Teorías de la utilidad

M. LOPEZ CACHERO

0. INTRODUCCION

El problema de la utilidad ha sido abordado de manera tradicional y frecuente desde diversas perspectivas tanto en la literatura matemática como en la económica. Desde este último punto de vista, se ha pretendido, incluso, la construcción de una «teoría del consumo» fundamentada en la noción de «utilidad», tal y como ha pretendido la Escuela Marginalista, soslayando, o por mejor decir, pretendiendo soslayar, el problema de la cuantificación de aquélla a través de la noción de utilidad «ordinal» y su configuración como «magnitud intensiva», por contraposición a las «magnitudes extensivas», siendo estas últimas las que requerirían de una medida. Así, la utilidad, tal y como los marginalistas la conciben, aparecería como un ente existente, mas no mensurable, sino meramente ordenable. Es obvio que esta posición admite críticas difícilmente rebatibles, desde diversos puntos de vista. Pero la virtualidad de tales críticas no reduce la importancia del problema; en todo caso pone de manifiesto lo discutible del procedimiento.

En este orden de cosas, la noción de utilidad, vinculada a la problemática de la adopción de decisiones, reaparece (si es que en algún momento estuvo oculta) con el planteamiento de la teoría de la decisión. Se trata ahora no de discutir si existe o no una función de utilidad, sino de ver cómo puede determinarse ésta, en un cuadro de hipótesis y con unos fines concretos. Esas hipótesis se hallan asociadas a concepciones de naturaleza estocástica y esos fines son los de establecer una lógica de la decisión, en base al evidente principio de que tal decisión no se produce en abstracto, sino en función a unos objetivos que aparecen valorados en términos de su «conveniencia» para el sujeto decisor, es decir, en términos de su *utilidad*.

La finalidad de estas páginas se encuentra así en presentar una síntesis de las teorías de la utilidad que recaban para sí el calificativo de «soportes» de una teoría de la decisión.

1. LA NOCION DE UTILIDAD

La decisión en régimen de riesgo no puede prescindir de la valoración que de su posición relativa realice el propio decisor. Para poder llegar a un tratamiento completo del problema necesitamos, en definitiva, llegar a integrar el problema del riesgo en la propia decisión, para así conciliar las dificultades que se suscitan cuando se ha seguido como criterio el del valor medio o de Bayes. A tal efecto, partiremos de los siguientes supuestos:

1.º Para cada decisor puede definirse claramente una escala de preferencia, que reflejará su posición ante el riesgo.

2.º Dicha escala se graduará en unidades no monetarias.

3.º Su expresión se efectuará a través de «curvas de preferencias», que variarán con los individuos, si bien serán susceptibles de reagrupación en familias homogéneas, con características bien definidas.

4.º Tales curvas de preferencias permitirán prever las decisiones de los individuos cuyas curvas hayan sido definidas previamente.

5.º Adoptaremos un criterio de decisión, que denominaremos criterio de la *preferencia esperada máxima* y que, como su propia designación indica, posibilita elaborar decisiones conforme al principio así enunciado. Este criterio permitirá asociar los valores monetarios a la actitud del decisor frente al riesgo.

Para plantear la cuestión actuaremos según diferentes etapas. Comenzaremos por establecer una síntesis de las posturas conceptuales frente al problema de la utilidad, para seguidamente adentrarnos en la construcción de una función de utilidad que nos permita llegar a una decisión.

2. LA TEORIA GENERAL DE LA UTILIDAD

Para tratar convenientemente el problema de la utilidad se admite de manera habitual un enfoque axiomático. Así distinguiremos:

A. *Axiomática «razonable» de Bernard* (*)

Supuesta la utilidad (o desutilidad) $u(x)$ producida por una disponibilidad $x \lesssim 0$, con $u(x) = 0$ si $x = 0$, y siendo Ω un conjunto de elementos x, y, z y $\geq$ una relación lineal definida en Ω, representando

a) $x \geq y$: y no es preferido a x.
b) $x > y$: x es preferido a y.
c) $x \sim y$: x e y son indiferentes.

Bernard enuncia los siguientes grupos de axiomas:

1.º Axioma de *preferencia e indiferencia.* Para dos elementos cualesquiera, x e y, sólo es válida una, y sólo de una, de las siguientes proposiciones:

a) $x > y$.
b) $x \sim y$.

2.º Axioma de *transitividad.* Dados los elementos x, w, y, si $x > w$ y $w > y$, entonces $x > y$.

3.º Axiomas de «*comodidad*»:

3.º 1. La indiferencia entre dos utilidades es extensible a los correspondientes sucesos.
3.º 2. La función de utilidad es monótona no decreciente.
3.º 3. La utilidad marginal es no creciente para las ganancias y no decreciente para las pérdidas (ley de Gossel-Walras).

Ciertamente, estos tres últimos axiomas son discutibles, pero poseen la ventaja de conducir a formas de fácil manejo para la función de utilidad y son en general admisibles, a condición de estar seguros de desenvolverse en un conjunto convexo. Según esto, Bernard clasifica las funciones de utilidad en dos grupos:

a) expresiones lineales: $u(x) = x$ (correspondientes al criterio Bayes-Burel);

b) expresiones no lineales:

b') $u(x) = \mathrm{Lg}\, x$ (función de Bernouilli),
b") $u(x) = ax - bx^2$ (función de Markovitz).

(*) G. Bernard: «Sur les functions d'utilité», *Revue Française de R. O.*, 1966, 4.º trimestre.

B. *La axiomática de Von Neuman-Morgenstern*

La utilidad, en el sentido en que los autores a que nos referimos emplean el término, supone que el comportamiento del individuo es tal que valora, por ejemplo, un billete de lotería, lo que es tanto como decir que el decisor aplica sistemáticamente un esquema de esperanza matemática. La noción de utilidad, en este sentido, viene establecida definiéndola como la aplicación de un conjunto, X, que posee estructura de mixtura, en el campo real, R:

$$X \xrightarrow{U} R \qquad [1]$$

entendiendo que X poseerá dicha estructura si:

1.° Se trata de un conjunto ordenado, es decir, tal que verifica las siguientes propiedades:

a) Si $x_i \in X$, $x_j \in X$, $x_i \leq x_j$ o $x_j \leq x_i$,
o sea, x_i no es preferido a x_j o viceversa.

b) $x_i \leq x_i \ \forall$ i (reflexividad).

c) Si $x_i \leq x_j$, $x_j \leq x_s \Rightarrow x_i \leq x_s$ (transitividad).

2.° Siendo X ordenado, se pueden asignar a todos sus elementos x_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ unos coeficientes P_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ tales que:

a) $P_i \geq 0$.

b) $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$.

3.° Reuniéndose las dos anteriores condiciones, se verifica que

$$(x_1 \ldots x_m;\ p_1 \ldots p_m) \in X$$

Con estas condiciones estableceremos la utilidad de la mixtura (esto es, la aplicación definitiva en [1]), como

$$U = \sum_{i=1}^{m} x_i P_i$$

Pues bien, los axiomas sobre los que Von Neuman y Morgenstern sitúan la existencia de esta función de utilidad son los siguientes:

1.º Existe la relación de preferencia $\leq$, total reflexiva y transitiva (lo que equivale a decir que todo ente es susceptible de comparación por parte del sujeto y que las preferencias de éste poseen carácter transitivo).

2.º Dadas las mixturas L_1 y L_2, tales que

$$L_1\,(P, x, 1 - P, y)$$
$$L_2\,(q, x, 1 - q, y)$$

si $x \geq y$, entonces $L_1 \geq L_2$ si y sólo si $p > q$.

3.º Supuesto que $x \geq y \geq z$, existe un p tal que, siendo $0 < p < 1$, se verifica la indiferencia entre y y la mixtura $L\,(p, x, 1 - p, z)$.

4.º Dadas las mixturas

$$L_1\,(p, x, 1 - p, y)$$
$$L_2\,(p, z, 1 - p, y)$$

si $x = z$, para cualquier y se verifica

$$L_1 = L_2$$

si $0 < p < 1$. Esto es igual a afirmar que y no afecta a las preferencias, ya que la equivalencia entre x y z conduce a la equivalencia entre las mixturas L_1 y L_2.

5.º La actitud del sujeto depende exclusivamente del premio final y de la posibilidad de alcanzarlo.

Sobre estos axiomas se construye, como ya hemos indicado, la noción de utilidad, que ha de satisfacer al principio de que dadas las mixturas L_1 y L_2,

$$U\,(L_1) > U\,(L_2)$$

si, y sólo si, $L_1 > L_2$.

C. *La utilidad-riesgo*

La anterior axiomática no recibe aceptación universal, debido especialmente al llamado axioma de sustitución (axioma 4.º). Un criterio aplicado para resolver el problema es el denominado por Ríos (1) criterio de «utilidad con riesgo». Consiste en establecer que el sujeto exige a cualquier pers-

(1) Ríos, S.: «Procesos dinámicos de decisión en concurrencia».

pectiva aleatoria η que le reporte una ganancia superior a una cierta cota K con una probabilidad no menor que $1 - \alpha$; α recibe el nombre de «nivel de riesgo»:

$$P(\eta > K) \geq 1 - \alpha$$

Esto equivale a decir que el individuo sólo seleccionaría perspectivas entre las que verificasen la precitada condición; de aquí que a cada una que la cumple le corresponderá un K tal que

$$K = V(\eta),$$

recibiendo K el nombre de *utilidad a nivel de riesgo* α. Esta utilidad verifica los axiomas mencionados, excepto el de sustitución; en efecto, tendremos:

1.° El principio de ordenación completa se sigue de que $V \in R$, y los valores reales se encuentran ordenados, implicando la ordenación de éstos las de las respectivas perspectivas aleatorias.

2.° Si tenemos dos perspectivas η_1 y η_2, tales que η_1 se prefiere absolutamente a η_2 para un mismo nivel de riesgo α, entonces

$$V(\eta_1) \geq V(\eta_2)$$

con $V(\eta_1) = K_1$ y $V(\eta_2) = K_2$.

En efecto, η_1 se prefiere absolutamente a η_2 si

$$P(\eta_1 \geq x) > P(\eta_2 \geq x)$$

Pero, por definición,

$$P(\eta_1 < K_1) = \alpha$$
$$P(\eta_2 < K_2) = \alpha$$

Ahora bien, según esto,

$$P(\eta_1 \geq K_1) = 1 - \alpha$$

y por ser absolutamente preferida η_1 a η_2,

$$P(\eta_1 \geq K_1) > P(\eta_2 \geq K_1)$$

luego

$$P(\eta_2 \geq K_1) < 1 - \alpha$$

Pero también

$$P(\eta_2 \geq K_2) = 1 - \alpha$$

de donde

$$P(\eta_2 \geq K_2) > P(\eta_2 \geq K_1)$$

por lo que

$$K_1 > K_2$$

lo que entraña que

$$V(\eta_1) > V(\eta_2)$$

3.º Supuestos η_1, η_2, η^*, tales que

$$\eta_1 \geq \eta^* \geq \eta_2$$

con un mismo nivel de riesgo x ha de existir P tal que

$$V(\eta^*) = V(\eta_1, P, \eta_2, 1 - p) \qquad (0 < p < 1)$$

En efecto, por definición tenemos

$$\alpha = P(\eta_1 < K_1)$$
$$\alpha = P(\eta_2 < K_2)$$
$$\alpha = P(\eta^* < K^*)$$

Por ser $\eta_1 \geq \eta^* \geq \eta_2$, se verificará

$$K_1 \geq K^* \geq K_2$$

En consecuencia, basta con ver que, en efecto, existe un P tal que

$$p\,P[\eta_1 < K^*] + (1 - p)\,P[\eta_2 < K^*] = P[\eta^* < x] = \alpha;$$

claro que entonces

$$P = \frac{P(\eta^* < K^*) - P(\eta_2 < K^*)}{P(\eta_1 < K^*) - P(\eta_2 < K^*)}$$

que, evidentemente, satisface $0 < p < 1$.

Además, se verifica el siguiente teorema: siendo $U(\eta)$ una función estrictamente monótona,

$$V[U(\eta)] = U[V(\eta)]$$

Es decir, para α dado, esto equivale a afirmar que si

$$V(\eta) = K$$

y

$$V[U(\eta)] = K'$$

entonces

$$K' = U(K)$$

En efecto, sea $F(x)$ la función de distribución de η; entonces, si es $\varphi(x)$ la de $U(\eta)$, tendremos

$$\varphi(x) = P\ [U(\eta) \leq x] = F\ [U^{-1}(x)]$$

Conforme a la definición de α

$$V\ [u(\eta)] = K'$$

de donde

$$F\ [u^{-1}(K')] = \alpha$$

y

$$V\ [\eta] = K,$$

por lo que

$$F(K) = \alpha$$

con lo que

$$F\ [u^{-1}(K')] = F(K)$$

y en virtud de las propiedades de las funciones de distribución,

$$K = u^{-1}(K')$$

de donde

$$K' = u(K)$$

como queríamos demostrar. Debe de advertirse que así, si $U(\eta)$ es la función de utilidad del sujeto, puede ésta ser eliminada, aunque ello no implica la eliminación de los aspectos subjetivos, recogidos en la fijación de α.

D. *La teoría de la utilidad según Savage*

Savage comienza por definir la utilidad adjudicando un valor aritmético $U(\sigma)$ a cada consecuencia σ, de manera que $F \leq G$ si y sólo si la esperanza $U(F)$ es numéricamente igual o menor que la de $U(G)$ (supuesto que $U(F)$ y $U(G)$ estén acotadas). Partiendo de este principio, se formulan los siguientes *teoremas:*

Teorema 1.º:

1. Sean $\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_n$ n elementos del conjunto de consecuencias

2. Sean $\rho_1, \rho_2 \ldots \rho_n$ números tales que $\sum_{i=1}^{n} \rho_i = 1$.
3. Sean G y H actos tales que

$$P\,[g(s) = fi] = P\,[H(s) = fi] = Pi$$

Entonces, las apuestas G y H son indiferentes.

Teorema 2.º:

Si F, G y H son apuestas y $0 < \rho \leq 1$, entonces

$$\rho F + (1 - \rho) H = \rho G \leq (1 - \rho) H$$

si y sólo si $F \leq G$.

Teorema 3.º:

Si $F < G$ y $0 \leq \sigma < \rho \leq 1$, entonces

$$\rho F + (1 - \rho) G < \sigma F + (1 - \sigma) G$$

Teorema 4.º:

Si $F_1 < F_2$ y $F_1 \leq G \leq F_2$, existe un valor y sólo uno ρ tal que

$$\rho F_1 + (1 - \rho) F_2 = G$$

Utilidad y preferencia entre las apuestas

Se entiende por utilidad a una función U que asocia números reales a las consecuencias de las apuestas de forma que si $F = \sum_i \rho_i fi$ y $G = \sum_i \sigma_j g_j$, se cumple $F \leq G$ si y sólo si

$$\sum_i \rho_i U(f_i) \leq \sum_j \sigma_j U(g_j)$$

Denominaremos $\sum_i \rho_i U(fi) = U(F) = E[U(f)]$

Teorema 1.º: Una función de valor real U es una utilidad si y sólo si $F \leq G$ es equivalente a $U(F) \leq U(G)$ si F y G poseen probabilidades definidas sobre un conjunto finito de consecuencias.

Teorema 2.º: Si U es una utilidad y ρ y σ son números reales $(\rho > 0)$, $U' = \rho U + \sigma$ es también una utilidad.

Teorema 3.º: Si U y U' son utilidades, existen dos números ρ y σ tales que $U' = \rho U + \sigma \quad (\rho > 0)$.

Teorema 4.º: Existe una función de utilidad.

E. *La teoría de Luce y Raiffa*

Entre otras cosas, la utilidad de Von Neuman supone que, dadas dos alternativas, el individuo prefiere una de las dos o es indiferente, así como que existen sucesos bien determinados a los que se puede asociar probabilidades objetivas, que se consideran procedentes de la aplicación de reglas del cálculo de probabilidades. Pero esto último no siempre se cumple y la transitividad tampoco puede establecerse como norma general; por ello, puede admitirse que un individuo posee una cierta probabilidad de expresar una preferencia por una alternativa antes que por otra, lo que permite asegurar la condición de transitividad. Este tipo de hipótesis no conduce a criterios de elección efectivamente aplicables, pero evidencian la posibilidad de una estructura de decisión y pueden permitir partiendo de la profundización en la línea señalada y de experiencias psicológicas, explicar ciertos comportamientos, deduciendo de ellos conceptos más realistas.

Teniendo en cuenta que a y b representan alternativas en el conjunto G de apuestas, α y β corresponden a sucesos de E (espacio de los sucesos) y que $a\alpha b$ representa una apuesta en la que a es el resultado si α interviene y b si quien lo hace es $\overline{\alpha} = 1 - \alpha$, podemos expresar como sigue el conjunto de axiomas que constituye el núcleo de la teoría de Luce y Raiffa:

Axioma núm. 1:

$$\forall \; a \in G, \qquad a\alpha a = a$$

Suponemos que existe una probabilidad $P(a, b)$ tal que un individuo prefiere a a b; a se prefiere o es indiferente a b *si* $\forall \; C \in G$, se cumple simultáneamente.

$$P(a, c) \geq P(b, c)$$
$$P(c, b) \geq P(c, a)$$

Axioma núm. 2:

$$\forall \; a, b \in G, \text{ se cumple ya } a \geq b, \text{ ya } b \geq a.$$

Axioma núm. 3:

Si $a, b, c, \in A$ y $\alpha, \beta \in$ E, entonces

$$(a^{\alpha}b)\ {}^{\beta}c \sim a\,(\alpha \cap B)\ (b\,{}^{\beta}\,c)$$

Axioma núm. 4:

Existe una probabilidad $\varphi\,(\alpha, \beta)$ para todo α y β en E tales que si $a, b \in A$,

$$P\,(a^{\alpha}b, a^{\beta}b) = P\,(a, b)\,\varphi\ (\alpha, \beta) + P\,(b, a)\,\varphi\,(\beta, \alpha)$$

[$\varphi\,(\alpha, \beta)$ significa que el suceso α es más verosímil que el β.]

Axioma núm. 5:

$$\forall\ a, b \in G,\ \ P(a, b) \geq 0\ \text{ y }\ P(a, b) + P(b, a) = 1$$

$$\forall\ \alpha, B \in E,\ \ \varphi(\alpha, \beta) \geq 0\ \text{ y }\ \varphi(\alpha, \beta) + \varphi(\beta, \alpha) = 1$$

Existen al menos dos alternativas a^{*} y $b^{*} \in A$

tales que $P\,(a^{*}, b^{*}) > \dfrac{1}{2}$.

Escribiremos que $\alpha \geq \beta^{*}$ si $\varphi\,(\alpha, \delta) \geq \varphi\,(\beta, \delta)$ y $\varphi\,(\delta, \alpha) \leq \varphi\,(\delta, \beta)$.

Axioma núm. 6:

Si e es el suceso universal en E, entonces $e \geq \alpha \geq \bar{e}$ para todo α en E.

Axioma núm. 7:

Admitimos que existe al menos una función de valor real U sobre g, denominada función de utilidad, y al menos una función de valor real φ sobre E, denominada función de probabilidad subjetiva.

De las funciones U y φ puede decirse que son tales que, respectivamente, se hallan en conformidad con la relación de preferencia inducida sobre G y con las probabilidades cualitativas sobre E.

$$U(a) \geq U(b)\ \text{ si y sólo si }\ \geq b\ \ \forall\ a, b \in G$$

$$\varphi(\alpha) \geq \varphi(b)\ \text{ si y sólo si }\ \alpha \geq B\ \ \forall\ \alpha, B \in E$$

Axioma núm. 8:

$$\varphi(e) = 1 \text{ y } \varphi(\bar{e}) = 0$$

Axioma núm. 9:

Si a y $b \in A$ y α y β son sucesos subjetivamente independientes del suceso α, entonces

$$P\,[(a\Upsilon b)\,\alpha b, (a\Upsilon b)\,\beta b] = P\,(a\Upsilon b, b)\,\varphi\,(\alpha, \beta) + P\,(b, a\Upsilon b)\,\varphi\,(\beta, \alpha)$$

Dos sucesos α y β se dicen subjetivamente independientes si y sólo si

$$\varphi(x \cap \beta) = \varphi(\alpha) \cdot \varphi(\beta).$$

Axioma núm. 10:

La función de probabilidad subjetiva debe satisfacer el que para todo número $x, y, z,$ donde $0 \leq x, y, z \leq 1$ existan unos sucesos $\alpha, \beta\Upsilon \in E$ tales que

1.° $\varphi(\alpha) = x,\ \varphi(\beta) = y,\ \varphi(\Upsilon) = z.$

2.° α y β sean subjetivamente independientes de Υ.

Esto significa que pasamos de las probabilidades cualitativas φ (definidas en el axioma núm. 7) a probabilidades cuantitativas.

Axioma núm. 11:

Para $a, b \in A$ y $\alpha \in E$ se verifica

$$U(a\alpha b) = \varphi(\alpha) \cdot u(a) + \varphi(\alpha)\, u(b)$$

La noción de probabilidad de Luce y Raiffa es claramente más subjetiva que la de Savage, llegando a reducir el imperativo de transitividad sobre los actos, en el sentido de éste, y a eliminar la misma idea de preferencia sobre los actos, considerada por Savage como el punto de partida de su teoría. Por otra parte, se postula la independencia total de elección sobre los actos y la probabilidad de los sucesos. La introducción de probabilidad sobre la elección de las alternativas es, consecuentemente, un concepto característico de la axiomática de Luce y Raiffa que parece en alguna manera relacionado con la idea de «estrategia mixta» de la teoría de juegos de Von Neuman, que conduce a asignar probabilidades objetivas a las alternativas que poseen el sentido de estrategia.

Luce y Raiffa intentan establecer escalas psicológicas relativas a la función φ. Suponen que existe una función φ tal que

$$\varphi(\alpha, \beta) = \varphi\ [\varphi(\alpha_l) - \varphi\ (\beta)] (\alpha \text{ más verosímil que } \beta)$$

Esta función procede de continuar los trabajos de Fechnece sobre el concepto psicológico de sensaciones subjetivas y sobre ella se pueden adoptar diversas hipótesis en cuanto a su forma:

Primer caso:

$$\varphi(a, \beta) = \varphi^* [\varphi(\alpha_l - \varphi(\beta))]$$

$$\varphi(\alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} [\varphi(\alpha_l) - \varphi(\beta)]^\varepsilon & \text{si } \alpha > \beta \\ \frac{1}{2} & \text{si } \alpha \sim \beta \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} [\varphi(\beta) - \varphi(\alpha)]^\varepsilon & \text{si } \beta > \alpha \end{cases}$$

Segundo ccaso:

$$\varphi(\alpha, \beta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha > \beta \\ \frac{1}{2} & \text{si } \alpha \sim \beta \\ 1 & \text{si } \beta > \alpha \end{cases}$$

Tercer caso:

Se supone aquí que $\varepsilon \rightarrow \infty$, lo que representa una absoluta carencia de discriminación. En función a los distintos valores de ε, a su vez dependientes del grado de influencia psicológica que el individuo introduce, pueden estudiarse diversos casos particulares.

En el marco axiomático anteriormente trazado, pues, pueden ser deducidas las diferentes probabilidades si ε es conocido; pero es muy dudoso que los individuos sigan estos axiomas (puede probarse, incluso, que la introducción de ciertas hipótesis fácilmente verificables es incompatible con alguno de los axiomas). Sin embargo, las dos escalas manejadas φ y U, son independientes y no se produce la simbiosis denotada en el caso de Savage; por ello, el interés del estudio de Luce y Raiffa radica más en la tentativa de clasificación de los conceptos que en sus posibilidades de aplicación práctica, especialmente cara a los intentos de explicar, en alguna parte al menos, el mecanismo de las decisiones colectivas.

F. *La utilidad según Markowitz.*

Markowitz plantea tres «situaciones de información», correspondientes a tres cantidades de la información económica disponible para el sujeto económico. Dichas situaciones reciben las denominaciones respectivas de «certidumbre», «riesgo» e «incertidumbre». Además, plantea el tratadista que comentamos que el problema del riesgo oscila alrededor de la elección de «indicadores de dispersión» de la ganancia positiva o negativa. De acuerdo con estos antecedentes, y siguiendo a Boussard (*), podemos resumir en la forma que sigue la postura de Markowitz y Freund, revisada por Farrar.

La utilidad es una función $U(x)$ de la variable aleatoria x cuya esperanza matemática, $\mu U(x)$, se supone que posee derivadas primeras y segundas. Además, $U(x)$ admite desarrollo en el entorno de μ:

$$U(x) = U(\mu) + (x - \mu) U'(\mu) + \frac{(x-\mu)^2}{2} U''(\mu) + (x - \mu) + \varepsilon,$$

$$\varepsilon \to 0 \text{ si } x \to \mu.$$

La esperanza de la utilidad que interviene en las decisiones se escribe:

$$E\,[U(x)] = U(\mu) + U'(\mu)\, E(x - \mu) + \frac{U''(\mu)}{2} E\,[(x-\mu)^2] + \varepsilon E\,[(x-\mu)^2]$$

Pero:

$$E\,(x - \mu) = 0, \text{ por definición de } \mu.$$

$$E\,[(x - \mu)^2] = \sigma^2 \text{ (varianza de } x).$$

Con ello,

$$E\,[U(x)] = U(\mu) + \frac{U''(\mu)}{2} \sigma^2 + \varepsilon \cdot \sigma^2 = U(\mu) - A\,\sigma^2 + \varepsilon\sigma^2$$

(*) BOUSSARD: *Quelques modéles de décision en présence de risque et d'incertitude et leurs applications a l'agriculture.*

puesto que U'' es un número. A recibe el nombre de «coeficiente de aversión por el riesgo».

G. *La teoría de Dréze.*

Dréze considera que las definiciones y postulados de Savage no son aceptables «más que en la medida en que las referencias entre los bienes son independientes de los sucesos que se producen, es decir, en la medida en que no existe interacción entre los diversos sucesos considerados y los bienes asociados a estos sucesos (advirtamos que los «bienes» de Dréze son las «consecuencias» de Savage). El cuerpo teórico propuesto por el autor que comentamos supone que la persona es llamada a elegir no entre juegos (los «actos» de Savage), sino entre loterías de juegos formados asociando ciertos lotes con las elecciones formales de un mecanismo aleatorio. Considera dos tipos de loterías: las de extracción inmediata, cuyo resultado se comunica inmediatamente al individuo, y las de extracción diferida, cuyo resultado sólo se comunica tras la verificación del estado que se realiza y que, en consecuencia, no permite a la persona adaptar su comportamiento a las circunstancias; así, pues, si dos loterías son idénticas (exceptuada la fecha de su extracción) supondremos que la lotería de extracción diferida no se prefiere nunca a la de extracción inmediata. Y si el individuo se manifiesta indiferente entre ambas loterías, puede concluirse que existe al menos una estrategia simultánea óptima para todos los juegos que intervienen como lotes en estas loterías. En el caso de que exista una estrategia óptima común a dos juegos inmediatos y diferidos, se dice que existe «equipotencia», denominándose «idempotente» al juego que sea «equipotente» con cualquier otro.