# EL MERCADO DEL HIERRO EN ESPAÑA

*Aplicación de un modelo econométrico*

Nuestro país viene arrastrando desde hace muchos años una posición deficitaria en el abastecimiento de hierro.

La producción nacional se encuentra muy por debajo de nuestro nivel de necesidades, y las escasas posibilidades económicas de importación apenas contribuyen a reducir tal diferencia.

Una gran parte de la industria española necesita del hierro como materia prima en sus procesos productivos. Los ferrocarriles y la construcción lo precisan en cantidades masivas.

Las cifras del consumo de los últimos años no reflejan las necesidades de una demanda real, pues se ven fuertemente reducidas por la oferta.

Consecuencia de tal estado de cosas es el hecho perfectamente observable del mal abastecimiento de hierro que venimos padeciendo, la escasez total de stocks, los retrasos en las entregas, la especulación en los precios y el empleo de toda una gama de recursos extraeconómicos para tratar en cada caso concreto de dar con una solución.

En un mercado que atraviesa tal coyuntura, hacen acto de presencia, con una gran eficacia en sus resultados finales, un conjunto de factores no puramente económicos (como pudieran serlo los precios, los costes, etc.), sino más bien tecnológicos, políticos, psicológicos, etc.

Además, constituye un hecho ya probado por las experiencias de otros países, principalmente hispanoamericanos, que el desarrollo de la producción nacional de hierro provoca casi automáticamente un fuerte incremento en la demanda de esta materia prima, ya que mucho capital que por considerar casi imposible el abastecimiento regular de la misma se orientaba a otros sectores de la producción, al poder contar con ella casi a pie de fábrica, se decide a efectuar inversiones en él.

No olvidemos, por otra parte, la estrecha relación que con el suministro de hierro guarda una parte de la industria manufacturera que, en los años próximos tenderá a incrementar sus exportaciones, cosa que únicamente podrá ser realidad si el abastecimiento de hierro no lo impide.

Tal es, en líneas generales, el estado actual del mercado de hierro en España. Por el interés que su estudio encierra, nos ha parecido oportuno someterlo a análisis.

Entre los diversos trabajos elaborados por la *Cowles Commission for Research in Economics* existe uno relacionado con los modelos econométricos.

En las páginas siguientes lo utilizaremos, en parte, para analizar el mercado del hierro en España.

El fin que primordialmente perseguimos en este trabajo es destacar la gran utilidad de los modelos como instrumentos de análisis de los fenómenos económicos y como elementos de información y consulta en las tareas de la política económica.

Mas, antes de plantear el caso concreto, hemos creído conveniente hacer algunas consideraciones previas que nos ayuden a su mejor comprensión y nos familiaricen con la terminología correspondiente al modelo.

* * *

Para la *Cowles Commission*, un modelo econométrico está formado por un conjunto de hipótesis e informaciones referentes a un sistema de relaciones económicas, y su fin es explicar con ello un fenómeno o un grupo de fenómenos.

Las relaciones que intervienen en todo fenómeno económico son casi siempre tantas y tan complejas que, si se tratase de tomarlas a todas ellas en consideración, las posibilidades de progresar en el campo de la investigación serían mínimas.

Tal estado de cosas justifica el que al elaborar un modelo econométrico se trate de reducir el número de las relaciones económicas que intervienen en el fenómeno sometido a análisis y aminorar la complejidad de las mismas.

A tal fin procederemos a analizarlas y clasificarlas para incluir en ese esquema teórico o instrumento de estudio que llamamos modelo, únicamente las que interesen, y suprimir o recortar mediante las oportunas hipótesis aquéllas que estimemos conveniente no tomar en consideración.

Entre tales relaciones, unas se referirán al comportamiento económico, otras serán de tipo legal o institucional, unas terceras de índole técnica y finalmente las habrá también de naturaleza contable en cuanto expresivas de identidades cuantitativas de tipo económico.

Al tratar de materializar esas relaciones económicas y crear así los elementos básicos de nuestro modelo obtendremos un conjunto de ecuaciones matemáticas que constituirán un sistema.

En esas ecuaciones aparecerán parámetros y variables.

Los primeros, calculados estadísticamente, entrelazarán a las variables aportando a las relaciones funcionales entre las mismas la influencia de factores cuantitativos y cualitativos dentro del sistema económico que se considera.

Estos parámetros, calculados —repetimos— con la ayuda de la Estadística, introducirán en el modelo la influencia estructural que gravita sobre el sistema económico tanto si es de tipo cuantitativo como si se refiere a factores psicológicos, sociales, políticos, etc.

Por eso el modelo econométrico recibe el calificativo de estructural.

Las variables, por su parte, representarán los hechos o fenómenos sometidos a estudio. Las clasificaremos en endógenas y exógenas, con la intención fundamental de proceder a una simplificación en el planteamiento.

Existen varios criterios para clasificar a las variables en uno u otro grupo, siendo los fundamentales el locacional y el causal. La aplicación de los mismos se hace con cierta amplitud.

Según el primero de estos criterios, serán variables exógenas aquellas que permanecen total o parcialmente como externas al campo económico. Por el principio causal una variable es exógena si influye en el ámbito económico que se considera pero no recibe influencias de él, al menos en forma apreciable.

El modelo será estático o dinámico según la influencia que se le asigne al factor tiempo. Será estático si todas las variables que en él intervienen se refieren a un instante determinado. En un modelo dinámico intervendrán variables que se refieren a períodos distintos de tiempo.

Las variables con desplazamiento temporal o "predeterminadas" tendrán carácter de exógenas, considerándose únicamente como endógenas las que carezcan de desplazamiento en el tiempo.

El modelo será macroeconómico si está encaminado al estudio del sistema económico considerado como un complejo. Cuando, por el contrario, el estudio se oriente al comportamiento de otras unidades económicas integrantes de aquel, tendrá el carácter de microeconómico.

La teoría económica y la estadística, conjuntamente, confeccionarán el modelo; él nos brindará la oportunidad de hacer observaciones de tipo teórico-económico en el sistema considerado e incluso prudentes previsiones dentro ya del ámbito de la política económica.

De entre los varios modelos elaborados por la Comisión ya citada, escogeremos aquel que permita una mayor aproximación a la realidad en cuanto a su formulación; operaremos, pues, con un modelo estocástico (es decir, influído por el azar) y dinámico.

Con el fin de no complicar excesivamente las operaciones y cálculos, procuraremos reducir el número de variables en juego, con lo que, naturalmente, las conclusiones finales tendrán un alcance más limitado.

Advirtamos, por otra parte, que la finalidad perseguida con esta aplicación, no es ya estudiar a fondo el mercado escogido, sino más bien presentar las posibilidades teóricas y prácticas que encierran estas clases de modelos.

Tras de estas observaciones pasemos a aplicar el modelo.

* * *

Según la Teoría Económica en la demanda y en la oferta de un bien, intervienen fundamentalmente las siguientes variables cuantitativas:

*a*) Su propio precio.

*b*) El precio de otros bienes.

*c*) Las disponibilidades.

*d*) El coste.

Nuestros próximos pasos irán encaminados al estudio estadísticos de estas variables.

Si llamamos C al consumo nacional del artículo que se considera, su valor se obtendrá de la forma siguiente:

$$C = F + I - E + K_0 - K_1 \qquad [1]$$

siendo F la producción nacional, I las importaciones, E las exportaciones, $K_0$ los "stocks" al comienzo del período y $K_1$ los "stocks" al final del mismo.

Si suponemos para simplificar que las cifras de "stocks" se compensan un año con otro (escogemos períodos de un año), la ecuación anterior quedará formulada en los siguientes términos:

$$C = F + I - E . \qquad [2]$$

En lo que se refiere a los precios de venta, con el fin de eliminar las fluctuaciones del poder adquisitivo de la moneda, los hemos deflacionado utilizando para ello los índices anuales del coste de vida. Sin ser este procedimiento el más perfecto, nos permite, dentro del criterio de simplificación que nos hemos propuesto, reducir convenientemente los efectos inflacionistas sobre los precios.

La renta real por habitante (otra de las variables que intervendrán en el modelo) la obtenemos dividiendo la renta nacional real por el número de habitantes, y la deflacionamos mediante los índices del coste de vida.

También a los precios de coste los deflacionamos siguiendo el mismo criterio.

Introduciremos, además, la variable tiempo. Para no hacer excesivamente complicado el modelo supongamos que en esta variable quedan representados todos aquellos factores psicológicos, políticos, tecnológicos, sociales, etc. que de una manera sistemática influyen en el mercado que se considera y que, naturalmente, lo hacen a lo largo del tiempo.

Supondremos que se desenvuelve según una función lineal que se concreta en la serie de números naturales.

Finalmente, todos los factores que aún no hemos tenido en cuenta, y que serán, por tanto, los que de una forma no sistemática influyan en la demanda y en la oferta que se consideran, estarán representados en el modelo por medio de una variable aleatoria.

Pasemos, pues, a calcular estos valores.

| AÑOS | Producción anual | Importaciones | Exportaciones | Consumo total anual | Población | Consumo anual por habitante | Números índices |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1945 | 1.936.193 | 25.128 | 44.201 | 1.917.120 | 26.802.191 | 71,5 | 100,00 |
| 1946 | 2.383.552 | 34.599 | 15.863 | 2.402.288 | 27.012.116 | 88,9 | 124,3 |
| 1947 | 2.332.926 | 31.712 | 15.050 | 2.349.588 | 27.223.485 | 86,3 | 120,7 |
| 1948 | 2.515.251 | 49.561 | 10.233 | 2.554.579 | 27.436.611 | 93,1 | 130,2 |
| 1949 | 2.769.300 | 76.942 | 23.432 | 2.822.810 | 27.651.406 | 102,0 | 142,7 |
| 1950 | 3.038.692 | 110.784 | 4.212 | 3.145.264 | 27.867.882 | 112,86 | 157,8 |
| 1951 | 3.252.267 | 78.874 | 44.225 | 3.286.916 | 28.086.052 | 117,— | 163,7 |
| 1952 | 3.851.159 | 63.354 | 35.669 | 3.878.844 | 28.305.928 | 137,— | 191,7 |
| 1953 | 3.979.386 | 110.351 | 48.354 | 4.041.383 | 28.527.518 | 141,6 | 198,— |
| 1954 | 4.034.628 | 172.469 | 19.784 | 4.187.313 | 28.750.851 | 145,6 | 203,6 |

| AÑOS | Precios reales unitarios (a) | Coste de vida (b) | $\frac{a}{b}$ | Indices del precio de venta |
|---|---|---|---|---|
| 1945 ... ... ... ... ... ... | 461,40 | 154,3 | 2,99 | 100,00 |
| 1946 ... ... ... ... ... ... | 603,45 | 202,5 | 2,98 | 99,77 |
| 1947 ... ... ... ... ... ... | 664,85 | 238,3 | 2,79 | 93,63 |
| 1948 ... ... ... ... ... ... | 740,30 | 254,4 | 2,91 | 97,33 |
| 1949 ... ... ... ... ... ... | 806,98 | 268,1 | 3,01 | 100,70 |
| 1950 ... ... ... ... ... ... | 870,79 | 297,2 | 2,93 | 98,28 |
| 1951 ... ... ... ... ... ... | 1.183,72 | 325,2 | 3.64 | 121,74 |
| 1952 ... ... ... ... ... ... | 1.262,44 | 318,8 | 3,96 | 132,70 |
| 1953 ... ... ... ... ... ... | 1.250,25 | 323,9 | 3,86 | 129,28 |
| 1954 ... ... ... ... ... ... | 1.354,22 | 327,9 | 4,13 | 138,27 |

| Años | Renta real por habitante, en pesetas, de 1929 | Indices de renta real por habitante |
|---|---|---|
| 1945... ... | 823,00 | 100,00 |
| 1946... ... | 975,00 | 118,47 |
| 1947... ... | 944,00 | 114,71 |
| 1948... ... | 928,00 | 112,76 |
| 1949... ... | 898,00 | 109,12 |
| 1950... ... | 963,00 | 117,02 |
| 1951... ... | 1.146,00 | 139,25 |
| 1952... ... | 1.207,00 | 146,66 |
| 1953... ... | 1.200,00 | 145,90 |
| 1954... ... | 1.287,00 | 156,38 |

| AÑOS | Precio de coste (a) | Coste de vida (b) | $\frac{a}{b}$ | Indices de precios de coste |
|---|---|---|---|---|
| 1945... ... ... ... ... ... ... ... | 424,4 | 154,3 | 2,75 | 100,0 |
| 1946... ... ... ... ... ... ... ... | 516,0 | 202,5 | 2,54 | 92,3 |
| 1947... ... ... ... ... ... ... ... | 543,8 | 238,3 | 2,28 | 82,9 |
| 1948... ... ... ... ... ... ... ... | 659,4 | 254,4 | 2,59 | 94,2 |
| 1949... ... ... ... ... ... ... ... | 695,7 | 268,1 | 2,59 | 94,2 |
| 1950... ... ... ... ... ... ... ... | 928,5 | 297,2 | 3,12 | 113,4 |
| 1951... ... ... ... ... ... ... ... | 1.078,3 | 325,2 | 3,31 | 120,0 |
| 1952... ... ... ... ... ... ... ... | 1.066,5 | 318,8 | 3,34 | 121,4 |
| 1953... ... ... ... ... ... ... ... | 1.090,2 | 323,9 | 3,36 | 122,2 |
| 1954... ... ... ... ... ... ... ... | 1.290,7 | 327,9 | 3,93 | 142,9 |

| Años | Consumo anual por habitante (X) | Precio de venta (Pv) | Renta real por habitante (R) | Precio de coste (Pc) | Tiempo (T) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1945 | 100,0 | 100,00 | 100,00 | 100,0 | 1 |
| 1946 | 124,3 | 99,77 | 118,47 | 92,3 | 2 |
| 1947 | 120,7 | 93,63 | 114,71 | 82,9 | 3 |
| 1948 | 130,2 | 97,33 | 112,76 | 94,2 | 4 |
| 1949 | 142,7 | 100,70 | 109,12 | 94,2 | 5 |
| 1950 | 157,8 | 98,28 | 117,02 | 113,4 | 6 |
| 1951 | 163,7 | 121,74 | 139,25 | 120,0 | 7 |
| 1952 | 191,7 | 132,70 | 146,66 | 121,4 | 8 |
| 1953 | 198,— | 129,28 | 145,90 | 122,2 | 9 |
| 1954 | 203,6 | 138,27 | 156,38 | 142,9 | 10 |
| Media aritmética ... ... ... | 153,27 | 111,17 | 126,02 | 108,35 | 5,5 |

Por lo ya dicho, formularemos para la demanda y oferta las siguientes ecuaciones:

$$a_{11}\, x + a_{12}\, p_v + b_{11}\, r \;\; + b_{13}\, t = \varepsilon_1 \text{ (demanda)}$$
$$a_{21}\, x + a_{22}\, p_v + b_{22}\, p_c + b_{23}\, t = \varepsilon_2 \text{ (oferta)}$$

en las que llamamos $a$ a los parámetros de las variables endógenas y $b$ a los correspondientes a aquellas variables que suponemos exógenas. De los subíndices diremos que el primero señala el número de orden de la ecuación, y el segundo el de la variable exógena o endógena.

Además:

$x$ simboliza la cantidad demandada u ofrecida

$p_v$ el precio de venta
$p_c$ el precio de coste
$r$ la renta o disponibilidad del sujeto
$t$ el tiempo y cuanto en él representamos
$\varepsilon_1$ y $\varepsilon_2$ las variables aleatorias ya mencionadas.

Hemos incluído al coste de producción entre las variables exógenas por no disponer de datos estadísticos suficientes como para garantizar la veracidad de la apreciación que de ellos se ha hecho.

La renta real por habitante se considera asímismo como variable exógena por razones similares, ya que los censos de población no son anuales y, por lo tanto, sus cifras son estimativas.

Además, como veremos enseguida, era necesario contar con un cierto número de variables de esta naturaleza para que el modelo fuese viable.

El siguiente paso en la aplicación se refiere a la llamada identificación de las ecuaciones.

Se demuestra que para poder calificar de identificable a un modelo deberá cumplir dos condiciones: la necesaria y la suficiente.

La primera exige que el número de variables excluídas de cada ecuación debe ser, al menos, igual al número de variables endógenas menos una.

Por la condición necesaria y suficiente deberá ser no nulo alguno de los determinantes de primer orden obtenidos de la matriz formada por los parámetros de las variables no contenidas en la ecuación que se trata de identificar.

Ambas condiciones se cumplen en nuestras dos ecuaciones de demanda y oferta. Efectivamente. De la ecuación de demanda hemos excluído a $p_c$, y de la oferta a $r$, con lo que el número de variables excluídas de cada ecuación (uno en este caso) es igual al número de variables endógenas (dos) menos una.

Queda cumplida así la condición necesaria.

En cuanto a la segunda condición basta observar que todos los parámetros que figuran en el sistema de ecuaciones deberán ser distintos de cero, y, por lo tanto, los determinantes de primer orden $b_{22}$ y $b_{11}$ también lo son.

Por otra parte, para escoger el método estadístico más apropiado a nuestro caso concreto nos basta observar que cada una de nuestras ecuaciones estructurales es exactamente identificable, ya que el número de variables exógenas incluídas en el sistema (tres en nuestro caso) pero no en la ecuación, es inferior en una unidad al número de variables endógenas que figuran en la ecuación que se identifica. En efecto: en la ecuación de demanda figuran dos variables exógenas ($r$ y $t$), con lo que sólo se ha excluído una ($p_c$), en tanto que son dos ($x$ y $p_v$) las endógenas que en ella aparecen.

En la de oferta se ha excluído una exógena ($r$), y figuran dos endógenas ($x$ y $p_v$).

Tal situación nos permite emplear el método estadístico de los mínimos cuadrados, debiendo efectuar para ello algunas operaciones previas.

Al pie del Cuadro-Resumen que aparece más arriba figuran las medias aritméticas de cada una de las cinco variables en juego.

Si calculamos las desviaciones de las variables con respecto a las medias aritméticas respectivas en cada uno de los diez años, obtendremos el siguiente cuadro:

| Años | $x$ | $p_v$ | $r$ | $p_c$ | $t$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1945 | — 53,27 | — 11,17 | — 26,02 | — 8,35 | — 4,5 |
| 1946 | — 28,97 | — 11,40 | — 7,55 | — 16,05 | — 3,5 |
| 1947 | — 32,57 | — 17,54 | — 11,31 | — 25,45 | — 2,5 |
| 1948 | — 23,07 | — 13,84 | — 13,26 | — 14,15 | — 1,5 |
| 1949 | — 10,57 | — 10,47 | — 16,90 | — 14,15 | — 0,5 |
| 1950 | 4,53 | — 12,89 | — 9,00 | 5,05 | 0,5 |
| 1951 | 10,43 | 10,57 | 13,23 | 11,65 | 1,5 |
| 1952 | 38,43 | 21,53 | 20,64 | 13,05 | 2,5 |
| 1953 | 44,73 | 18,11 | 19,88 | 13,85 | 3,5 |
| 1954 | 50,33 | 27,10 | 30,36 | 34,55 | 4,5 |

Tomando como base el Cuadro de Desviaciones, podemos construir la matriz de covarianzas, que será simétrica respecto de la diagonal principal.

| | $x$ | $p_v$ | $r$ | $p_c$ | $t$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 11.521,76 | 4.979,77 | 5.765,38 | 5.218,99 | 959,45 |
| $p_v$ | 4.979,77 | 2.667,34 | 2.818,56 | 2.592,76 | 408,58 |
| $r$ | 5.765,38 | 2.818,56 | 3.322,37 | 2.755,35 | 473,27 |
| $p_c$ | 5.218,99 | 2.592,76 | 2.755,35 | 3.092,52 | 442,25 |
| $t$ | 959,45 | 408,58 | 473,27 | 442,25 | 82,50 |

Las ecuaciones de demanda y oferta expresadas anteriormente pueden escribirse del siguiente modo, en forma reducida, de suerte que en el primer miembro figuren únicamente las variables endógenas:

$$x = A_{11}\, r + A_{12}\, p_c + A_{13}\, t \qquad [3]$$

$$p_v = A_{21}\, r + A_{22}\, p_c + A_{23}\, t\,. \qquad [4]$$

Las ecuaciones [3] y [4] son, pues, la expresión en forma reducida y explícita del valor de las variables endógenas en función de las exógenas.

Para la ecuación de demanda podremos escribir:

$$\left.\begin{aligned} A_{11}\,\Sigma\, r^2 + A_{12}\,\Sigma\, r\, p_c + A_{13}\,\Sigma\, r\, t &= \Sigma\, x\, r \\ A_{11}\,\Sigma\, p_c\, r + A_{12}\,\Sigma\, p^2{}_c + A_{13}\,\Sigma\, p_c\, t &= \Sigma\, x\, p_c \\ A_{11}\,\Sigma\, t\, r + A_{12}\,\Sigma\, t\, p_c + A_{13}\,\Sigma\, t^2 &= \Sigma\, x\, t \end{aligned}\right\} \qquad [5]$$

y para la oferta:

$$\left.\begin{array}{l} A_{21}\,\Sigma\, r^2 \quad + A_{22}\,\Sigma\, r\,p + A_{23}\,\Sigma\, r\,t \;\; = p_v\, r \\ A_{21}\,\Sigma\, p_c\, r + A_{22}\,\Sigma\, p^2{}_c + A_{23}\,\Sigma\, p_c\, t = p_v\, p_c \\ A_{21}\,\Sigma\, t\, r \quad + A_{22}\,\Sigma\, t\, p_c + A_{23}\,\Sigma\, t^2 \;\; = p_v\, t \end{array}\right\} \qquad [6]$$

Sustituyendo en [5] y [6] los valores correspondientes, ya calculados, y que figuran en el Cuadro Matriz de covarianzas, tendremos:

$$\left.\begin{array}{r} 3.322{,}37\, A_{11} + 2.755{,}35\, A_{12} + 473{,}27\, A_{13} = 5.765{,}38 \\ 2.755{,}35\, A_{11} + 3.092{,}52\, A_{12} + 442{,}25\, A_{13} = 5.218{,}99 \\ 473{,}27\, A_{11} + \quad 442{,}25\, A_{12} + \quad 82{,}50\, A_{13} = \quad 959{,}45 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} 3.322{,}37\, A_{21} + 2.755{,}35\, A_{22} + 473{,}27\, A_{23} = 2.818{,}56 \\ 2.755{,}35\, A_{21} + 3.092{,}52\, A_{22} + 442{,}25\, A_{23} = 2.592{,}76 \\ 473{,}27\, A_{21} + \quad 442{,}25\, A_{22} + \quad 82{,}50\, A_{23} = \quad 408{,}58 \end{array}\right\}$$

Llamando W a la matriz de los coeficientes, que es común a ambos sistemas, calcularemos las $A_{ij}$ aplicando la regla de Cramer:

$$A_{11} = \frac{\begin{vmatrix} 5.765{,}38 & 2.755{,}35 & 473{,}27 \\ 5.218{,}99 & 3.092{,}52 & 442{,}25 \\ 959{,}45 & 442{,}25 & 82{,}50 \end{vmatrix}}{W} = 0{,}43945$$

$$A_{12} = \frac{\begin{vmatrix} 3.322{,}37 & 5.765{,}38 & 473{,}27 \\ 2.755{,}35 & 5.218{,}99 & 442{,}25 \\ 473{,}27 & 959{,}45 & 82{,}50 \end{vmatrix}}{W} = -\,0{,}0282101$$

$$A_{13} = \frac{\begin{vmatrix} 3.322{,}37 & 2.755{,}35 & 5.765{,}38 \\ 2.755{,}35 & 3.092{,}52 & 5.218{,}99 \\ 473{,}27 & 442{,}25 & 959{,}45 \end{vmatrix}}{W} = 9{,}2162$$

$$A_{21} = \frac{\begin{vmatrix} 2.818,56 & 2.755,35 & 473,27 \\ 2.592,76 & 3.092,52 & 442,25 \\ 408,58 & 442,25 & 82,50 \end{vmatrix}}{W} = 0,65093$$

$$A_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 3.322,37 & 2.818,56 & 473,27 \\ 2.755,35 & 2.592,76 & 442,25 \\ 473,27 & 408,58 & 82,50 \end{vmatrix}}{W} = 0,35951$$

$$A_{23} = \frac{\begin{vmatrix} 3.322,37 & 2.755,35 & 2.818,56 \\ 2.755,35 & 3.092,52 & 2.592,76 \\ 473,27 & 442,25 & 408,58 \end{vmatrix}}{W} = -0,720483$$

Si sustituímos estos valores en [3] y [4], tendremos:

$$\begin{aligned} x &= 0,43945\, r - 0,0282101\, p_c + 9,2162\, t \\ p_v &= 0,65093\, r + 0,35951\, p_c - 0,720483\, t\,. \end{aligned}$$

Por otra parte, si sustituímos en [1] y [2] los valores de $x$ y de $p_v$ por los que figuran en [3] y [4], obtendremos:

$$a_{11}(A_{11}\, r + A_{12}\, p_c + A_{13}\, t) + a_{12}(A_{21}\, r + A_{22}\, p_c + \\ + A_{23}\, t) + b_{11}\, r + b_{13}\, t = 0$$

$$a_{21}(A_{11}\, r + A_{12}\, p_c + A_{13}\, t) + a_{22}(A_{21}\, r + A_{22}\, p_c + \\ + A_{23}\, t) + b_{22}\, p_c + b_{23}\, t = 0$$

es decir,

$$a_{11}\, A_{11}\, r + a_{11}\, A_{12}\, p_c + a_{11}\, A_{13}\, t + a_{12}\, A_{21}\, r + a_{12}\, A_{22}\, p_c + \\ + a_{12}\, A_{23}\, t + b_{11}\, r + b_{13}\, t = 0$$

$$a_{21}\, A_{11}\, r + a_{21}\, A_{12}\, p_c + a_{21}\, A_{13}\, t + a_{22}\, A_{21}\, r + a_{22}\, A_{22}\, p_c + \\ + a_{22}\, A_{23}\, t + b_{22}\, p_c + b_{23}\, t = 0$$

de donde

$$p_c(a_{11}A_{12}+a_{12}A_{22})+r(a_{11}A_{11}+a_{12}A_{21}+b_{11})+$$
$$+t(a_{11}A_{13}+a_{12}A_{23}+b_{13})=0$$

$$p_c(a_{21}A_{12}+a_{22}A_{22}+b_{22})+r(a_{21}A_{11}+a_{22}A_{21})+$$
$$+t(a_{21}A_{13}+a_{22}A_{23}+b_{23})=0$$

por lo tanto:

$$\left.\begin{array}{l}
a_{11}A_{12}+a_{12}A_{22}=0\\
a_{11}A_{11}+a_{12}A_{21}+b_{11}=0\\
a_{11}A_{13}+a_{12}A_{23}+b_{13}=0\\
a_{21}A_{12}+a_{22}A_{22}+b_{22}=0\\
a_{21}A_{11}+a_{22}A_{21}=0\\
a_{21}A_{13}+a_{22}A_{23}+b_{23}=0
\end{array}\right\}$$

Si, según se ha visto, hacemos $a_{11}=-1$ y $a_{21}=-1$, obtendremos de la primera ecuación de [7]:

$$-A_{12}+a_{12}A_{22}=0 \qquad a_{12}=\frac{A_{12}}{A_{22}}$$

de la quinta:

$$-A_{11}+a_{22}A_{21}=0 \qquad a_{22}=\frac{A_{11}}{A_{21}}$$

de la segunda:

$$-A_{11}+a_{12}A_{21}+b_{11}=0 \qquad b_{11}=A_{11}-a_{12}A_{21}$$

de la tercera:

$$-A_{13}+a_{12}A_{23}+b_{13}=0 \qquad b_{13}=A_{13}-a_{12}A_{23}$$

de la cuarta:

$$-A_{12} + a_{22} A_{22} + b_{22} = 0 \qquad b_{22} = A_{12} - a_{22} A_{22}$$

y de la sexta:

$$-A_{13} + a_{22} A_{23} + b_{23} = 0 \qquad b_{23} = A_{13} - a_{22} A_{23}$$

Sustituyendo las $A_{ij}$ por sus valores, ya hallados, tendremos:

$$a_{11} = -1$$

$$a_{21} = -1$$

$$a_{12} = \frac{A_{12}}{A_{22}} = \frac{-0{,}0282101}{4{,}4093} = -0{,}006398$$

$$a_{22} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{0{,}43945}{0{,}65093} = 0{,}67511$$

$$b_{11} = A_{11} - a_{12} A_{21} = 0{,}43945 - (-0{,}006398)\ (0{,}65093) = 0{,}44361$$

$$b_{13} = A_{13} - a_{12} A_{23} = 9{,}2162 - (-0{,}006398)\ (-0{,}720483) = 9{,}21159$$

$$b_{22} = A_{12} - a_{22} A_{22} = -0{,}0282101 - 0{,}67511 \times 0{,}35951 = -0{,}2709188$$

$$b_{23} = A_{13} - a_{22} A_{23} = 9{,}2162 - 0{,}67511 \times (-0{,}720483) = 9{,}7026$$

por lo tanto, [1] y [2] quedarán:

$$x = -0{,}006398\, p_v + 0{,}44361\ r + 9{,}21159\, t \qquad [8]$$
$$x = 0{,}67511\, p_v - 0{,}2709188\, p_c + 9{,}7026\, t \qquad [9]$$

Si en [8] y [9] sustituímos $p_v$, $r$, $p_c$ y $t$ por los valores que figuran en la tabla de varianzas, tendremos otros valores de $x$ tales como $x'$ y $x''$

| Años | $x'$ | $x''$ |
|---|---|---|
| 1945 ... ... ... | — 52,92342 | — 48,94049 |
| 1946 ... ... ... | — 35,51688 | — 37,30709 |
| 1947 ... ... ... | — 27,93397 | — 29,20301 |
| 1948 ... ... ... | — 19,61110 | — 20,06391 |
| 1949 ... ... ... | — 12,03581 | — 8,08619 |
| 1950 ... ... ... | 0,69577 | — 5,21900 |
| 1951 ... ... ... | 19,61872 | 18,53360 |
| 1952 ... ... ... | 32,04734 | 35,25611 |
| 1953 ... ... ... | 40,94366 | 42,43310 |
| 1954 ... ... ... | 54,74677 | 52,59690 |

y además sustituimos $x$, hallaremos los valores de las variables casuales:

| Años | $\varepsilon_1$ | $\varepsilon_2$ |
|---|---|---|
| 1945 ... ... ... | — 0,35 | — 4,33 |
| 1946 ... ... ... | 6,54 | 8,33 |
| 1947 ... ... ... | — 4,64 | — 3,37 |
| 1948 ... ... ... | — 3,46 | — 3,01 |
| 1949 ... ... ... | 1,46 | — 2,49 |
| 1950 ... ... ... | 3,84 | 9,74 |
| 1951 ... ... ... | — 9,18 | — 8,10 |
| 1952 ... ... ... | 6,39 | 3,18 |
| 1953 ... ... ... | 3,79 | 2,30 |
| 1954 ... ... ... | — 4,41 | 2,26 |

Si agregamos estos valores a los que figuran de $x$ en la tabla de índices (tabla-resumen) tendremos: (*)

| Años | X' | X'' |
|---|---|---|
| 1945 ... ... ... | 100,35 | 95,67 |
| 1946 ... ... ... | 117,76 | 132,63 |
| 1947 ... ... ... | 125,34 | 117,33 |
| 1948 ... ... ... | 133,66 | 127,19 |
| 1949 ... ... ... | 141,24 | 140,21 |
| 1950 ... ... ... | 153,96 | 167,54 |
| 1951 ... ... ... | 172,88 | 155,60 |
| 1952 ... ... ... | 185,31 | 194,88 |
| 1953 ... ... ... | 194,21 | 200,30 |
| 1954 ... ... ... | 208,01 | 201,34 |

(*) Sumamos algebráicamente $\varepsilon_2$, y a $\varepsilon_1$ le cambiamos el signo, pues hemos supuesto que las variables aleatorias tenían de media cero.

Si en las ecuaciones estructurales deseamos que figuren los valores en lugar de las desviaciones, deberemos poner:

$$X - 153{,}27 = -0{,}006398\,(P_v - 111{,}17) + 0{,}44361\,(R - 126{,}02) + + 9{,}21159\,(T - 5{,}5)$$

$$X - 153{,}27 = 0{,}67511\,(P_v - 111{,}17) - 0{,}2709188\,(P_c - 108{,}35) + + 9{,}7026\,(T - 5{,}5)$$

de donde obtenemos:

$$X = -0{,}006398\,P_v + 0{,}44361\,R + 9{,}21159\,T + 47{,}41379$$

$$X = 0{,}67511\,P_v - 0{,}2709188\,P_c + 9{,}7026\,T + 54{,}20778$$

Una vez obtenidas las funciones de demanda y oferta, resulta de interés calcular elasticidades a fin de disponer de mayor número de elementos de juicio al formular las conclusiones.

Si tomamos como referencia los valores medios, llegaremos a los resultados siguientes:

*Demanda:*

$$\text{a)}\quad E\frac{X}{P_v} = \frac{\delta X}{\delta P_v}\,\frac{P_v}{X} = -0{,}006398 \times \times \frac{111{,}17}{153{,}27} = -0{,}004638$$

$$\text{b)}\quad E\frac{X}{R} = \frac{\delta X}{\delta R}\cdot\frac{R}{X} = 0{,}44361 \times \frac{126{,}02}{153{,}27} = = 0{,}364647$$

*Oferta:*

$$c)\quad E\frac{X}{P_v} = \frac{\delta X}{\delta P_v} \cdot \frac{P_v}{X} = 0{,}67511 \times \frac{111{,}17}{153{,}27} =$$

$$= 0{,}489454$$

$$d)\quad E\frac{X}{P_c} = \frac{\delta X}{\delta P_c} \cdot \frac{P_c}{X} = -0{,}2709188 \times$$

$$\times \frac{108{,}35}{153{,}27} = -0{,}191539$$

---

Procedamos, finalmente, a un análisis de estos resultados, sin dejar de tener en cuenta, desde luego, las limitaciones de su alcance, debido a la serie de hipótesis de que hemos partido.

Ante todo observaremos la gran rigidez de la demanda con respecto al precio de mercado, lo que (junto con la elasticidad respecto de la renta) nos permite suponer que se trata de un artículo de primera necesidad.

La oferta, en este sentido, posee una rigidez relativa, ya que su elasticidad es menor que uno pero se acerca a las cinco décimas.

Por otra parte, los signos de las respectivas elacticidades son conformes con las normas de la Teoría Económica.

Se trata de un bien normal, pues su demanda crece con la renta de los consumidores, como lo atestigua el signo positivo del coeficiente de R.

Además, el citado coeficiente y la elasticidad de la demanda respecto de la renta indican, como ya hemos dicho, que el artículo es de primera necesidad.

Por lo que a la oferta se refiere, y en sus relaciones con el coste de producción, apreciamos que las alteraciones de éste la afectan aproximadamente en un 50 por 100 del valor de esas alteraciones.

La influencia que, tanto en la demanda como en la oferta, ejerce la variable T (y cuantas cuestiones hemos representado en ella) señala un fuerte incremento de una y otra a lo largo del tiempo como consecuencia de la intervención en el mercado de los factores tecnológicos, sociales, psicológicos, etc. que de una manera sistemática hacen acto de presencia en él. No parece, pues, tratarse de un artículo fácilmente desplazable del mercado, como consecuencia del progreso en general, antes bien, diríamos que viaja uncido al carro del progreso, al menos durante el período que estadísticamente hemos considerado.

El valor de las variables estocásticas parece decirnos que las contingencias futuras no sistemáticas, o de azar, ejercen en su conjunto una muy acusada influencia en el desarrollo creciente del mercado que venimos considerando.

Todo ello, y, repetimos, dentro de las naturales limitaciones que señalan las hipótesis, parece augurar un espléndido porvenir al mercado del hierro.

Desde el campo de la política económica, tales resultados harían pensar en la conveniencia de intensificar su fabricación por tratarse de un artículo básico cuya producción actual es muy insuficiente para abastecer el mercado, y del que el porvenir parece habrá de necesitar cada día más. El aumento de la cantidad ofrecida restaría rigidez a la demanda con respecto al precio, contribuyendo, desde luego, al desarrollo económico industrial del país.

---

Hemos llegado al final de nuestro trabajo. Los resultados obtenidos a través del análisis econométrico son consecuentes con la situación real más arriba esbozada. Dentro de la sencillez del modelo, tal como lo hemos planteado, puede entreverse su gran utilidad como instrumento analítico. Y, aun cuando el estudio estadístico no se haya realizado a fondo de todo intento por razones de simplificación, creemos haber logrado el objetivo que nos habíamos propuesto: explicar la aplicación del modelo y dejar constancia de las grandes posibilidades que su empleo encierra.

JUAN ECHEVARRIA GANGOITI