UNIVERSIA
BusinessReview

Susana Alonso Bonís [1]
Departamento de Economía Financiera y Contabilidad
Universidad de Valladolid
salonso@eco.uva.es

Las Opciones Reales y la Simulación de Monte Carlo

Real Options and Monte Carlo Simulation

Valentín Azofra Palenzuela
Departamento de Economía Financiera y Contabilidad
Universidad de Valladolid
vazofra@eco.uva.es

Gabriel de la Fuente Herrero
Departamento de Economía Financiera y Contabilidad
Universidad de Valladolid
gfuente@eco.uva.es

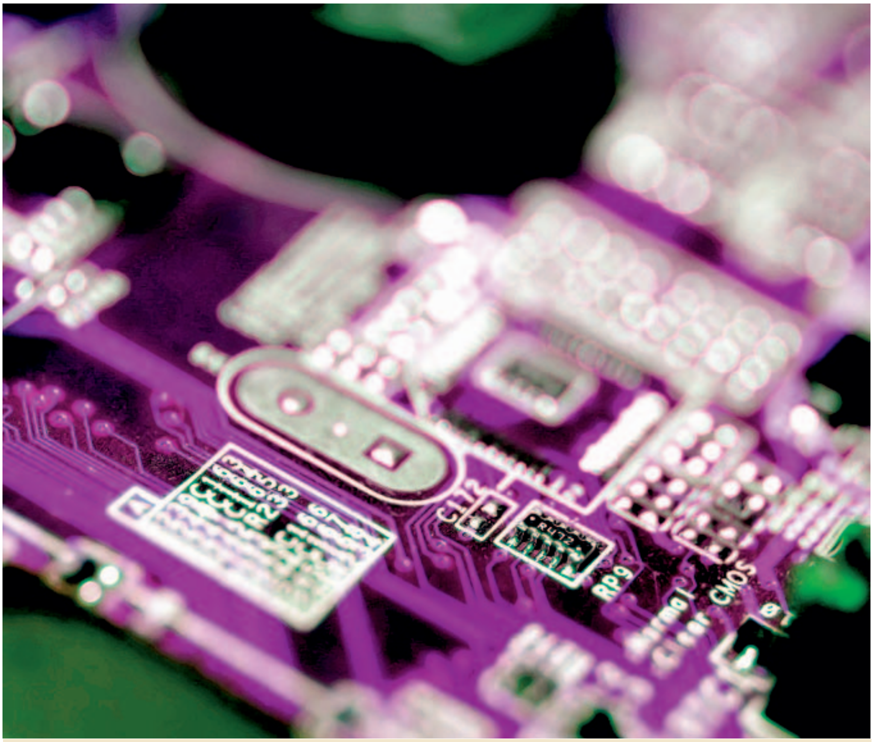
1. INTRODUCCIÓN

En la primavera de 2000, Tom Copeland auguraba que el enfoque de las opciones reales acabaría sustituyendo al modelo del descuento de flujos en menos de 10 años (Copeland, 2000). Desde la atalaya que nos brinda el tiempo transcurrido desde entonces, bien pudiera pensarse que, sorprendentemente y aunque sólo fuera por esta vez, Copeland habría incurrido en algún error de valoración y que dado el inconcebiblemente escaso plazo fijado para tamaña empresa, su pronóstico tendría pocos visos de cumplirse. De acertar, eso sí, estaríamos ante la culminación de un proceso de cambio de más de 30 años de duración, que se inicia en 1977 de la mano de Stewart C. Myers y se prolonga hasta nuestros días.

Además de ofrecer nuevas luces en la comprensión del proceso de generación de valor, el enfoque de las opciones reales proporciona herramientas cuantitativas apropiadas para la valoración de la empresa y sus inversiones, que resultan de la aplicación de los modelos desarrollados en el campo de los derivados financieros. Sin embargo, la ausencia de una fórmula única y de aplicación generalizada -de la que si dispone el modelo de descuento- dificulta la adopción del enfoque en la práctica empresarial. Al contrario, la amplia variedad de derechos y activos subyacentes que caracterizan a las distintas opciones reales motiva el desarrollo de múltiples fórmulas analíticas y métodos numéricos de valoración, cada uno de ellos apropiado para un ámbito de aplicación limitado.

CODIGOS JEL:
G310

Fecha de recepción y acuse de recibo: 20 de marzo de 2007. Fecha inicio proceso de evaluación: 22 de marzo de 2007. Fecha primera evaluación: 18 de mayo de 2007. Fecha de aceptación: 12 de julio de 2007



RESUMEN DEL ARTÍCULO

El enfoque de las opciones reales empieza a ser bien conocido entre los profesionales de la valoración. Las primeras fórmulas de ámbito restringido son ahora reemplazadas por programas informáticos que automatizan potentes y flexibles técnicas numéricas de resolución. El objeto de este trabajo es el ofrecer un análisis razonado de las ventajas y fundamentos de este tipo de ?motores de valoración?, a través de la discusión de las distintas etapas implicadas en el proceso de valoración de las opciones reales.

EXECUTIVE SUMMARY

Real option analysis is becoming increasingly well known among valuation practitioners. The early rather limited formulae are now being replaced by powerful and flexible software tools. The aim of this paper is to provide a reasoned analysis of the advantages and principles of this type of modern ?valuation engine?, through the study of the successive stages involved in the real option valuation process.

Esta falta de flexibilidad ha alentado la búsqueda de nuevas herramientas de valoración. Una de estas propuestas es la basada en la simulación de Monte Carlo. La peculiar naturaleza de la simulación de Monte Carlo permite el tratamiento directo de todo tipo de activo, cualquiera que sea el número y el tipo de comportamiento estocástico de las fuentes de incertidumbre de las que dependen sus resultados futuros. La razón por la que, durante todo este tiempo, un modelo tan potente e intuitivo ha sido relegado al olvido se halla en que la simulación no es, por sí sola, una técnica válida para la estimación de la política de ejercicio óptima de las opciones americanas.

Afortunadamente, investigaciones recientes (Tilley, 1993; Barranquand y Martineau, 1995; Grant, Vora y Weeks, 1996; Longstaff y Schwartz, 2001; Broadie y Glasserman, 2004) han descubierto cómo su combinación con técnicas de programación dinámica pueden ayudar a superar este problema. En pocos años, este tandem ha logrado posicionarse entre los principales procedimientos numéricos de la valoración de derivados financieros y, según la tendencia mostrada por la investigación reciente[2], apunta a convertirse en la principal herramienta de valoración en el ámbito de las opciones reales. Para ello ha sido necesario superar los problemas de consumo de recursos -tiempo y requisitos informáticos- que requería la implementación de los primeros modelos. El logro se debe en buena medida a los progresos alcanzados en la estimación de la política óptima de ejercicio mediante el empleo de regresiones estadísticas, tal y como plantearan Logstaff y Schwartz en su trabajo seminal del año 2001.

La combinación de la simulación y la programación dinámica ha sido empleada por Cortazar y Schwartz (1998) para valorar la inversión en una reserva petrolífera y por Cortazar (2001) para evaluar las operaciones óptimas de una mina de cobre. Entre los trabajos que aplican el algoritmo de Longstaff y Schwartz (2001) destaca la valoración de opciones reales vinculadas a patentes y proyectos de investigación y desarrollo (Schwartz, 2004), empresas de Internet (Schwartz y Moon, 2001; Lamothe y Aragón, 2002) y empresas farmacéuticas (León y Piñeiro, 2004).

2. LA MALDICIÓN DE LA DIMENSIONALIDAD Y LA SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

La analogía entre las opciones financieras y las oportunidades empresariales propició inicialmente la traslación directa de los modelos de valoración desarrollados y contrastados en el ámbito de los mercados financieros. Sin embargo, la constatación de determinadas divergencias pronto sirvió de acicate para el desarrollo de herramientas de valoración específicas adaptadas a la particular naturaleza de las opciones reales.

Uno de los motivos habituales de esta separación es la dificultad para identificar de forma previa el valor del subyacente de las opciones reales. Normalmente, se carece de la referencia del precio de un mercado mínimamente eficiente y la estimación del valor del subyacente pasa por identificar las múltiples fuentes de incertidumbre de las que depende la corriente futuros flujos de tesorería. En estos casos, el problema de valoración exige determinar de forma simultánea el valor del subyacente y sus opciones y el desplazamiento de los argumentos de la réplica y el arbitraje sobre las variables últimas de las que dependen los flujos de tesorería.

PALABRAS CLAVE
Opciones reales, valoración, simulación de Monte Carlo

KEY WORDS
Real options, valuation, Monte Carlo simulation

La ausencia de un precio de referencia del subyacente y el carácter multidimensional de las fuentes de incertidumbre de la inversión empresarial impiden no sólo la aplicación de las fórmulas analíticas de valoración de derivados, sino también la utilización de los métodos numéricos al uso. Este problema se conoce como la maldición de la dimensionalidad y se traduce en la inoperatividad del modelo derivada del incremento del volumen de recursos consumidos en la resolución del problema[3]. Incluso el modelo binomial (Cox, Ross y Rubinstein, 1979), tal vez el más flexible de las herramientas convencionales de valoración de opciones, presenta los efectos de esta maldición debido a que el número de nodos que componen el árbol crece exponencialmente con el número de variables de estado.

Sin embargo, el modelo de simulación presenta la ventaja de que su complejidad apenas aumenta con el incremento del número de dimensiones o, de manera más precisa, los recursos requeridos en el cálculo aumentan de manera lineal con el número de variables de estado. A esta ventaja hay que añadir una no menos importante, que es la flexibilidad del modelo para considerar cualquier patrón estocástico de las fuentes de incertidumbre. Es decir, la simulación no restringe su ámbito de aplicación al habitual proceso Geométrico-Browniano, que ha demostrado su utilidad para caracterizar el comportamiento de los precios de los activos financieros, pero que es difícilmente asumible para otras variables de estado de naturaleza no financiera.

La aplicación de la simulación de Monte Carlo conlleva la obtención de muestras aleatorias del comportamiento dinámico de los parámetros estocásticos -variables de estado o fuentes de incertidumbre- de los que depende el valor del derivado[4]. Obviamente, la estimación de una única trayectoria de la evolución de cada variable no es suficiente para aproximar el valor de la opción. Una correcta aproximación requiere la generación de un gran número de trayectorias. Cuántas trayectorias estimar -y también cuántas particiones realizar del espacio temporal hasta el vencimiento de la opción- son cuestiones que dependen de las características específicas de cada activo y del comportamiento dinámico de sus fuentes de incertidumbre. En general, aumentar el número de trayectorias mejora la precisión de la estimación del derecho, mientras que incrementar el número de subintervalos temporales normalmente garantiza que dicho valor converja hacia el correcto (Stentoft, 2004).

La posibilidad de mejorar la calidad de la aproximación incrementando el número de simulaciones constituye el principal rasgo diferenciador de la simulación de Monte Carlo. Esta relación responde al hecho de que el error estándar de la estimación depende inversamente del número de experimentos realizados, cualquiera que sea dimensión temporal del problema. Respecto a otros modelos de aproximación, el método de Monte Carlo presenta la ventaja de que su tasa de convergencia al valor cierto no depende de la dimensión del problema, lo que la convierte en una herramienta especialmente útil en la evaluación de problemas de gran dimensión. De hecho, la dimensión es mayor o igual que el número de intervalos de tiempo considerados en la simulación, resultando normalmente de tamaño suficiente para que la tasa de convergencia de la simulación sea competitiva respecto a otros métodos alternativos (Glasserman, 2004).

3. EL PROCESO DE VALORACIÓN CON SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

La estimación del valor de una inversión y sus opciones reales por medio de la simulación de Monte Carlo implica un proceso que se puede estructurar en seis etapas elementales: i) caracterización del activo y sus opciones; ii) estimación de los procesos equivalentes ciertos de las variables de estado; iii) discretización de los procesos equivalentes ciertos, iv) simulación de las trayectorias, v) determinación de la política óptima de ejercicio y vi) estimación de valor del activo y sus opciones.

La última y las dos primeras etapas son comunes a cualquier modelo de valoración de opciones reales. Las etapas tercera y cuarta son más propias de la simulación y la quinta etapa concierne a la aplicación de la programación dinámica que complementa a la simulación en la valoración de las opciones del tipo americano.

Etapa 1. Caracterización del activo y sus opciones

De las seis etapas en las que hemos dividido el proceso de valoración, la única que requiere la intervención activa del decisor es la primera, mientras que el resto de operaciones pueden automatizarse en un paquete informático. Esta etapa coincide con la también primera fase del proceso de valoración propuesto por Amram y Kulatilaka (1999)[5].

En esta fase de la valoración, el decisor se pregunta tanto por los flujos de tesorería esperados como por las opciones reales de la inversión. La caracterización de los flujos de tesorería esperados exige identificar las variables de estado de las que dependen (precio de los productos o servicios, costes de los factores, demanda, éxito de las investigaciones, etc.). La naturaleza de las fuentes de incertidumbre varía notablemente de una empresa a otra y su caracterización exige estimar el proceso estocástico que se supone rige su comportamiento futuro. Los habitualmente empleados son Geométrico Browniano, reversión a la media, Poisson o sus combinaciones[6]. En esta misma etapa, el decisor ha de identificar las opciones o posibilidades de actuación futura, su naturaleza y elementos básicos.

Etapa 2. Estimación de los equivalentes ciertos

La determinación de los equivalentes ciertos de las fuentes de incertidumbre constituye uno de los elementos más polémicos de la valoración de opciones reales. En el caso en el que las variables de estado presenten una naturaleza no financiera, su aplicación implica asumir que el mercado de capitales es completo y, por tanto, que es posible construir cualquier patrón de rendimientos a partir de los activos existentes (Trigeorgis, 1996).

Aunque aparentemente restrictivo, el supuesto de mercados completos no sólo es común a toda valoración de derivados definidos sobre subyacentes no cotizados, sino también al propio modelo de descuento de flujos de tesorería, que utiliza como tasa de descuento adecuada al riesgo de la corriente de flujos el coste de capital del supuesto "activo gemelo".

Etapa 3. Discretización de los procesos

La aproximación al campo discreto de la evolución continua de las variables de estado no es exclusiva de la simulación de Monte Carlo. El modelo binomial, por ejemplo, utiliza las propiedades de convergencia para aproximar la evolución continua del proceso geométrico-Browniano a partir de un esquema binomial multiplicativo discreto (Cox, Ross y Rubinstein, 1979; y Trigeorgis, 1991). Por su parte, la discretización de la simulación supone la determinación de aquella fórmula o procedimiento que permite generar muestras de trayectorias aleatorias, cuya distribución probabilística responde al proceso estocástico aproximado (Boyle,1977).

Para algunos procesos se conoce la fórmula de discretización exacta. Es el caso del movimiento Geométrico Browniano, los procesos de difusión tipo raíz cuadrada y algunos procesos con saltos. Para este tipo de procesos el error de la discretización es independiente del plazo temporal de cada simulación, por lo que el número de subintervalos de análisis viene determinado por las fechas de ejercicio anticipado de las opciones.

Cuando el proceso no es integrable, su discretización puede aproximarse a partir de la técnica de Euler. Aunque de fácil implementación, este método implica la asunción de un error de aproximación que disminuye a medida que se reduce el espacio temporal de cada simulación. En consecuencia, una forma de limitar el error consiste en simular un "gran" número de pasos intermedios entre cada fecha, con el consiguiente incremento de los recursos requeridos para su implementación.

Etapa 4. Simulación de las trayectorias

El punto de partida de la simulación es la generación de números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo (0, 1). Estos valores se transforman en muestras de cualquier otra distribución mediante diversos métodos, entre los que destaca por su sencillez el método de la transformación inversa (Glasserman, 2004). Según este procedimiento cada número aleatorio representa la probabilidad acumulada de la distribución del componente estocástico del proceso objeto de simulación. Los valores así obtenidos constituyen, precisamente, realizaciones de la muestra artificial o simulada.

A partir del valor inicial conocido, la simulación de *M* trayectorias del proceso de cada una de las *N* variable de estado (S_1, S_2,…,S_j,…S_N) adopta la representación gráfica recogida en la figura 1, donde simboliza la duración, en términos anuales, de los subintervalos en que se divide la vida de la corriente subyacente.

Esta representación ayuda a percibir cómo el incremento de las fuentes de incertidumbre aumenta linealmente el número de *nodos* o estados de la naturaleza disponibles

Figura 1. **Simulación de cada variable de estado**

$$
S_{j,0} \begin{array}{l}
\nearrow\!\!\!\!\rightarrow \; S^{1}_{j,\tau} \rightarrow S^{1}_{j,2\tau} \rightarrow \dots \rightarrow S^{1}_{j,T-2\tau} \rightarrow S^{1}_{j,T-\tau} \rightarrow S^{1}_{j,T} \\
\searrow \; S^{2}_{j,\tau} \rightarrow S^{2}_{j,2\tau} \rightarrow \dots \rightarrow S^{2}_{j,T-2\tau} \rightarrow S^{2}_{j,T-\tau} \rightarrow S^{2}_{j,T} \\
\searrow \; S^{M}_{j,\tau} \rightarrow S^{M}_{j,2\tau} \rightarrow \dots \rightarrow S^{M}_{j,T-2\tau} \rightarrow S^{M}_{j,T-\tau} \rightarrow S^{M}_{j,T}
\end{array}
$$

(Stentoft, 2004). Adicionalmente, la aplicación de la simulación en problemas multidimensionales requiere considerar la correlación entre las fuentes de incertidumbre a efectos de estimación de las trayectorias aleatorias.

Etapa 5. Determinación de la política óptima de ejercicio

La valoración de la opción americana requiere determinar su ejercicio óptimo. El problema de programación dinámica a resolver responde a la representación siguiente:

$$V_t(S_t) = h_t(S_t)$$

$$V_{t-1}(s_{t-1}) = max\{ h_{t-1}(s_{t-1}), E\,[e^{-r}V_t(S_t)|S_{t-1} = s]\}$$

$$t = 1,2,..., T$$

donde $h_t(S_t)$ simboliza el flujo derivado del ejercicio de la opción en el momento t; $V_t(S_t)$ refleja el valor de la opción en t suponiendo que no ha sido ejercida previamente, esto es, el valor de *continuación*; y S_t es el vector de variables de estado de las que depende el flujo de la opción.

De la anterior expresión se deduce que en la fecha de vencimiento el valor de la opción coincide con su valor intrínseco, h_T, mientras que en cualquier momento anterior al vencimiento se determina a partir del máximo entre el valor en caso de ejercicio inmediato y el valor esperado de mantener vivo el derecho y, por tanto, de no ejercer la opción en ese momento. La estimación del valor de continuar constituye así la principal dificultad, cualquiera que sea el procedimiento numérico empleado en la valoración de los derivados americanos.

En el ámbito de los modelos de simulación financiera, las primeras propuestas de solución aproximan la función del valor del derivado o la frontera de ejercicio óptima mediante algoritmos de particiones, bien del espacio unidimensional del subyacente (Tilley, 1993), o el del flujo de la opción (Barranquand y Martineau, 1995). Por su parte, Grant, Vora y Weeks (1996) e Ibáñez y Zapatero (2004) estiman directamente los valores de las variables de estado para los que el valor de continuación se equipara al valor de su ejercicio inmediato en cada fecha de ejercicio. De modo alternativo, Broadie y Glasserman (1997, 2004) proponen el empleo de árboles simulados no recombinatorios y mallas estocásticas para determinar dos estimadores del valor del derivado, uno sesgado "al alza" y otro sesgado "a la baja", ambos asintóticamente insesgados y convergentes hacia el valor cierto. Finalmente, Tsitsiklis y Van Roy (2001) y Longstaff y Schwartz (2001) optan por la regresión de mínimos cuadrados ordinarios como método para aproximar el valor de continuación en cada punto de decisión.

Aunque las conclusiones aún resultan prematuras, el algoritmo de Longstaff y Schwartz (2001), conocido como *"Least-Squares Monte Carlo"* ó *LSM*, empieza a vislumbrarse como el procedimiento de valoración de derivados americanos, financieros y reales, de mayor éxito en la práctica reciente. El punto de partida de este procedimiento es la fecha de vencimiento de la opción a partir del cual se identifican, en cada momento en que se permite el ejercicio, las trayectorias de la variable de estado que se encuentran en el dinero y que, *a priori*, son las únicas para las que cabe plantear la decisión de ejercer o no ejercer.

Estas trayectorias sirven para plantear una regresión con variable dependiente, el flujo (descontado) que se espera genere la opción en el futuro, y con variables independientes, los valores simulados de la variable de estado o sus transformaciones funcionales. A partir de esta regresión, se obtienen los valores de los coeficientes asociados a los términos independientes que conforman la frontera de ejercicio óptima. La decisión óptima de ejercicio en un determinado momento y para una determinada trayectoria se toma tras comparar el valor de continuación estimado a partir de la regresión y el valor que se deriva del ejercicio inmediato. El procedimiento seguido para determinar la regla de decisión que proporciona este algoritmo se repite recursivamente en cada momento de ejercicio de la opción.

Lógicamente, el esfuerzo informático que requiere la implementación de este modelo depende linealmente del número de oportunidades de ejercicio anticipado. La gran ventaja de los métodos que emplean la regresión estadística es su rapidez. El esfuerzo computacional que exige es del orden $O(RM)$, siendo R el número de funciones base utilizadas y M el número de simulaciones. Otros procedimientos que combinan la simulación la programación dinámica para la evaluación de opciones americanas requieren un esfuerzo muy superior, del orden de $O(M^2)$. Este menor esfuerzo computacional confiere la capacidad de simular un mayor número de trayectorias y así reducir la variabilidad en las estimaciones.

Etapa 6. Estimación del valor del activo y sus opciones

Una vez determinada la frontera de ejercicio óptima, la estimación del valor del activo y sus opciones se obtiene mediante simulación tradicional. Es decir, las distintas trayectorias son simuladas desde el momento inicial hasta alcanzar el primer valor crítico de ejercicio, que se actualiza y computa en el promedio final de todos los flujos estimados.

4. CONCLUSIÓN

La valoración mediante el enfoque de las opciones reales adolece de algunos problemas operativos. A pesar de la reconocida superioridad teórica de sus fundamentos, carece de una fórmula analítica simple y general como la del modelo de descuento de flujos. Por el contrario, el enfoque se compone de una amalgama de fórmulas y procedimientos numéricos, cada uno de ellos apropiado para un tipo particular de opción.

Este panorama ha comenzado a cambiar a raíz de las nuevas propuestas de valoración basadas en la combinación de la simulación de Monte Carlo, la programación dinámica y la regresión estadística. Se trata de modelos flexibles capaces de valorar cualquier tipo de inversión con independencia de la naturaleza de sus opciones y de sus fuentes de incertidumbre. El problema de este tipo de procedimientos radica en que su aplicación requiere un elevado volumen de cálculo, tan sólo asumible mediante su automatización en un paquete informático. De hecho, cabe esperar que en los próximos años este tipo de paquetes de valoración invadan la oferta disponible para los profesionales. Su utilización puede suponer cierta merma en el conocimiento del proceso de cálculo cuya contrapartida apunta a una mayor eficacia en la aprehensión de las distintas fuentes de valor.

Este trabajo pretende arrojar algo de luz sobre la "caja negra" de este tipo de procedimientos de valoración, que ayude a comprender cuáles son los principios que rigen su funcionamiento. En última instancia, el dilema es elegir entre un paquete opaco, pero suficientemente flexible como para adaptarse a la valoración de cualquier tipo de opción, inversión y empresa, u optar por el manejo de múltiples fórmulas y procedimientos de numéricos cada uno de ellos apropiado para un activo diferente. La búsqueda de la flexibilización queda justificada siempre que los beneficios, en términos de simplificación operativa de la valoración, compensen el coste de abstracción. Para problemas más simples la simulación de Monte Carlo no es la mejor solución, pero su adaptación permite remplazar todo un arsenal de herramientas por una única "llave inglesa" útil en la valoración de todo tipo de activos.

En nuestra opinión, la única posibilidad de que el enfoque de opciones reales termine imponiéndose al modelo de descuento de flujos, tal y como preconizaba Tom Copeland, pasa por la difusión y comprensión de este tipo de paquetes flexibles. De ello va a depender el que los profesionales realicen mejores y más completas valoraciones de la inversión empresarial.

5. REFERENCIAS

Amram, M. y Kulatilaka, N. (1999): Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertainty World. Harvard Business School Publications.

Barranquand, J.; Martineau, D. (1995) "Numerical Valuation of High Dimensional Multivariate American Securities" Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 30, p. 383-405.

Boyle, P.P. (1977) "Options: A Monte Carlo Approach" Journal of Financial Economics, vol. 4, p. 323-38.

Broadie, M.; Glasserman, P. (1997) "Pricing American-Style Securities Using Simulation" Journal of Economic Dynamics and Control, vol. 21, núm. 8-9, p. 1323-1352.

Broadie, M.; Glasserman, P. (2004) "A Stochastic Mesh Method for Pricing High-Dimensional American Options" Journal of Computational Finance, vol. 7, núm. 4, p. 35-72.

Copeland, T.-E. (2000) "New developments in valuation". En Strategic Finance in the 21st Century (15 experts opinions), (Ed) L. Keuleneer; D. Swagerman y W. Verhoog.

Copeland, T. E. y V. Antikarov (2001) Real Options: A practititoner's Guide. Ed. Texere. Nueva York.

Cortazar, G. (2001) "Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation". En Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, (Ed) E.S. Schwartz y L. Trigeorgis, MIT Press, p. 601-620.

Cortazar, G.; Schwartz, E.S. (1998) "Monte Carlo Evaluation Model of an Undeveloped Oil Field" Journal of Energy Finance & Development, vol. 3, p. 73-84.

Cox, J. C.; Ross, S.A. y Rubinstein, M. (1979) "Option Pricing: A Simplified Approach" Journal of Financial Economics, vol. 7, pp. 229-263.

Dixit, A. y Pindyck, R.S. (1994) Investment and Uncertainty, Princeton University Press.

Glassermann, P. (2004) Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer-Verlag, New York.

Grant, D.; Vora, G.; Weeks, D. (1996) "Simulation and the Early-Exercise Option Problem" Journal of Financial Engineering, vol. 5, p. 211-27.

Lamothe, P.; Aragón, R. (2002) "Valoración Racional de Acciones de Internet: El Caso Europeo", X Foro de Finanzas, Noviembre, Sevilla.

León, A.; Piñeiro, D. (2004) "Valuation of a biotech company: A real options approach" Working paper CEMFI.

Longstaff, F.A.; Schwartz, E.S. (2001): "Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach" Review of Financial Studies, vol. 14, p. 113-47.

Schwartz, E.S. (2004) "Patents and R&D as Real Options" Economics Notes, vol. 33, p. 23-54.

Schwartz, E.S.; Moon, M. (2001) "Rational Pricing of Internet Companies Revisited" Financial Review, vol. 36, p. 7-26.

Stentoft, L. (2004) "Assesing the Least Squares Monte-Carlo Approach to American Option Valuation" Review of Derivatives Research, vol. 7, p. 129-168.

Tilley, J.A. (1993) "Valuing American Options in a Path Simulation Model" Transactions of the Society of Actuaries, vol. 45, p. 83-104.

Tsitsiklis, J; Van Roy, B. (2001) "Regression Methods for Pricing Complex American-Style Options" IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 12, p. 694-703.

Trigeorgis, L. (1991) "A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments" Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 26 (3), pp. 309-326.

Trigeorgis, L. (1996) Real options. Managerial flexibility and strategy in resource allocation, MIT Press

NOTAS

[1] Autora de contacto: Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales; Departamento de Economía Financiera y Contabilidad; Universidad de Valladolid; Avenida Valle del Esgueva, 6; 47011-Valladolid; España.

[2] A modo de ejemplo véanse los modelos defendidos en las últimas ediciones de la Real Options Annual International Conference (http://www.realoptions.org).

[3] El término "maldición de la dimensionalidad" es inicialmente acuñado por Richard Bellman para describir la complejidad derivada del incremento del número de dimensiones relevantes en un problema de optimización.

[4] De modo alternativo, Copeland y Antikarov (2001) plantean utilizar la simulación de Monte Carlo para estimar, a partir de sus fuentes de incertidumbre, el valor actual de la inversión sin opciones y los parámetros del proceso geométrico-Browniano atribuido de acuerdo con el teorema de Samuelson. La ventaja de este procedimiento es que permite resolver la maldición de la dimensionalidad y continuar aplicando el modelo de valoración binomial.

[5] Las tres etapas restantes descritas por Amram y Kulatilaka implican, por este orden, la implementación de la valoración que abarca las otras cinco etapas de nuestra caracterización, la revisión de los resultados y, finalmente, el rediseño del proceso.

[6] Véase Dixit y Pindyck (1994).