

EL INPUT-OUTPUT COMO TECNICA DE PROYECCION (*)

I. INTRODUCCION

Desde que LEONTIEF presentó su primer modelo de interrelaciones sectoriales, el tema de la invariabilidad de los coeficientes input-output ha sido de los más debatidos. Sin embargo, una buena parte de los esfuerzos realizados desemboca en una controversia inútil en cuanto se refiere al establecimiento de metas concretas. Ello se debe, esencialmente, a que en determinado sector doctrinal se piensa que la variación de estos coeficientes constituye una merma de sustantividad para el modelo. Por otra parte, se sostiene la creencia de que la estructura básica de este sistema es de relaciones *ex-post*.

Manteniéndose tal estado de cosas es evidente que se resta operatividad a esta técnica, especialmente si se estima que puede concebirse *ex-ante*, siendo adecuada, por tanto, para la proyección. En este sentido es necesario un enfoque dinámico, un sistema de coeficientes input-output con perspectiva temporal. Por este motivo, el "postulado de la invariabilidad de los coeficientes" tiene que ser analizado, fundamentalmente, desde dos puntos de vista. En primer lugar, en relación con los cambios que los mismos pueden experimentar en el tiempo, de acuerdo con observaciones empíricas. En segundo lugar, con referencia a los elementos determinantes de tales cambios, atendiendo al funcionamiento del sistema, con objeto de dinamizar el modelo.

Así pues, en este trabajo, que no pretendemos que sea definitivo, intentamos mostrar la posibilidad de concebir el método input-output como un instrumento de proyección. Dentro de este campo, es obvia su utilidad como técnica de planificación del desarrollo económico.

(*) Trabajo realizado en "The London School of Economics and Political Science", bajo los auspicios de la Fundación March.

2. CAMBIOS EN LOS COEFICIENTES INPUT-OUTPUT

La ecuación básica del modelo input-output se formula de la siguiente manera (1):

$$X_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = Y_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

siendo su solución, en forma simbólica:

$$X = [I - A]^{-1} Y \quad [2.1]$$

en donde

$X = (X_i)$ es el vector-columna que representa el volumen total de producción ($i = 1, 2, \dots, n$);

$Y = (Y_i)$ es el vector-columna que expresa la demanda final ($i = 1, 2, \dots, n$);

$A = (a_{ij}) = \frac{X_{ij}}{X_j}$ es la matriz de transacciones que está compuesta por elementos que indican las unidades de uso intermedio, absorbidas por un sector de producción, por unidad de producto ($i, j = 1, 2, \dots, n$); e

I es una matriz unitaria del mismo orden que la A .

Cuantificando las relaciones analíticas del modelo, con observaciones empíricas, para un período concreto, tenemos:

$$\bar{X} = [I - \bar{A}]^{-1} \bar{Y} \quad [2.2]$$

en donde se superrayan los elementos con objeto de hacer ver, en relación con [2.1], que ahora se derivan de magnitudes reales. Lógicamente, la matriz \bar{A} se deriva del mismo conjunto de valores observados que \bar{X} e \bar{Y} .

El análisis de series cronológicas denota, a pesar de su escasez,

(1) Mientras no se diga lo contrario, las importaciones están contenidas en Y y no son objeto de ninguna consideración particular.

una ostensible variación de las relaciones input-output, que se observa especialmente en los respectivos coeficientes (2). Ello es comprensible si se tiene en cuenta que —estando estos coeficientes definidos como la relación entre el volumen de cada tipo específico de input y el output total del correspondiente sector de producción— su variación es inherente a la lógica del funcionamiento del sistema económico.

De acuerdo con estos cambios temporales, si es posible establecer una matriz A (obtenida a base de información real y formulada en relaciones input-output), podremos estimar un conjunto de valores de \bar{X} , en relación con un sistema ex-post de valores de \bar{Y} . De esta manera se obtendrá la ecuación:

$$\bar{X} = [I - A]^{-1} \bar{Y} \quad [2.3]$$

en donde se pone de manifiesto la dependencia entre demanda final ex-post y output total estimado, mediante una matriz de transacciones de base empírica.

Restando la expresión [2.2] de la [2.3] se obtiene el vector de errores que existen entre el modelo estimado y el real. Llamando d a esta diferencia, tenemos (3):

$$d = \bar{X} - X = \{[I - A]^{-1} - [I - \bar{A}]^{-1}\} \bar{Y}$$

De aquí se deduce que la discrepancia entre las producciones nacionales estimada y real depende, desde este punto de vista, de A , \bar{A} e

(2) Véase P. B. SEVALDSON, *Changes in Input-Output Coefficients* (Naciones Unidas, 1961. International Conference on Input-Output Techniques); E. B. BERMAN, *A program for the Examination of Coefficients Variation in the Interindustry Context* (U. S. A., "Bureau of Mines", 1953).

(3) Nótese que esta diferencia muestra propiamente la discrepancia entre las matrices de transacciones correspondientes a dos períodos distintos de tiempo. Ahora bien, la definición de un vector de error es posible en virtud de suponer el modelo estimado equiparable a otro ex-post correspondiente a un período distinto del que se refiere el modelo real.

Y (4). Hay que tener en cuenta, no obstante, que la configuración de los elementos determinantes de esta diferencia ha sido posible gracias al análisis de series cronológicas. De esta manera, las diferencias que pueden existir entre dos modelos ex-post, correspondientes a distintos períodos, dependen cualitativamente de los mismos elementos.

2.1. *Coefficientes estimados y coeficientes reales.*

El hecho de que una relación input-output dada, así como la variación de la demanda final, influyan en la estructura productiva, es evidente y nadie lo discute. Ahora bien, lo que se trata de saber es si, en una concepción dinámica, dicha estructura se verá también influenciada por los cambios que puedan experimentar determinadas relaciones de producción. La conclusión que se desprende del epígrafe anterior contesta afirmativamente a esta cuestión.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que los razonamientos anteriores se sustentan en la observación de hechos reales. Si de estos análisis empíricos no se dedujesen, de una manera sistemática, cambios en los coeficientes tecnológicos a través del tiempo, el armazón analítico antes expuesto se invalidaría en el sentido de que $A = \bar{A}$. (El supuesto de la constancia de los coeficientes input-output sería cierto). Pero éste no es el caso. De ahí que sea afirmativa la respuesta al problema de si es posible $A \neq \bar{A}$, teniendo que figurar explícitamente dicha discrepancia (previamente formalizada) en las respectivas funciones de producción. Esto no sólo es relevante para la utilidad que un modelo de interrelaciones sectoriales pueda suponer como instrumento de predicción,

(4) En un plano más general, puede considerarse que $Y = F(X)$. Entonces $X = [I - A]^{-1} F(X)$. Atendiendo a lo dicho en relación al estudio de datos estadísticos reales y a la consideración de un conjunto de estimaciones de X , tendremos $X = [I - \bar{A}]^{-1} (F(X) + g)$, en donde g representa la diferencia entre Y e \bar{Y} . De acuerdo con estos razonamientos, el error que incorporan los datos estimados (o dos modelos en diferentes períodos), vendrá dado por:

$$d^* = \bar{X} - X = \{([I - \bar{A}]^{-1} [F(X) + g]) - ([I - A]^{-1} [F(X)])\}$$

por lo tanto, la diferencia entre las producciones nacionales estimada y real depende de \bar{A} , \bar{A} , g y de la función F .

sino también para la reformulación de dicho esquema en aras a reflejar una estructura productiva que se adapte lo máximo posible a la realidad.

El cambio que las relaciones de producción experimentan en el tiempo, como consecuencia de modificaciones en la composición originaria de las relaciones input-output, se representa por unos nuevos elementos —los h_{ij} —. Estos vienen definidos por la diferencia entre las matrices de transacciones real y estimada, esto es (5):

$$(h_{ij}) = \bar{H} - A \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

Estos términos recogen de manera implícita los factores que influyen en los cambios de los a_{ij} . La consideración explícita de cada uno de ellos implica la descomposición de h_{ij} en los siguientes términos (6):

$$h_{ij} = {}_1h_{ij}(t) + {}_2h_{ij}(X_j) + {}_3h_{ij}(Z) + {}_4h_{ij}(X) + {}_5h_{ij}(0) + {}_6h_{ij} \quad [2.4]$$

en donde

${}_1h_{ij}(t)$ indica la tendencia temporal.

${}_2h_{ij}(X_j)$ es una función del nivel de producción de un sector receptor.

${}_3h_{ij}(Z)$ es una función de un vector compuesto por variables exógenas al modelo.

(5) La distribución estadística de h_{ij} no tiene forzosamente que ser tal que conduzca de nuevo a una consideración de d y sus elementos. Esto implicaría una reconsideración —aunque indirecta— del modelo para valores relevantes de Y . Por otra parte, es importante notar que la configuración de las h_{ij} se fundamenta exclusivamente sobre el problema de la estabilidad de los coeficientes input-output para aquellos bienes que en la tabla responden a la denominación de “usos intermedios”. No se hace referencia alguna a los coeficientes de los factores primarios de producción (es decir, a los componentes directos del valor añadido). Así, por ejemplo, las sustituciones entre capital y trabajo no tienen por qué afectar a la validez del modelo. De hecho no la afectan, ya que en tal modelo se reflejan relaciones interindustriales en sentido estricto. Tampoco nos referimos a las relaciones que bajo la forma de “coeficientes” podrían derivarse de los bienes de uso intermedio por unidad de producto. Al respecto, véase L. JOHANSEN, *A Multi-Sectoral Study of Economic Growth*, Amsterdam, 1960 (“Mimeografía”, London School of Economics).

(6) Véase P. SEVALDSON, obra citada, págs. 3-4. Hay que tener en cuenta que es muy difícil la determinación práctica de estos términos.

- ${}_4h_{ij}(X)$ es una función de las variables del modelo. (Por ejemplo, ${}_4h_{ij}(X) = F [p_1(x_1), p_2(x_2) \dots]$; F es una función de los precios $p_1, p_2 \dots$ y los precios son funciones de las cantidades producidas.)
- ${}_5h_{ij}(0)$ es un término que representa los errores de observación.
- ${}_6h_{ij}$ es un término residual.

2.2. *Análisis de los factores determinantes de los cambios en los coeficientes tecnológicos.*

La validez de esta clasificación estriba en probar la posibilidad de que se den realmente cada uno de tales factores dentro de la estructura básica del modelo input-output. En consecuencia, es necesario el estudio individual de cada uno de ellos, con objeto de estudiar su operatividad como elementos determinantes de tales cambios.

${}_1h_{ij}(t)$. Este término expresa las variaciones puramente temporales derivadas del funcionamiento del sistema económico, de una parte, y de las relaciones técnico-sociales de la comunidad, por otra (por ejemplo, consecuencias de innovaciones tecnológicas, incremento de capacidad sectorial, etc.). Este tipo de variaciones cobra importancia especial en el supuesto de que se quiera aplicar el modelo para diferentes períodos (7).

A pesar de que la variación de la tendencia está relacionada con muchos factores, los que tienen mayor importancia, para los objetivos del presente trabajo, son los que se derivan de los cambios tecnológicos. Entendemos por cambio tecnológico la variación temporal que experimentan los coeficientes input-output como consecuencia de las modificaciones en la utilización de capital fijo (con las correspondientes repercusiones indirectas en el volumen de producción). Admitiendo una movilidad en el uso del capital fijo se acepta como consecuencia obligada, que la posibilidad y conveniencia de introducir nuevas técnicas dependerá del aprovechamiento que presupongan en el equipo de capital especializado. De esta manera, sus efectos son beneficiosos en cuanto

(7) Si la tendencia puede estimarse bajo una forma funcional, el error que incorpora el modelo básico input-output puede ser eliminado redefiniendo ${}_1h_{ij}$ en función de ${}_1h_{ij}(t)$.

se refieran a la renovación del stock de capital que haya alcanzado cierto grado de depreciación (8). Se observará así la introducción de nuevas técnicas a medida que el progreso aumenta, y entre sus efectos deberá contarse, forzosamente, una reeducación del personal técnico y administrativo (9).

La extensión y límites de los cambios tecnológicos pueden estar o no en dependencia con el nivel de producción y pueden o no ser predecibles para cortos o largos períodos. Esto constituye un primerísimo problema en el análisis de los cambios en los coeficientes, con objeto de determinar: a) en qué medida éstos están sujetos a los cambios tecnológicos; b) en qué medida tales cambios son autónomamente predecibles, y c) en qué medida dependen del volumen de producción.

Si la introducción de nuevas técnicas depende conjuntamente del tiempo y del nivel de producción, no es posible la consideración individual separada de los términos ${}_1h_{ij}(t)$ y ${}_2h_{ij}(X_j)$, sino que deben agruparse en uno solo, de forma ${}_1, {}_2h_{ij}(t, X_j)$. Pero incluso en este caso es posible tener en cuenta el concepto de cambio tecnológico en la definición de los coeficientes. Estudios de la tendencia de este tipo han sido llevados a cabo en el Harvard Research Project, bajo la dirección de A. CARTER (10).

${}_2h_{ij}(X_j)$ es frecuentemente objeto de crítica el supuesto de considerar que los inputs son proporcionales al volumen de producción, especialmente si se dan relaciones indirectas o inducidas, en las cuales no es probable que las alteraciones de los inputs varíen conjuntamente con los niveles de producción. Se considera más adecuado el uso de funciones de producción lineales (11). De esta manera, es posible incluir en las mis-

(8) De acuerdo con la definición dada de cambio tecnológico, no tenemos en cuenta las perturbaciones que puedan originarse, directa o indirectamente, en otras variables del modelo que no sea el volumen de producción.

(9) No nos limitamos a la consideración exclusiva de un tipo de mejora tecnológica, sino que se incluyen todas sus modalidades. Tanto se consideran las de tipo "labour-saving", como las del denominadas "capital-saving", así como las mixtificaciones, ya sectoriales, ya espaciales. En otras palabras, el concepto de mejora tecnológica engloba todo aquello que suponga un incremento en la "business-efficiency".

(10) "Mimeoografía" (London School of Economics).

(11) Véase P. CAMERON, *The Production Function in Leontief Models* ("Review of Economic Studies", abril, 1960); A. GHOSH, *Input-Output approach in an Allocation System* ("Economica", febrero, 1953); del mismo autor, *Input-Output Analysis with Substantially Independent Groups of Industries* ("Econometrica", enero, 1960).

mas los cambios de los gustos de los sujetos económicos y de la distribución espacial de la producción.

La determinación del tipo de cambio en los coeficientes input-output, que presupone la consideración de nuevos elementos en las funciones de producción, depende de los datos estadísticos disponibles, así como de los métodos de estimación que se empleen. Como ha puesto de relieve GHOSH, el material empírico para la cuantificación de coeficientes proporcionales es más fácil de hallar que el necesario para la estimación de funciones de producción lineales. En este caso son necesarias, por lo menos, dos observaciones, frente a una sola para una estructura productiva proporcional y homogénea (12). Por otra parte, si aparecen relaciones inducidas o indirectas, características en el enfoque dinámico, resultan difíciles de cuantificar las formulaciones analíticas básicas, por bueno que sea el método estadístico que se aplique (13).

Dentro de este tipo de variación deben tenerse también en cuenta las perturbaciones que se originan como consecuencia de la limitación de capacidad que puede presentar un determinado sector en la utilización de cierta técnica. Los excesos o insuficiencias que por este motivo aparezcan en la estructura productiva sectorial, motivan el empleo de coeficientes variables. En unos estudios recientes, STONE ha puesto de relieve que estos problemas pueden ser analizados "computablemente", pero resulta un tanto difícil el tratamiento de la identificación de los coeficientes, así como la estructuración de las formas de capacidad (14).

${}_3h_{ij}(Z)$. La distinción entre ${}_3h_{ij}(Z)$ y ${}_4h_{ij}(X)$, depende del tipo de estudio a que quiera someterse el modelo. La característica básica de estos dos factores es poner en evidencia la dependencia de los coeficientes con los precios relativos. En algunos casos éstos se consideran como variables exógenas (vienen dados externamente), mientras que en otras ocasiones se estima que los precios dependen del comportamiento de las variables endógenas del modelo. Otro de los problemas que conciernen a este tipo de variación es el de la "disponibilidad" de los inputs.

(12) Véase A. GHOSH, *A Note on Leontief models with non-homogeneous production functions* ("Metroeconomica", abril, 1960).

(13) Véase R. STONE, *A Computable Model of Economic Growth* (The Department of Applied Economics, University of Cambridge, julio 1960).

(14) Véase R. STONE, *The Social Accounting Matrix in 1960* (Department of Applied Economics, Cambridge University, 1962).

Raramente, los precios se consideran como variables endógenas, pero si ocurre así deben incluirse dentro del tipo de variación ${}_j h_{ij}(X)$. También se considerarán cambios de este tipo los que, afectando directamente a la estructura productiva, no presupongan ninguna modificación de ésta debido a la existencia de diferentes procedimientos de transformación. Se da este caso si en la producción de algunos bienes existen limitaciones de capacidad (derivadas de un sistema pre-establecido de precios relativos), y pueden aplicarse técnicas alternativas para equilibrar la insuficiencia de la oferta de bienes de consumo. Entonces, la única posibilidad de considerar las alteraciones de los precios como variables exógenas es que éstos vengan determinados externamente, o sea, que respondan a la denominación de "datos".

Es evidente que los cambios en los coeficientes que provienen de factores exógenos son menos discutidos que los originados exclusivamente por elementos internos del modelo. En ambos casos aparece el problema de la identificación, pero la manera por la cual pueden ser ajustados tales cambios resulta más fácil cuando las variables están determinadas exógenamente (15).

${}_j h_{ij}(X)$. Este término incluye aquellos elementos que motivan la variación de los coeficientes, como consecuencia de la consideración del "problema de la sustitución" y de la consideración de la producción conjunta.

El proceso productivo, en definitiva, no es más que la combinación de inputs, de acuerdo con determinados principios técnicos, para la obtención de un output. Como la estructura de estos principios, dentro de unos límites, no es rígida, para la producción de un determinado volumen de producción existen varias combinaciones posibles de inputs. Naturalmente, la elección de una u otra de estas alternativas no debe afectar las características tecnológicas de los correspondientes outputs. Desde este punto de vista, el problema de la sustitución de inputs no traspasa los límites propios del marco productivo.

Pero, de acuerdo con el principio de la economicidad, se aplicará una determinada combinación de inputs si da lugar a ventajas mayores que los inconvenientes que se derivan del cambio, más o menos grande, de las características técnicas del output. Resulta así que las varia-

(15) Desde luego, estas variables deben conocerse en el momento en que den comienzo los cálculos de computabilidad. De operarse con estimaciones, resulta muy restrictiva la operatividad de las soluciones correspondientes.

ciones en las combinaciones de inputs están asociadas con los cambios en las características de los outputs.

Entonces, si es posible establecer una clasificación de outputs de acuerdo con sus peculiaridades tecnológicas, quedarán determinadas las combinaciones de inputs requeridas para la producción de cada uno de estos grupos de outputs. Es decir, la demanda de inputs necesarios para la producción de un output, en cada uno de estos grupos, vendrá determinada siempre que sea factible conocer la demanda final de cada uno de ellos. De aquí que las clasificaciones de inputs y outputs de usos intermedios sean, en cierto sentido, interdependientes y, por tanto, el problema estriba en determinar la demanda final para cada grupo posible de outputs.

Así, la cuestión de los cambios en los coeficientes, debidos a la sustitución entre inputs, se parece, en principio, a los problemas que se derivan de considerar la producción conjunta. Ahora bien; esto implica un conocimiento perfecto de las características de los outputs correspondientes a cada posible combinación de inputs; lo cual acarrea graves problemas prácticos, puesto que es necesario conocer la estructura de la demanda final de cada tipo de producto (16).

Estos problemas deben examinarse con la mayor atención, ya que sus efectos determinan los cambios en los coeficientes más difíciles de determinar formalmente. En este sentido, para la viabilidad de tales estudios debe elaborarse un método de análisis, mediante el cual sea posible el tratamiento de la producción conjunta y las sustituciones entre inputs. De este modo podrán ser eliminados los errores que incorporan los coeficientes tecnológicos, derivados de estos dos elementos. Por otra parte, como ha puesto de relieve SEVALDSON, será posible el conocimiento concreto de las modificaciones sectoriales, sin menoscabo de la necesidad de una demanda especificada en unidades identificables (17).

Considerando el problema de la sustitución y la producción conjunta dentro de una economía interrelacionada, es evidente que guar-

(16) El hecho de que existan graves problemas de aplicabilidad práctica no quiere decir, por descontado, que sean insolubles, especialmente si se incrementan las técnicas de intervención e instrumentos de planificación, tan necesarios en una economía moderna.

(17) Obra citada, pág. 7.

dan estrecha relación con las variaciones de los precios relativos (18). Según sean las relaciones entre inputs y outputs, se observan dos situaciones extremas con infinidad de posiciones intermedias. Por un lado, se localiza el caso en que los cambios en los inputs no afectan a las características del output; existe perfecta sustituibilidad. Como consecuencia de la variación de los precios, se incrementa la demanda de la combinación de inputs que resulta abaratada y se reducen las demandas de aquellas combinaciones que se encarecen. Por otro lado, está el caso en que las características del output cambian totalmente debido a la modificación en las combinaciones de inputs; ahora se trata de una estructura de producción conjunta. Los cambios en los precios de los inputs se reflejan en los precios de los productos y, por tanto, son presumibles modificaciones en las correspondientes funciones de demanda. Este proceso es circular, o sea, que tal modificación afectará a la elección de las distintas combinaciones de inputs. En consecuencia, la elección de una determinada combinación de inputs dependerá también de la demanda del correspondiente producto y no solamente del coste de producción (19).

Según sean los cambios en los precios relativos, se demandarán simultáneamente uno o varios tipos de productos. Si éstos son sustitutos, se demandará, para unos precios determinados, un solo tipo de output. Si se trata de bienes que guardan relaciones de complementariedad, las variaciones que experimenten las demandas de unos forzosamente alteran las de los demás. En determinados casos será importante conocer estas interdependencias, lo cual es posible gracias al estudio de las elasticidades de las demandas cruzadas.

En conclusión, los cambios del tipo ${}_4h_{11}(X)$ ponen de relieve: a) la posibilidad de modificación en los coeficientes tecnológicos como consecuencia de las interrelaciones de las variables endógenas del modelo, y b) el considerable error que se comete al fundamentar una estructura productiva en un sistema de coeficientes que excluya este tipo de cambios. Ahora bien; contrariamente a lo que podría pensarse, la con-

(18) Como ya se ha señalado en el análisis de las causas de tipo ${}_3h_{11}(Z)$, los precios pueden considerarse como variables exógenas o endógenas, según los casos. Tanto en un caso como en otros, su influencia es decisiva para este tipo de fenómenos.

(19) Véase mi trabajo, *La Estabilidad del Multimercado. Implicaciones en Política Económica* (Revista "De Economía", enero, 1963).

sideración de estos problemas no aconseja el abandono del sistema input-output, sino tan sólo algunos de los supuestos establecidos por LEONTIEF. Hay que tener en cuenta que la configuración de relaciones sectoriales ofrece perspectivas inmejorables para el tratamiento de la producción conjunta, así como de las sustituciones entre inputs, bajo la forma de una demanda final especificada en distintos bienes.

Este es el motivo por el cual creemos que si se puede establecer un sistema dinámico que incluya estos elementos, así como los anteriormente considerados, la técnica del input-output constituye un instrumento básico para la proyección y análisis de la estructura productiva de un país. Estudio indispensable para la planificación del desarrollo económico.

${}_5h_{ij}(0)$. La existencia de errores en las observaciones presupone la introducción de una variabilidad adicional en los coeficientes. Cuando las estimaciones se basen en estadísticas de producción o consumo para períodos concretos, es muy probable la existencia de errores; no hablemos de aquellos casos en que el material estadístico básico ha sido obtenido mediante encuestas al público. Otras dificultades se derivan de los problemas de reducir a unidades constantes series temporales para facilitar la comparación.

La mayor o menor inexactitud que pueda desprenderse del material estadístico disponible es de difícil determinación. Con un cuidadoso estudio de cifras y métodos pueden evitarse conclusiones erróneas y, en todo caso, señalar las fuentes de error para su paulatina corrección. De todos modos, este material es indispensable para este tipo de estudios.

${}_6h_{ij}$. Este término recoge cualquier variación accidental que pueda influir en los coeficientes como consecuencia del funcionamiento del sistema y del comportamiento individual de los sujetos económicos.

3. UN SISTEMA DE COEFICIENTES DINAMICOS

De todo lo anteriormente expuesto se concluye que la variación real que muestran los coeficientes tecnológicos a través del tiempo -- contrastada por observación de series cronológicas --, se comprueba por causas de tipo teórico. Estas, en definitiva, son las determinantes de las discrepancias temporales que muestran dichos coeficientes en la práctica.

Los motivos que dan lugar a tales variaciones se pueden reducir a: 1) la tendencia temporal; 2) influencias exógenas, y 3) variaciones debidas a variables endógenas del modelo. En virtud de ello, como consecuencia forzosa, debe desecharse definitivamente el postulado de la constancia de los coeficientes input-output; no constituye más que una fuente de errores y confusiones.

La variación en las relaciones de producción obliga, pues, a considerar cada uno de estos tres factores, con objeto de eliminar los errores que incorporen las correspondientes relaciones entre inputs y outputs. En este sentido, el análisis de la tendencia temporal indica la conveniencia de tener en cuenta los cambios tecnológicos, así como los incrementos de capacidad sectorial entre los diferentes períodos que se analicen; la consideración de variables de tipo exógeno aconseja, en cierto modo, la introducción de funciones de producción lineales no homogéneas y, según los casos, de las variaciones en el sistema de precios relativos; finalmente, el estudio de las relaciones internas del modelo denota la importancia de incluir en la estructura básica del mismo la producción conjunta y la sustitución entre inputs.

La estructura dinámica que debe adoptar el esquema input-output para que sea apto como técnica de proyección debe tener en cuenta todas estas consideraciones. Resulta paradójico, empero, que varios de los primeros enfoques realizados para dinamizar el sistema de interdependencias sectoriales, tuvieran en cuenta uno u otro de los tres factores de variación apuntados. Todos estos intentos se caracterizan por una buena consistencia teórica, aunque son de difícil aplicación práctica, por cuanto se basan en un complejo armazón analítico que dificulta su cuantificación.

A continuación examinamos algunas de estas posturas, exponiendo luego nuestro propio punto de vista. Es de advertir que, si bien nuestro intento quizás no tenga la consistencia teórica de los que ahora se expondrán, tiene la ventaja de su fácil aplicación práctica. Por otro lado, se basa en la consideración de todas las causas de variación descritas y no simplemente en alguna de ellas, por importante que sea.

3.1. *Estudio de la tendencia temporal. El modelo de formación de capital de H. B. CHENERY.*

Dentro de la estructura básica input-output, los primeros intentos en concebir un sistema dinámico se han derivado del análisis de los agregados — especialmente las inversiones — que bajo un enfoque keynesiano

se hallan localizados en el primer cuadrante de la tabla. Esta corriente se ha acentuado desde que CHENERY-MEYER-KUH demostraron que el principio de aceleración, junto con series estadísticas de relaciones capital-producto, eran irrelevantes para predecir la formación de capital, incluso a corto plazo (20).

Para la construcción del modelo se supone que existe una actividad creadora de capital en cada sector, cuyo output es el cambio de capacidad. Entonces, todos los inputs de la cuenta de capital (excluidos los de mantenimiento) se cargan a esta actividad en lugar de incluirse en la demanda final, como en el modelo estático (21). De esta manera se define un coeficiente de bienes de capital, b_{ij} , cuya formulación analítica es:

$$S_{ij} = \bar{S}_{ij} + b_{ij} K_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

en donde S_{ij} indica la cantidad del bien i necesario para producir un nivel de capacidad K en el sector j ; y K_j es el nivel de capacidad (capital).

El incremento de capacidad se define como (22),

$$\Delta S_{ij}^t = (S_{ij}^t - S_{ij}^{t-1}) = b_{ij} (K_j^{t'} - K_j^{t'-1}) = b_{ij} \Delta K_j^{t'}$$

Teniendo en cuenta el desglose que se supone en la demanda final, en que los inputs de capital se incluyen en uso intermedio, se obtiene como relación básica del modelo,

$$X_i^t = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^t + \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta K_j^{t'} + Y_i^t \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

(20) H. B. CHENERY: *Overcapacity and the Acceleration Principle* ("Econometrica", febrero, 1952); J. MEYER y E. KUH: *Acceleration and Related Theories of Investment* ("Review of Economics and Statistics", agosto, 1955); véase también. J. HOLLEY, *A Dynamic Model* ("Econometrica", octubre, 1952 y abril, 1953).

(21) La formulación original de este modelo se halla en H. B. CHENERY y P. C. CLARK, *Interindustry Economics* ("Wiley", 1959, Nueva York, págs. 71-79).

(22) El coeficiente b_{ij} puede denominarse "relación marginal stock-capital" para el bien i en el sector j . Ha de tenerse en cuenta, además, un intervalo entre el consumo de inputs y la disponibilidad de capital definida como "lead time" (tiempo de avance) λ . Así, el input debe proceder al aumento de capacidad en este intervalo de tiempo, de aquí que: $t' = t + \lambda$.

o sea, que aparte de representar magnitudes dinámicas, se define la demanda autónoma de manera que excluya la inversión inducida. Además, los inputs de capital van a los stocks incrementados.

3.2. *Funciones de producción no homogéneas. El enfoque de A. GHOSH.*

Las influencias potenciales que pueden derivarse de la consideración de elementos de tipo exógeno dentro de la estructura básica input-output, han llevado a la elaboración de funciones de producción no homogéneas (23). De este modo, en la función de producción de LEONTIEF, $X_{1j} = \bar{X}_j + a_{1j} X_j$, el elemento \bar{X}_j , no se supone nulo. Los coeficientes tecnológicos quedan definidos formalmente como

$$a_{1j} = \frac{X_{1j}}{X_j} - \frac{\bar{X}_j}{X_j}$$

Esto implica la consideración de un elemento constante, el cual se muestra independiente de los cambios en el volumen de producción (24). Este término incluye fenómenos ajenos a las puras relaciones input-output, en sentido estricto, pudiendo reflejar motivaciones de carácter externo con influencia sobre el proceso productivo.

Ahora bien, la introducción de funciones de producción no homogéneas da origen, como se vio, a ciertos problemas de carácter estadístico. La cuantificación de esta clase de funciones precisa por lo menos de dos observaciones, frente a una sola en el caso de una estructura productiva basada en el supuesto de LEONTIEF. Representando en un plano de coordenadas pares de valores de X_{1j} y de X_j , resulta satisfactoria una extrapolación basada en dos puntos cualesquiera; bajo el supuesto de funciones homogéneas solo es necesario un solo punto de referencia y el origen de coordenadas.

De acuerdo con estos razonamientos, GHOSH ha puesto de relieve la posibilidad de una consideración dinámica, aunque de manera implí-

(23) Véase CAMERON, obra citada, pág. 63.

(24) En realidad, este término está en cierta dependencia con el proceso productivo en general, pero no directamente con el volumen de producción.

cita, del modelo input-output (25). Si para la cuantificación de funciones de producción lineales hay que realizar dos observaciones, nada impide que éstas tengan contrasatción empírica temporal ("empirical testing over time"). Entonces, las funciones de producción que así se obtienen se fundamentan en un principio dinámico y, por lo tanto, son aptas para fines predictivos.

Por otra parte, la linealidad se acepta como una primera aproximación; en estadios más avanzados del estudio pueden introducirse funciones cuadráticas. Resulta evidente que, en la práctica, a pesar de la mejora que constituye la consideración de funciones lineales, es difícil que las funciones de producción se comporten como tales, y, en este caso, desde luego, no son proporcionales las relaciones input-output.

3.3. *Elementos de carácter endógeno. El sistema de coeficientes dinámicos de J. TINBERGEN (26).*

En realidad, los intentos realizados en este sentido son muy escasos. Quizá el enfoque más adecuado sea el de TINBERGEN-BOS (27). Estos autores han observado que existen importantes ejemplos de cambios en los coeficientes input-output: especialmente la tendencia a la baja que manies-

(25) El trabajo original desarrollado por GHOSH se halla en "Metroeconomica", abril, 1960, obra citada, págs. 11-18. El autor, además de exponer su modelo implícito de relaciones temporales, halla la varianza, bien se emplean funciones Leontief, bien lineales. (Su comparación es altamente interesante para el análisis de las desviaciones en uno u otro caso.) También realiza una labor de tipo empírico, con objeto de cuantificar su sistema de funciones de producción no homogéneas.

(26) Los dos enfoques anteriormente expuestos no pretenden establecer un sistema de coeficientes dinámico en sentido estricto; más bien constituyen intentos para estructurar un modelo input-output con base temporal. No es de extrañar que donde se observan los mayores esfuerzos para establecer sistemas de coeficientes dinámicos, sea en el tratamiento de los fenómenos de tipo endógeno, en el seno de las funciones de producción, como elementos de una economía en funcionamiento. De aquí se infiere, pues, que sistemas de este tipo deben basarse en los factores antes citados, esto es, las sustituciones entre inputs, la consideración de producción conjunta y el análisis de las influencias de los cambios en los precios relativos.

(27) Véase J. TINBERGEN y H. C. BOS, *Mathematical Models of Economic Growth* ("Mcgraw", Nueva York, 1962), secciones 4.5, 4.6, 4.8, 5.2, 6.2. Además de TINBERGEN, *Selected Papers* ("I. P. E.", Amsterdam, 1959).

traz los coeficientes-trabajo, y, también, las frecuentes oscilaciones a que se ven sometidos los coeficientes tecnológicos de energía eléctrica. Se ha visto que las modificaciones en este último tipo de coeficientes estaban sujetas a un proceso desordenado de cambio, en contradicción con los de trabajo que variaban de una manera uniforme. De estas consideraciones se ha pretendido establecer una "ley de cambio" para este tipo de coeficientes.

Se ha sugerido así una curva de tipo "indicativo", en relación con los cambios de los coeficientes-trabajo a través del tiempo. Posteriormente se ha verificado la parcialidad de este enfoque, al observar que sólo se cumple esta ley --y raramente-- en industrias nacientes o en aquellas que están en las primeras etapas de funcionamiento. El esbozo teórico se ha perfeccionado y, queriendo mantener aún el prurito de ley, ésta ha sido redefinida con independencia del tipo de industria que se considera. Además, se ha elaborado un coeficiente abstracto sujeto a cierta variación teórica, dando lugar a una nueva curva indicativa. La comparación temporal de los coeficientes reales con éste de carácter teórico, muestra una serie de desviaciones que, desde este punto de vista, dan lugar a determinadas "leyes" de variación para cada tipo específico de coeficiente.

Con base en estos razonamientos y considerando cierta interdependencia entre las variables del sistema, se han elaborado, posteriormente, unos métodos para la obtención de sistemas dinámicos de coeficientes input-output. Estos procedimientos pueden resumirse en los tres siguientes: a) extrapoiación numérica; b) consideración explícita de variables temporales en las funciones de producción, y c) sustituciones sucesivas o cambios hipotéticos (28).

(28) El primero de los métodos consiste simplemente en aplicar, en este caso, una extrapolación a la tendencia observada entre los valores de las desviaciones de los coeficientes reales y teóricos. La ecuación básica que se deriva del segundo método tiene la siguiente forma:

$$\bar{X}_i^{t+1} = \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{ij} X_j + \varepsilon_{ij} t) + \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

en donde ε_{ij}^1 , ε_{ij}^2 , se derivan de los viejos coeficientes, y ε_i , de los valores iniciales de \bar{Y}_i y de las tasas de cambio de los coeficientes viejos. Es evidente que las soluciones que se obtengan sólo pueden ser usadas para períodos cortos, debido a que su operatividad está sujeta a la amplitud de la tasa de cambio de los coefi-

Todos estos métodos se han pensado para el análisis de las relaciones input-output, dentro del campo de la planificación económica. Los dos primeros han sido ampliamente desarrollados por TINBERGEN, y el tercero, aunque un tanto indirectamente, por MAHALANOBIS, para estudios concretos de programación de la India (29).

3.4. *Consideración de todos los factores de variación. El análisis de regresión.*

Antes de entrar en los análisis propios de este apartado no será vano señalar la utilidad que, en algunos casos, puede representar lo que podríamos denominar un sistema pseudo-dinámico de coeficiente input-output. Este enfoque se basa en la consideración de relaciones medias en vez de marginales (30).

Aparte la mayor o menor consistencia teórica de este enfoque, para su aplicación práctica es imprescindible disponer de material estadístico a base de series temporales de X_{ij} y X_j . Por otra parte, el tratamiento de coeficientes medios, sin incluir explícitamente el factor tiempo, caracteriza a las funciones de producción por cierta perspectiva temporal. Es evidente que las correspondientes cuantificaciones estarán influidas (o ponderadas) por el comportamiento de las relaciones entre inputs y outputs a través del tiempo.

Un sistema de coeficientes de este tipo, sin presentar una estructura analítica complicada, puede resultar altamente interesante para proyecciones a corto plazo. Especialmente en aquellos casos en que, siendo necesario el análisis de la estructura productiva por sectores, no se pueda — o no se quiera — usar métodos de mayor complicación. Las estimaciones que se obtengan con este procedimiento pueden servir de guía para cualquier política económica indicativa de tipo general.

cientes del período base. El tercero de los métodos se fundamenta en el uso inicial de coeficientes constantes, que se van sustituyendo por otros a medida que cambia la tasa de aumento de la producción.

(29) Ver J. TINBERGEN, obra citada, introducción; P. C. MAHALANOBIS, *The Approach of Operational Research to Planning in India* ("Sankhya", 1955, pág. 3 y siguientes).

(30) En el trabajo dirigido por CARTER, antes citado, pueden hallarse algunas referencias sobre este procedimiento.

El segundo método propuesto se basa en la comparación temporal de los coeficientes tecnológicos y en el análisis de las correspondientes diferencias. Si éstas realmente existen dependerán de las causas apuntadas; aunque, claro está, tales motivos aparecerán de manera implícita en cada uno de los términos que represente la diferencia entre dos coeficientes específicos, correspondientes a momentos de tiempo distintos. Así, pues, teniendo en cuenta la expresión [2.4], podemos escribir:

$$a_{ij}^t - a_{ij}^{t-1} = h_{ij}^t \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

y, como sabemos,

$$h_{ij}^t = {}_1h_{ij}^t(t) + {}_2h_{ij}^t(X_j) + {}_3h_{ij}^t(Z) + {}_4h_{ij}^t(X) + {}_5h_{ij}^t(0) + {}_6h_{ij}^t$$

en donde se afecta a estos términos con el exponente t para indicar que se deben a la comparación de dos magnitudes ex-post, correspondientes a diferentes períodos de tiempo.

Si pueden establecerse series temporales de estos parámetros para cada actividad o industria, podrán representarse en un plano de coordenadas, con objeto de analizar las respectivas tendencias. Para formalizar su evolución coyuntural puede aplicarse, por ejemplo, la técnica del ajuste por el método de los mínimos cuadrados. Estos análisis han de hacerse con un criterio realista; es decir, según la posición y dispersión de la "nube" de puntos así obtenida, será adecuado ajustar una tendencia lineal o curvilínea (31). En cada caso, los correspondientes coeficientes de correlación informarán sobre la conveniencia de una u otra interpolación. En este sentido, la obtención de una adecuada aproximación entra de lleno en el terreno de las técnicas estadísticas (32).

Obtenida una relación funcional, puede cuantificarse para un período determinado en relación con unos valores estimados de la variable. Se obtienen, de este modo, unos valores de h_{ij}^t que indican la variación que puede esperarse en un coeficiente en función de lo sucedido en períodos anteriores. Naturalmente, aparte el error que pueda incorporar el mé-

(31) En todo caso, la elección de otro método en que fundamentar el ajuste.

(32) Al respecto, véase, E. J. WILLIAMS, *Regression Analysis* ("Wiley", Nueva York, 1959), y L. J. SLATER, *Regression Analysis* ("The Computer Journal", enero 1962); este trabajo es altamente significativo en relación con los fines del presente artículo.

todo estadístico empleado, la desviación entre el coeficiente estimado y el real estará sujeta a la premisa "ceteris paribus". De acuerdo con lo dicho, la estructura del sistema de coeficientes estimados vendrá dada por relaciones de la forma:

$$a_{ij}^{t+1} = a_{ij}^t \pm h_{ij}^{t+1}$$

De esta manera, para proyecciones a corto plazo, se establece un sistema dinámico de coeficientes tecnológicos. Es de advertir que los sucesivos valores de a_{ij}^t , básicos para la estimación de h_{ij}^t , deben tener siempre la consideración de ex-post. Por lo tanto, los coeficientes estimados, a menos que coincidan con los valores realizados, no sirven para nuevas estimaciones (33).

3.5. Relaciones entre inputs y outputs a través del tiempo.

La validez de estos cálculos, como toda estimación, es susceptible de crítica. Además, en este caso, pese a la bondad de los métodos, las variables que intervienen en la relación funcional están sujetas a un comportamiento un tanto peculiar. En efecto, si centramos nuestra atención en el factor tiempo, se observa que puede introducir cierto tipo de error en los valores estimados, debido a su singular caracterización. Es decir, su operatividad como variables independientes está condicionada a su propia naturaleza, en el sentido de venir cuantificado en una cifra concreta de matiz convencional. Por otra parte, el valor de dicho parámetro carece, individualmente considerado, de valor económico específico (34).

Para subsanar en parte este inconveniente se puede establecer una relación funcional entre h_{ij}^t y otras variables del modelo con signifi-

(33) En las diferencias que pueden existir entre los coeficientes estimados y los reales, no se hace abstracción de los errores inherentes a toda técnica de estimación, lo que equivale a desechar definitivamente los coeficientes estimados como base para nuevas estimaciones.

(34) Es decir, que el tiempo viene cuantificado en períodos concretos (meses, días, años...), influyendo en la proyección de los h_{ij}^t , por la dependencia funcional que se ha establecido entre ambas magnitudes. Por otra parte, las variaciones de las variables tiempo están sujetas a movimientos uniformes (de uno en uno, si se consideran años; de diez en diez, si décadas, etc.).

cación económica definida (35). Ahora bien; si se analiza detenidamente la estructura íntima de los coeficientes tecnológicos se observa que, a la postre, no son más que relaciones entre inputs y outputs.

Así pues, un sistema de coeficientes dinámicos debe basarse fundamentalmente en la naturaleza cambiante de las relaciones input-output a través del tiempo. De otro lado, el hecho de considerar una estructura de coeficientes constantes equivale a que no se admita ninguna interdependencia entre las variables del modelo, por lo menos, en forma explícita. La consideración temporal implica establecer una frágil dependencia entre todas ellas, tal como prácticamente ocurre en el funcionamiento de una economía.

En virtud de estos razonamientos, si existen series estadísticas de X_{ij} y X_j podrán representarse en un plano de coordenadas, e igualmente que antes analizar la correspondiente evolución coyuntural. Para ello se puede emplear, asimismo, el ajuste por el método de los mínimos cuadrados u otros similares. También será conveniente la elaboración de los respectivos coeficientes de correlación con objeto de escoger la tendencia más representativa. Obtenida una relación funcional entre valores de ambas variables, será fácil la cuantificación de una de ellas en relación con valores reales o estimados de la otra.

En nuestro caso, consideramos como variable independiente el volumen de producción nacional. En consecuencia, la obtención de futuros valores de a_{ij}^t estará condicionada a la obtención de también futuros valores de X_j^t . El problema se traslada del campo de los coeficientes tecnológicos al de la estimación de las variaciones de la producción nacional por sectores. En este caso pueden darse, prácticamente, dos alternativas; o bien que la producción nacional se halla apriorísticamente establecida por la autoridad competente, de acuerdo con unos determinados fines, o bien que tenga realmente que estimarse.

En el primer caso, de acuerdo con los valores previstos de X_j^t , se obtendrán los de X_{ij} y, de aquí, los correspondientes coeficientes tecnológicos. Ahora bien; es de advertir que los a_{ij} que se obtienen, aunque de perspectiva temporal, son irrelevantes para un sistema de proyección, por cuanto no dependen de las interrelaciones entre las varia-

(35) Estas variables pueden ser cualesquiera del modelo, X_{ij} , Y_j , W_j ...

bles del sistema, sino de unas determinadas previsiones de la autoridad central.

Si se da el segundo caso, es decir, que haya que estimarse los valores de X_j^t , es cuando el procedimiento que proponemos cobra toda su importancia. La cuestión estriba, simplemente, en que en el método elegido para la estimación de X_j^t , aparte de las variables propias para la determinación de esta magnitud, se tengan también en cuenta los motivos que, según vimos, originan cambios en los coeficientes. Es decir, que incluyan: a) los cambios tecnológicos y los incrementos de capacidad sectorial como consecuencia de la formación de capital; b) las variaciones en el sistema de precios relativos, así como la consideración de funciones de producción lineales, y c) la producción conjunta, las sustituciones entre inputs y, con carácter adicional, un término de variación accidental y error estadístico.

Obtenidos varios valores de X_j^t para diferentes períodos, se podrán obtener, asimismo, los respectivos X_{ij}^t (bajo la premisa "ceteris paribus") y, por tanto, los valores de los correspondientes coeficientes tecnológicos (o, en su caso, la cuantificación completa del modelo). Así, en relación con los diferentes volúmenes de producción, especificada sectorialmente, se obtiene un sistema de coeficientes dinámicos. La variación temporal de éstos está en función, más o menos directamente, de las causas que teóricamente motivan sus cambios.

Incluyendo este tipo de coeficientes en la ecuación básica del modelo input-output, así como teniendo en cuenta las aportaciones de los autores antes expuestas, se estructura un modelo de naturaleza dinámica, apto para la proyección.

JUAN HORTALA ARAU

Facultad de Ciencias Económicas de Barcelona