;\ A_{II}=\left\|\begin{array}{ccc} a_{1,n+1} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n,n+1} & \cdots & a_{nm} \end{array}\right\|$$

Sea B

$$B=\left\|\begin{array}{c} b_{n+1} \\ \vdots \\ b_m \end{array}\right\|>0$$

el vector de consumo diario de un trabajador y T la duración de la jornada de trabajo. Según esto, la tasa de plusvalía puede formularse matemáticamente así:

$$t=\frac{T-(u_{n+1}b_{n+1}+\dots+u_mb_m)}{u_{n+1}b_{n+1}+\dots+u_mb_m}=\frac{T-U_{II}B}{U_{II}B}$$

y dividiendo entre T:

$$t=\frac{1-wU_{II}B}{wU_{II}B} \qquad [3]$$

siendo $w = 1/T$ el salario-hora en términos reales (8).

De [3] se obtiene:

$$twU_{II}B=1-wU_{II}B$$
$$wU_{II}B+twU_{II}B=1$$
$$(1+t)wU_{II}B=1,$$

y entonces el sistema [2] puede escribirse así:

$$\left.\begin{array}{ll} U_I=U_IA_I+(1+t)wU_{II}BZ_I & [4a] \\ U_{II}=U_IA_{II}+(1+t)wU_{II}BZ_{II} & [4b] \end{array}\right\} [4]$$

(6) Es indudable que estas hipótesis hacen del modelo una limitada representación de la economía capitalista, pero «la meta principal de una teoría no debe ser la servil representación de la realidad, que es imposible, sino ayudarnos a comprender un complicado fenómeno por medio de simplificaciones y generalizaciones» (Harry W. Richardson, 1971; 1975 para la trad. cast., pág. 70), sin cuyo concurso el sistema económico nos puede parecer, utilizando palabras de Haig (1926) «sin pies ni cabeza, un confuso y sorprendente amasijo de anomalías y paradojas, y el observador superficial creería que ha sido el Sombrerero Loco de la merienda de Alicia» quien lo ha diseñado y quien dirige su funcionamiento. No quiere decir ésto, sin embargo, que el acercamiento progresivo a la realidad sea irrelevante; por el contrario, siempre es deseable, y por ello «convendría ampliar el análisis introduciendo (en nuestro modelo) la consideración de distintos tipos de trabajo, diversos períodos de rotación del capital, producción conjunta, etcétera. La dificultad crucial parece ser la producción conjunta» (Josep María Vegara, 197, págs. 434 y 435).

(7) De [2a] se obtiene:

$$U_I-U_IA_I=Z_I$$
$$U_I(I-A_I)=Z_I$$
$$U_I=Z_I(I-A_I)^{-1} \qquad [2a.\ 1]$$

y sustituyendo en [2b]:

$$U_{II}=Z_I(I-A_I)^{-1}A_{II}+Z_{II} \qquad [2b.\ 1]$$

Las expresiones [2a. 1] y [2b. 1] prueban que los valores son determinables a partir de datos exclusivamente técnicos, lo cual debería poner fin a la manida opinión de que el valor es una especie de ente metafísico, imposible de observar y de medir.

(8) «En una economía capitalista, en la que los trabajadores no son propietarios de los medios de producción, pero pueden vender libremente su fuerza de trabajo, el precio mínimo de oferta de la mano de obra diaria se establecerá a un nivel suficiente como para que el obrero pueda comprar B mercancías al día, es decir, a un nivel $U_{II}B$, en términos de valor, y el obrero tendrá que trabajar T horas cada día. Sea $w = 1/T$; según esto, el trabajador percibirá w unidades de medios de subsistencia diarios por hora a cambio de una oferta de una unidad de trabajo por hora. La suma wB equivale a $wU_{II}B$ horas de trabajo, de modo que $wU_{II}B$ representa la parte retribuída del trabajo y $1\text{-}wU_{II}B$ la parte no retribuída» (Morishima, 1973; 1974 para la trad. cast., pág. 61).

o bien:

$$u_1 = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{i1} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_1 + t \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [5a]$$

$$u_n = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{in} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_n + t \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_n$$

$$[5]$$

$$u_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{i,n+1} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_{n+1} + t \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_{n+1}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [5b]$$

$$u_m = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{im} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_m + t \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_m$$

Como $t \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_j$ es la plusvalía —s_j— generada en la industria $j(j = 1,...,m)$, podemos escribir [5] de la siguiente forma:

$$u_1 = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{i1} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_1 + s_1 \qquad [6a]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$u_n = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{in} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_n + s_n$$

$$[6]$$

$$u_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} a_{i,n+1} u_i + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_{n+1} + s_{n+1}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [6b]$$

$$u_m = \sum_{i=1}^{n} u_i a_{im} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i b_i z_m + s_m$$

Supongamos que el precio —p_i— de la mercancía i es x_i veces su valor u_i; es decir, $p_i = x_i u_i (i = 1,...,m)$. Según ésto, del sistema de valor [6] podemos derivar el siguiente sistema de precios de producción:

$$u_1 x_1 = \left(\sum_{i=1}^{n} u_i x_i a_{i1} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i x_i b_i z_1\right)(1+r)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [7a]$$

$$u_n x_n = \left(\sum_{i=1}^{n} u_i x_i a_{in} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i x_i b_i z_n\right)(1+r)$$

$$[7]$$

$$u_{n+1} x_{n+1} =$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} u_i x_i a_{i,n+1} + \sum_{i=n+1}^{m} wx_i b_i u_i z_{n+1}\right)(1+r)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [7b]$$

$$u_m x_m = \left(\sum_{i=1}^{n} u_i x_i a_{im} + \sum_{i=n+1}^{m} wu_i x_i b_i z_m\right)(1+r)$$

Este sistema tiene m ecuaciones y m + 1 incógnitas (las x_i y r). Por tanto, para que admita solución única es necesario utilizar uno de los criterios de invariancia factible que ya conocemos: a) igualar a la unidad un x_i cualquiera, b) igualar el valor total al precio total, o c) igualar la plusvalía total a la ganancia total. El sistema [7], en unión de uno cualquiera de los criterios de invariancia citados, determina todas las x_i (y por tanto los m precios p_i y la tasa de ganancia, r. Esto prueba que los precios de producción pueden calcularse a partir de los valores.

Demostremos ahora que las ganancias tienen su origen en la plusvalía, es decir, en la explotación de la fuerza de trabajo.

TEOREMA: «Para que los capitalistas obtengan ganancias ($r > 0$) es necesario que exploten a los trabajadores ($t > 0$)».

DEMOSTRACION: El sistema [7] puede escribirse así:

$$p_1 = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{i1} + \sum_{i=n+1}^{m} wb_i p_i z_1\right)(1+r)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [8a]$$

$$p_n = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{in} + \sum_{i=n+1}^{m} wb_i p_i z_n\right)(1+r)$$

$$[8]$$

$$p_{n+1} =$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{i,n+1} + \sum_{i=n+1}^{m} wb_i p_i z_{n+1}\right)(1+r)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [8b]$$

$$p_m = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{im} + \sum_{i=n+1}^{m} wb_i p_i z_m\right)(1+r)$$

Dado que $\sum_{i=n+1}^{m} wb_i p_i$ no es otra cosa que el tipo de salario, W, podemos escribir el sistema [8] de la siguiente forma:

$$p_1 = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{i1} + Wz_1\right)(1+r)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [9a]$$

$$p_n = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{in} + Wz_n\right)(1+r)$$

$$[9]$$

$$p_{n+1} = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{i,n+1} + Wz_{n+1}\right)(1+r)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad [9b]$$

$$p_m = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i a_{im} + Wz_m\right)(1+r)$$

Escrito en forma matricial, el sistema [9] queda así:

$$\left.\begin{array}{ll} P_I=(P_IA_I+WZ_I)(1+r) & [10a] \\ P_{II}=(P_IA_{II}+WZ_{II})(1+r) & [10b] \end{array}\right\} [10]$$

siendo $P_I=(p_1,\ldots,p_n),P_{II}=(p_{n+1},\ldots,p_m)$.
Para que los capitalistas obtengan ganancias es preciso que sea r mayor que cero, lo cual implica

$$\left.\begin{array}{ll} P_I > P_IA_I+WZ_I & [11a] \\ P_{II} > P_IA_{II}+WZ_{II} & [11b] \end{array}\right\} [11]$$

Como $W=\sum_{i=n+1}^{m} wb_ip_i=P_{II}wB$, tenemos

$$\left.\begin{array}{ll} P_I > P_IA_I+P_{II}wBZ_I & [12a] \\ P_{II} > P_IA_{II}+P_{II}wBZ_{II} & [12b] \end{array}\right\} [12]$$

o bien:

$$(P_I \quad P_{II}) > (P_I \quad P_{II}) \left\|\begin{array}{cc} A_I & A_{II} \\ wBZ_I & wBZ_{II} \end{array}\right\| \qquad [13]$$

El cumplimiento de [13] exige (9) que el vector de outputs físicos de la economía:

$$Y=\left\|\begin{array}{c} Y_I \\ Y_{II} \end{array}\right\|$$

sea tal que:

$$\left\|\begin{array}{c} Y_I \\ Y_{II} \end{array}\right\| > \left\|\begin{array}{cc} A_I & A_{II} \\ wBZ_I & wBZ_{II} \end{array}\right\| \left\|\begin{array}{c} Y_I \\ Y_{II} \end{array}\right\| \qquad [14]$$

Premultiplicando [14] por el vector positivo $(U_I \quad U_{II})$ tenemos:

$$U_IY_I+U_{II}Y_{II} >$$
$$> U_I(A_IY_I+A_{II}Y_{II})+U_{II}(wBZ_IY_I+wBZ_{II}Y_{II})$$

y reordenando términos:

$$\begin{array}{l} U_IY_I+U_{II}Y_{II}-U_I(A_IY_I+A_{II}Y_{II})- \\ -U_{II}(wBZ_IY_I+wBZ_{II}Y_{II})>0 \end{array} \qquad [15]$$

Multiplicando las expresiones [4a] y [4b] anteriormente deducidas por Y_I e Y_{II} respectivamente, sumando, y reordenando términos, tenemos:

$$\begin{array}{l} U_IY_I+U_{II}Y_{II}-U_I(A_IY_I+A_{II}Y_{II})- \\ -U_{II}(wBZ_IY_I+wBZ_{II}Y_{II})= \\ =t(wU_{II}BZ_IY_I+wU_{II}BZ_{II}Y_{II}) \end{array} \qquad [16]$$

Sabemos por [15] que el primer miembro de [16] es positivo, y por tanto

$$t(wU_{II}BZ_IY_I+wU_{II}BZ_{II}Y_{II})>0,$$

de donde resulta $t>0$, con lo cual queda probado que, para obtener ganancias, los capitalistas deben explotar a los trabajadores (10). Esta conclusión, obtenida originalmente por Okishio (1963; 1975 para la trad. cast., págs. 361 a 376), «merece ser proclamada Teorema Marxiano Fundamental» (Morishima. 1973; 1977, pág. 66), pues sostiene que el Capitalismo sólo es viable (en la medida en que la razón de ser del Capitalismo es la obtención de una ganancia) si los capitalistas explotan a los trabajadores.

(VI) CONCLUSIONES

Del análisis precedente podemos concluir que, en las condiciones del Capitalismo desarrollado («heterogéneo»), la teoría marxiana del valor no es el instrumento más adecuado para el cálculo de los precios. Tampoco es útil como teoría de la distribución del exce En cambio, explica de manera satisfactoria el carácter explotador del sistema capitalista. Trataremos de justificar esta opinión.

1°. *La teoría marxiana del valor no es el instrumento más adecuado para el cálculo de los precios en una economía capitalista desarrollada.*

En efecto, observemos de nuevo la solución de Morishima al problema de la «transformación». Comenzando por el sistema de cantidades (A_I, A_{II}, Z_I, Z_{II}, B, w), hemos calculado el sistema de valores (U_I, U_{II}, t) y, a partir de él, obtuvimos el sistema de precios (P_I, P_{II}, r, W). En definitiva, hemos recorrido el siguiente camino:

$$[1]\ \boxed{\begin{array}{c} A_I \\ A_{II} \\ Z_I \\ Z_{II} \\ B \\ w \end{array}} \rightarrow \overset{[2]}{\boxed{\begin{array}{c} U_I \\ U_{II} \\ t \end{array}}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} P_I \\ P_{II} \\ W \\ r \end{array}}\ [3]$$

(9) Vid. Morishima (1973; 1977, págs. 32 y 33), a propósito de las «matrices productivas».

(10) Hemos probado la condición necesaria: si $r>0$ entonces $t>0$. Pero el Th. tiene también una condición suficiente, cuya demostración se debe a Morishima: si $t>0$ entonces $r>0$. Es decir, para obtener ganancias los capitalistas deben explotar a los trabajadores, pero además, basta con que exploten a los trabajadores para que obtengan ganancias. Una prueba de la condición suficiente puede verse, entre otros, en Vegara. J.M. (1.979, pág. 141).

Ahora bien, es de sobra conocido que a partir del sistema de cantidades [1] es posible derivar directamente el sistema de precios [3] sin necesidad de pasar por [2], es decir, sin tener que calcular previamente los valores:

$$[1]\ \boxed{\begin{array}{c} A_{I} \\ A_{II} \\ Z_{I} \\ Z_{II} \\ B \\ w \end{array}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} P_{I} \\ P_{II} \\ W \\ r \end{array}}\ [3]$$

Esto significa que, para el cálculo de los precios, el análisis del valor supone un rodeo. Sin embargo, ello no quiere decir que la teoría marxiana del valor no pueda llegar a desempeñar un papel «en el problema de la asignación racional de los recursos (...). Así, habría que demostrar qué sistema de contabilidad, si el de precio o el de valores-trabajo, es más adecuado en la planificación socialista; o, al menos, si el sistema de contabilidad basado en el trabajo puede ser de utilidad en algún momento de la misma» (Pérez, F y Jiménez, I.. 1977, pág. 78). Queda abierto aquí, por tanto, un amplio campo de investigación; sin embargo, no considero que el tema sea de gran relevancia.

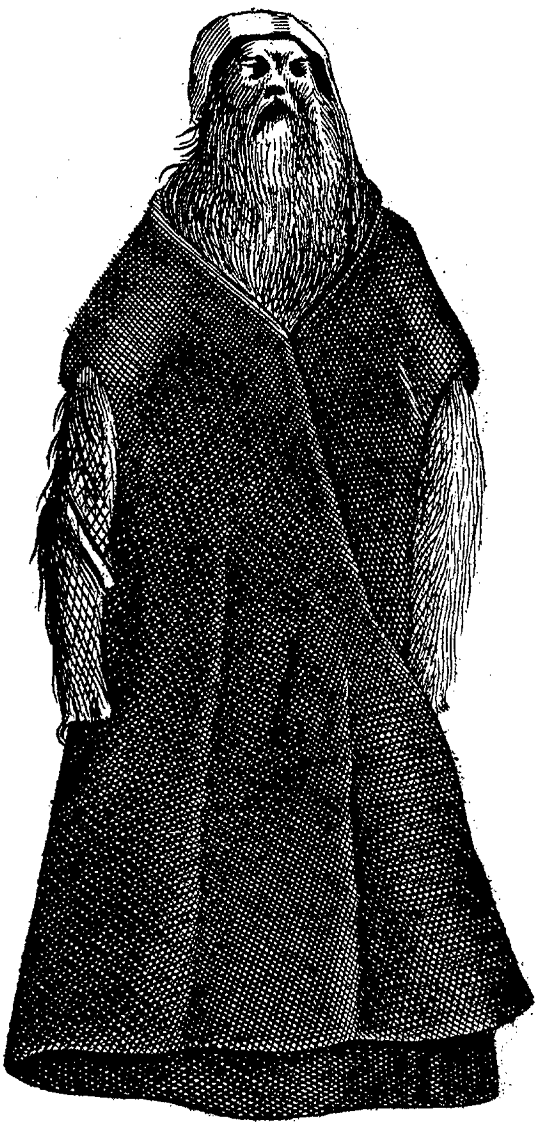
2º. *La teoría marxiana del valor no es útil como teoría de la distribución del excedente.*

En efecto, pues al no coincidir —tal como se desprende de la «transformación» de Bortkiewicz— la plusvalía total con la ganancia total, ya no puede afirmarse que el excedente fluye íntegro hacia los receptores de ganancias, o sea, hacia los capitalistas (11). De modo que, en condiciones de «Capitalismo heterogéneo», la teoría marxiana no explica la forma en que se distribuye el excedente.

3º. *La teoría marxiana del valor explica de manera satisfactoria el carácter explotador del sistema capitalista.*

En efecto, por una parte el Teorema Marxiano Fundamental prueba que el Capitalismo subsiste gracias a la explotación de la fuerza de trabajo; por otra, no existe ninguna teoría alternativa capaz de explicar este fenómeno. Ello se debe a que es imposible demostrar la explotación de la fuerza de trabajo a menos que el análisis del sistema se lleve a cabo en la esfera de los valores, precisamente porque en esta esfera se utiliza el trabajo como unidad de medida y ésto nos permite distinguir entre trabajo realizado y trabajo pagado. La teoría marxiana del valor queda definida en ese marco; en cambio, «cualquier otra teoría de la formación de los precios no utiliza el trabajo como unidad y medida y no puede, por ello, definir en su seno una teoría de la explotación» (Pérez, F. y Jiménez, I. 1977, pág. 78). Esta ya es una razón suficiente para justificar el «excursus» de Marx a través del «mundo invisible» del valor.

Por tanto, el análisis marxiano no es, como pretende el Prof. Samuelson (1971; 1975 para la trad. cast., pág. 229-280) un rodeo innecesario. Lo sería si tuviera como único objetivo mostrar que los precios pueden obtenerse a partir de los valores, pero, al mismo tiempo, Marx pretendía poner de relieve el carácter explotador del sistema capitalista, y ésto sólo se puede conseguir analizando el sistema de valores. Como ha señalado Josep María Vegara (1975, pág. 32), «pasar por San Sebastián para ir de Valencia a Madrid constituye un rodeo innecesario: a no ser que se desee ver el Cantábrico... Dicho de otro modo, no puede hablarse de un rodeo innecesario con independencia de la finalidad del viaje».



(11) Este es un resultado que conocemos gracias al ejercicio de la «transformación de los valores en precios», y es un resultado importante. De aquí que nos parezcan sorprendentes afirmaciones como esta:

«Ha habido una gran confusión en torno al llamado problema de la «transformación de valores en precios», pero, una vez liberado de sus asociaciones metafísicas (*sic*), vuelve a ser, simplemente, un rompecabezas analítico, que, como todos los rompecabezas, deja de tener interés en cuanto ha sido resuelto» (Joan Robinson y John Eatwell, 1973 : 1976 para la trad. cast., pág. 49).

BIBLIOGRAFIA

La literatura sobre el tema que nos ocupa es muy abundante. La Bibliografía que aquí se indica no pretende ser exhaustiva ni tampoco selectiva; es sólo la que básicamente he manejado para redactar este trabajo. En Vegara (1976) puede encontrarse una información mucho más completa.

Academia de Ciencias de la URSS, *Manual de Economía Política,* Editorial Grijalbo, S.A., 1960, México; 1975, España. No consta la fecha de la edición original soviética.

Dejando a un lado su exasperante dogmatismo, se trata de un manual útil y muy claro.

Baumol, W.J., «The transformation of values: what Marx «Really» meant (an interpretation)», *Journal of Economic Literature,* marzo de 1974. (Trad. cast., «La transformación de los valores: lo que Marx quiso decir «realmente» (una interpretación)», en Revista Española de Economía, núm. 1, 1.975).

Böhm-Bawerk, E. von., «Zum Abschluss des Marxschen Systems», Berlín, 1896. (Trad. cast., «la conclusión del sistema marxiano», en *Economía burguesa y economía socialista,* Cuadernos de PASADO Y PRESENTE, Córdoba (Argentina), 1974).

Bortkiewicz, L. von., «Zur Berichtigung der grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx im III Band des «Kapitals», en *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik,* vol. XXXIV, cuaderno 3, 1907. (Trad. cast., «Contribución a una rectificación de los fundamentos de la construcción teórica de Marx en el Libro III de «El Capital», en *Economía burguesa y economía socialista,* Cuadernos de PASADO Y PRESENTE, Córdoba (Argentina), 1974).

Bortkiewicz, L. von, «Wertrechnung und Preisrechnung im Marxschen Sistem», en *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik,* septiembre de 1907-b (Citado por Sweezy, 1942; 1945 para la trad. cast., pág. 138).

Desai, M., *Marxian Economic Theory,* Gray-Mills Publishing Ltd., Londres, 1974. (Trad. cast., *Lecciones de Teoría Económica Marxista,* Siglo XXI de España Editores, S.A., 1977).

Se trata de un manual muy recomendable. Para lo que nos interesa a nosotros conviene leer los capítulos 1 al 12.

Dobb, M., *Introducción a la economía,* F.c.E., México, 1973. No consta ref. del original.

La «Introducción» de esta obrilla es muy interesante. Señala cómo la discusión acerca de si la teoría subjetiva del valor es «mejor» o «peor» que la teoría marxiana es una discusión maniquea carente de todo sentido, porque en realidad tratan de resolver problemas distintos y no es lícito, por ello, utilizar el mismo metro para ambas.

Dobb, M., *Theories of values and distribution since Adam Smith,* Cambridge University Press, 1973. (Trad. cast., *Teorías del valor y de la distribución desde Adam Smith,* Siglo XXI Ed., S.A., 1975.

Dobb, M., «Marx's 'Capital' and its place in Economic thought», en *Science and Society,* New York, vol. XXXI. (Trad. cast., «'El Capital' de Marx y su lugar en el pensamiento económico», en *Estudios sobre «El Capital»,* Siglo XXI Ed. S.A. Argentina, 1970; España, 1973).

Engels, F., «Prólogo a la segunda edición del Libro III de 'El Capital', en *El Capital,* Libro III, edición del F.C.E., México.

Aunque Engels sostiene aquí una interpretación de Marx muy discutida recientemente, nosotros hemos preferido atenernos a ella para redactar el Apartado (III).

Hilferding, R., «Böhm-Bawerk's Marx-Kritik», en *Marx-Studien,* Viena, 1904. (Trad. cast., «La crítica de Böhm-Bawerk a Marx», en *Economía burguesa y economía socialista,* Cuadernos de PASADO Y PRESENTE, Córdoba (Argentina), 1974).

Lapidus y Ostovitianov, *Manual de Economía Política,* Siglo XXI de España, S.A., 1974. (No consta ref. del original soviético, pero debió ver la luz en 1929).

Es un manual sumamente sencillo.

Meek, R., *Economics and ideology and other essays,* Chapman and Hall Ltd., London, 1967. (Trad. cast., *Economía, ideología y otros ensayos,* Ediciones Ariel, Barcelona, 1972).

Conviene leer, en relación con el tema que nos ocupa, las págs. 141 a 170 y 218 a 242. El resto tiene también mucho interés, pero habla de otros temas.

Morishima, M., *Marx's Economics (A dual theory of value and growth),* Cambridge University Press, Londres, 1973. (Trad. cast., *La Teoría Económica de Marx (Una teoría dual del valor y el crecimiento),* Editorial TECNOS, S.A., Madrid, 1977).

Se trata de un intento de formulación matemática de la teoría económica de Marx. Como toda formulación de este género, tiene la ventaja de presentar con claridad (naturalmente para quien conoce el cálculo matemático a nivel intermedio) el funcionamiento del modelo marxiano; en contrapartida, tiene la desventaja de reducir a meras variables «tecnológicas» algunas de las «relaciones sociales» esenciales en el análisis marxiano.

Okishio, N., A mathematical note on marxian theorems» *Weltwirtschaftliches archiv,* Vol. XCI, 1963. (Trad. cast., «Nota matemática sobre los teoremas marxianos», en *Revista Española de Economía,* núm. 1, 1975).

Pérez, F. y Jiménez, I., *Teoría Económica heterodoxa,* Oikos—Tau, S.A. Ediciones, Barcelona, 1977.

Pietranera, G. «La structura logica del 'Capitale'», en *Societá,* Roma, núms. 3 y 4, 1956. (Trad. cast. «La estructura lógica de «El Capital», en *Estudios sobre «El Capital»,* Siglo XXI Ed. S.A., Argentina, 1970. España, 1973).

El contenido de nuestro Apartado (III), basado en el «Prólogo» de Engels a la Segunda Edición del Libro III de «El Capital», es aquí completamente trastocado. Puesto que se trata de una exégesis de la teoría de Marx muy original, el artículo de Pietranera merece la pena leerlo. A nosotros no nos ha resultado convincente.

Samuelson, P., «Understanding the marxian notion of explotation: A summary of the so-Called transformation problem beatween marxian values and competitive prices», *Journal of Economic Literature,* junio de 1971. (Trad. cast., «Descifrando la noción marxista de explotación: resumen del llamado problema de la transformación entre valores marxianos y precios competitivos», en *Revista Española de Economía,* núm. 1, 1975).

El Prof. Samuelson, sin duda uno de los pocos economistas que están al corriente de cuanto se sabe en todos los campos de la Ciencia Económica (una especie, en fin, de Stuart Mill de nuestro tiempo), no podía de ningún modo mantenerse al margen de la discusión en torno a la Teoría Marxiana del Valor. Desde nuestro punto de vista, Samuelson revela en este artículo que no ha llegado a «descifrar» adecuadamente el contenido de la Tª Marxiana. Sostiene que el análisis del valor es un rodeo innecesario y que, por ello, la «transformación» constituye un ejercicio matemático sin interés alguno. El artículo de Baumol anteriormente citado quiere ser una respuesta a éste de Samuelson. En la tercera de nuestras «Conclusiones» nos ocupamos también de este problema.

Schumpeter, J., *History of Economic Analysis,* Oxford University Press, 1954. (Trad. cast., *Historia del análisis económico,* Ediciones Ariel, Barcelona, 1971).

Conviene leer las págs. 654 a 670.

Seton, F., «The transformation problem», *Review of Economic Studies,* junio de 1957. (Trad. cast., El problema de la transformación», en *Revista Española de Economía,* núm. 1, 1975).

La traducción castellana es prácticamente ilegible debido a errores tipográficos.

Sweezy, P.M., *The Theory of Capitalist Developement.* Principles of Marxian Political Economy, Oxford University Press, Nueva Yok, 1942. (Trad. cast., *Teoría del desarrollo capitalista* F.C.E., México, 1945).

Este manual es de sobra conocido por todos. Para el tema en el que estamos interesados, conviene leer los Capítulos I a IV y VII. El contenido del Capítulo (I), sobre el método de Marx, es más que discutible.

Sweezy, P.M., «Introducción al conjunto de artículos recopilados por él en el volumen *Economía burguesa y economía socialista,* Cuadernos de PASADO Y PRESENTE, Córdoba, Argentina, 1974. (La edición original inglesa, fué publicada en los Estados Unidos por Augustas M. Kelly, Nueva York, 1949).

Vegara, J.M., *Valor, excedente y explotación,* Universidad autónoma de Barcelona, 1974.

Vegara, J.M., «Sobre el valor, o Samuelson polémico», en *Información Comercial Española,* nº 498, febrero de 1975.

Vegara, J.M., *La economía política marxista actual: un panorama,* Publicaciones de la Universidad Autónoma de Barcelona, Facultad de Ciencias Económicas, Bellaterra, Barcelona, 1976.

Vegara, J.M., *Economía Política y modelos multisectoriales,* Edit. Tecnos, Madrid, 1979.

Winternitz, J., «Values and Prices: A Solution of the so—Called transformation Problem», *Economic Journal,* junio de 1948.

Otras obras que, sin tener relación directa con la teoría marxiana del valor, han sido utilizadas para la confección de este trabajo

Kuczinski, J., *Breve historia de la Economía,* Miguel Castellote Editor, Madrid, 1972. (No consta referencia a la edición original).

Ha sido utilizado para redactar la última parte del Apartado (III).

Richardson, H.W., *Urban Economics,* Penguin Books, Ltd., Harmondsworth, Middlesex, Inglaterra, 1971. (Trad. cast., *Economía del Urbanismo,* Alianza Editorial, S.A., Madrid, 1975).

Esta obra no tiene ninguna relación con la teoría marxiana del valor; simplemente hemos extraído de ella una nota metodológica.

Robinson, Joan y Eatwell, John.: *An introduction to modern Economics,* McGraw—Hill Book Company (U.K.) Limited, 1973. (Trad. cast., *Introducción a la economía moderna,* F.C.E. España, S.A., 1976).

Sweezy, P.M., Dobb, M., y otros, *The transition from feudalism to capitalism,* Science and Society, New York. (Trad. cast., *La transición del feudalismo al capitalismo,* Editorial Ayuso, 1975).

La primera parte de nuestro Apartado (III), sobre la forma en que los productores directos de mercancías perdieron la propiedad sobre los medios de producción, está discutida y ampliamente cuestionada en esta obra colectiva. Sin embargo, para nosotros el hecho importante era la pérdida efectiva de la propiedad sobre los medios de producción, y nos importaba menos la forma en que realmente se produjo este hecho. De modo que decidimos ajustarnos a la interpretación «tradicional».

Nota

Erratas observadas en la Primera Parte de este artículo (El Basilisco, nº 8)

1) En la página 41, columna de la izquierda, donde dice:

S.I.1' (Supuesto del libro I, 1'): «En condiciones de producción capitalista los *productos* directos, etc.», debe decir: «...los *productores* directos...».

2) En la página 48, columna de la derecha, donde dice:

$p_i = (c_i + v_i)(1 + r)$,

debe decir:

$p_i = (c_i^p + v_i^p)(1 + r)$,

esto es, tanto la cantidad de 'medios de producción y materias primas' como la cantidad de 'fuerza de trabajo' utilizadas deben venir expresadas en términos de precio.