LA VALORACIÓN DEL PRECIO DE LAS OPCIONES FINANCIERAS, CON INCERTIDUMBRE EN EL TIPO DE INTERÉS.

Anna Mª Gil Lafuente; amgil@ub.edu
Miquel Àngel Navarro Brion; mnavarrob@ub.edu
Universidad de Barcelona.

ABSTRACT

El acercamiento de los fenómenos a la realidad suele plantearse mediante una modelización de la misma, partiendo de una aproximación racional y científica, desarrollada en base a modelos aceptados y previamente establecidos. El objetivo que perseguimos a través de este trabajo de investigación, radica en poder dotar de una posible estimación a la cuantificación del valor de ciertos derivados financieros ampliamente aceptados, sobretodo por su flexibilidad, como son las opciones financieras. Este contrato financiero rubricado entre dos partes y basado siempre en un activo subyacente, busca la rentabilidad en base a la incertidumbre de la fluctuación y/o cotización del mismo en el tiempo; ello nos va a permitire el poder ampliar e incluso traspasar los límites conocidos de información marcados por las evoluciones del mercado al contado (o primario), presentándose siempre como una nueva frontera de ingeniería financiera en continuo avance en el conocimiento de los mercados.
El concepto de “valor” o “valoración” supone en primer lugar una evolución constante en cuanto a su formulación, dado que incide directamente en la expresión monetaria, principalmente del coste de oportunidad de la inversión; y en segundo lugar, y no por ello menos importante, representa una estimación de la incertidumbre aceptada a través del riesgo. En el presente trabajo vamos a partir de un ejemplo modelizado de la denominada “Put-Call parity” en donde se demuestra que: opciones sólo hay una, pero que dependerá de su signo el hecho de que se refieran a opciones de compra o de venta. A partir de esta demostración, basada en una cartera de inversiones teórica, realizaremos un desarrollo analítico (no-numérico) y posteriormente una aplicación práctica, en donde plantearemos un entorno de incertidumbre que abarcará un futuro inmediato (plazo de la operación) y supondremos desconocimiento teórico en cuanto al precio en los mercados de capitales, en la figura del tipo de interés. Éste, dejará de estar representado a través de una estructura temporal de tipos de interés plana como hipótesis inicial (a partir de ahora la denominaremos como ETTI) y desconoceremos su evolución en el tiempo. Esta nueva hipótesis nos llevará a nuevas situaciones de equilibro o de determinación del valor de las opciones, los cuales someteremos a nuestro análisis.

EL MODELO: LA “PUT-CALL PARITY”DE UNA CARTERA DE INVERSIONES, EN OPCIONES.

Vamos a partir de la composición de una cartera de inversiones con el objetivo de obtener un riesgo cero (o nulo), es decir, que los beneficios compensarán las pérdidas, tal que el resultado final se anule entre sí. Esta cartera de inversiones se considerará vigente para un horizonte temporal limitado, el cual denominaremos como período T. Las <u>hipótesis</u> a establecer en el modelo, serán las siguientes:

- Serán opciones europeas, es decir, la oportunidad de ejecución de dichas opciones sólo se podrá realizar al vencimiento de las mismas.
- El activo subyacente tratará de acciones de empresas, las cuales no repartirán dividendos en todo el período contemplado del modelo.
- Se establecen las condiciones correspondientes a un mercado perfecto, es decir, no existirán costes de transacción por las diferentes operaciones, ni se determinan impuestos con respecto a los beneficios; a nivel general, por tanto no existirán costes de oportunidad.

A continuación se determina la <u>estrategia de inversión</u> que va a regir para el período temporal T:

- Compramos una acción de la empresa X, por valor Pso unidades monetarias.
- Compramos un PUT (opción de venta) sobre la misma acción anterior, a un precio de ejercicio de la opción de Pe y desembolsamos una prima de PCP unidades monetarias.
- Venta de un CALL (opción de compra) sobre la misma acción, a igual precio de ejercicio y vencimiento que la opción anterior, y cobramos una prima de PVC unidades monetarias.
- Pedimos un préstamo por un importe igual al valor actualizado del precio de ejercicio de las dos opciones anteriores, el cual se finalizará también en el período T y se devolverá entonces el capital cuantificado por Pe. El capital solicitado se expresa de la manera siguiente: $Pe\ (1 + if\ )^{-T}$, en donde:

    a. If: representa un tipo de interés libre de riesgo.
    b. T: duración del préstamo y vencimiento de las opciones.

A continuación, y partiendo de la composición descrita anteriormente, para un período temporal de la cartera de inversiones establecido gráficamente entre OT, vamos a describir los flujos monetarios (o de caja) que se producirán al vencimiento de las opciones, en el momento T:

0 ———————— **T**

<u>Momento T</u>: (nos podemos encontrar con dos posibilidades principalmente: que el precio de valoración de la acción en el mercado al contado, sea mayor o menor con respecto al precio de ejercicio de las opciones –en el caso de que sea igual, no se considera el ejercicio de dichas opciones dado que el coste de oportunidad de una mínima ganancia, es máximo-).

Pst < Pe			Pst > Pe		
1.- Acción comprada:	Pst		1.- Acción comprada:	Pst	
2.- Compra de un PUT:	Pe - Pst	(se ejerce)	2.- Compra de un PUT:	0	(no se ejerce)
3.- Venta de un CALL:	0	(no se ejerce)	3.- Venta de un CALL:	-(Pst - Pe)	(se ejerce)
4.- Préstamo:	-Pe		4.- Préstamo:	-Pe	
TOTAL (Σ)	0		**TOTAL (Σ)**	0	

Podemos observar que dada la composición de "riesgo cero" de nuestra cartera, independientemente de que la valoración de mercado del subyacente sea mayor o menor que el precio de ejercicio de las opciones, el resultado global (como suma de los resultados individuales de cada una de las estrategias de inversión que se establecen) es cero o nulo. Es por ello, que dada la hipótesis de *mercado perfecto*, en donde recordamos que genéricamente no existen posibilidades de arbitraje, se tienen que mantener las condiciones de mercado a lo largo de todo el período OT; es decir***, el valor global de la cartera en T será igual (por hipótesis establecida en el modelo) a su valor actual, en el momento O***. Analíticamente describiremos también los flujos monetarios o de caja que se producirán en el momento O:

1.- Compra de la acción:	-Pso	
2.- Compra de un PUT:	-PCP	(prima pagada)
3.- Venta de un CALL:	PVC	(prima cobrada)
4.- Préstamo:	$Pe\ (1 + if)^{-T}$	

Y dada la composición de riesgo cero o nulo, estableceremos que:

$$-Pso - PCP + PVC + Pe\,(1 + if)^{-T} = 0,$$

de donde podemos expresar y demostrar las valoraciones de la primas tal como sigue;

$$PCP = PVC + Pe\,(1 + if)^{-T} - Pso$$

$$PVC = PCP - Pe\,(1 + if)^{-T} + Pso,$$

en donde comprobamos que cuando las opciones se encuentren en situación "At the Money" (o sea, coincidencia del precio de equilibrio del contrato con respecto al precio del subyacente), entonces la valoración de las primas será idéntica, y por tanto se demuestra que opciones financieras sólo hay una, pero su signo determinará si se tratan de compra o de venta. En el resto de casos, el resultado vendrá determinado mediante la fórmula de equilibrio, aunque nos interesará más la situación "In the Money" al poder contar con un Valor Intrínseco positivo, y por tanto, objeto de maximización del beneficio.

Independientemente de los signos, y ateniéndonos a la inversión planteada, podemos establecer que en cualquier caso el beneficio conjunto se representará a partir de la función siguiente:

$$B^{o} = Pe + (PVC - PCP) - Pso$$

VARIACIÓN DE LAS HIPÓTESIS INICIALES: LA INCERTIDUMBRE EN LOS TIPOS DE INTERÉS.

El tipo de interés, como precio de referencia obligado en los mercados de capitales y coste de oportunidad de inversiones presentes y futuras, se ve igualmente condicionado a los vaivenes de políticas monetarias, intervenciones de los bancos centrales, comercio internacional y otras tantas operaciones de mercado, tanto en las economías locales, regionales, continentales, cómo a nivel mundial.

Normalmente los mercados tienden a fluctuar entorno a un cierto tipo de interés gestor o principal, el cual sirve de referencia para todo el conjunto de operadores económicos. Tradicionalmente, viene representado por aquel tipo de interés que mejor representa en cada economía los conceptos combinados de: rentabilidad, seguridad y liquidez, y que históricamente se ha manifestado a través de la deuda pública de los propios Estados, emitida ésta en condiciones de libre mercado y sin "forzar" la asignación de los recursos. Éste tipo de interés gestor perteneciente, en la mayoría de las veces, al mercado monetario, puede determinarse también de otras varias maneras:

- Letras y/o pagarés del Tesoro Público (3,6 o 12 meses).
- Tipo de intervención diaria del Banco Central correspondiente, en los mercados de capitales.
- Tipo de interés interbancario establecido entre las entidades financieras de una economía, a la hora de prestar y/o captar recursos entre sí.

Pero es evidente la dificultad en la que se hallan los responsables de las entidades financieras a la hora de determinar un tipo de interés de referencia que resulte adecuado para desarrollar la operativa necesaria, con el fin de obtener determinadas magnitudes en relación a los fenómenos financieros objeto de estudio. Basar los cálculos, como el lector tendrá ocasión de comprobar, en los algoritmos propios de la matemática de la certeza, puede dar lugar a resultados satisfactorios, siempre y cuando nos hallemos en sistemas financieros revestidos de una cierta estabilidad. Pero la realidad actual nos muestra un escenario en el cual toma carta de relevancia el alto grado de mutabilidad de los fenómenos financieros causados, principalmente, por un alto grado de inestabilidad en el ámbito social, económico y político.

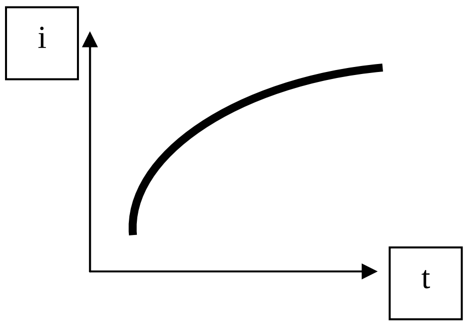
Se hará, pues, necesario prever nuevas estructuras matemáticas en las cuales tengan cabida elementos tan olvidados por las matemáticas clásicas como son la incertidumbre y la subjetividad que envuelven los fenómenos financieros.

LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS (ETTI).

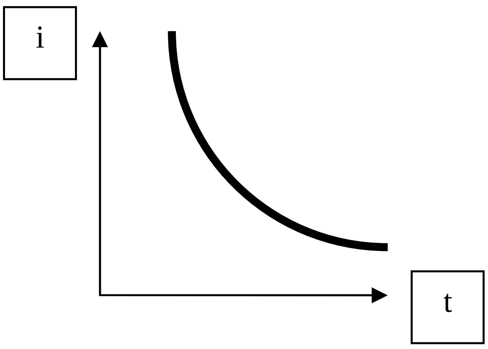
Pero volvamos a un escenario más teórico en el que vamos a suponer que el entorno se halla en una situación de cómoda estabilidad.

Gráficamente, la estructura temporal de los tipos de interés, representa la relación que existe entre el tipo de interés al contado (en el momento actual) y el plazo de duración de la inversión que se realice, o de la valoración del activo considerado. Viene representada por una línea emplazada en un eje de coordenadas, en donde las abcisas representan el tipo de interés, y en las ordenadas, el espacio temporal contemplado. También es denominada a través de conceptos de: “curva tipo-plazo”,o, “curva de rendimiento”,o, “yield curve”,

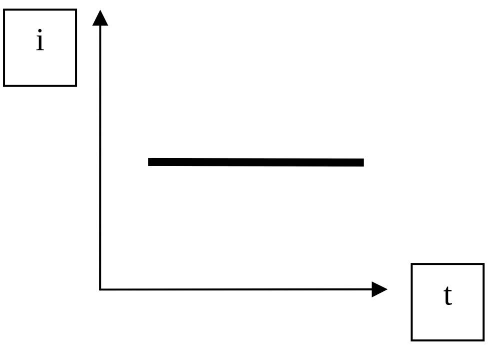
Las ETTI, a lo largo del tiempo pueden variar con cierta frecuencia, pero generalmente pueden adoptar tres formas bien diferenciadas:



- ETTI’s ascendentes, cuya figura representa una relación de mayor tipo de interés, a mayor tiempo u horizonte de la inversión contemplada, puesto que añade una mayor incertidumbre en todas aquellas variables que ayudan a fluctuar el tipo de interés, y por tanto la compensación frente al riesgo, es mayor.
- Representa la forma de pensamiento más genérica con respecto a las futuras fluctuaciones del tipo de interés y su incertidumbre. Manifiestan una pendiente positiva.



- ETTI’s descendentes, en donde en contraposición al modelo anterior, el tipo de interés desciende en función de un mayor plazo contemplado. Presenta una pendiente negativa y también se las llama curvas invertidas.
- La explicación de este tipo de figuras se basa en cualquier tipo de expectativas que se planteen en función del tipo de interés futuro y afronten una menor incertidumbre en el tiempo.



- ETTI’s planas (u horizontales), en donde los tipos de interés son los mismos independientemente del período de tiempo considerado. No presentan pendiente.
- Tratamiento considerado en períodos muy cortos de tiempo, o, siguiendo el ejemplo que nos ocupa, en el establecimiento de hipótesis de modelos de un mercado financiero perfecto: inexistencia de costes de oportunidad, o, tipo de interés libre cambio.

LOS TIPOS “SPOT” Y “FORWARD”: DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN.

El tipo de interés “spot” se define como aquel rendimiento que se establece en un momento inicial y para un activo con un plazo o vencimiento determinado; de tal manera, que para el mismo activo pero con plazos de inversión diferentes (o sea, vencimientos) se determinarán otros tipos diferentes para cada uno de los plazos. Esta estructura de tipos en un momento dado, forma la ETTI.

Más técnicamente lo podríamos definir como aquel tanto efectivo resultante de una inversión de un título de renta fija, el cual se mantiene hasta su vencimiento, al descuento o con cupón cero, sin riesgo y amortizable en T períodos.

Un tipo de interés "Spot" se puede expresar de la siguiente manera: $i_{o,t}$ en donde el primer subíndice representa el momento en el que se ha emitido el título, o en el punto de partida a partir del cual se calcula el inicio de la rentabilidad; el segundo subíndice indica el momento del vencimiento del título (o momento final de la rentabilidad). Aplicando la fórmula de tipo de interés compuesto, el Spot sería aquel que satisfaciera la siguiente ecuación:

$$Vf = Vi\ (1 + i_t)^t,$$

en donde Vf: valor final, y Vi: valor inicial, de las inversiones, y t: espacio temporal contemplado.

El tipo de interés "forward", se puede definir como aquel/aquellos tipos de interés que se esperan que se den en el futuro y que ya están contemplados en el tipo actual o Spot. Su definición parte de un principio de cálculo bastante elemental: "…los rendimientos para un determinado período son todos iguales, sin importar cuales son los vencimientos de los bonos / inversiones que se conserven durante este período." Matemáticamente se puede formular de la siguiente manera:

$$(1 + i_{o,t})^t = (1 + i_{o,1}) (1 + f_{1,2}) (1 + f_{2,3}) \dots (1 + f_{t-1,t}),$$ en donde

$i_{o,1}$: tipo spot para el período (0,1)

$f_{1,2}$: tipo forward para el período (1,2)

$f_{t-1,t}$: tipo forward para el período (t-1, t).

En una situación de mercado perfecto, junto a la inexistencia de costes de transacción, éste trata de ofrecer la misma rentabilidad para todos los plazos; en un ejemplo, para un año, el tipo de interés implícito debería de coincidir con el futuro del tipo de interés al contado durante el mismo plazo.

Desarrollando la ecuación anterior, podemos afirmar que los tipos de interés spot son una media geométrica de los tipos de interés futuros a corto plazo (forward):

$$(1 + i_{o,t}) = \sqrt[t]{(1 + i_{o,1}) (1 + f_{1,2}) \dots (1 + f_{t-1,t})}$$

$$\mathbf{i_{o,t} = [\sqrt[t]{(1 + i_{o,1}) (1 + f_{1,2}) \dots (1 + f_{t-1,t})}] - 1}$$

Y para dos períodos consecutivos, el tipo de interés forward se calcula de la siguiente manera (en función de los tipos consecutivos spot), como expresión resultante:

$$f_{(t-1,t)} = [(1 + i_{0,t})^t / (1 + i_{0,t-1})^{t-1}] - 1$$

Para períodos no-consecutivos, la expresión en función de los tipos de interés spot (datos conocidos) del valor del forward, es:

$$f_{(q,t)} = [\sqrt[(t-q)]{[(1 + i_{o,t})^t / (1 + i_{o,q})^q]}] - 1$$

ANÁLISIS DE UN NUEVO MODELO DE PARIDAD SUPONIENDO INCERTIDUMBRE EN EL TIPO DE INTERÉS

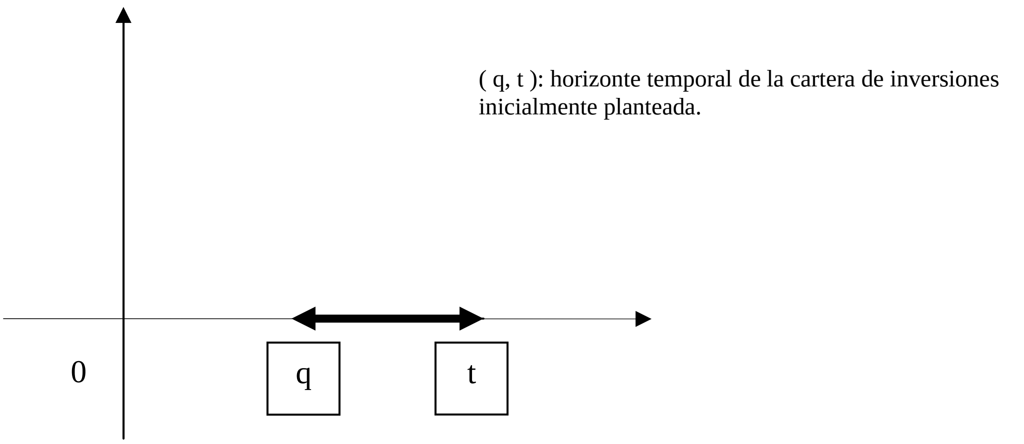
Uno de los instrumentos de medida de la variación del valor de una opción, con respecto al tipo de interés es el coeficiente rho: ρ. Dicho coeficiente nos indica la sensibilidad del precio de la opción, frente a variaciones del tipo de interés. Matemáticamente se representa como la primera derivada parcial de la prima con respecto al tipo de interés:

$$\rho = \delta O_c / \delta i,$$

Aunque no es un instrumento muy utilizado, debido principalmente a la influencia reducida que comporta el tipo de interés en el valor de la prima de la opción, sí que su resultado es significativo, ateniéndonos al signo de la opción:

- Opciones CALL: al incrementar el tipo de interés, se incrementa la valoración de la prima, siendo el resultado: $\rho>0$.
- Opciones PUT: al incrementar el tipo de interés, se reduce la valoración de la prima, siendo el resultado: $\rho<0$.

Vamos a contrastar lo anterior a partir del establecimiento de un modelo teórico, el cual partirá de la formulación anteriormente desarrollada de la "Put-Call parity". Estableceremos que en un momento inicial (momento 0), tendremos el conocimiento de que en un corto plazo podremos realizar una inversión en derivados financieros para rentabilizar, por ejemplo: un inminente excedente de tesorería, pero teniendo en cuenta un horizonte temporal de la operación mucho mayor, tal como indica el gráfico siguiente:



En nuestro modelo vamos a incorporar la incertidumbre en referencia a los tipos de interés, rompiendo la hipótesis de una ETTI plana. Vamos a desarrollar un supuesto más acorde con la realidad y suponer volatilidad en los tipos, desconociendo de su evolución (las ETTI's pueden ser crecientes, decrecientes o incluso constantes), a lo largo del tiempo planteado. En el momento de la composición de nuestra cartera de riesgo cero, supondremos certeza por definición con respecto a los tipos spot, pero desconoceremos su evolución futura; es por ello que utilizaremos la nomenclatura y formulación de los tipos spot (o al contado) y los forward, para incorporar dicha evolución futura en nuestra ecuación inicial de la "put-call parity".

Partimos del supuesto de que consideramos el período de inversión de nuestra cartera, como períodos no-consecutivos y consideramos incierto el tipo de interés en dicho período. Utilizaremos el principio de cálculo del interés forward a partir de tipos spot conocidos en un período anterior al planteamiento inicial:

$$-P_{s,q} – PCP + PVC + P_e (1 + f_{q,t})^{-(t-q)} = 0 \; / \; f_{q,t} = [\sqrt[t-q]{[(1 + i_{o,t})^t / (1 + i_{o,q})^q]}] - 1$$

Incorporamos la equivalencia del interés forward en la ecuación de equilibrio de los flujos monetarios iniciales de nuestra cartera, y obtenemos sendas expresiones de la valoración de las primas:

$$-P_{s,q} – PCP + PVC + P_e [1 + \sqrt[t-q]{[(1 + i_{o,t})^t / (1 + i_{o,q})^q]} – 1]^{-(t-q)} = 0$$

$$-P_{s,q} – PCP + PVC + P_e [(1 + i_{o,t})^t / (1 + i_{o,q})^q]^{-1} = 0$$

$$-P_{s,q} –PCP + PVC + P_e [(1 + i_{o,q})^q / (1 + i_{o,t})^t] = 0$$

A partir de esta expresión resultante volvemos a obtener las equivalencias a partir de datos conocidos, y se continúa demostrando la equivalencia de las primas en el caso "At the Money", pero con signo contrario en función de que se traten de compra o de venta:

$$PCP = PVC + P_e [(1 + i_{o,q})^q / (1 + i_{o,t})^t] – P_{s,q}$$

$$PVC = PCP – P_e [(1 + i_{o,q})^q / (1 + i_{o,t})^t] + P_{s,q}$$

Y en función de los tipos de interés, obtenemos una expresión análoga a la obtención del beneficio anterior:

$$(1 + i_{o,t})^t (PCP – PVC + P_{s,q}) = P_e (1 + i_{o,q})^q$$

$$-(1 + i_{o,t}) (PCP – PVC + P_{s,q}) = P_e (1 + i_{o,q})^q$$

Ahora bien, en función de la hipótesis de un mercado eficiente y que en el período considerado la rentabilidad resultante será siempre la misma, podemos determinar (siguiendo el ejercicio anterior) que la formulación del cálculo de los tipos de interés sea la expresión siguiente (en el período OT, tipos spot y forward):

$$(1 + i_{o,t})^t = (1 + i_{o,q})^q (1 + f_{q,t})^{t-q}$$

De donde despejamos la expresión siguiente:

$$(1 + i_{o,q})^q = (1 + i_{o,t})^t / (1 + f_{q,t})^{t-q}$$

Y la incorporamos en la formulación anterior de equilibrio, por ejemplo, para la equivalencia/resultado en la prima por la compra de un put (PCP):

$$PCP = PVC + P_e [(1 + i_{o,q})^q / (1 + i_{o,t})^t] – P_{s,q}$$

$$PCP = PVC + P_e [[(1 + i_{o,t})^t / (1 + f_{q,t})^{t-q}] / [(1 + i_{o,t}) / 1]] – P_{s,q}$$

$$PCP = PVC + P_e [1 / (1 + f_{q,t})^{t-q}] – P_{s,q}$$

$$PCP = PVC + P_e (1 + f_{q,t})^{-(t-q)} – P_{s,q}$$

De la expresión resultante, podemos distinguir dos casuísticas : una primera en función de que las opciones se encuentren "At the Money" (en igualdad de precios del subyacente y del precio de ejercicio del contrato, en el momento q) que continuaría demostrando igualmente la igualdad de las primas; y, una segunda parte que incorpora la definición del beneficio o pérdida en función de que nos hallemos "In the Money" o "Out the Money" respectívamente.

En el primer caso, puesto que nuestra cartera inicial era de riesgo cero, y consideramos que opciones sólo hay una, pero de distinto signo según sea de compra o de venta, entonces podemos entonces hallar una expresión para el tipo de interés forward, en función de datos ya conocidos:

$$P_e (1 + f_{q,t})^{-(t-q)} – P_{s,q} = 0$$

$$P_e (1 + f_{q,t})^{-(t-q)} = P_{s,q}$$

$$(1 + f_{q,t})^{-(t-q)} = P_{s,q} / P_e$$

$$1 / (1 + f_{q,t})^{t-q} = P_{s,q} / P_e$$

$$(1 + f_{q,t})^{t-q} = P_e / P_{s,q}$$

$$\underline{\boldsymbol{f_{q,t} = [\sqrt[t-q]{(P_e / P_{s,q})}] - 1}}$$

Expresión que en base de las hipótesis iniciales de nuestro modelo, nos permite hallar el tipo de interés forward, a partir de las ETTI (o curva de interés spot) de un período conocido anterior, en función del precio de ejercicio de los contratos de las opciones de nuestra cartera, y de la cotización (o precio) del activo subyacente en el momento "q".

Supongamos, a partir de la fórmula resultante, que ambos precios son estimados hoy, para una valoración futura, a través de Números Borrosos Triangulares. La estimación la realizan expertos en mercados financieros, los cuales cual nos dan una previsión posible de sus valores futuros. Estas valuaciones se recogen en lo que denominamos forma ternaria siguiendo la tendencia que nos han proporcionado nuestros expertos. De todos es sabido que un N.B.T. (Número Borroso Triangular) nos indica cuál es el valor por debajo del cual se presume no se va a producir el tipo de interés (extremo inferior), nos indica también el valor por encima del cual tampoco se va a situar esta magnitud (extremo superior) y finalmente, el valor que tiene más posibilidades de producirse (máximo de presunción). De todos es sabido que un N.B.T. puede ser expresado de tres formas distintas, además de que sólo mantiene sus propiedades matemáticas mientras no sea objeto de operaciones no lineales. En este caso, si se mantuviera la forma ternaria, el resultado sólo ofrecería información contrastada de extremos inferior, máximo de presunción, y superior (nos hallaríamos, por tanto, ante una tripleta de confianza). A efectos de disponer de información intermedia entre los valores de presunción 0 y 1 en el resultado, se ha optado por trabajar con la forma de α-cortes del N.B.T. En la aproximación triangular representativa del resultado, se podrán así obtener cualesquiera valores con sólo asignar distintos niveles de presunción a α.

Dado que los expertos nos han expresado sus opiniones en forma ternaria, a efectos de disponer de mayor información en el resultado, vamos a proceder a su expresión en forma de α-cortes, de la siguiente manera:

$$P_e = [P_{e1}, P_{e2}, P_{e3}] \Rightarrow P_e = [P_{e1} + (P_{e2} - P_{e1})\alpha, P_{e3} - (P_{e2} - P_{e3})\alpha]$$

$$P_{s,q} = [P_{s1}, P_{s2}, P_{s3}] \Rightarrow P_{s,q} = [P_{s1} + (P_{s2} - P_{s1})\alpha, P_{s3} - (P_{s2} - P_{s3})\alpha]$$

Sustituimos dichas expresiones en la fórmula original resultante, en función de los NBT para los datos previstos:

$$f_{q,t} = \left[\sqrt[t-q]{\left(\left[P_{e1} + \langle P_{e2} - P_{e1}\rangle\alpha, P_{e3} - \langle P_{e2} - P_{e3}\rangle\alpha\right] / \left[P_{s1} + \langle P_{s2} - P_{s1}\rangle\alpha, P_{s3} - \langle P_{s2} - P_{s1}\rangle\alpha\right] \right)} \right] - 1$$

De la cual obtenemos la siguiente expresión resultante, en forma de intervalos de confianza y como expresión de las posibilidades en la incertidumbre para Ps y Pe:

$$f_{q,t} = \left[\left(\left[P_{e1} + \langle P_{e2} - P_{e1}\rangle\alpha\right]^{1/(t-q)} - 1 \right) / \left(\left[P_{s3} - \langle P_{s2} - P_{s3}\rangle\alpha\right]^{1/(t-q)} - 1 \right) \right],$$
$$\left[\left(\left[P_{e3} - \langle P_{e2} - P_{e3}\rangle\alpha\right]^{1/(t-q)} - 1 \right) / \left(\left[P_{s1} + \langle P_{s2} - P_{s1}\rangle\alpha\right] \right)^{1/(t-q)} - 1 \right]$$

***Ejemplo 1*:** Una empresa tendrá un excedente de tesorería en un futuro inmediato: al cabo de 3 meses y hasta 2 meses más, dispondrá de unos recursos económicos ociosos. Con el objetivo de maximizar las puntas de tesorería, su experto asesor en mercados financieros aconseja la inversión en dicho corto plazo a través de opciones financieras sobre acciones. En función de la previsión del posible precio futuro tanto del valor de las acciones como del precio de ejercicio de las opciones, se pide calcular el tipo de interés forward resultante para el período de inversión contemplado.

Datos: Precio de ejercicio: $P_e = [12.3, 13.30, 14.25] \Rightarrow P_e = [12.3 + 1\alpha, 14.25 - 0.95\alpha]$

Precio de cotización del subyacente: $P_{s,5} = [22, 25, 27] \Rightarrow P_{s,5} = [22 + 3\alpha, 27 - 2\alpha]$

Sustituyendo las expresiones de los NBT estimados en su forma lineal (o de α-cortes) en la fórmula del tipo de interés forward, obtenemos los siguientes resultados para distintos grados de posibilidad:

- Para α = 0, $f_{3,5}^{(0)} = (0.60)$
- Para α = 0.4, $f_{3,5}^{(0.4)} = (0.6224, 0.7138)$
- Para α = 1, $f_{3,5}^{(1)} = (0.66, 0.91)$

El precio de las opciones normalmente se establece a través de la cuantía de la prima que se paga y/o percibe mediante los contratos de compra o venta de opciones (Call y Put, respectívamente). Dicha prima (o precio de la opción) puede verse afectada por varios factores que inciden en su valoración, de entre los cuales ya hemos comentado anteriormente la influencia del tipo de interés del mercado; otro, y muy importante en función de su influencia hace referencia al *precio de ejercicio* o "Strike Price". El precio de ejercicio es aquel establecido en el contrato de la opción, el cual se comparará con el precio del subyacente en el día de negociación de la opción.

El umbral de rentabilidad del contrato de opciones lo podremos establecer entonces en función de su naturaleza y de su valor intrínseco, manteniendo constante por hipótesis cualquier otro factor incidente en la valoración de la prima:

- Opciones de compra (Call): Ps = Pe + Prima pagada; de donde despejamos la expresión, Pe= Ps – Prima pagada.
- Opciones de venta (Put): Ps = Pe – Prima cobrada; e igualmente obtenemos senda expresión para , Pe = Ps + Prima cobrada.

Sustituimos la expresiones anteriores en la fórmula resultante del tipo de interés forward con incertidumbre, en función de la expresión resultante del precio de ejercicio para cada tipo de opción:

$$f_{q,t} = [\ {}^{t-q}\sqrt{(P_e / P_{s,q})}\ ] - 1$$

$$(1+f_{qt}) = \left[\ \sqrt[t-q]{\left(P_e / P_{sq}\right)}\ \right]$$

$$(1+f_{qt})^{t-q} = P_e / P_{sq}$$

- **Opciones Call** *: Prima pagada* = $P_{sq}\left[1-\left(1+f_{qt}\right)^{t-q}\right]$
- **Opciones Put** : Prima cobrada = $P_{sq}\left[\left(1+f_{qt}\right)^{t-q}-1\right]$

En donde obtenemos sendas expresiones de las primas, según la naturaleza de las opciones, en función del precion del subyacente y del tipo de interés implícito (forward) en el período del contrato de opciones. Sólo nos queda entonces un elemento en el ámbito de la incertidumbre : el precio del subyacente, tanto en el momento de inicio del contrato, como en su evolución hasta la negociación del mismo.

Ejemplo2 : A partir de los datos del ejemplo anterior y según las fórmulas del umbral de rentabilidad de las opciones (según sean de compra –call- y/o de venta –put-), calcularemos las primas de ambas opciones para una posibilidad de α = 0.5.

- Prima pagada (Ops. Call : de compra) = (-55.38 , -39) uds. Monetarias.
- Prima cobrada (Ops. Put : de venta) = (39 , 55.38) u.m.

Como prueba de control y del seguimiento de las hipótesis planteadas en el ejemplo de inversión de nuestra cartera, vamos a incorporar el resultado anterior de la expresión del interés forward, a todos los efectos desconocido, a aplicar en el período de tiempo "q-t" para demostrar hasta que punto es un resultado consecuente con las hipótesis iniciales de: riesgo cero y paridad del valor de las opciones de diferente signo.

$$-P_{s,q} - PCP + PVC + P_e\,(1 + f_{q,t})^{-(t-q)} = 0 \quad / \quad f_{q,t} = [\ {}^{t-q}\sqrt{(P_e / P_{s,q})}\ ] - 1$$

$$-P_{s,q} - PCP + PVC + P_e\,[\,1 + [{}^{t-q}\sqrt{(P_e / P_{s,q})}\,] - 1\,]^{-(t-q)} = 0$$

$$-P_{s,q} - PCP + PVC + P_e\,(P_e / P_{s,q})^{-1} = 0$$

PVC = PCP

Luego, la expresión resultante del tipo de interés forward, para el período "q-t" de duración de nuestra cartera de inversiones de riesgo cero, en la ecuación de los flujos monetarios inicial de la demostración de la "put-call parity", nos lleva al resultado inicialmente planteado por hipótesis, el cual vuelve a demostrar el hecho de que opciones en sí mismas, sólo hay una, pero será su signo en la valoración lo que diferenciará el hecho de que sean de compra o de venta, ya que SU VALOR ES EL MISMO.

CONCLUSIONES

En conclusión podemos decir que partiendo de las hipótesis básicas de un mercado perfecto, éste intentará producir/asignar igual rentabilidad para todos los plazos, lo que nos lleva al principio teórico de cálculo de los tipos de interés spot y forward. Uno de los resultados más concluyente de nuestro trabajo se basa en la obtención de una expresión del tipo de interés forward, a todas luces completamente desconocido, el cual bajo los supuestos anteriormente descritos nos da la referencia de su rentabilidad/valor, en función solamente del valor del activo subyacente en el momento inicial de nuestra hipotética cartera de inversiones (momento q) y del precio de ejercicio de las opciones financieras sobre ese subyacente contratadas. Dicha rentabilidad podrá ser contrastada partiendo de datos anteriores de certeza, sobre la evolución de los tipos de interés manifestadas con anterioridad, al período considerado.

Igualmente, podemos hallar un resultado determinante para el caso de que planteáramos un período de nuestra cartera de inversiones, consecutivo.

Otro resultado concluyente parte de los conceptos de valoración de las opciones a través de la prima pagada, en función sobre todo del valor intrínseco de éstas según su naturaleza (Call o Put). A partir de la hipótesis inicial de establecer una cartera de inversiones con riesgo cero, establecemos ciertas equivalencias a través del umbral de rentabilidad de dichas opciones, sustituyéndolas en nuestra ecuación resultante de interés forward y analizando el resultado a través de Números Borrosos Triangulares en forma de α-cortes, como medida previsional de la única variable en el campo de la incertidumbre: el precio del subyacente, atribuyéndole un comportamiento lineal en función de las posibilidades de previsión de su valor, en el futuro.

En el trabajo presentado hemos podido observar el hecho de que es posible dar un paso más hacia la realidad en la complejidad que los fenómenos financieros plantean para la estimación de situaciones provisionales. Plantear modelos más acordes con la incertidumbre que presentan los acontecimientos producidos en la realidad de nuestros días no plantea más dificultad que la de introducir en los modelos clásicos la aritmética de la incertidumbre.

Dejamos aquí un trabajo que no ha sido más que un planteamiento inicial para que científicos y profesionales profundicen en la elaboración de modelos más adecuados para el tratamiento de una compleja realidad que se vislumbra con cambios más rápidos y profundos que en ningún otro momento en la historia de la humanidad.

BIBLIOGRAFÍA

Cabeza Lambar, M.: "La influencia de las curvas de tipos de interés sobre las magnitudes económicas ". Tesis doctoral. BCN, Junio 1995. BUB, Secció d'econòmiques. Facultat de ciències econòmiques i empresarials. Pàgs.: 223 – 280.

Casanovas Ramón, M.: "Opciones financieras" (6ª edición). Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S.A.). Madrid, 2003.

Gil Lafuente; A.Mª.: "El Análisis Financiero en la Incertidumbre". Ariel Economía. Barcelona, 1990

Hull, J.C.: "Options, Futures and Other derivatives", Prentice Hall, New Jersey (2003).

Kaufmann, A.; Gil Aluja, J.: "Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas". Editorial Milladoiro. Santiago de Compostela, 1986.

Kaufmann, A.; Gil Aluja, J.: "Modelos para la investigación de efectos olvidados". Editorial Milladoiro. Vigo, 1988.

López, F.: "Primeras Estrategias para el año nuevo", Bolsa – Derivados, Revista Mi Cartera de Inversión, pag. 50 nº 532 (del 17/12/04 al 6/01/05).

Pérez Ramírez, J.: "Los derivados de crédito", Estabilidad Financiera, Banco de España, nº 3, pp. 59-83 (2002)

Renta 4: "El atractivo de las acciones a crédito**",** pp. 25, sección "Para Invertir - Derivados", Diario económico Cinco Días. Madrid, Sábado 18 de octubre de 2003.

www.inverca.com

www.opcionesyestrategias.com