

LOS MODELOS ECONOMICOS EN LA PLANIFICACION INDICATIVA

“La ciencia se compromete a crear nuevas ideas, nuevas teorías, cuyo primer objetivo es el de abatir el muro de las contradicciones que, a menudo, bloquean la marcha del progreso. Todas las ideas científicas fundamentales han surgido de los dramáticos conflictos planteados entre la realidad y nuestros esfuerzos por comprenderla.”

(ALBERT EINSTEIN, LEOPOLD INFELD: *“La evolución de la Física”*.)

S U M A R I O

- I) EN TORNO A LA PLANIFICACIÓN.
- II) PLANIFICACIÓN INDICATIVA GLOBAL.
- III) LOS MODELOS ECONÓMICOS.
- IV) MODELOS AGREGADOS.
- V) MODELOS DESAGREGADOS.
- VI) CONSIDERACIONES FINALES.

I) EN TORNO A LA PLANIFICACIÓN.

Un tema como el de la planificación del crecimiento económico exige larga y escrupulosa reflexión. Pero nuestro propósito no va más allá de los límites normales de una introducción al tema más concreto que ahora nos ocupa: los modelos económicos en la planificación indicativa (1).

(1) Para un estudio detallado y profundo de la Planificación Económica (su definición, categorías (alcance y significado), nos remitimos a una de las obras fundamentales sobre esta materia: *La Planificación de L'Economie* (La technique élevée a la suprême puissance), de ALY LOUTFY. París, 1964.

La planificación moderna es un producto neto del desarrollo de la sociedad capitalista, en su etapa de madurez y, sobre todo, de decadencia.

En la búsqueda de antecedentes podemos remontarnos a las doctrinas de los utopistas de los siglos XVIII y XIX, que reflejaban el deseo de encontrar solución a los problemas de su época, a las injusticias de un capitalismo que aún se encontraba en ascenso y que mostraba la imposibilidad de resolverlos. FOURIER, ROBERTO OWEN, SAINT SIMON y muchos otros, verdaderos pioneros del socialismo, pedían una nueva sociedad planificada, una sociedad ideal que nadie tenía posibilidad de construir. Su utopía fue, en este sentido, un gran plan, pero un plan insustancial.

A medida que avanzaba el desarrollo del capitalismo, se acentuaron las crisis del sistema, sobre todo en los albores del siglo XX, cuando, una vez repartidas las colonias entre las grandes potencias, aparecieron graves problemas de carácter nacional y supranacional.

Desde la revolución industrial hasta la gran crisis de 1929-32, el tipo de relación Estado-economía estuvo fundado en el presupuesto de que el mercado fuese el regulador del más deseable proceso de desarrollo económico. Esta situación sufrió un cambio radical en el año 1930, cuando se le atribuye un nuevo papel al Estado, debido a las grandes crisis cíclicas que hacían tambalear a las economías desarrolladas y al nuevo problema que comenzaban a plantear las economías subdesarrolladas.

La crisis de los años 30 y la prolongada depresión económica que la siguió hicieron imperiosa la necesidad de una intervención más amplia y más metódica del Estado en el campo económico. Surge entonces para luchar contra el paro y el estrangulamiento de los mercados, lo que se ha llamado economía dirigida (terminología francesa) o controlada (terminología anglosajona).

La economía dirigida, que dio sus primeros pasos como economía de guerra, después de suscitar gran entusiasmo, fue blanco de numerosas críticas. Puede afirmarse que su lamentable fracaso se debió al desconocimiento de las leyes de la interdependencia y del equilibrio económico. Las medidas para hacer desaparecer el desempleo y los desequilibrios económicos tenían un carácter curativo y no preventivo, y si eran capaces de hacerlos desaparecer, nada garantizaban contra la posibilidad de su resurgimiento.

De cuanto se afirma hay muchos ejemplos y de gran significación: el éxito limitado de la política del *New Deal* iniciada por Roosevelt en el año 1933 (en vísperas de la segunda guerra mundial había casi nueve

millones de parados en los Estados Unidos); las medidas sin coherencia adoptadas en Alemania por el canciller Brüning no hicieron sino acentuar el marasmo económico resultante de la crisis del 1930 (cuando Hitler subió al poder había en Alemania seis millones de hombres sin empleo, y otros tantos en paro encubierto); el fracaso de la política aplicada por Leon Blum en Francia en los años 1936-1937; los insatisfactorios resultados de la política de creación de poder de compra realizada por Truman durante el período 1945-1952, etc.

Todos estos fracasos condenaban el sistema de economía dirigida por insuficiente y estático, y a la vez ponían de relieve la necesidad de una acción más coordinada, estable y continua por parte del sector público.

Estos constituyen, podríamos decir, los determinantes negativos o causas mediatas de la planificación económica. Los determinantes positivos o causas inmediatas son fundamentalmente dos: el duelo Occidente-Oriente en los países industrializados y el problema mundial, grave e insoslayable de las economías subdesarrolladas. A este duelo la planificación ofrece una "tercera vía" como solución; al segundo problema la planificación ofrece un planteamiento definitivo.

Para terminar estas líneas esbozadas a modo de introducción, podríamos preguntarnos qué papel desempeña la teoría económica en todo este proceso.

La teoría económica comporta dos líneas de análisis; una extrínseca, hasta cierto punto institucional, por tanto mutable y temporal; la otra intrínseca, que es la lógica del pensamiento económico, contextual, menos transitoria, menos efímera, menos historicista. La lógica de las relaciones entre variables bien definidas en un modelo, permanece; los hechos cambian, las relaciones varían y cambia la propia estructura institucional. Sin embargo, la primera es un instrumento de análisis de la segunda, es decir, lo constante de lo variable. Este parece haber sido el caso de MARX respecto a RICARDO y SMITH, y el de Mrs. LANDANER o LANCE, escritores del socialismo, que desarrollaron una teoría de la planificación central, utilizando los conceptos y la lógica de la teoría clásica.

La teoría económica, pues, contemporánea de esta, llamémosla así, "era de la planificación", no rompe ni puede romper con el pasado, pero, eso sí, acaba con no pocos mitos (2) y adopta un nuevo planteamiento en función de la realidad imperante.

Y como reafirmación del carácter eminentemente histórico de la teoría

(2) Vgr.: el mito del equilibrio a largo plazo de la empresa o la falacia de la división internacional del trabajo.

económica, concluimos con las inspiradas palabras de ROBERT L. HEILBRONER (3): “Escuchando las discusiones que hoy nos rodean —y que exigirán nuestra atención mientras subsista nuestra sociedad—, podemos reconocer las voces del pasado en medio del tumulto del presente. ADAM SMITH sigue hablándonos desde la plataforma de la derecha; CARLOS MARX trata de enrolarnos en las legiones de la izquierda. En las palabras de los socialistas podemos distinguir el tono de MILL, y en los argumentos de los reformadores capitalistas-liberales, el martillo de la voz de JOHN MAYNARD KEYNES. La penetración analítica de RICARDO, los sombríos presentimientos de MALTHUS, la visión de los más utópicos utopistas, la satisfacción propia de los victorianos, la intranquilidad del mundo bajo, el agudo escepticismo de WEBLEN..., todo eso está allí presente.”

II) PLANIFICACIÓN INDICATIVA GLOBAL.

La doctrina sobre las técnicas de programación global (4) ha dado pasos agigantados en los últimos años, existiendo cada vez más contacto entre los economistas occidentales y los soviéticos en esta materia. Importantes son, en este campo, las aportaciones de economistas holandeses, escandinavos, italianos, franceses, ingleses, americanos, latino-americanos e indios.

La palabra programación lleva una serie interminable de adjetivos como: indicativa, concertada, normativa, operativa, prescriptiva, preceptiva, obligatoria, etc. (5). En su esencia, la programación o planificación sólo puede ser normativa (operativa y prescriptiva), como se deriva de su necesidad lógica.

En términos generales, la programación económica puede concebirse en una economía de mercado o en un sistema de economía centralizada. En una economía de mercado tipo occidental, la programación suele tener carácter indicativo, entendiéndose con esto que es meramente orientadora para el sector privado y vinculativa respecto al sector público. Según lo

(3) ROBERT L. HEILBRONER: *Los filósofos de la vida material*. Aguilar, Madrid 1956, pág. 340.

(4) En algunas ocasiones parece más indicado el uso de la palabra “programación que el de “planificación”. En cualquier caso, las emplearemos con el mismo significado.

(5) V. MARRAMA: *Sviluppo economico: concetti, strategie, Piani* (Scuola de sviluppo economico: Roma, 1961).

está demostrando la experiencia, este sistema es suficientemente operativo, pues sin aletargar la iniciativa privada, pone en manos de la Administración Pública fuertes instrumentos de control y coordinación.

La programación indicativa global puede diseñarse de varias formas, entre las que DI FENIZIO (6) distingue tres tipos fundamentales:

a) Programación de tipo econométrico, como la adoptada en Noruega y en Holanda. Se desarrolla en base a uno o varios modelos econométricos suficientemente particularizados, lo cual exige la disponibilidad de datos estadísticos y de una avanzada investigación econométrica. Por ello, este tipo de programación se adapta tan sólo a sistemas económicos relativamente pequeños y notablemente homogéneos. No obstante, pueden emplearse modelos económicos de menos complejidad estadística en sistemas que no reúnan estas características, como es el caso de los países medianamente desarrollados y subdesarrollados.

b) Programación de tipo económico-cualitativo, como es el caso de los planes franceses, que emplean normas expresadas en términos cualitativos, con el carácter de directrices generales.

c) Programación para países subdesarrollados o atrasados: ha sido ampliamente estudiada, por mérito, sobre todo de las Naciones Unidas y constituye, en cierto sentido, un tipo intermedio entre los dos anteriores.

En la elaboración de un Plan de carácter global e indicativo, sea cual fuere el tipo considerado, nos encontramos con cuatro fases o etapas claramente definidas:

a) Discusiones en torno a los fines a alcanzar para evitar incompatibilidades; estarán en función del concepto admitido de desarrollo, es decir, de las diversas tipologías políticas y de los juicios de valor dominantes.

b) Una serie de investigaciones de economía positiva, necesarias para conocer la estructura y el comportamiento del sistema. En este tipo de análisis se siguen varios pasos: Se comienza por un análisis agregado de la evolución en el tiempo de las principales magnitudes (consumo, inversión, renta, importaciones, relación marginal capital-producto, etc.).

A continuación se lleva a cabo una desagregación que puede estar en función del dualismo territorial o sectorial, o de la separación entre sector público y privado. Sigue un análisis aún más desagregado, mediante estudios de la demanda global o de la oferta global o a través de las ta-

(6) F. DI FENIZIO: *La Programmazione Globale in Italia*. "ISCO", Roma, 1963.

A. FERNÁNDEZ-DÍAZ: *Programación Económica Global en España e Italia*. "De Economía, núms. 82-83, Madrid 1964.

blas input-output. Por último, se realiza un análisis de tipo microeconómico.

c) Una serie de investigaciones de economía normativa. Si la situación del sistema económico considerado es satisfactoria, no es necesario modificar su tendencia evolutiva. Por el contrario, si mediante el contraste con la realidad económica se advierten problemas estructurales o de cualquier otro tipo que indiquen como inadecuada la marcha de la economía, se pasa del modelo positivo al modelo normativo, incidiendo activamente en el proceso.

d) Un conjunto de consejos, sugerencias y propuestas referentes al modo de realizar la programación, esto es, a su instrumentación. En esta última parte se discute cómo realizar los propósitos reflejados en el modelo normativo. La instrumentación se realiza a través de las medidas de política económica y social más acordes con la estructura económico-social de cada país.

III) LOS MODELOS ECONÓMICOS

La moderna y abundante literatura distingue dos categorías de modelos, según los objetivos que persiguen y las características instrumentales que poseen:

1) Modelos propiamente matemáticos, que intentan esquematizar con relaciones en términos finitos o diferenciales la dinámica de un sector o de todo el sistema económico.

2) Modelos econométricos en sentido estricto, en los que predomina el aspecto estadístico y probabilístico como instrumento de investigación más próximo a la realidad observable.

El concepto de ley económica ha evolucionado en el tiempo, habiéndose perfeccionado su técnica de análisis y estudio. Se puede afirmar que, de las leyes "causales" establecidas en la infancia de la Ciencia Económica, hemos pasado sucesivamente a las leyes de "coexistencia", a las leyes de "interdependencia" o de mutua dependencia general y, finalmente, a las leyes de "coyuntura" que se pueden denominar "leyes-modelo" (7).

Las leyes causales se refieren a los fenómenos que se producen en dos tiempos sucesivos: un primer tiempo en el que se da la aparición de la causa o antecedente, y un segundo en el que se realiza el efecto o consi-

(7) *Concept et classification des modèles économiques* (L. NOGUEIRA DE PAULA). *Quelques aspects fondamentaux de L'économie moderne*, París, 1964.

guiente; por ello se denominan, como en Física, leyes causales o diacrónicas. Las leyes de coexistencia o sincrónicas son aquellas en las que las variaciones de los diversos elementos de un fenómeno se producen al mismo tiempo. Con el establecimiento de leyes de interdependencia, de las que son un buen ejemplo las ecuaciones generales del equilibrio económico de Pareto, la estática económica parece haber resuelto su problema. Por último, las leyes de "coyuntura" son las que expresan, sea en forma simbólica, en forma de proposición o en lenguaje ordinario, un conjunto de fenómenos característicos de la estructura o de la evolución de un sistema de macromagnitudes económicas.

La definición de modelo económico puede considerarse como la conquista teórica más reciente en el campo abstracto de la Ciencia Económica. Puede admitirse como válida cualquiera de las varias definiciones de carácter general que se manejan en los momentos actuales. Pero lo cierto es que ninguna es totalmente representativa ni sintetiza de manera absoluta el contenido de lo que pretende definir. Por ello se precisa, junto a esas definiciones generales, una minuciosa clasificación de los modelos en la que se destaquen las especiales características de cada uno.

El profesor brasileño NOGUEIRA DE PAULA, en un artículo de homenaje a F. DIVISIA, ha efectuado una clasificación amplia y original de los modelos (8).

Dejando a un lado algunos puntos específicos en los que no estamos de acuerdo, vamos a presentar una síntesis de esa nutrida tipología. (Ver cuadro núm. 1.)

La construcción de un modelo puede seguir dos orientaciones o reflejar dos maneras diferentes de manifestarse el pensamiento económico: el normativo y el positivo.

Los modelos normativos son los que hacen una llamada al sentimiento o invocan la razón para alcanzar un objetivo o imponer un sistema de coexistencia. Se crea así un tipo abstracto de actividad económica para disciplinar la vida utilitaria de los pueblos.

Los modelos positivos buscan en el comportamiento mismo del hombre la interpretación científica de los fenómenos económicos. Se intenta, de ese modo, obtener una explicación técnica y experimental de la actividad económica.

Considera dos clases de modelos normativos: "modelos emotivos" y "modelos intelectivos". Los primeros son de naturaleza económica y po-

(8) NOGUEIRA DE PAULA, *ob. cit.*

lítica, y encierran un mito económico y una exaltación política para su ejecución o implantación. Los intelectivos se dividen en virtuales o de tipo platónico y reales o aristotélicos.

Distingue dos tipos de modelos positivos: “modelos en forma de proposición” y “modelos matemáticos”. Se refiere el primer grupo a las representaciones abstractas que no pueden expresarse sino por medio del lenguaje vulgar o simbólico, o mejor aún, las estructuras (9) que no son susceptibles de representación matemática, sirviéndose de argumentos lógicos o analógicos para analizar los fenómenos económicos. Los modelos matemáticos son esquemas abstractos expresados por funciones analíticas o sistema de ecuaciones simultáneas. Según la naturaleza de las relaciones observadas, estos modelos se denominan “funcionales” o “estocásticos”.

Podría hacerse otra clasificación de los modelos más cercana a la realidad, con criterios diversos y específicos.

A los efectos de nuestro análisis posterior y para localizar los modelos vamos a considerar su grado de agregación o desagregación, su carácter normativo o positivo y su correspondiente encuadre doctrinal.

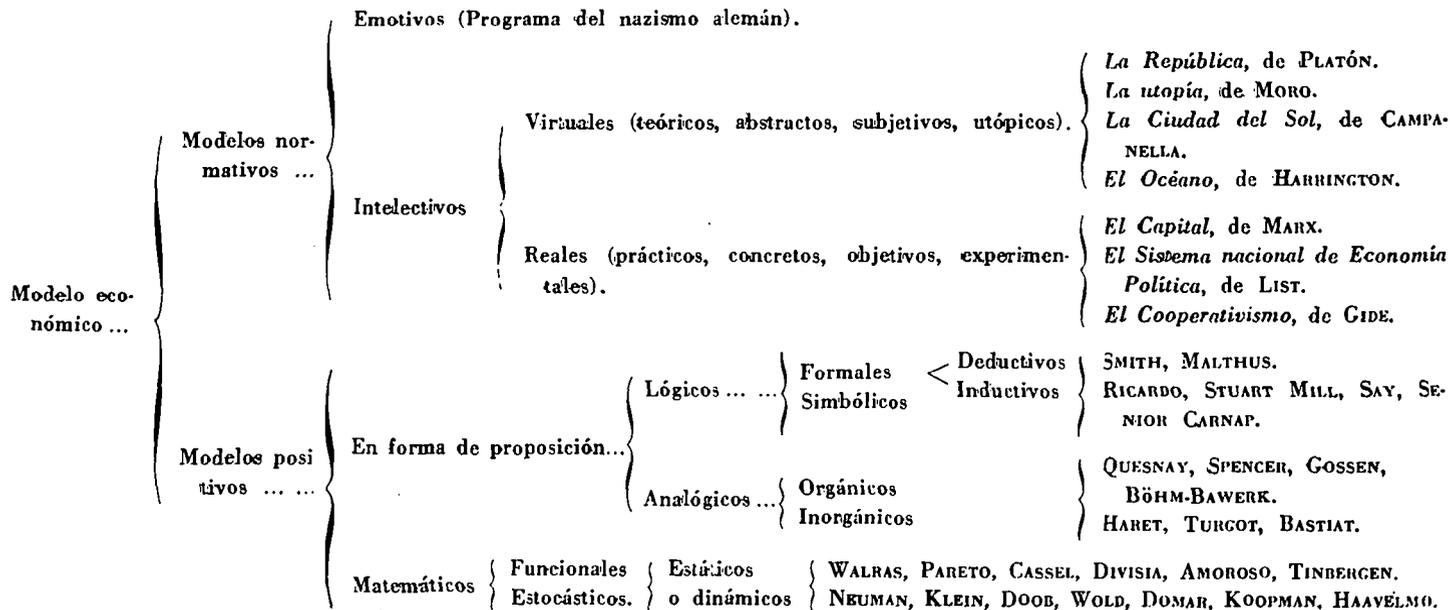
(9) Empleamos aquí el término “estructura” en su etimología primaria. Hoy el vocablo “estructura” responde a un concepto fundamental y básico en toda la matemática moderna.

En las distintas teorías matemáticas se trata con objetos mentales, bien intuitivos o deducidos de la experiencia, y sobre ellos se establecen después las relaciones operativas. Ahora bien, dos teorías con objetos distintos y operaciones también de distinta índole pueden tener algo común, por ejemplo, las leyes a que están sometidas esas operaciones y entonces, fijándonos en ellas como denominador común en la comparación, veremos que, esas dos teorías serán casos particulares de una sola más general; diremos que tienen la misma “estructura”.

La estructura queda, pues, definida, por las propiedades de las operaciones que se establecen sobre objetos indeterminados, pero mentales, no físicos.

Según la clase de relaciones que entran en la definición de una estructura, resultan los grandes tipos de éstas: estructuras algebraicas, de orden, topológicas y complejas. BOURBAKI, uno de los creadores de la matemática moderna, ha afirmado que la noción de estructura es la que permite actualmente establecer una unidad en todo el campo matemático, terminando con las clásicas divisiones de álgebra, análisis, teoría de números, geometría, etc...

CUADRO N.º 1 (*)



(*) Elaboración propia.

IV. MODELOS AGREGADOS

En la consideración de los modelos agregados vamos a distinguir dos grandes grupos: el de los modelos "keynesianos" y el de los modelos "neoclásicos". Estudiaremos, además la función de producción Cobb-Douglas y su empleo en los modelos de desarrollo económico.

Vamos a analizar, en primer lugar, los principales criterios de distinción entre modelos keynesianos y modelos neoclásicos.

La popularidad del enfoque neoclásico en los modelos de desarrollo coincidió con la introducción de la función global de la producción en dichos modelos. Por ello se admite, con bastante generalidad, que modelos keynesianos y modelos neoclásicos son aquellos modelos que excluyen e incluyen, respectivamente, la función global de la producción.

Otro criterio de distinción más neto y preciso y con un mayor fundamento lógico es el que se basa en la diversa concepción de la actividad económica, y en el papel atribuido a la oferta y a la demanda en la determinación del equilibrio.

Modelos keynesianos son, de ese modo, aquellos en los que el nivel de renta está determinado por la demanda global; en los modelos neoclásicos el nivel de renta viene determinado por las condiciones relativas a la oferta global. No obstante, modelos indudablemente keynesianos como el de Kaldor y el de Robinson suponen que la renta está determinada por la capacidad productiva del sistema.

Un tercer criterio es el que considera keynesianos aquellos modelos en los que el tipo de interés carece de poder equilibrador entre el ahorro y la inversión, y neoclásicos aquellos en los que el tipo de interés posee la virtud de equilibrar el ahorro y la inversión al nivel de plena ocupación.

Este criterio tiene su fundamento en la convicción sentida por muchos economistas de que la única y fundamental divergencia insalvable entre KEYNES y los clásicos es la relativa al poder equilibrador del tipo de interés y al problema inmediato de la preferencia por la liquidez.

Puede, también, sugerirse un criterio empírico para distinguir las dos grandes familias de modelos (10): un modelo de tipo keynesiano es aquel que contiene una función de consumo y una función de inversión de las que se sirve para determinar el nivel de la renta o su distribución. Un

(10) BRUNO JOSSA: *Contributo Alla teoria Neoclassica dello sviluppo economico*. "Studi Economici", 1964, núm. 1.

modelo de tipo neoclásico no contiene de modo explícito una función de inversión; supone que la cuantía de las inversiones viene determinada rígidamente por el ahorro disponible. Podría, pues, constituir un procedimiento sencillo y seguro para la distinción entre los dos tipos de modelos, el ver si contiene o no la función de inversión.

Otro requisito a tener en cuenta es que en todo modelo neoclásico la distribución de la renta se realiza según enseña la teoría de la productividad marginal.

Modelos keynesianos.

“La ecuación dinámica fundamental” formulada por HARROD en el año 1939 está considerada como el primero de los esquemas teóricos de desarrollo económico. Pero el modelo de HARROD permanece en el olvido hasta 1948, cuando el mismo HARROD publica su obra “Towards a Dynamic Economics”.

Durante el período 1955-1960 aparecieron trabajos excelentes que han dado plena forma al esquema teórico de desarrollo económico (11).

Aunque todos son de sumo interés, vamos a considerar tan sólo el esquema de HARROD-DOMAR por parecernos el más significativo de los modelos keynesianos y por estar más o menos implícito en la mayoría de los actuales modelos de desarrollo económico, tanto en el terreno puramente académico como en el terreno práctico de la política económica.

La teoría de HARROD-DOMAR es una teoría del crecimiento equilibra-

(11) J. TOBIN: *A Dynamic Aggregate Model*, 1955.

¡K. E. BOULDING: *In Defense of Statics*, 1955.

R. M. SOLOW: *A contribution to the Theory of Economic Growth*, 1956.

I. SVENNILSON: *Capital Accumulation and National Wealth in an Expanding Economy*, 1956.

R. D. S. ALLEN: *Mathematical Economics*, 1956.

E. D. DOMAR: *Essays in the Theory of Economic Growth*, 1957.

N. KALDOR: *A model of Economic Growth*, 1957.

J. H. POWER: *The Economic Framework of a Theory of Growth*, 1958.

D. G. CHAMPERNOWNE: *Capital accumulation and the Maintenance of full employment*, 1958.

A. U. WRIGHT: *A Macroeconomic Model of Growth and Fluctuation*, 1958.

F. MODIGLIANI: *Growth, Fluctuations and Stability*, 1959.

J. R. HICKS: *A value and Capital Growth model*, 1959.

K. K. KURIHARA: *The Keynesian Theory of Economic*.

do (12). La condición necesaria de un crecimiento equilibrado de la economía a una tasa estable, es, siguiendo a HARROD y DOMAR, la igualdad de la demanda efectiva y la capacidad productiva.

El análisis propuesto por los dos autores es de una gran sencillez: sea $Y =$ renta nacional.

$sY =$ parte ahorrada de la renta que en equilibrio se invierte: $I = sY$.

$I = \Delta K,$ = la inversión añadida al "stock" de capital.

El resultado de esta inversión adicional es una capacidad nueva de producción, y si esta capacidad se utiliza totalmente, el crecimiento absoluto de la producción que se deriva, asciende a ΔY y el incremento relativo:

$$\frac{\Delta Y}{y} = \frac{\Delta K}{k} = \frac{I}{k}$$

o también:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{sY}{K} \quad \sigma \quad \Delta Y = sY \cdot \frac{Y}{K} = s \frac{Y}{\frac{K}{Y}}$$

dividiendo por Δt y pasando al límite

$$\frac{dY}{dt} = Y \frac{s}{k}, \text{ donde } k = \frac{Y}{K} \text{ (coeficiente de capital)}$$

(12) BENJAMÍN HIGGINS considera que el modelo de HANSEN sintetiza todas las teorías del crecimiento equilibrado. El modelo es el siguiente:

$$\begin{aligned} Y &= I + C \\ I &= I_1 + I_a + I_g \\ I_1 &= I_1(Y) \\ I_a &= I_a(\dot{L}, \dot{K}, \dot{T}) \\ C &= Y - S \\ S &= S(Y) \end{aligned}$$

donde: $Y =$ renta nacional
 $I_1 =$ inversión inducida
 $I_a =$ inversión autónoma
 $I_g =$ inversiones públicas
 $\dot{L} = \frac{dL}{dt} =$ tasa de crecimiento de la población
 $\dot{K} = \frac{dK}{dT} =$ tasa de crecimiento de los recursos naturales

$$\Delta Y = \frac{I}{\Delta s / \Delta y} [I_1(\dot{Y}) + I_a(\dot{L}, \dot{K}, \dot{T}) + I_g] \dot{T} = \frac{dT}{dt} = \text{tasa de progreso tecnológico.}$$

Por tanto,

$$(1) \quad \frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \frac{s}{k}$$

La condición de equilibrio se expresa, pues, así: la renta debe crecer a una tasa igual a la relación entre la propensión marginal al ahorro y el coeficiente de capital. Después de establecida esta condición, Harrod se pregunta cómo puede lograrse tal equilibrio. A tal efecto, introduce el concepto de tasa necesaria de crecimiento ("warranted rate"), que define cómo "la tasa global de crecimiento que, si se alcanza, dejará a los empresarios en un estado psicológico que les hará ver un progreso similar para el futuro".

Sea

G_w = tasa necesaria de crecimiento.

Y_w = producto nacional neto necesario.

C_r = valor de equilibrio del coeficiente de capital.

Entonces:

$$s = \frac{S}{Y_w} = \text{constante}$$

$$C_r = \frac{K}{Y_w} = \frac{\Delta K}{\Delta Y_w} = \text{constante}$$

El equilibrio ex-antes del ahorro y la inversión se expresa, como consecuencia, de la forma:

$$(2) \quad \Delta K = I = C_r \Delta Y_w = s Y_w$$

Como

$$G_w = \frac{\Delta Y_w}{Y_w}, \text{ sustituyendo obtenemos que}$$

$$(3) \quad G_w = \frac{s}{C_r}, \text{ o también } \rightarrow \underline{G_w \cdot C_r = s}$$

que es la conocida fórmula del equilibrio.

De esta última ecuación podemos deducir que la tasa necesaria de Harrod se refiere al valor de equilibrio de la capacidad productiva que es necesaria para inducir una inversión suficiente para absorber el ahorro de pleno empleo de dicha capacidad.

La función de Producción Cobb-Douglas

El estudio de la función de producción nos parece interesante y oportuno al hablar de los modelos en la programación económica. Nos parece interesante por ser la piedra angular de la teoría económica neoclásica (13); su planteamiento es oportuno por la importancia que hoy ha adquirido la función Cobb-Douglas en los programas de desarrollo de algunas naciones europeas y americanas.

Para juzgar sobre su operatividad y conveniencia en la planificación indicativa, es preciso conocer y definir sus límites.

La forma general de la función de producción, expresada en términos reales o constantes, viene dada por la ecuación

$$(1) \quad P = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

donde x_1, x_2, \dots, x_n son los distintos factores de la producción (inputs) y P la producción o "output".

Suponiendo que la (1) es una ecuación homogénea, se tendría

$$f(rx_1, rx_2, \dots, rx_n) = r^m P$$

y por el teorema de Euler para las funciones homogéneas:

$$(2) \quad m P = m f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\delta P}{\delta x_1} x_1 + \frac{\delta P}{\delta x_2} x_2 + \dots + \frac{\delta P}{\delta x_n} x_n$$

(13) SCHUMPETER afirma en su *Historia del análisis económico*, que la función de utilidad y la función de producción son "las dos columnas del templo clásico del 1900".

Para $m = 1$ (grado de homogeneidad) queda:

$$(3) \quad P = \frac{\delta P}{\delta x_1} x_1 + \frac{\delta P}{\delta x_2} x_2 + \dots + \frac{\delta P}{\delta x_n} x_n$$

La ecuación anterior nos expresa que la remuneración de cada factor viene determinada por su productividad marginal.

Por tanto, el empleo de una función de producción perteneciente a la familia de las funciones homogéneas lineales, tiene la ventaja de poder explicar la distribución de la producción entre los factores, en base al principio de la productividad marginal.

La hipótesis de homogeneidad lineal fue establecida por primera vez por WICKSTEED en el año 1894 en su "Essay on the Coordination of the laws of distribution", y más tarde en el 1901, en sus "Lectures on Political Economy".

La elaboración conceptual de la función de producción interesó a los economistas de la escuela neoclásica (WALRAS, PARETO, CLARCK, MARSHALL, etc.) y posteriormente a KNIGHT, KEYNES, HICKS y ALLEN. SCHUMPETER ha criticado la negligencia de los economistas neoclásicos, cometida por CLARK, BÖHM-BAWVERK, WICKSTEED y WICKSELL, al pasar, sin preocupaciones metodológicas, de la noción de función de la producción para la empresa, al concepto de función de producción para el sistema económico. Más serio fue el intento de DOUGLAS (1928) de construir una función de producción válida como instrumento de análisis macroeconómico.

Consideró series de producción, trabajo y capital en los Estados Unidos. La interpretación funcional de las relaciones entre estas variables, viene dada por la conocida fórmula sugerida por el matemático COBB:

$$P = \beta L^\lambda K^\mu, \quad \text{donde } \lambda + \mu = 1$$

y L , es el trabajo; K , el capital; P , la producción global, y β , un parámetro de posición que depende de la unidad de medida empleada.

λ y μ son dos parámetros que recogen la elasticidad parcial de P respecto a L y a K .

Con el trabajo de COBB-DOUGLAS en el año 1928 se inició una serie interminable de estudios económicos y econométricos para contrastar la validez de la fórmula de DOUGLAS. En esta tarea se ocuparon economistas como TINBERGEN, TINTUER, PHELPS-BROWN, MENDERSHAUSEN y otros.

Analizada a grandes rasgos la estructura y el contenido de la función

de producción COBB-DOUGLAS, es preciso fijar sus límites para ponderar su empleo en la programación global de tipo indicativo. Estos límites pueden resumirse en los siguientes:

- 1) La función COBB-DOUGLAS es estática, no obstante considerar fenómenos que pretenden una gran dimensión temporal.
- 2) En su forma agregada que no manifiesta las relaciones dinámicas que se dan entre las variables, debidas a variaciones estructurales.
- 3) Explica las variaciones de las combinaciones de los factores productivos sólo como consecuencia de los precios relativos de los factores y no por causa de cambios técnicos (14).
- 4) Considera como variables exógenas tan sólo a L y K, ignorando los recursos naturales y el factor empresarial.
- 5) Se define como continua para todos los valores de K y L, hipótesis irreal tanto a nivel microeconómico como macroeconómico, debido a la indivisibilidad de los factores. Analíticamente la indivisibilidad suprime las condiciones de derivabilidad de las funciones, y por tanto, la posibilidad de determinar la productividad marginal de los factores.
- 6) Presupone una elasticidad de sustitución de los factores igual a la unidad. En completa antítesis con el planteamiento de COBB-DOUGLAS, los modelos de WAHAS, LEONTIEF, HANOD, DOMAR, admiten la constancia de los coeficientes de los "inputs".

La consideración de estos límites ha motivado que se modifique la función COBB-DOUGLAS original, especialmente cuando se utiliza en modelos modernos de desarrollo. Las principales modificaciones actúan en un doble sentido. En primer lugar, se puede abandonar la característica de linealidad, esto es, partir de la desigualdad $\lambda + \mu > 1$, en vez de la igualdad $\lambda + \mu = 1$, o bien añadir un nuevo factor de multiplicación a los originarios de la función COBB-DOUGLAS, formulándola de la siguiente forma:

$$P = \beta L^\lambda K^\mu e^{\nu t}$$

Entre los intentos de hacer dinámica la función de producción destaca la aportación de SOLOW (15), que propone una función agregada

(14) TINBERGEN J.: "Professor Douglas. Production Function". *Revue de L' Institut international de statistique*, 1942.

(15) SOLOW R.: "Technical Change and the Aggregate Production Function". *Review of Economics and Statistics*, 1957.

$P = F(K, L, t)$, en la que la variable t (tiempo) pretende recoger las variaciones introducidas por el progreso técnico.

Vamos a examinar más detalladamente otro intento efectuado hace pocos años por un grupo de expertos nombrado por la Alta Autoridad de la CECA (16).

La comisión emplea una función del mismo tipo que la empleada por SOLOW, esto es $P = F(K, L, t)$, adoptando concretamente la forma:

$$P = \beta L^\lambda K^\mu e^{\gamma t} \quad ; \quad \lambda + \mu = 1$$

donde $e^{\gamma t}$ expresa el progreso técnico autónomo, siendo γ el coeficiente que mide la tasa anual de aumento de P por efecto de este progreso técnico autónomo.

Tomando logaritmos, se tendrá:

$$\log P = \lambda \lg L + \mu \log K + \gamma t$$

y derivando respecto a t

$$\frac{P'}{P} = \lambda \frac{L'}{L} + \mu \frac{K'}{K} + \gamma$$

siendo $\frac{P'}{P}$, $\frac{L'}{L}$ y $\frac{K'}{K}$ la tasa de variación anual de la producción, del trabajo y del capital.

La función de oferta de trabajo y la de oferta de capital se expresa así:

$$L = L_0 \cdot e^{\pi t}$$

$$\dot{K} = \alpha P,$$

donde L_0 indica la oferta de trabajo en el año base, π la tasa de incremento anual de la oferta de trabajo, \dot{K} las nuevas inversiones y " α " la tasa de las nuevas inversiones.

Del sistema formado por la función de producción y estas dos últimas ecuaciones, se obtiene una ecuación de previsión de la producción,

(16) "Metodi de Previsione dello sviluppo economico a lungo termine". *Informazioni Statistiche delle Comunità Europee*, 1960.

válida en la hipótesis de evolución normal, esto es, de pleno empleo de los factores.

Consideremos, finalmente, la interesante aportación de ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (17). Hemos visto como, respecto a la sustituibilidad de los factores, se dan dos planteamientos extremos: el de WALRAS, LEONTIEF, HARROD, DOMAR que postulan una elasticidad de sustitución nula, y el de COBB-DOUGLAS, que la supone igual a la unidad.

Cada postura, indudablemente, influye en los modelos de desarrollo en los que se incorpora. Pero en la realidad se dan grados diversos de sustituibilidad.

La función de la producción propuesta por ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW tiene en cuenta las diversas alternativas tecnológicas existentes en los diversos sectores productivos y, por tanto, considera la distinta sustituibilidad de los factores.

Una función COBB-DOUGLAS de este tipo tiene la ventaja de evitar, tanto la hipótesis de desarrollo que centra su atención en el factor capital, considerando el trabajo como complementario, como la que admite la plena sustituibilidad de los factores. La generalización de la COBB-DOUGLAS permite, así, una mayor adherencia del cálculo a la realidad.

¿Cuál puede ser la utilidad del empleo de la función de producción en la programación global indicativa? Ya hemos enunciado los límites de la función COBB-DOUGLAS clásica. En su versión dinámica, las desventajas de la función agregada son más patentes en países de economías dualistas (v. gr.: España e Italia), debido a la heterogeneidad del sistema y a la mayor importancia relativa del sector agrícola.

Esto no quiere decir que la función de la producción, en su versión dinámica, no sea útil para aclarar algunas relaciones entre variables endógenas y variables exógenas, de importancia decisiva a los fines del desarrollo económico, y para realizar proyecciones a medio y largo plazo, que como sabemos constituyen el primer paso hacia una programación global.

La función COBB-DOUGLAS, generalizada puede incorporarse a algunos modelos desagregados, como ha hecho STONE, y a modelos de desarrollo

(17) ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW: "Capital-labor substitution and economic efficiency". *Review of Economics and Statistics*, 1961.

M. ARCELLI: *La funzione di Cobb-Douglas per la Programmazione* (II). "ISCO", septiembre 1962.

del tipo HARROD-DOMAR, abriéndose así numerosas e interesantes posibilidades (18).

Modelos neoclásicos.

De cuanto dijimos respecto a los criterios de destinación entre modelos keynesianos y modelos neoclásicos, se puede deducir que estos últimos constituyen un grupo de modelos bien caracterizados y de estructura bastante uniforme.

Los presupuestos que los caracterizan, que la renta venga determinada siempre por la oferta y que la distribución se haga conforme a las reglas de la teoría de la productividad marginal, condicionan rigidamente el tipo de desarrollo de estos esquemas teóricos y dejan poco terreno a la fantasía a la hora de hacer hipótesis.

La teoría neoclásica del desarrollo económico en su formulación contemporánea debe no poco a dos notables economistas: SOLOW y SWAN (19). Desde sus primeros escritos, en 1956, la teoría se ha ido desarrollando a través de numerosos artículos y ensayos, pero es con la obra de MEADE cuando toma plena forma (20). Con la publicación de la misma puede decirse que se posee finalmente una teoría neoclásica del desarrollo económico notablemente completa (21).

Pasamos, pues, a analizar el modelo de MEADE como el más representativo dentro del grupo de los neoclásicos.

El modelo de Meade.

MEADE considera un sistema económico cerrado, sin actividad del Estado o entes públicos, que opera en régimen de concurrencia perfecta con

(18) Véase para ilustrar este punto el artículo de MARVIN FRANKEL "The production function in allocation and growth: A Synthesis". *The American Economic Review*, diciembre 1962.

(19) R. SOLOW: "A Contribution to the Theory of Economic Growth". *Quarterly Journal of Economics*, feb. 1956.

T. W. SWAN: "Economic Growth and Capital Accumulation". *Economic Record*, noviembre 1956.

(20) J. E. MEADE: *A Neo-classical Theory of Economic Growth*, Londres, 1961.

(21) BRUNNO JOSSA: "Contributo Alla teoria neoclassica dello sviluppo economico". *Studi Economici* 1964, núm. 1.

rendimientos constantes para un nivel dado de conocimientos técnicos. En el sistema se producen solamente dos bienes (bien de consumo y bien capital) mediante dos factores de la producción, trabajo y capital, perfectamente homogéneos. La banca central regula el tipo de interés, manteniendo el precio de los bienes de consumo, constante e igual a la unidad.

Los factores productivos están siempre plenamente ocupados, las funciones de la producción son continuas, y se considera la reposición del "stock" de capital.

Sobre esta base MEADE elabora el siguiente modelo:

- (1) $K = K_x + K_y$
- (2) $L = L_x + L_y$
- (3) $Y = Y(L_y, K_y, t)$
- (4) $X = X(L_x, K_x, t)$
- (5) $W = X_1$
- (6) $W = PY_1$
- (7) $PV = X_k$
- (8) $V = Y_k$
- (9) $YP = SR$
- (10) $R = YP + X$
- (11) $Q = \frac{WL}{R}$
- (12) $SR = S_w W L + S_v P V K$

El significado de las variables y símbolos empleado es el siguiente:

- K = factor capital
- L = factor trabajo
- x, y = industrias donde se emplean los factores productivos
(de bienes de consumo y de bienes de capital)
- Y = la diferencia entre el capital producido y el necesario
para la reposición
- X = producción de bienes de consumo
- $X_1 = \frac{\delta X}{\delta L_x}$; $X_k = \frac{\delta X}{\delta K_x}$
- $Y_1 = \frac{\delta Y}{\delta L_y}$; $Y_k = \frac{\delta Y}{\delta K_y}$
- V = beneficio obtenido por unidad de capital

$S =$ propensión al ahorro $\left\{ \begin{array}{l} S_w \text{ de los trabajadores} \\ S_v \text{ de los perceptores de beneficios} \end{array} \right.$

$R =$ renta neta

$Q =$ Cantidad de renta neta que va a los perceptores de salario.

Diferenciando las ecuaciones (1) y (4), y mediante simples identidades contables, se obtienen las ecuaciones:

$$(1') \quad k = \frac{(1 - Q_y) S}{1 - Q} k_y + \frac{(1 - Q_x) (1 - S)}{1 - Q} k_x$$

$$(2') \quad l = \frac{Q_y S}{Q} l_y + \frac{x Q (1 - S)}{Q} l_x$$

$$(3') \quad y = Q_y l_y + (1 - Q_y) k_y + \pi_y$$

$$(4') \quad x = Q_x l_x + (1 - Q_x) k_x + \pi_x$$

indicando las letras minúsculas la tasa de desarrollo de las variables expresadas con mayúsculas.

π_x y π_y indican el ritmo de progreso técnico en las dos industrias.

Diferenciando las ecuaciones (5) y (8), se obtienen:

$$(5') \quad w = \frac{1 - Q_x}{\sigma_x} (k_x - l_x) + \pi l_x$$

$$(6') \quad w - p = \frac{1 - Q}{\sigma_y} (k_y - l_y) + \pi l_y$$

$$(7) \quad v + p = \frac{Q_x}{\sigma_x} (k_x - l_x) + \pi_{KX}$$

$$(8') \quad v = - \frac{Q_y}{\sigma_y} (k_y - l_y) + \pi_{KY}$$

donde σ_x y σ_y son las elasticidades de sustitución entre capital y trabajo en las dos industrias; las π indican las tasas de crecimiento de la productividad marginal de los factores, debidas al progreso técnico.

Diferenciando, por último, la (9) y la (12), tendremos:

$$(9') \quad y + p = s + r$$

$$(10') \quad r = S(y + p) + (1 - S)x = Q(w + l) + (1 - Q)(p + v + k)$$

$$(11') \quad q = w + l + r$$

$$(12') \quad s + r = Sw(w + l) + Sv(p + v + k)$$

Siendo $k = \frac{SR}{PK}$, y conocido "I" y los seis " π " el sistema [1'] — [12'] tiene doce ecuaciones y doce incógnitas; es posible, pues, obtener las diferentes tasas de crecimiento:

$$k_y, k_x, l_y, l_x, y, x, w, p, v, r, q, s.$$

Este es, en síntesis el modelo de MEADE, típicamente neoclásico, sobre cuyos postulados más importantes recaen no pocas críticas, profundas y meditadas la mayoría de ellas (22), pero cuyo análisis cae fuera del alcance de este artículo.

V. MODELOS DESACREGADOS

Al analizar un modelo es preciso tener en cuenta la distinción entre identidad tautológica, siempre válida "ex-post", y relaciones causales, con las que se puede explicar "ex-antes" el comportamiento de un sistema.

Otra distinción fundamental a considerar es la existente entre "ecuaciones de comportamiento" y "relaciones de equilibrio". Las primeras indican la marcha de ciertas variables, y constituyen la esencia de un modelo positivo. Las relaciones de equilibrio expresan las condiciones necesarias para la evolución deseada de las variables del modelo y son el resultado característico de un modelo normativo.

Un modelo que pueda emplearse de manera satisfactoria en el análisis de un sistema económico, debe basarse en algunas ecuaciones de comportamiento que no sean meramente tautológicas. El modelo agregado no satisface, normalmente, esta exigencia.

(22) J. ROBINSON: "Equilibrium Growth Models". *American Economic Review*, junio 1961.

J. R. HICKS: "A Neoclassical Theory of Economic Growth". *Economic Journal*, junio 1962.

La necesidad de seguir un planteamiento desagregado en la programación económica es doble: como exigencia lógica de relevancia interpretativa en el plano positivo, y como exigencia instrumental, subordinada a la inclusión de determinados objetivos en la programación, en el plano normativo.

Puede afirmarse que la característica esencial de un modelo desagregado consiste en su aptitud para incorporar, sea en el plano positivo, sea en el normativo, variaciones en la composición de las magnitudes agregadas. No puede, por tanto, definirse como desagregados aquellos modelos en los que, aun analizándose varios sectores, falta esta característica. Así ocurre en los esquemas de ECKAUS, en los modelos del tipo VON NEUMANN, y en el modelo cerrado de LEONTIEF. Refiriéndonos a este último, es, sin embargo, evidente que en cualquier modelo desagregado, en el sentido que hemos destacado, el análisis de las interdependencias estructurales será un instrumento técnico indispensable, y como tal, una componente esencial en el modelo mismo.

Más efectivamente desagregado es el modelo de MAHALANOBIS, que a continuación pasamos a analizar.

Modelo de Mahalanobis.

La elaboración del modelo de MAHALANOBIS estuvo precedida de un estudio a cargo de eminentes economistas, conocidos especialistas en el campo de la Econometría y del Desarrollo Económico. El grupo de expertos estaba integrado por FRISCH, BETTELHEIM, LANCE, GOODWIN, TINBERGEN, GALBRAITH, DECTYAR y PISAREW, que reunidos en el Instituto Indiano de Estadística, presentaron sus recomendaciones y sugerencias, recogidas en memorándums. Algunos de estos trabajos fueron publicados posteriormente bajo la dirección de R. FRISCH (23).

Cada uno de los participantes se ajustaba, en sus trabajos, a su tendencia preferida. Así, RAGNAR FRISCH se ocupaba de la programación lineal, GOODWIN construía unas tablas input-output para el año 1950-51 y BETTELHEIM intentaba aplicar los métodos de las economías socialistas. Sin embargo, las conclusiones y decisiones definitivas se deben al mismo MAHALANOBIS.

En el modelo de MAHALANOBIS se distinguen tres etapas claramente de-

(23) RAGNAR FRISCH: "Planning for India. Selected Explorations in Methodology". *Indian Statistical Institute*, 1960.

finidas. En primer lugar, una relación global de crecimiento del tipo HARROD-DOMAR, que permite fijar, en una perspectiva de desarrollo a largo plazo, la tasa media de inversión a realizar. Se utiliza a continuación un modelo con dos sectores para determinar el porcentaje de la inversión global que conviene destinar al sector que produce bienes de equipo. Por último, y con el fin de hacer más operativo el modelo, se subdivide el sector de bienes de consumo (c) en otros tres subsectores productores de bienes de consumo entre los que se reparte la inversión residual.

En el primer paso, y teniendo en cuenta la relación marginal capital-producto y el ritmo de aumento de la población, se concluye que, para mantener un crecimiento satisfactorio de la renta nacional (duplicar la renta "per capita" en dieciocho años), se necesita, en la India, elevar la tasa de inversiones del 5 por 100, su valor en el año base, a un 10 u 11 por ciento anual acumulativo.

El modelo bisectorial se articula en una economía simplificada, en la que se distinguen dos sectores fundamentales: sector de bienes de consumo y sector de bienes de inversión. Estos dos sectores no coinciden con la correspondiente división en dos sectores que aparece en la teoría marxista.

MAHALANOBIS parte, pues, de la ecuación keynesiana:

$$(1) \quad Y = C + I$$

Si

Y_0, C_0, I_0 = valores correspondientes al período base.

$$a_0 = \frac{I}{Y_0}$$

λ_c = porcentaje de inversión destinada al sector que produce bienes de consumo.

λ_i = porcentaje de inversión destinada a la expansión de bienes instrumentales.

β = coeficiente de productividad capital (inverso de la relación marginal capital-producto).

(β_c para el sector de bienes de consumo y β_i para el sector de bienes de inversión.)

Se tendrá, entonces:

$$(2) \quad I_{t+1} - I_t = \lambda_I \beta_I I_t$$

$$(3) \quad C_{t+1} - C_t = \lambda_C \beta_C I_t$$

de donde:

$$\beta_I = \frac{I_{t+1} - I_t}{\lambda_I I_t} \quad y \quad \beta_C = \frac{C_{t+1} - C_t}{\lambda_C I_t}$$

De estas relaciones fundamentales, obtenemos las siguientes ecuaciones para I_t e Y_t :

$$(4) \quad I_t = (1 + \lambda_I \beta_I)^t I_0$$

$$(5) \quad Y_t = Y_0 \left[1 + \alpha_0 \frac{\lambda_I \beta_I + \lambda_C \beta_C}{\lambda_I \beta_I} \{1 + \lambda_I \beta_I\}^t - 1 \right]$$

donde λ_I es el único grado de libertad que permite determinar la renta nacional para cualquier período.

El paso de un modelo de dos sectores a un modelo de cuatro sectores obedece a una doble finalidad: por una parte, determinar el reparto de las inversiones destinadas a las industrias productoras de bienes de consumo; en segundo lugar, buscan la distribución aconsejable entre estas industrias, de los nuevos puestos de trabajo.

Los tres subsectores en los que se divide el sector C son los siguientes:

C_1 = bienes de consumo producidos en industrias modernas.

C_2 = bienes de consumo producidos en industrias pequeñas, medias o de tipo familiar.

C_3 = servicios.

“A” expresa la inversión global en el período del Plan, y “N”, los nuevos puestos de trabajo.

λ_C se expresa más detalladamente por $\{\lambda_i\}_i = c_1, c_2, c_3$.

Se introduce, además, un nuevo parámetro $\{\theta_i\}_i = I, c_1, c_2, c_3$, que indica la relación capital-trabajo, o, lo que es lo mismo, el nuevo capital por cada unidad de fuerza de trabajo añadida.

El nuevo empleo en cada sector se obtiene de la fórmula:

$$n_i = \frac{\lambda_i A}{\theta_i}$$

pudiendo escribirse las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} n_1 + n_2 + n_3 &= N - n_I \\ \theta_1 n_1 + \theta_2 n_2 + \theta_3 n_3 &= A - \theta_I n_I \\ \beta_1 \theta_1 n_1 + \beta_2 \theta_2 n_2 + \beta_3 \theta_3 n_3 &= Y_t - Y_0 - \beta_I \theta_I n_I \end{aligned} \right\}$$

de donde:

$$\Delta Y = Y_t - Y_0 = \beta_1 \theta_1 n_1 + \beta_2 \theta_2 n_2 + \beta_3 \theta_3 n_3 + \beta_I \theta_I n_I$$

Suponiendo una tasa anual de crecimiento acumulativo (η), el incremento de la renta habido en el período (cinco años en el caso de la India) vendrá expresado por la ecuación:

$$(6) \quad \Delta Y = Y_t - Y_0 = Y_0 [(1 + \eta)^t - 1]$$

Modelo de Chakravarty

Otro modelo típicamente desagregado es el de S. CHAKRAVARTY, publicado en su volumen *The logic of Investment Planning*. Su análisis puede hablarnos sobre algunos de los problemas que surgen en el planteamiento de modelos desagregados positivos.

Vamos a considerar esquemáticamente las variables, los parámetros y las ecuaciones del modelo: (24)

Variables:

- V_K — producto bruto del sector K.
- X_K — producción de bienes de consumo del sector K.
- E_K — producción de bienes de exportación del sector K.
- $V_{KK'}$ — producción del sector K destinada al sector K'.

(24) S. CHAKRAVARTY: *The logic of Investment Planning*.

L. SPAVENTA: *I modelli plurisettoriali dinamici*. "ISCO", septiembre 1962.

- $W_{KK'}$ — bienes de inversión entregados por K a K'.
 J_K — bienes de inversión importados por el sector K.
 W_K — bienes de inversión utilizados en el sector K y no importados.
 R_K — importaciones de materias primas en el sector K.
 I — inversión total.
 Y — renta total.

Parámetros:

- s — coeficiente de ahorro.
 l — período de gestación de las inversiones.
 b_K — coeficiente de capital en el sector K.
 $v_{KK'}$ — coeficiente de input-output.
 $w_{KK'}$ — coeficiente de inversión.
 x_K, \bar{x}_K — parámetros de la función de consumo.
 j_K — relación entre bienes de inversión importados y bienes de inversión no importados en el sector K.
 r_K — coeficiente del input de materias primas importadas (sector K).

Ecuaciones:

$$(1) \quad V_K = X_K + E_K + \sum_{K'} V_{KK'} + \sum_{K'} W_{KK'}$$

$$(2) \quad V_{KK'} = v_{KK'} V_{K'}$$

$$(3) \quad W_{KK'} = w_{KK'} W_{K'}$$

$$(4) \quad J_K + W_K = \frac{b_K}{l} (V_K^{t+1} - V_K^t)$$

$$(5) \quad J_K = j_K W_K$$

$$(6) \quad R_K = r_K V_K$$

$$(7) \quad I = \sum W_K + \sum J_K$$

$$(8) \quad Y = \sum V_K - \sum \sum V_{KK'} - \sum R'_K$$

$$(9) \quad X_K = x_K (Y - I) + \bar{x}_K$$

$$(10) \quad I = s Y$$

Las ecuaciones son $2n^2 + 6n + 2$, y las variables, $2n^2 + 5n + 3$; el modelo, por tanto, admite $n - 1$ grados de libertad para ser utilizados a la hora de tomar decisiones de política económica.

Este modelo, sin embargo, contiene una notable contradicción. CHAKRAVARTY llega a un esquema final de su modelo (esquema que aquí no reproducimos), en el que introduce los precios, tanto de los bienes producidos en el interior como en los bienes de importación. De esta manera se expresa el cuadro macroeconómico y todas las relaciones en términos monetarios o de valor. Esto permite, además, definir una función de las exportaciones en la que la variable independiente es la diferencia entre los precios interiores y los precios del mercado mundial. Pero esto conduce a que el número de relaciones que tienen que ser satisfechas aumenta en número mayor que el número de variables, con lo que los grados de libertad, de $n-1$ se reducen a 1. Sólo podía fijarse, pues, un objetivo que, observa CHAKRAVARTY, podría consistir en la cuantía del ahorro.

Este resultado no es muy satisfactorio, ni desde el punto de vista lógico ni del práctico. Afirma SPAVENTA (25) que semejante modelo normativo desagregado parece frustrar la propia exigencia, esto es, la multiplicidad de objetivos. Técnicamente existe la posibilidad de introducir algunos grados de libertad renunciando a algunas ecuaciones, pero esta solución no siempre es aconsejable. Un nuevo análisis de la estructura del modelo podría sugerir el cambio o transformación de algunas de sus ecuaciones.

A pesar de estos inconvenientes, el modelo de CHAKRAVARTY resulta bastante adaptable, siendo realmente representativo dentro del grupo de modelos desagregados.

El análisis Input-Output

No vamos a hacer la descripción del modelo input-output (de sobra conocido), pues cae fuera de los límites de nuestro trabajo. Sin embargo consideramos interesante una breve síntesis de su evolución como técnica de análisis económico, sobre todo en cuanto se refiere a la problemática del desarrollo económico (26).

(25) Prof. LUIGI SPAVENTA: *Ob. cit.*

(26) GIORGIO LUNGHI: "Alcun sviluppi dell'input-output analysis". *L'industria*, 1964, núm. 2.

La evolución del análisis input-output ha estado determinada por dos órdenes de factores. En primer lugar, el renovado interés por los problemas de desarrollo económico en términos de planificación que han venido ocupando a economistas soviéticos y occidentales. Otros factores son aquellos que han permitido aumentar y perfeccionar su poder analítico. En el plano teórico, las discusiones en torno al problema de la constancia de los coeficientes técnicos ha llevado a una serie de correcciones y de perfeccionamientos de la que era hipótesis fundamental del análisis input-output, con lo que se ha eliminado, en gran parte, la reserva más grave sobre su valor operativo. Los resultados de estas discusiones han adquirido un valor especial en el plano del estudio de la evolución estructural de un sistema económico.

En el terreno de la práctica ha habido progresos no menos importantes. Basta recordar el desarrollo de las calculadoras electrónicas, la creciente disponibilidad de datos estadísticos, los numerosos contrastes empíricos y la aplicación, cada vez más difusa, del análisis input-output en los sistemas económicos más diferentes.

Para conocer las más importantes aportaciones del análisis input-output al estudio del desarrollo económico, nada mejor que consultar los trabajos del último Convenio de Ginebra (27), recogidos en cuatro títulos: Modelos de Desarrollo Económico, Modelos regionales, Técnicas de análisis intersectorial y planificación, Problemas de recogida y de estima de datos estadísticos. Todos son del máximo interés, pero algunos, en especial, indican nuevos senderos a seguir por el análisis input-output.

Dentro del primer título, los ensayos de CHENERY y de los polacos MYCIELSKI, REY y TRZECIAKOWSKI tratan del problema de la integración del análisis input-output y la programación lineal. CHENERY, sin embargo, se refiere al empleo de estos modelos para la selección de inversiones y en los programas a largo plazo en países subdesarrollados; los otros tres economistas se ocupan de los planes óptimos, a corto plazo, en un sistema de planificación central.

En el segundo volumen, se recogen modelos de desarrollo regional debidos a ISARD, SMOLENSKY, LEONTIEF, ALAN STOUT e HIRSCH, destacando

(27) Los convenios celebrados son: el de Driebergen (1950), el de Varenna (1954) y el de Génova (1961).

Las actas del último Convenio están recogidas en la obra: *Structural Interdependence and Economic Development-Proceedings of an International Conference on input-output techniques*. Tibor Barna, MacMillan, London, 1963.

el ensayo de los dos primeros que se refieren a la necesidad de una desagregación regional.

El trabajo de NEMCHINOV, en el tercero de los volúmenes, se ocupa de la planificación soviética en el marco de la problemática general de la planificación en los países socialistas, siendo de un gran interés desde el punto de vista de las técnicas adoptadas y de sus implicaciones teóricas.

Considerando estos ensayos en su conjunto, y a pesar de las indudables diferencias, se observa un cierto denominador común, y es el acento que ponen en los problemas relacionados con el proceso de decisión y la programación económica.

Puede resumirse, en este sentido, que la atención se centra hoy en armonizar el análisis input-output con la programación lineal y los esquemas macroeconómicos.

VI. CONSIDERACIONES FINALES.

No puede hablarse de un modelo específicamente adecuado para una planificación de tipo indicativa. Decíamos al principio que toda planificación es o ha de ser por su propia justificación, esencialmente normativa. Parece, pues, lógico pensar que es la normatividad la primera característica exigible a los modelos en la planificación indicativa. Otra característica necesaria a estos modelos es su capacidad de adaptación a la estructura del sistema económico que se considere.

Hemos analizado los modelos económicos por su grado de agregación y por su encuadre doctrinal. ¿Qué conclusiones sacamos de este análisis a los fines de la planificación indicativa?

El modelo de HARROD-DOMAR tiene más alcance del que normalmente se le atribuye; es algo más que un modelo "puramente académico". De hecho el esquema harrodiano se halla en la base de la mayoría de los modernos modelos de desarrollo económico, como sucede en el de MAHALANOBIS ya estudiado. Pero hay algo más, y es que este modelo agregado de tipo keynesiano, al igual que el de SAMUELSON-HICKS y otros que emplean el multiplicador y el acelerador, son necesarios, al menos como primera aproximación, en todo plan indicativo, pues permiten conocer el comportamiento de algunas magnitudes que se desenvuelven, en gran parte, fuera del ámbito del sector público: así sucede con la propensión al ahorro y la relación marginal capital-producto.

La función dinámica y agregada tipo COBE-DOUGLAS, cuyos límites quedaron ya expuestos, juega un papel importante en los modelos de desarrollo de sistemas homogéneos y bastante adelantados. No tienen, sin embargo, mucha operatividad en países de economías dualistas o donde el sector agrícola tiene mayor peso relativo.

Ultimamente vienen utilizándose modelos que integran una función COBE-DOUGLAS en esquemas del tipo HARROD-DOMAR y que abren interesantes posibilidades, algunas de las cuales de relevancia empírica (28).

Ya quedó manifiesta la necesidad de una desagregación como exigencia instrumental en el plano normativo, a escala sectorial y a través de la técnica input-output. Los avances de esta última la convierten en una ayuda inestimable a la programación, sea o no sea indicativa, como lo viene demostrando su continuo empleo, tanto en economías occidentales como soviéticas.

El caso de las economías dualistas merece una atención especial al responder a la pregunta más arriba planteada. En la elaboración de un modelo de desarrollo para estos países (Italia y España, por ejemplo), se debe comenzar con el esquema general de tipo keynesiano (29) al que antes nos referíamos como primera aproximación. Este esquema global, además de darnos una estimación del comportamiento de las principales

(28) A manera de ejemplo recogemos el modelo FRANKEL, opúsc. cit.

(1) $P = aHK\beta L^{\alpha}$	}	$P =$ producción global
(2) $P = C + I$		$L =$ factor trabajo
(3) $I = \frac{dK}{dt} = K$		$K =$ factor capital
(4) $C = (1 - s) P$		donde $C =$ consumo (en términos reales)
(5) $L = L_0 e^{\lambda \theta}$		$I =$ inversiones netas
(6) $H = \frac{K^{\gamma}}{L^{\gamma'}}$		$s =$ propensión al ahorro
		$H =$ nivel de desarrollo de la economía

(29) Los modelos adoptados en el Plan Vanoni y en la comisión Papi, de inspiración netamente harrodiana, constituyen interesantes ejemplos:

Ver: ANDRÉS FERNÁNDEZ DÍAZ, opúsculo citado.

magnitudes del sistema, nos permite analizar y comprobar la coherencia interna del Plan (30).

En una segunda fase se ha de realizar una desagregación que recoja las diversas estructuras que caracterizan el dualismo económico. Si el dualismo, además de ser sectorial lo es territorial (caso del Mezzogorno italiano) se precisa un plan a escala regional debidamente encuadrado en el Plan nacional. Las técnicas del análisis regional se encuentran hoy en su momento más floreciente, por lo que pueden prestar un valioso apoyo a la elaboración de estos modelos de desarrollo regional.

En el año 1948 escribía HARROD: "Debemos comenzar con alguna generalidad aunque sea imperfecta. No iremos hacia adelante si permanecemos en un mundo de trivialidades y sutilezas. Es inútil afinar y afinar cuando se carece, por completo, de ideas básicas."

Al concluir las consideraciones hechas en las páginas precedentes —consideraciones cuyo propósito se limita a los aspectos generales y a las cuestiones sustanciales de los modelos— podemos afirmar que hoy, dieciséis años después de la obra fundamental de HARROD, los esquemas teóricos de desarrollo económico se encuentran cercanos a la madurez, pudiendo, por tanto, prestar un óptimo servicio a la política económica, en general, y a la planificación indicativa en particular.

Andrés FERNANDEZ DIAZ

(30) El autor ha realizado, en este sentido, una interpretación matemática del cuadro macroeconómico del Plan de Desarrollo español, opúsc. cit.

El esquema adoptado es el siguiente:

$$\left. \begin{aligned}
 (1 + \Delta Y) {}^t Y_O + M'_t &= (1 + \Delta C_A) {}^t C_{AO} + \\
 &+ (1 + \Delta C_B) {}^t C_{BO} + (1 + x) {}^t I_O \\
 K_O &= \frac{(1 + x) {}^{t-1} I_O}{x} \cdot \frac{1}{\Delta Y}
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 Y_O &= P \cdot N \cdot B \text{ en año base.} \\
 M'_t &= \text{saldo de la balanza} \\
 &\quad \text{de pagos por} \\
 &\quad \text{cuenta corriente.} \\
 C_A \text{ y } C_B &= \text{consumo público y} \\
 &\quad \text{privado.} \\
 \text{siendo } I_O &= \text{formación bruta de} \\
 &\quad \text{capital en el año} \\
 &\quad \text{base.} \\
 X &= \Delta I. \\
 \bar{K}_O &= \text{relación marginal} \\
 &\quad \text{capital \cdot producto} \\
 &\quad \text{media del periodo.}
 \end{aligned}$$