

# Nuevas orientaciones en el análisis del espacio económico: la aplicación de la teoría de los grafos

RAMIRO CAMPOS NORDMANN

Catedrático de Estructura Económica

Estimo que desde el momento en que François Perroux introdujo en el análisis económico su conocida pregunta de ¿vamos a estudiar la renta *de* la nación o la renta *en* la nación?, alineándose así con el gran tratadista del espacio August Lösch que propugnó la existencia de regiones económicas dentro de los límites políticos y otras, en cambio, que los rebasan, han sucedido cosas importantes para el análisis espacial (1).

Por lo pronto se pone de manifiesto que existe un espacio económico que con gráfica frase de Perroux “desafía de cartografía”. Espacio económico en el que no hay que buscar homogeneidad, ni simetría, sino, antes al contrario, heterogeneidades y asimetrías. En esto creo que una importante aportación es la de Richardson (2) cuando señala:

“El rasgo más característico del espacio es su falta de homogeneidad. En él se encuentran aglomeraciones de la actividad económica y de la distribución de la población en muy concretos lugares. Estas son visibles desde nuestra óptica: dentro de la economía regional, algunas zonas tienen poblaciones más densas, ritmos más elevados de actividad industrial, hay centros dominantes hacia los que se dirige la población y hacia los que gravitan los bienes, los servicios, las comunicaciones y el tráfico.”

Aunque no estemos totalmente de acuerdo con tal ilustre economista en la segunda parte de su párrafo —como señalaremos posteriormente—, lo hemos traído a colación por poner de manifiesto la heterogeneidad del espacio económico, en lo que sí coincidimos.

Es más, esta heterogeneidad viene impuesta por la imposibilidad de ho-

---

(1) *Teoría económica espacial* (Ed. inglesa, 1954). Ed. Ateneo, Buenos Aires, 1957.

(2) H. W. RICHARDSON: *Elements of Regional Economics*. Londres, 1969, pág. 67.

mogeneizar lo asimétrico, máxime cuando en el espacio económico lo que se observa es una asimetría *dinámica*, y que se concreta en el desigual desarrollo o crecimiento económico o bien —admitámoslo en principio— la indudable y contrastada atracción hacia ciertos puntos de flujos dispares y asimétricos y grupos de personas cuantitativamente y cualitativamente diversas.

De todo punto estimo de interés insistir sobre el dinamismo de ciertos “elementos” que aparecen en el espacio económico. Ciertamente, podrá argüirse, que algunas variables pueden o deben considerarse como estáticas. Quizás la población, los recursos y otras puedan concebirse así en un momento  $t$ , pero en el  $t + 1$  ya no tienen este carácter y en cualquier caso son dinámicas. Se producen aglomeraciones variables que atraen y otros que ceden población, los recursos se emplean y se destruyen creándose otros distintos.

Esta tercera característica del dinamismo de los elementos que han de analizarse en el espacio económico heterogéneo y asimétrico es la que, en mi opinión, hace abandonar todos los modelos gravitacionales basados en la distancia o, si se quiere, en la FÍSICA SOCIAL —con la población y la distancia— que tienen por base el teorema de Pitágoras y las leyes de Newton. Nos referimos concretamente a W. Isard y a I. Q. Steward y sus continuadores. Ciertamente que la aportación del input-transporte del primero es algo importante que ha permitido considerar el transporte como un elemento fundamental en el coste de producción, pero de ahí a considerar la distancia como variable fundamental para la determinación del espacio económico, como hacen, entre otros, Reilly y Converse, hay un gran paso. Similar consideración cabría hacer sobre los modelos gravitacionales de Steward y de G. K. Zipf, basados en la distancia y las masas demográficas o en el número de viajes que realizan de una ciudad a otra sus habitantes.

Esto nos ha llevado en el análisis locacional a importantes aberraciones, tales como encontrar la ubicación óptima de una industria “en un entorno que se revela imposible en el momento de pasar a la realidad: en medio de un lago o sobre una montaña”, como, no sin un cierto humor, señala A. Schärilin en una reciente obra (3). Y ello es así, porque se parte de la hipótesis de una superficie de transporte que, como dirá Claude Ponsard —a quien más tarde acudiremos—, verifica el postulado de continuidad, es decir, se verifica en él que todo punto del espacio considerado

---

(3) *Localización óptima y teoría de grafos*, traducción al castellano del profesor ARGAMENTERÍA GARCÍA, I. E. P. Madrid, 1973. Sobre esta obra y en este mismo número se hace una breve recensión.

puede ser alcanzado desde otro siguiendo una recta, es decir, y de acuerdo con la métrica euclidiana, existe continuidad si

$$\bar{IJ} = \left[ \sum (X_i - X_j)^2 \right] \frac{1}{2}$$

siendo *I* y *J* dos puntos cualesquiera de aquélla.

Pero una superficie de transporte de este tipo sólo se presenta en el mar y quizás no siempre en el aire. Por supuesto, que en la superficie terrestre no se verifica, aunque teóricamente se aplica; de ahí los resultados aberrantes antes aludidos.

Para comprender el espacio económico y efectuar su análisis y delimitación hay que desechar parte del bagaje teórico que poseemos. Y no me refiero aquí a abandonar el triángulo de Pitágoras, las distancias y los modelos gravitacionales más próximos a la física newtoniana que a la Teoría Económica, sino a otros conceptos que impiden captar el espacio económico con un criterio afín. A este respecto he mantenido en otras ocasiones (4) que, al menos en España, hemos comprendido mal a François Perroux. Su noción de espacio coincide en parte con la de Lösch; no es el espacio geográfico o real, sino el económico o abstracto. Es el propio W. Isard quien señala que el espacio de Perroux es similar al de Lösch, a lo que aquél responde que está de acuerdo, pero con una problemática diferente de la suya puesto que él prescindir de la distancia y Lösch no, lo que es evidente.

Si se acepta el espacio económico de Perroux y el marginamiento de la distancia, hemos de progresar siguiendo sus ideas sobre un aspecto quizás controvertido, pero para mí suficientemente claro y muy pragmático para el análisis espacial.

Me baso en la idea de polo de Perroux. El polo —dice— distribuye salarios y rentas monetarias y adicionales, sin aumentar necesariamente la producción local de bienes de consumo; provoca la dislocación de la mano de obra; concreta acumulativamente en un lugar o en una rama de la economía la inversión, el tráfico, la innovación técnica y económica, dejando de realizarla en otros lugares cuyo crecimiento y desarrollo pueden quedar, al contrario, retrasados.

La asimetría del espacio está clara, por ello hemos abandonado la homogeneidad y asimetría como criterios determinantes del espacio econó-

(4) *La región polarizada de Madrid (Ensayo de delimitación económica)*. Trabajo de Seminario efectuado en el curso 1972-73. "Revista de Economía Política", número 62. Madrid, 1972.

mico. Quizás no está tan claro aquí —y ello, en mi opinión, por la visión parcialmente deformada que tenemos del pensamiento de Perroux— el polo como propulsor de desarrollo o crecimiento.

Si acudimos nuevamente a él, “el crecimiento se manifiesta en unos puntos o polos de crecimiento con intensidades variables”, pero “como polos o focos de los que *emanan fuerzas centrífugas* y a donde van a parar fuerzas centrípetas”. Son “motrices cuando ejercen sobre otros, con los que está en relación, *efectos de impulsión* a través de precios, flujos económicos o simplemente por información” (5).

Agregando que el análisis en esos puntos de las *fuerzas motrices* “que monopolizan el crecimiento del conjunto, revela la existencia de actividades o industrias altamente dinámicas que impulsan su propia expansión y las de otras actividades o industrias”.

Quizá interpretemos mal a Perroux y estimamos que las fuerzas motrices son absorbentes; para mí está claro que si son motrices no pueden ser más que impulsoras. No veo el desarrollo *hacia* el polo, sino *desde* el polo.

Estoy con Davin cuando señala que una industria constituye un polo de crecimiento cuando los flujos de productos y de rentas que engendra condiciona el desarrollo de otras a ella ligada —polarización técnica—, determina avances en el sector terciario a través de la polarización por rentas y produce, finalmente, un crecimiento en la renta del espacio económico por la concentración de nuevas actividades en puntos determinados de su espacio, que él denomina polarización psicológica y geográfica (6).

Nuestros colegas los geógrafos ya se han dado cuenta de ello. Antes mantenían la tesis de que la región hace la ciudad; hoy piensan lo contrario. En términos económicos, antes veían la ciudad como absorbente de flujos de la región; hoy, como impulsante de la región. “Antiguamente —dice el gran geógrafo y profesor Pierre George— la región hacía la ciudad; hoy es la ciudad la que hace la región” (7). El esfuerzo de Pierre George de sacar la Geografía y, en concreto, de la región, del estrecho marco en donde estaba es notable; véase si no su *Geografía activa* (8). Ha hecho pasar el concepto de región de “porción de espacio terrestre” al “re-

(5) *La noción de desarrollo*, en “La Economía del siglo XX”. Ariel, Barcelona, 1964.

(6) LOUIS E. DAVIN: *Economie Regionale et Croissance*. Genin, Paris, 1967.

(7) *Précis de Géographie Urbaine*, PUF, Paris, 1964. En este punto coincide con JEAN LABASSE, *L'organisation de l'espace* (Hermann, Paris, 1966, pág. 37), cuando éste señala que “en la época contemporánea no es la región la que se ha dado una capital, sino que es la ciudad quien ha forjado su región”.

(8) Ariel, Barcelona, 1966 (1.ª ed. francesa, PUF, 1964). En colaboración con sus ayudantes de Cátedra Raymond GUGIELMO, Bernard KAYSER e Ives LACOSTE.

sultado de una asociación de factores activos y pasivos de intensidades variables, cuya dinámica propia se encuentra en el origen de los equilibrios internos y de la proyección espacial". La diferencia es, pues, importante y, por demás, no deja de ser sorprendente, pues renuncia taxativamente al concepto o característica de homogeneidad. "El espacio homogéneo no puede determinar una región" —afirma Kayser—, y se reafirma con esta pregunta: ¿posee la zona de producción frutera especializada una ciudad-mercado? Para Kayser la región es, tomando por base a Perroux, "el espacio polarizado que se organiza en torno a una gran ciudad".

Pero por mucho que se esfuercen George y sus continuadores, los geógrafos no pueden prescindir de más de lo que ya han prescindido. Han abandonado la homogeneidad, ciertamente, pero no pueden prescindir de la distancia, ni de los límites geográficos, es decir, del espacio geonómico. Su concepto, por mucho que lo vistan de espacio polarizado, no pasa de ser una zona de influencia de la capital-polar. Ellos, o al menos el grupo que encabeza Pierre George, así lo aceptan. Claro y terminante es Kayser al decir que "si bien cada polo dispone de una *zona de influencia*, no por ello constituye el centro de un espacio *estructurado*".

Quizás esto no pasa de ser una llamada a la colaboración interdisciplinaria que en mi opinión puede ser muy fructífera, pero queda bien claro que desde el punto de vista geográfico cabe hablar de zona de influencia, pero no de región polarizada.

En este sentido, el lector puede preguntarse la diferencia entre zona de influencia y región polarizada. Muchos compañeros lo han hecho con motivo del trabajo de Seminario antes aludido. Creo que en aquella ocasión estaba suficientemente explicitada la diferenciación entrambas, pero no es inútil insistir y perfilar más estas diferencias.

Ha de partirse de lo que entendemos por región polarizada. Siguiendo las fecundas ideas de Perroux puede definirse el espacio, zona o región polarizada como el lugar geométrico de los puntos que mantienen con un polo principal de su propio espacio, zona o región y a través de flujos motores, la mayoría de sus relaciones económicas.

Presupone relaciones mayoritarias, al igual que la zona de influencia, pero implica la existencia de fuerzas motoras, de variables dinámicas "que impulsan su propia expansión y las de otras actividades o fuerzas". En el espacio polarizado se manifiestan fenómenos de desequilibrios y asimetrías, así como cuál es su dinámica. Todo ello frente a la convencional concepción estática, basada en la distancia o en el transporte con una visión, por demás, de equilibrio, simetría y de homogeneidad en el espacio geonó-

mico. La zona de influencia no prescinde, pues, del espacio real, físico o geonómico y no emplea fuerzas dinámicas. La zona de influencia es del momento, pero no se puede afirmar que sea así mañana, porque no está ligado por flujos *motores* de expansión, sino, en todo caso, y no siempre, por flujos simplemente.

\* \* \*

Si se acepta que la zona o región polarizada es el lugar geométrico de los puntos que mantienen con un polo principal de su espacio relaciones mayoritarias a través de flujos motores de forma que este polo sea propulsor, más que absorbente, es decir, que ejerza unos flujos económicos centrífugos en vez de centrípetos o de atracción, hemos cambiado el convencional concepto de región y hemos dado un significado más acorde con el análisis regional al pensamiento de Perroux.

La determinación de los efectos o flujos propulsores centrífugos con su varia intensidad o con su valor prácticamente nulo podrá determinar la invisible frontera de la región polarizada. La frontera en donde se anulan estos flujos, sin existir otros similares de otro polo, o bien donde se igualan ambos flujos de distintos polos.

Esta ruptura con la línea del pensamiento convencional, primero, del análisis locacional y después, del análisis regional, basado en la homogeneidad, simetría y distancia, es de todo punto necesaria para sacar al análisis espacial del callejón sin salida en el que se encuentra, en busca de un equilibrio general espacial más amplio y fructífero, pero que no ha cristalizado en nada. Ni aun en la más reciente obra de W. Isard, *Methodes of regional analysis*, que puede ser considerada como la última palabra sobre el tema.

En este orden de cosas, y tareas, si Perroux, con su espacio abstracto o económico, supuso, según se ha visto, un gran paso en el análisis espacial, las más recientes aportaciones de Claude Ponsard han supuesto ya un paso decisivo (9).

Ponsard lleva el análisis espacial al campo matemático, buscando la correspondencia entre ambos espacios. Para ello no puede utilizar la métrica euclidiana y toda su elaboración es una respuesta a las siguientes preguntas: ¿se puede utilizar a este fin otra métrica? y, también, ¿se puede

(9) El profesor PONSARD es el creador y director de la Escuela Matemática de Economía de la Universidad de Dijon. Entre sus obras es de destacar *Economie et Space*, Sedes, París, 1955, que es el primer ensayo-ruptura de integrar el espacio en el análisis económico.

prescindir de toda métrica y orientar los estudios espaciales hacia la posición relativa de los puntos?

Su respuesta no es ambigua ni dubitativa. Prescindiendo de toda métrica y asociando el espacio a lo que él llama "estructuras matemáticas pobres" puede captarse mejor la realidad espacial. Dentro de estas estructuras matemáticas pobres, no métricas, aparecen los grafos o método de análisis que permite estudiar la posición relativa de los puntos del espacio.

\* \* \*

No es aquí lugar de exponer el papel de los grafos en el álgebra moderna. Remito al posible lector interesado sobre el tema a la excelente obra de Bernard Roy titulada *Algèbre Moderne et Théorie des graphes* (10).

La teoría de los grafos tiende a mostrar la organización, la estructura de relaciones o de interacciones de los elementos, más que otros aspectos analíticos o de valoración y de medida. A tal fin se sirve de las líneas orientadas (arcos) o líneas no orientadas (aristas), describiendo con ellos un grafo (conjunto de arcos) explicativo de la posición relativa de los puntos o elementos del espacio económico.

Si se tiene en cuenta que los arcos pueden estar provistos de valores (costes, tiempo de transporte, capacidad u otras características), el grafo que los comprende puede contener una gran cantidad de información. Puede recoger, por tanto, los flujos de bienes y servicios que expliciten un sistema, conociendo, por demás, cómo están relacionados los diversos elementos. Esta visión estructural de las relaciones es tan importante como conocer el tamaño o la naturaleza de los elementos.

Desde el punto de vista métrico, supone pasar de dos a una dimensión, con lo que se abandona la superficie de transporte, así como la distancia euclídea.

Desde el punto de vista operatorio, aunque tiene la complicación de numerosas "operaciones" desagregadas, al ser éstas más simples, presenta indudables ventajas para su tratamiento por la Cibernética y sus máquinas informacionales (ordenadores) al igual que sucede al pasar del sistema de numeración decimal al binario, que lo hace inaprendible al hombre, pero fácilmente tratado por la máquina informacional por su simplicidad. Los arcos complican al hombre, pero favorece y posibilita la aplicación del ordenador.

(10) Esta obra está orientada hacia la aplicación de los grafos a la Economía. De ahí su indudable interés para el economista. Ed. Dunod, París, 1969.

Así, por ejemplo, un arco puede representar o asociarse a una ecuación sin término independiente del tipo

$$x_i = a_{ij} x_j$$



FIG. 1

en el que el arco se orienta de la variable independiente al vértice que representa la dependiente, es decir, en sentido contrario al flujo, estando evaluado el arco por el parámetro de la variable independiente.

Similarmente la expresión,

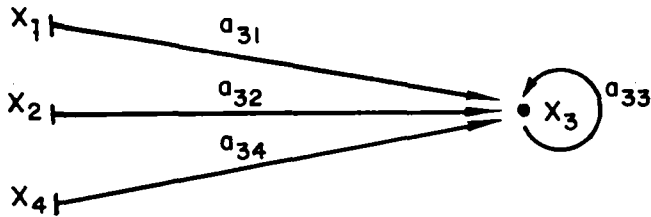


FIG. 2

$$x_3 = a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 + a_{34} x_4$$

puede representarse con una serie de arcos que forman el grafo de correspondencia, en el que aparece un bucle o retroacción cuando la variable independiente es, a su vez, variable dependiente (11). La correspondencia para un arco o para varios arcos convergentes son idénticos.

Similarmente puede existir una correspondencia entre matrices y grafos, ya que a cada elemento de aquella corresponde un arco, de forma que el elemento  $a_{ij}$  correspondiente a la intersección de la fila  $i$  con la columna  $j$  se representaría por el arco con vértice  $x_i$  y orientado hacia el vértice  $x_j$  y parámetro  $a_{ij}$ .

(11) El principio de la retroacción o *feed-back* es el básico en la Cibernética.



La matriz

$0$	$0$	$a_{31}$	$a_{41}$	$0$
$a_{12}$	$a_{22}$	$0$	$a_{43}$	$0$
$0$	$a_{23}$	$0$	$0$	$0$
$a_{14}$	$a_{24}$	$a_{34}$	$a_{44}$	$a_{54}$
$0$	$0$	$0$	$0$	$0$

se representaría por el grafo de la figura 3, en una forma topológica o de red.

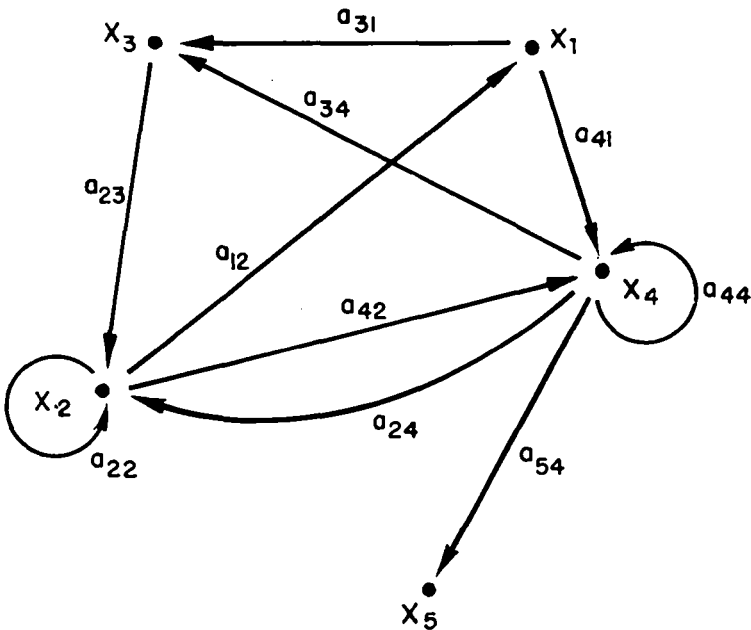


FIG. 3

De esta forma, todo sistema de ecuaciones lineales puede ser representado por un grafo que muestra cómo están enlazados los elementos de un sistema.

\* \* \*

Para Ponsard, la teoría de los grafos permite asociar el espacio económico al espacio matemático, no métrico y construir modelos a la vez más generales desde un punto de vista teórico y más operacionales que los modelos espaciales anteriores y a los que nos hemos referido al inicio.

Para Schärilig su ventaja reside en que por el carácter realista de los modelos obtenidos, y por medio de pocos o ningún cambio, pueden ser pasados estos modelos al ordenador y servir para una determinación real.

Hace tiempo que el Nobel Leontief señaló que en economía no hay acción a distancia y que un cambio en un punto es transmitido al resto de la actividad económica paso a paso a través de las relaciones e interacciones del sistema económico, como puso de manifiesto en su conocido modelo input-output. En este sentido, la aportación de Ponsard y su equipo de colaboradores en la escuela matemática de Economía de la Universidad de Dijon creemos es importante para el análisis espacial al establecer a través de los grafos la correspondencia entre el espacio económico y el matemático, tratado por demás por la Cibernética y máquinas informacionales.

Finalizo con la útil recomendación de Ponsard. Los especialistas del análisis espacial —dice— deben deshacerse del hábito de proyectar la actividad económica en el espacio homogéneo y continuo, ya que este análisis mutila la realidad. Para reunir lo real deben hacer un esfuerzo de abstracción mayor que el que están acostumbrados.