Un comentario del trabajo de A. B. Atkinson y J. E. Stiglitz «La estructura de la imposición indirecta y la eficiencia económica» (*)

R. CALLE SAIZ
Catedrático de Hacienda Pública
y Derecho Fiscal

1. INTRODUCCIÓN

La literatura más reciente sobre Hacienda Pública está concediendo un especial énfasis al análisis de la compleja problemática referente a la teoría de la imposición óptima. En apoyo de esta afirmación procede citar, entre otros, los trabajos de W. J. Baumol y D. F. Bradford (1), A. P. Lerner (2), A. K. Dixit (3), J. E. Stiglitz y P. S. Dasgupta (4), P. A. Diamond y J. A. Mirrlees (5), además del artículo que motiva este comentario. Anticipemos que sobre este tema se está elaborando un detallado trabajo; sin embargo, dado que no disponemos todavía de toda la bibliografía existente, consideramos procedente examinar, atendiendo a su interés, el contenido de la aportación realizada por Atkinson y Stiglitz en el primer número de la revista "Journal of Public Economics" (6).

Siguiendo a Baumol y Bradford, podemos señalar que el trabajo pionero sobre el tema de la imposición óptima fue el de F. P. Ramsey, publicado en 1927 bajo el título *A Contribution to the Theory of Taxation* (7). Como él mismo señala, se propone abordar el siguiente problema: "Un ingreso

(*) Publicado en *Journal of Public Economics*, núm. 1, 1972, págs. 97-119.

(1) *Optimal departures from marginal cost pricing*, en "The American Economic Review", junio 1970, págs. 265-283.

(2) *On Optimal Taxes with an Untaxable Sector*, en "The American Economic Review", junio 1970, págs. 284-294.

(3) *On the optimum structure of commodity taxes*, en "The American Economic Review", junio 1970, págs. 295-301.

(4) *Differential Taxation, public goods and economic efficiency*, en "Review of Economic Studies", núm. 38, 1971, págs. 151-174.

(5) *Optimal Taxation and Public Production*, en "The American Economic Review", marzo y junio 1971, págs. 8-27 y 261-278.

(6) *The Structure of Indirect Taxation and Economic Efficiency*, en "Journal of Public Economics", núm. 1, 1972, págs. 97-119. Vid. cita 24.

(7) "The Economic Journal", núm. 37, 1927, págs. 47-61.

impositivo determinado puede obtenerse a través de impuestos proporcionales sobre todos o algunos usos de la renta, pudiendo exigirse los impuestos sobre los diversos usos a diferentes tipos de gravamen. ¿Cómo deben fijarse esos tipos para que la disminución de la utilidad sea mínima?" (8). En orden a responder a esta interrogante, Ramsey precisa las hipótesis en que fundamenta sus planteamientos: *a*) Omite las cuestiones de distribución y las consideraciones sobre las diferencias en la utilidad marginal del dinero para los diferentes sujetos; *b*) Supone un sistema de competencia pura sin sector exterior; *c*) Admite que son siempre iguales el producto neto privado y el producto neto social, y *d*) Considera que el efecto de la imposición es transferir renta, en primer lugar, de los individuos al Estado y, en segundo lugar, que, en parte, la renta vuelve hacia los rentistas y jubilados (9).

En base a estas hipótesis, intenta responder a la interrogante apuntada anteriormente, planteando su análisis en diferentes supuestos:

1. En primer lugar trata con una función de utilidad perfectamente general y alcanza, como comprobaremos, una conclusión que es válida para "pequeños ingresos" (10). En términos más concretos, Ramsey demuestra que, en este caso, para que el decrecimiento de la utilidad como consecuencia de la exigencia de impuestos, que permitan obtener un ingreso determinado, sea mínimo, *los impuestos deben establecerse de forma que se reduzca en la misma proporción la producción de cada bien gravado* (11).

(8) Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution of the Theory..., op. cit.*, pág. 47.

(9) Como señala Ramsey, "esas transferencias alterarán ligeramente las curvas de demanda en un sentido que depende de la incidencia de los impuestos y de la forma en que se gasten los ingresos obtenidos a través de los mismos. Omito la consideración de esas alteraciones y también supongo que un "ingreso dado" significa un ingreso monetario dado, dinero cuya utilidad marginal se supone constante". Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution to the Theory..., op. cit.*, pág. 47.

(10) Soslayamos el dejar constancia del amplio planteamiento analítico realizado por F. P. Ramsey.

(11) "Demuestro —señala Ramsey— que para obtener un ingreso infinitesimal por impuestos proporcionales sobre determinados bienes, los impuestos deben ser tales que disminuya en la misma proporción la producción de cada bien gravado." Para demostrar esto, Ramsey supone que existen "n" bienes en los que se gastan las rentas y representa las cantidades de los mismos que se producen por unidad de tiempo por $x_1, x_2 \ldots x_n$ (supone que todos los bienes son consumidos o ahorrados). Representa por $u = F(x_1, x_2 \ldots x_n)$ la utilidad neta de producir y consumir (o ahorrar) esas cantidades de bienes. Si no existe imposición —precisa Ramsey— el equilibrio estable se alcanzará para valores de "x" que hagan máximo a "u", designando a esos valores $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_n$ o, conjuntamente, punto *P*. En consecuencia, en "P" se verificará que:

$$\frac{\partial u}{\partial x_r} = 0 \qquad r = 1, 2, \ldots n$$

En opinión de Ramsey, es interesante extender estos resultados al supuesto de un ingreso dado que debe obtenerse gravando únicamente determinados bienes. Si la función de utilidad es la suma de dos funciones, una de los bienes gravados y otra de los bienes no gravados, es obvio —según Ramsey— que la conclusión puede ser la misma que la alcanzada anteriormente, de forma que podemos afirmar que: *en la hipótesis de que existan bienes gravados y no gravados, sigue siendo válido que los impuestos deben establecerse de forma que se reduzca en la misma proporción la producción de cada bien gravado.*

2. En segundo lugar, Ramsey supone que la función de utilidad es cuadrática, lo que significa, en términos generales, que las curvas de oferta y demanda son líneas rectas. En base a este supuesto, demuestra que la regla dada y válida para un ingreso infinitesimal también tiene vigencia para cualquier ingreso que pueda elevarse hasta cualquier límite.

Alcanzada esta conclusión, considera un problema más general: "un in-

---

$d^2u = \Sigma\,\Sigma \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_r\,\partial x_s}\,dx_r\,dx_s$ es una definida forma negativa.

Suponiendo ahora que se exigen impuestos sobre los diferentes bienes a los tipos $\lambda_1\ \lambda_2 \ldots \lambda_n$ por unidad en dinero cuya utilidad marginal es la unidad, el equilibrio vendrá determinado por:

$$\frac{\partial u}{\partial x_r} = \lambda_r \qquad r = 1,\ 2,\ \ldots\ n$$

Atendiendo a estas ecuaciones, pueden hacerse las "λ" funciones de las "x", de forma que:

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial x_s} = \frac{\partial \lambda_s}{\partial x_r} \left(= \frac{\partial^2 u}{\partial x_r\,\partial x_s}\right)$$

siendo $R = \Sigma\,\lambda_r\,x_r$.

El problema planteado es, pues, dado R (ingreso impositivo que pretende obtenerse y que se supone bastante reducido), fijar los tipos de gravamen en orden a que los valores de "x", dados por

$$\frac{\partial u}{\partial x_r} = \lambda_r \qquad r = 1,\ 2 \ldots n$$

hagan máximo a "u", sujeto a la condición de que:

$$\Sigma\,\lambda_r x_r = R \text{ (donde } \lambda_r \text{ es } \frac{\partial u}{\partial x_r}\text{)}$$

Para ello deberá suceder que:

$$\partial u = \Sigma\,\lambda_r\,\partial x_r = 0$$

(para algunos valores de ∂x_r) sujeto a:

$$\partial R = \Sigma\,\lambda_r\,\partial x_r + \sum_r \sum_s x_s \frac{\partial \lambda_s}{\partial x_r}\,dx_r$$

greso dado —señala— puede obtenerse por medio de impuestos permanentes μ_1 μ_2, ... μ_m sobre "m" bienes y a través de impuestos elegidos discrecionalmente sobre el resto. ¿Cómo deben escogerse éstos para que la utilidad pueda ser máxima? La respuesta de Ramsey es que el sistema impositivo, considerado en su conjunto, debe ser tal que se reduzca en la misma proporción la producción de los bienes gravados discrecionalmente" (12).

3. Del trabajo que comentamos, una parte se dedica a aplicar las conclusiones anteriores a algunos casos especiales (13). De entre otros casos, y en primer lugar, Ramsey analiza el siguiente: supongamos —señala— que todos los bienes son independientes y tienen sus propias ecuaciones de oferta y demanda. En base a estas hipótesis demuestra que el impuesto "ad valorem" sobre cada bien debe ser proporcional a la suma de las inversas de sus elasticidades de oferta y demanda (14).

---

y de ahí:

$$\frac{\lambda_1}{\sum_s x_s \frac{\partial \lambda_s}{\partial x_1}} = \frac{\lambda_2}{\sum_s x_s \frac{\partial \lambda_s}{\partial x_2}} = \ldots = \frac{\lambda_n}{\sum_s x_s \frac{\partial \lambda_s}{\partial x_n}} = \frac{R}{\sum \sum \frac{\partial \lambda_s}{\partial x} x_r x_s} = -\theta$$

Estas ecuaciones, precisa Ramsey, determinan valores de "x" que son críticos para "u", pudiendo demostrarse, tal como hace, que si R es bastante reducido, existirá una solución única x_1, x_2, ... x_n que tenderá a $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, ... $\bar{x}_n$ cuando $R \longrightarrow 0$ y que esta solución hará que "u" sea un verdadero máximo. Esta solución implica que los impuestos deben establecerse de forma que se reduzca en la misma proporción la producción de cada bien gravado. Interesa resaltar que dado que el problema que se plantea Ramsey es determinar los tipos de gravamen que hagan a "u" máximo, cuando hace referencia a que "los impuestos deben ser tales que se reduzca en la misma proporción la producción de cada bien gravado" habrá que entender que se refiere a los tipos de gravamen. Esta consideración está implícita en el comentario que A. C. Pigou realiza del trabajo de Ramsey.

(12) Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution to the Theory*..., op. cit., págs. 54 y 55.

(13) Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution to the Theory*..., op. cit., págs. 58 y ss.

(14) La citada conclusión es válida siempre que el ingreso derivado del impuesto sea bastante reducido y de la misma se puede deducir, según Ramsey: 1) Que la conclusión es válida si el ingreso impositivo es obtenido únicamente de determinados bienes, cuyas curvas de oferta y demanda son independientes de cada otro y de todos los otros bienes, incluso cuando los otros bienes no sean independientes uno de otro; 2) Que para un equilibrio estable, aunque la inversa de la elasticidad de oferta pueda ser negativa, la suma de las inversas de las elasticidades de oferta y demanda debe ser positiva, y 3) Si la elasticidad de oferta o de demanda de algún bien es totalmente inelástica, todo el ingreso debe obtenerse gravando a este bien. Paralelamente, si hay varios bienes en tal situación, la totalidad del ingreso debe obtenerse de ellos, no importa en qué proporciones. Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution to the Theory*..., op. cit., págs. 56 y 57.

En segundo lugar, analiza el supuesto de que todos los bienes tienen curvas de demanda independientes, pero son completamente sustitutivos con respecto a la oferta. En este caso, y razonando con una oferta de trabajo totalmente inelástica, llega a la conclusión de que los impuestos deben exigirse al mismo tipo "ad valorem" sobre todos los bienes (15). De ello deduce, con carácter general, que de los bienes debe gravarse más aquel que tiene la menor elasticidad de demanda, pero que si la oferta de trabajo, por ejemplo, es totalmente inelástica, todos los bienes deben gravarse igualmente (16).

Una vez expuestas sus conclusiones, Ramsey se preocupa de dejar constancia de los casos en que su teoría puede ser útil: 1) Si un bien es producido según diferentes métodos o en diferentes lugares entre los que no existe movilidad de recursos, será ventajoso discriminar entre ellos y el impuesto debe recaer más pesadamente sobre la fuente de oferta que es menos elástica; 2) Si varios bienes, que son independientes en lo que respecta a su demanda, necesitan precisamente los mismos recursos para su producción, debe gravarse más aquel cuya elasticidad de demanda es menor; 3) En el gravamen de los bienes cuyas demandas son rivales, como el vino y la cerveza, o complementarias como el té y el azúcar, la regla a observar es que los impuestos deben ser tales que dejen inalteradas las proporciones en que son consumidos; 4) En el caso de impuestos sobre vehículos de motor, debe separarse la imposición de lo que es mera compensación por el deterioro de las carreteras. Esta última parte debe ser igual, en la medida de lo posible, al deterioro experimentado. El resto es un genuino impuesto y debe distribuirse de acuerdo con la teoría expuesta, es decir, debe recaer parcialmente sobre el petróleo y parcialmente sobre los vehículos de motor, de forma que permanezca inalterada la proporción entre su consumo, y 5) Otra posible aplicación de su teoría —según Ramsey— es la explicación de la exención del ahorro del impuesto sobre la renta (17).

La amplitud con que hemos expuesto las principales conclusiones alcanzadas por F. P. Ramsey se justifica en la medida en que su trabajo ha tenido un gran impacto en la literatura sobre Hacienda Pública. En efecto, interesa constatar que solamente un año después de la aparición del tra-

---

(15) Ramsey supone, como ejemplo, que la oferta de trabajo es totalmente inelástica, pero su razonamiento tiene validez en cualquier otro supuesto. Además, hace referencia a un ingreso infinitesimal.

(16) Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution to the Theory...*, op. cit., pág. 58.

(17) Vid. F. P. RAMSEY: *A Contribution to the Theory...*, op. cit., págs. 58 y 59.

bajo de Ramsey, A. C. Pigou, en su obra "A Study in Public Finance" (18), expone y matiza sus conclusiones. Más exactamente, en el capítulo IX de la citada obra ("Differentiation in Taxation Between Different Sorts of Expenditure") (19), Pigou aborda un problema similar al examinado por Ramsey (20), concretando algunos extremos y constatando las hipótesis restrictivas en que se fundamenta el planteamiento de Ramsey (21).

Otra aportación interesante sobre este tema es la que se realiza por U. K. Hicks en el capítulo X de su obra "Public Finance" ("The Incidence of Partial Outlay Taxes") (22). A partir del trabajo de Hicks, M. Boiteaux (23) y P. A. Samuelson (24), principalmente, contribuyen, si bien en diferente medida, a ampliar la literatura disponible sobre la teoría de la imposición óptima, que, como hemos señalado anteriormente, se ha enriquecido recientemente con numerosos trabajos que ya han sido citados, entre los que se encuentra el de Atkinson y Stiglitz, cuyo contenido analizamos.

2. El trabajo de Atkinson y Stiglitz

En opinión de Atkinson y Stiglitz, la reciente literatura sobre imposición indirecta se ha caracterizado por dos tipos de orientaciones diferentes. Por una parte, existen defensores de la sustitución de los impuestos indirectos diferenciados por un impuesto uniforme sobre todos los bienes, tal como un impuesto sobre el valor añadido. Su defensa se fundamenta, en parte, en la simplicidad administrativa, pero también, y en gran me-

(18) Ed. MacMillan and Co. Ltd., Londres, 1.ª edición, 1928. Citamos por la tercera edición revisada, 1962.

(19) Vid. A. C. Pigou: *A Study in Public...*, op. cit., págs. 101-117.

(20) Vid. A. C. Pigou: *A Study in Public...*, op. cit., págs. 101-109.

(21) Vid. A. C. Pigou: *A Study in Public...*, op. cit., págs. 109-117.

(22) The Cambridge University Press. Ed. Nisbert and Co., Londres, 1947, páginas 141-161.

(23) Vid. M. Boiteaux: *Le revenue distribuable et les pertes économiques*. Econometrica. Abril, 1951, núm. XIX, págs. 112-133; *Sur la gestion des Monopoles Publics astreints à l'équilibre budgétaire*. Econometrica. Enero 1956, núm. XXIV, páginas 22-40.

(24) Vid. P. A. Samuelson: *Theory of Optimal Taxation*, Memorandum for U. S. Treasury, 1951, unpublished. A través de la correspondencia mantenida con el profesor Samuelson, con motivo de la petición de una copia del citado artículo, hemos sabido que un resumen del mismo va a publicarse próximamente en el "Journal of Public Economics". La elaboración del trabajo detallado sobre la teoría de la imposición óptima, al que se hace referencia al principio de este comentario, está condicionada a que podamos analizar detenidamente el trabajo íntegro del profesor Samuelson.

dida, en la creencia de que un impuesto uniforme es más conductor hacia la eficiencia económica. Pero, por otra parte, en la literatura sobre imposición indirecta óptima se defiende que los diferentes bienes deben gravarse con tipos de gravamen diferenciados, ya que de esta forma se reduce la pérdida de "carga onerosa". Esta orientación —señalan Atkinson y Stiglitz—, que se planteó primeramente por Ramsey en 1927 y que fue ampliada por Samuelson en 1951, ha sido objeto de numerosos y recientes trabajos. Sin embargo, lo que importa destacar es que tanto los defensores como los críticos de los impuestos indirectos diferenciados han realizado sus planteamientos desconociendo las opiniones contrarias. Así, los resultados de Ramsey han sido ignorados o desechados por su poco significado práctico (Prest y Musgrave) (25). Además, los recientes estudios sobre imposición óptima han concedido poca atención a relacionar sus descubrimientos con los puntos de vista convencionales. Por ello, y en el artículo que motiva este comentario, se presenta una nueva formulación del problema de la imposición óptima, que permite una más fácil comprensión del mismo y una mejor interpretación de sus resultados. En base a esta nueva formulación, Atkinson y Stiglitz clasifican la relación entre los resultados sobre imposición óptima y el punto de vista convencional, destacando cuándo y bajo qué condiciones están de acuerdo.

Justificado el trabajo de Atkinson y Stiglitz, pasemos a comentar su contenido. En opinión de estos autores, son muy amplios los criterios para valorar estructuras fiscales alternativas: 1) Eficiencia; 2) Equidad; 3) Simplicidad administrativa, y 4) Flexibilidad. De los citados criterios, el que más les interesa es el de la eficiencia (26), sin que ello implique desconocer los demás. Hecha esta precisión y utilizando un modelo de equilibrio parcial de un mercado único (figura 1), realizan el siguiente razonamiento: como resultado de un impuesto exigido al tipo de gravamen "t", en la figura 1 la curva de oferta se traslada de SS a S'S'. El ingreso impositivo es AP'CB; la pérdida del excedente del consumidor es PP'F y del exce-

(25) Vid. cita 28.

(26) Como señalan Atkinson y Stiglitz, su trabajo se centra primeramente en las consideraciones de la eficiencia, "ya que los aspectos de la eficiencia son los que han recibido una mayor atención. El análisis, sin embargo, tiene importantes implicaciones para el conflicto entre la eficiencia y equidad, que serán discutidas brevemente... Las restantes consideraciones —simplicidad administrativa y flexibilidad— no son discutidas, pero ello no implica que, a nuestro juicio, esos efectos no tengan importancia". Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation*..., op. cit., pág. 98.

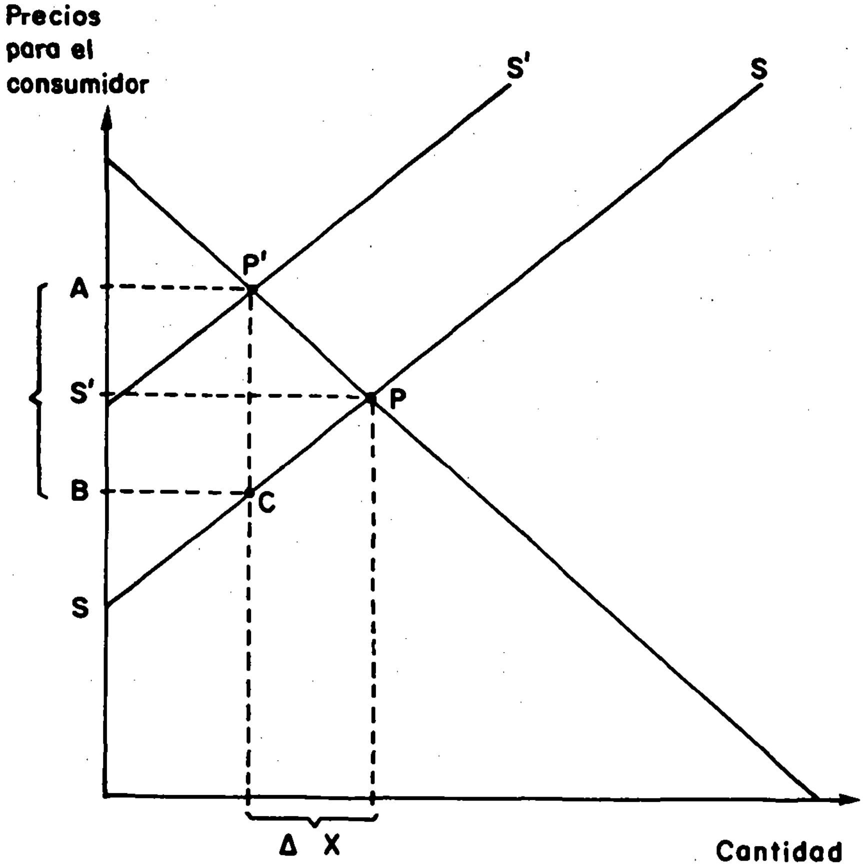

Figura 1

dente del productor PCF; la pérdida total para un ingreso dado (R) puede representarse, para pequeños impuestos, de la siguiente forma:

$$\text{Pérdida total} = \frac{R^2}{2\,q_x\left(\frac{1}{e_d} + \frac{1}{e_s}\right)} \qquad [1]$$

siendo:

e_d = elasticidad de la demanda.
e_s = elasticidad de la oferta.
R = ingreso impositivo.
q_x = gasto realizado en el bien.

De la ecuación [1] se deduce que, para minimizar la distorsión, deben gravarse aquellos bienes que (27):

a) Tengan una baja elasticidad precio de la demanda.
b) Tengan una baja elasticidad precio de la oferta.
c) Formen una parte importante del presupuesto de los sujetos.

Estas conclusiones alcanzadas en base al análisis geométrico son similares, tal como señalan Atkinson y Stiglitz, a las obtenidas por Ramsey en uno de los especiales casos considerados por él. Sin embargo, la relación entre ellos se ha oscurecido por la confusión en gran parte de la literatura de dos cuestiones diferentes: *a*) Si los impuestos pueden exigirse solamente de un bien (o de un subconjunto de bienes), ¿cuál debe escogerse? Esta es la cuestión planteada por Hicks; y *b*) Si hay más de un bien gravable, ¿cuáles deben ser los tipos relativos de gravamen sobre los diferentes bienes? Este es el problema considerado por F. P. Ramsey. En el primer caso deseamos gravar el bien para el que la pérdida de carga onerosa es más baja para un ingreso dado, aplicándose en este caso los siguientes principios:

a) Debe gravarse aquel bien que tenga una baja elasticidad precio de la demanda.

b) Paralelamente, deben gravarse aquellos bienes que formen una parte importante del presupuesto de los sujetos.

En el segundo caso deseamos minimizar la pérdida total de carga onerosa sobre todos los bienes gravables, por lo que, para cada bien, la pérdida marginal de carga onerosa asociada con una elevación de un dólar marginal de ingreso impositivo debe ser la misma. En otros términos, y en la hipótesis de que la oferta sea perfectamente elástica, esto requiere, para pequeños impuestos, que:

$$\frac{t_i}{q_i} e^i_d = K \text{ (constante para todos los bienes } = 1, 2, 3 \ldots n)$$

o que los tipos de gravamen (*ad valorem*) sean inversamente proporcionales a la elasticidad de la demanda en cada industria, no siendo relevante, en consecuencia, la importancia del bien en el presupuesto de los consumidores.

---

(27) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., págs. 99 y 100.

Después de aclarar estos extremos, Atkinson y Stiglitz precisan que se van a centrar en el análisis de la cuestión planteada por Ramsey, no sin antes señalar que: "Este análisis del equilibrio parcial es claramente insatisfactorio atendiendo a los supuestos restrictivos en que se basa. En particular, requiere: *a*) La ausencia de efectos renta; y *b*) La independencia de las funciones de demanda. Existe un considerable excepticismo sobre su aplicabilidad. Prest (1967), por ejemplo, descarta los resultados de Ramsey con el comentario de que "tales supuestos restrictivos se hacen para obtener una solución, por lo que tienen poco significado práctico" (aunque no ofrece nada en su lugar) (28). En contraste con el restrictivo análisis del equilibrio parcial, los resultados de Ramsey, Samuelson y Boiteaux (1951) (y más recientemente de Diamond y Mirrlees) son en muchos aspectos más generales. En particular, han llegado a la importante conclusión de que la estructura impositiva óptima requiere que (para impuestos pequeños) la demanda compensada de cada bien se reduzca en la misma proporción. Sin embargo, mientras esto ofrece una considerable información sobre la forma de la solución, no facilita algunas simples proposiciones cualitativas sobre la estructura impositiva óptima. No sugiere, por ejemplo, qué bienes deben gravarse más pesadamente o cuándo una estructura impositiva diferenciada es de hecho un óptimo. Además, no permite realmente el cálculo de los óptimos tipos de gravamen sobre la base de las funciones de demanda estimadas empíricamente" (29). El anterior comentario justifica una vez más la preocupación de Atkinson y Stiglitz en alcanzar unos resultados intermedios entre los derivados del análisis del equilibrio parcial y los obtenidos por Ramsey y Samuelson, objetivo que pretenden alcanzar a través de la elaboración de un modelo básico, que comentamos seguidamente.

3. El modelo de Atkinson y Stiglitz

El modelo de Atkinson y Stiglitz es relativamente simple, y puede sintetizarse de la siguiente forma:

---

(28) Vid. A. R. Prest: *Public Finance in Theory and Practice.* Ed. Weindenfeld and Nicolson, 1960, págs. 52 a 54 (vid. apédice I). R. A. Musgrave hace referencia a los trabajos de Ramsey y Pigou en la cita 16 del capítulo VII de su obra: *The Theory of Public Finance. A Study in Public Economy.* Ed. McGraw-Hill Book Company Inc. Nueva York, 1959.

(29) Vid. A. B. Atkinson y J. E. Stiglitz: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., págs. 100 y 101.

a) *Supuestos acerca de la producción.*

El trabajo que comentamos se centra en el análisis del papel de la demanda de factores en la determinación de la estructura de la imposición indirecta, y, por tanto, se hacen los más simples posibles supuestos sobre la producción. Más concretamente, se supone: 1) Que los rendimientos a escala son constantes, lo que excluye la discusión sobre el papel de las elasticidades de oferta; 2) Que los precios de producción son fijos para todos los bienes y para el trabajo. Designando por "q_i" el precio de consumo del bien "x" y por "p_i" el precio de producción, se obtiene que $q_i = p_i + t_i$ (30), y 3) Que un bien (el ocio) no es gravado y que el salario es la unidad.

b) *Supuestos acerca del consumo.*

Se supone que un consumidor intenta maximizar una función $U(x, L)$ sujeta a la restricción presupuestaria.

$$\sum_{i=1}^{n} q_i x_i = L \qquad [1]$$

siendo L la cuantía de trabajo ofrecida y x_i la cuantía del bien de consumo comprada. Designando por α la utilidad marginal de la renta, las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\left.\begin{aligned} U_i &= \alpha q_i \qquad (i = 1, 2, \dots n) \\ -U_L &= \alpha \end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

c) *Función de bienestar social.*

El supuesto general que se hace es que el Gobierno maximiza una función de bienestar social, que es individualista e impersonal: $W(U^1, U^2 \dots U^m)$, donde U^k es la utilidad del sujeto k. Sin embargo, y en orden a centrarse en los aspectos eficiencia, Atkinson y Stiglitz suponen que todos los consumidores son idénticos, lo que significa que puede considerarse el bienestar de un individuo representativo: $U(x, L)$.

(30) Atkinson y Stiglitz suponen que los precios de producción reflejan correctamente los costes sociales, es decir, que no existen externalidades o imperfecciones de la competencia.

d) *Restricción del presupuesto del Gobierno.*

Se supone, finalmente, que el objetivo de la imposición del bien es obtener un ingreso determinado R:

$$R = \sum_{i=1}^{n} t_i x_i = \sum_{i=1}^{n} (q_i - p_i) x_i = L - \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \qquad [3]$$

4. La fórmula impositiva óptima según Atkinson y Stiglitz

Explicitados los supuestos que configuran su modelo, Atkinson y Stiglitz obtienen la fórmula impositiva óptima. El problema planteado es fácil de colegir. Se trata de escoger t_i ($i = 1, 2, \ldots n$) para hacer máxima $U(x, L)$, sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} q_i x_i = L \qquad [1]$$

$$\left.\begin{aligned} U_i &= \alpha q_i \\ -U_L &= \alpha \end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

$$R = \sum_{i=1}^{n} t_i x_i = \sum_{i=1}^{n} (q_i - p_i) x_i = L - \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \qquad [3]$$

Siguiendo la aproximación de Ramsey, Atkinson y Stiglitz estiman que pueden considerar a t_i y α como funciones de x_i y L de las ecuaciones [2] y concebir el problema en términos de escoger (x_i, L) para maximizar el Lagrangiano (31):

$$U(x, L) + \mu \left[\sum_{i=1}^{n} q_i x_i - L \right] - \lambda \left[R + \sum_{i=1}^{n} p_i x_i - L \right]$$

Si se define a $-L$ como bien 0, puede escribirse el Lagrangiano de forma vectorial:

$$U + \frac{\mu}{\alpha} U'_x - \lambda (R + px)$$

(31) "Esta formulación —precisan Atkinson y Stiglitz— difiere de la de Diamond y Mirrlees (1971), que trabajan con la función indirecta de utilidad y los tipos de gravamen como variables control". Vid. A. B. Atkinson y J. E. Stiglitz: *The Structure of Indirect Taxation..., op. cit.*, pág. 103.

donde U' representa el vector U_i $(i = 0, \ldots, u)$ y q_i ha sido eliminado atendiendo a las condiciones [2]. En consecuencia, las condiciones de primer orden son:

$$\left(1 + \frac{\mu}{\alpha}\right) U' + \frac{\mu}{\alpha} U''_x = \lambda p \qquad [4]$$

donde U'' representa la matriz U_{ij} $(i, j = 0, \ldots, n)$.

Definiendo a

$$H^k = \sum_{i=0}^{n} \frac{(-U_{ik}) x_i}{U_k},$$

siendo H^k la suma de las elasticidades de la utilidad marginal de x_k con respecto a cada uno de los bienes, las condiciones de primer orden pueden escribirse de la siguiente forma:

$$q_k [\alpha + \mu (1 - H^k)] = \lambda p_k \qquad k = 0, 1, \ldots, n \qquad [5]$$

Haciendo $t_o = 0$, se obtendrá que

$$\mu = \frac{\lambda - \alpha}{1 - H^o} \qquad [6]$$

por lo que los tipos de gravamen óptimos (t^*_k), como un porcentaje de los precios de consumo, se caracterizan por:

$$\frac{t^*_k}{p_k + t^*_k} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \cdot \frac{H^k - H^o}{1 - H^o} \qquad [7]$$

Llegados a este punto, Atkinson y Stiglitz concluyen de la siguiente forma: la ecuación [7], si bien no ofrece, en general, una fórmula explícita para el tipo de gravamen óptimo, ya que H^k depende de los tipos de gravamen. permite obtener un determinado número de conclusiones sobre la estructura óptima de la imposición, conclusiones que analizaremos seguidamente (32).

(32) En opinión de Atkinson y Stiglitz, la ecuación [7] puede también obtenerse de los resultados de Samuelson, Diamond y Mirrlees, invirtiendo sus fórmulas (Vid. apéndice II).

5. Las implicaciones de la fórmula impositiva óptima según Atkinson y Stiglitz

En este apartado analizaremos las principales implicaciones del planteamiento general de Atkinson y Stiglitz. En primer lugar, exponen las condiciones según las cuales consideraciones de eficiencia exigen un impuesto uniforme (33). Más concretamente, precisan que de la ecuación:

$$\frac{t^*_k}{p_k + t^*_k} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \; \frac{H^k - H^o}{1 - H^o}$$

pueden deducirse las condiciones según las cuales consideraciones de eficiencia exigen un impuesto uniforme. En realidad, es fácil de colegir, precisan, que una condición suficiente para que $t^*_k = t^*_j$, siendo todos los k, $j \geq 1$ es que el mapa de indiferencia sea homotético, es decir que todas las curvas de indiferencia tengan idéntica forma. En el supuesto de que el mapa de indiferencia sea homotético, existe una representación del mapa de indiferencia que es homogéneo de grado 1, y U_i es homogéneo de grado 0, es decir,

$$\Sigma_i \, U_{ik} \, x_i = 0 = H^k \text{ para todos los } k$$

La homoteticidad de la totalidad del mapa de indiferencia no es, sin embargo, necesaria para que el impuesto óptimo sea uniforme. Para demostrar la anterior afirmación, Atkinson y Stiglitz consideran en primer lugar el supuesto de que la utilidad marginal del ocio es independiente del consumo de cada bien. Entonces, $t^*_k = t^*_j$, siendo todos los k, $j \geq 1$, implica también que $-H^o = \infty$ o que $H^k = H^i$. La primera condición, concluyen, significa que:

$$\frac{-U_{oo} \, L}{U_o} = \infty$$

o que la elasticidad de la utilidad marginal del trabajo es infinita, lo que supone una completa inelasticidad de la oferta de trabajo. Por su parte, las implicaciones de la segunda condición pueden determinarse como sigue: diferenciar las condiciones de primer orden y las ecuaciones [1] y [2] para obtener:

---

(33) Vid. A. B. Atkinson y J. E. Stiglitz: *The Structure of Indirect Taxation...*, op cit., pág. 105.

$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \cdots\cdots & -q_1 \\ U_{21} & U_{22} & \cdots\cdots & -q_2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ -q_1 & -q_2 & \cdots\cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -dE \end{bmatrix}$$

donde:

$$E = \sum_{i=1}^{n} q_i x_i = \text{gasto total}$$

Definiendo a $H_{ki} = \dfrac{-U_{ki}\, x_i}{U_k}$, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots\cdots & 1 \\ H_{21} & H_{22} & \cdots\cdots & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdot \\ q_1x_1 & q_2x_2 & \cdots\cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dlnx_1 \\ dlnx_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ dln\,\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ dE \end{bmatrix} \qquad [8]$$

Representando por D el determinante de la matriz de los coeficientes del lado izquierdo de [8], entonces:

$$D\left[\frac{dlnx_1}{dE} - \frac{dlnx_2}{dE}\right] = \begin{vmatrix} 0 & H_{12} & H_{13} & \cdots & 1 \\ 0 & H_{22} & H_{23} & \cdots & 1 \\ 1 & q_2x_2 & : & \cdots & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} H_{11} & 0 & H_{12} & \cdots & 1 \\ H_{21} & 0 & H_{23} & \cdots & 1 \\ q_1x_1 & 1 & : & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^n \left\{ \begin{vmatrix} H_{12} & H_{13} & \cdots\cdots & 1 \\ H_{22} & H_{23} & \cdots\cdots & 1 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} H_{11} & H_{13} & \cdots\cdots & 1 \\ H_{21} & H_{23} & \cdots\cdots & 1 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \end{vmatrix} \right\}$$

$$\sim (-1)^n \begin{vmatrix} H_{12} + H_{11} & H_{13} & \cdots\cdots & 1 \\ H_{22} + H_{21} & H_{23} & \cdots\cdots & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^n \begin{vmatrix} H_{12} + H_{11} & H_{13} & \cdots\cdots & \Sigma_i H_{1i} & 1 \\ H_{22} + H_{21} & H_{23} & \cdots\cdots & \Sigma_i H_{2i} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

ya que $H^k = \Sigma_i H_{ki}$, es decir, exigimos iguales, y en este caso unitarias, elasticidades gasto de todos los bienes. Si $U_{io} \neq 0$ para algún i, entonces t_i puede ser igual a t_j incluso sin elasticidades unitarias de gasto.

De esta forma explicitan Atkinson y Stiglitz las condiciones según las cuales la estructura impositiva óptima será uniforme. Sin embargo, no existe ninguna presunción —como ellos mismos señalan— de que esas condiciones se obtengan fácilmente. Por ello, y en segundo lugar, estos autores examinan cómo los tipos de gravamen óptimos dependen de las características de los diferentes bienes. Más concretamente, Atkinson y Stiglitz se preocupan de poner de manifiesto cómo los resultados obtenidos por Ramsey y otros autores pueden obtenerse como casos polares de la ecuación [7]. Para demostrar su afirmación realizan diferentes hipótesis.

Suponiendo que la desutilidad marginal del trabajo es constante, lo que hace que $H^o = 0$, el impuesto óptimo viene dado por:

$$\frac{t^*_k}{1 + t^*_k} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} H^k$$

resultado de hacer $H^o = 0$ en la ecuación [7].

Si, además, se supone que $U_{ij} = 0\,(i \neq j)$, se colige fácilmente que H^k es inversamente proporcional a la elasticidad de la demanda. Basta diferenciar las condiciones de primer orden para obtener:

$$U_{ii}\,(\frac{\partial x_i}{\partial q_i}) = \alpha$$

ya que $\alpha = k$ (constante).

$H^k = \frac{1}{e^k_d}$, que es lo que se pretende demostrar.

En consecuencia, y si se ha seguido hasta aquí con detenimiento lo expuesto, se comprueba que Atkinson y Stiglitz obtienen el resultado de Ramsey de que "los impuestos óptimos deben ser inversamente proporcionales a la elasticidad precio de la demanda".

Paralelamente, puede suponerse que $(-H^o) \rightarrow \infty$, hipótesis que, como también es sabido, corresponde al caso de la completa inelasticidad de la oferta de trabajo, y en este supuesto:

$$\frac{t^*_k/(1 + t^*_k)}{t^*_l/(1 + t^*_l)} = \frac{H^k/(-H^o) + 1}{H^l/(-H^o) + 1} \rightarrow 1$$

es decir, el tipo de gravamen sobre todos los bienes es uniforme. En base a esta conclusión, Atkinson y Stiglitz señalan que: "ya que un tipo de gravamen uniforme sobre todos los bienes es equivalente a un impuesto sobre el trabajo únicamente, esto se corresponde con el principio convencional de que existe un factor cuya oferta es completamente inelástica, y éste deberá soportar todo el impuesto" (34).

La conclusión última de Atkinson y Stiglitz es que "existen dos sistemas impositivos óptimos extremos: el impuesto uniforme y los impuestos proporcionales a H^k. Dónde se sitúa entre estos dos extremos el sistema impositivo óptimo depende de $(-H^o)$" (35).

En tercer lugar, Atkinson y Stiglitz, en la línea de analizar las implicaciones de la fórmula impositiva óptima, examinan un caso especial: la aditividad directa de la función de utilidad, lo que implica que existe alguna transformación monotónica de la función de utilidad, de forma que $U_{ij} = 0$ para $i \neq j$, es decir, H^k puede expresarse de la siguiente forma:

$$H^k = \left(\frac{-U_{kk}\, x_k}{U_k}\right)$$

que es invariante respecto de las transformaciones monotónicas de la función de utilidad. Diferenciando $U_i = \alpha q_i$ y $-U_L = \alpha$, puede comprobarse que la anterior expresión de H^k es inversamente proporcional a la elasticidad renta de la demanda del bien k:

$$\left(\frac{-U_{kk}\, x_k}{U_k}\right) \frac{1}{x_k} \frac{\partial x_k}{\partial m} = \frac{-1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial m}$$

Sin embargo, si se supone que $U_{ii} < 0$ para todos los $i = 0, 1, \ldots, n$, se deduce que $\lambda > \alpha$ si un ingreso positivo es obtenido (ya que $H^k > 0$ y $H^o < 0$, los tipos de gravamen serán positivos si $\lambda > \alpha$ y negativos si $\lambda < \alpha$). La principal conclusión que se alcanza de lo expuesto, según Atkinson y Stiglitz, es que "cuando la función de utilidad es directamente aditiva, el tipo de gravamen óptimo depende inversamente de la elasticidad renta de la demanda" (36), conclusión que en su opinión, que compartimos, tiene importantes implicaciones para el conflicto entre equidad y eficiencia, como posteriormente podrá comprobarse.

¿Cuáles son, para Atkinson y Stiglitz, los principales ejemplos de las hipótesis de función de utilidad directamente aditiva? Uno de ellos es el siguiente:

(34) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 107.

(35) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 108.

(36) Vid. A. B ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 109.

Sea la función

$$U(x, L) = (\bar{L} - L)^{\beta_0} + \frac{1}{1 - \beta_i} \sum_{i=1}^{n} x_i^{1-\beta_i}$$

$$\beta_i > 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

En la hipótesis de que $\beta_i = \beta$ $(i = 1, \ldots n)$, ésta tiene elasticidades gasto unitarias y puede deducirse que el sistema impositivo óptimo es proporcional. En el caso más general, cuando las β_i son diferentes, el tipo de gravamen se incrementará con β_i.

Un segundo ejemplo, destacado por Atkinson y Stiglitz, se basa en la siguiente función de utilidad:

$$V(L) + \sum_{i=1}^{n} \beta_i \log (x_i - c_i) \qquad \Sigma_i \beta_i = 1$$

Esta función, precisan Atkinson y Stiglitz, se considera por Diamond y Mirrlees, pero ellos son capaces de decir, solamente, que el impuesto óptimo no debe ser uniforme (37). Sin embargo, puede afirmarse más:

$$H^k = \frac{x_k}{x_k - c_k} = \frac{\text{gasto total en el bien } k}{\text{gasto de lujo en el bien } k}$$

En base a lo anterior, se comprueba que el impuesto óptimo será alto sobre aquellos bienes que son básicamente de primera necesidad y bajo sobre los bienes de lujo (38).

Aparte de los anteriores ejemplos, ¿qué puede afirmarse de la aditividad directa de la función de utilidad? Atkinson y Stiglitz se manifiestan en los siguientes términos: "La aditividad directa es un supuesto restrictivo. Sin embargo, es considerablemente menos restrictivo que los supuestos exigidos para que el análisis del equilibrio parcial tenga validez. Además, existen algunos fundamentos para creer que la aditividad directa es consistente con la evidencia empírica sobre la demanda, al menos para amplios grupos de bienes" (39). Sin embargo, y atendiendo a que la aditividad de la función de utilidad es indudablemente más interesante al nivel de amplios grupos de bienes que de bienes individuales, Atkinson y Sti-

(37) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 109.
(38) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 109.
(39) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., págs. 109 y 110.

glitz consideran que es mejor interpretar sus resultados en esta línea. Para ello suponen que la función de utilidad es ampliamente separable, de forma que:

$$U(x) = F[U^1(x^1) + U^2(x^2) + \dots]$$

representando x^i un subconjunto de bienes x_{i1}, x_{i2}, ... En este caso, los tipos de gravamen óptimos, tomando los grupos de bienes como un conjunto, vienen dados por la ecuación ya conocida:

$$\frac{t^*_k}{p_k + t^*_k} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \; \frac{H^k - H^o}{1 - H^o}$$

A este respecto, Atkinson y Stiglitz concretan que "parece probable, por razones administrativas u otras razones, que los bienes deberán agruparse para fines impositivos, aunque los grupos no coincidan necesariamente con los subgrupos x^i. Cuando esto no se haga así, puede configurarse la determinación de la estructura fiscal óptima como un proceso de dos fases: ¿Cuáles deben ser los impuestos relativos dentro del grupo? y ¿Cuáles deben ser los tipos medios de gravamen entre los grupos? Debe notarse que cuando hay solamente dos bienes en el subgrupo x^i, los tipos relativos de gravamen dependen simplemente de las relativas elasticidades-gasto: de las condiciones de primer orden:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 1 \\ H_{21} & H_{22} & 1 \\ q_1 x_{11} & q_2 x_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dlnx_{11} \\ dlnx_{21} \\ dln\,\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dE_1 \end{bmatrix}$$

donde E_1 es el gasto total en el grupo de bienes. Entonces:

$$D\left[\frac{dlnx_{11}}{dE_1} - \frac{dlnx_{21}}{dE_2}\right] = H_{12} - H_{22} + H_{11} - H_{21} = H^1 - H^2$$

(ya que $H^1 = H_{11} + H_{12}$, etc.)" (40).

Llegados a este punto, Atkinson y Stiglitz exponen los dos casos en los que, en su opinión, son particularmente aplicables los resultados de la aditividad y separabilidad de la función de utilidad: imposición del ahorro y asunción de riesgos.

En el primer caso —gravamen del ahorro— suponen que la utilidad para un sujeto representativo viene dada por la suma de la utilidad ins-

(40) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 110.

tantánea de consumir x_i en el período i y de la desutilidad del esfuerzo de trabajar en el período 0:

$$V(L_o) + \sum_{i=1}^{n} U(x_i)$$

En base a esta hipótesis, deducen que cuando la elasticidad de la utilidad marginal es constante, el impuesto óptimo es un impuesto uniforme sobre el consumo en todos los períodos. Por el contrario, cuando la elasticidad de la utilidad marginal se eleva cuando se incrementa el consumo y si el plan óptimo implica una elevación del nivel de consumo, el tipo de gravamen óptimo será más alto sobre el consumo de períodos posteriores (un impuesto uniforme sobre el consumo sería necesario que se suplementase por un impuesto sobre el interés). Por igual motivo, si la elasticidad de la utilidad marginal cae cuando el consumo se eleva, un impuesto uniforme sobre el consumo debería ser suplementado por un subsidio al interés (41).

En el segundo caso —asunción de riesgo— Atkinson y Stiglitz suponen que un sujeto gana L en el período 0 y ahorra esta cantidad para consumir en el próximo período. Asigna una cuantía z_1 para un activo seguro que rinde r con certidumbre y z_2 para un activo arriesgado, que produce un incierto esquema de rendimientos R. La renta del citado sujeto en el momento θ es la siguiente:

$$Y(\theta) = (1 + \tilde{R})z_2 + (1 + r)z_1$$

La utilidad esperada es:

$$V(L) + EU(Y)$$

Con este planteamiento de base, Atkinson y Stiglitz señalan que "aunque la función de utilidad es aditiva en Y, no es aditiva en z_1 y z_2. Es, sin embargo, separable entre z_1 y z_2, por un lado, y L por otro. Entonces nosotros obtenemos el interesante resultado de que la imposición óptima requiere que la industria arriesgada debe ser gravada a más alto o más bajo tipo de gravamen que la segura en la medida en que la elasticidad gasto de la demanda de la industria arriesgada sea menor o mayor que la unidad. Este resultado puede ser reinterpretado en términos de las propiedades de la función de utilidad: la industria arriesgada debe ser gravada a más alto o más bajo tipo de gravamen que la segura en la medida en que

(41) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 111.

aumente o disminuya la aversión relativa al riesgo. Solamente si la aversión relativa al riesgo es constante, deben gravarse ambas industrias al mismo tipo de gravamen" (42).

6. Otros aspectos del trabajo de Atkinson y Stiglitz

Para finalizar este comentario del trabajo de Atkinson y Stiglitz haremos referencia a los dos aspectos que nos parecen más relevantes y que no han sido objeto de análisis todavía. Por una parte, resaltar un principio general establecido por Atkinson y Stiglitz y referido a la existencia de un bien no gravado. Dicho principio es el siguiente: si existe un bien no gravado, debe gravarse más pesadamente el bien más complementario de éste, ya que ésta es una forma de gravar indirectamente al bien no gravado (43). Por otra parte, constatar que Atkinson y Stiglitz ofrecen un conjunto de cálculos numéricos en orden a ilustrar la aplicación de la aproximación teórica desarrollada a lo largo de su trabajo (44).

Este amplio recorrido por el trabajo que ha motivado este comentario, permitirá detectar al lector interesado en este tema la relevancia de la aportación de Atkinson y Stiglitz, que se complementa con una relación bibliográfica en la que se incluyen los trabajos de dieciocho autores, relación que, en nuestra opinión, es completísima, por cuanto su utilización permite obtener una visión muy detallada e incluso exhaustiva de la problemática de la imposición óptima. Concluyamos dejando constancia de los comentarios finales de Atkinson y Stiglitz: "La principal conclusión que hemos alcanzado es que si la aditividad directa es un supuesto razonable para amplios grupos de bienes, la estructura óptima de la imposición desde la perspectiva de la eficiencia es aquella que grave más pesadamente aquellos bienes que tengan una baja elasticidad renta de la demanda. Este resultado generaliza el punto de vista convencional basado en el análisis del equilibrio parcial, que puede obtenerse como un caso especial en el que la oferta de trabajo se hace completamente elástica. Además, en términos de la discusión sobre la introducción de un sistema uniforme de impuestos indirectos, se ha comprobado que no existe una presunción

(42) Vid. A. B Atkinson y J. E. Stiglitz: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 112.
(43) Vid. A. B. Atkinson y J. E. Stiglitz: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., págs. 112 a 114.
(44) Vid. A. B. Atkinson y J. E. Stiglitz: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., págs. 115 a 117.

general en favor de la imposición uniforme sobre fundamentos de eficiencia en la asignación de recursos. El análisis sugiere dos importantes problemas para una posterior investigación. En primer lugar, aunque se ha demostrado que la imposición uniforme no puede justificarse recurriendo a consideraciones de eficacia en la asignación de recursos, puede ser cierto que la pérdida de bienestar inherente a la utilización de uniformes mejor que impuestos óptimos puede ser pequeña. En segundo lugar, la conclusión de que los bienes con una baja elasticidad renta deben gravarse más pesadamente plantea muy agudamente el conflicto entre las consideraciones de equidad y eficiencia. El reconocimiento de que los objetivos de equidad deben tenerse en cuenta conduce a importantes modificaciones de las conclusiones" (45).

APENDICE I

(Parte del capítulo 3.° de la obra de A. R. Prest: *Public Finance in Theory and Practice*, págs. 52 a 54)

Impuestos sobre consumos específicos.

Analizaremos ahora los principios con arreglo a los cuales deberían elegirse los impuestos sobre consumos específicos. Para evitar complicaciones innecesarias, nos limitaremos a los bienes producidos para consumo interno.

Supongamos que la elasticidad de la oferta de cada uno de los bienes es la misma. En tal hipótesis, los impuestos deberían establecerse sobre aquellos artículos cuya demanda es más inelástica, pues precisamente bajo tales condiciones el consumo no disminuirá sensiblemente o no disminuirá en absoluto en el caso límite, cuando la demanda es totalmente rígida. Y si suponemos que inicialmente la distribución de los recursos disponibles entre los distintos bienes es óptima, el objetivo sería minimizar cualquier variación del consumo. En este planteamiento existe, sin embargo, un problema lógico oculto. Aunque como principio muy general esa proposición se cumple, existen evidentemente complicaciones cuando se pregunta cómo se debería distribuir exactamente una cantidad dada de ingresos impositivos entre distintos bienes. Supongamos, por ejemplo, que

(45) Vid. A. B. ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 117.

existan tres artículos cuyas elasticidades de demanda fueran, respectivamente, 0,2, 0,3 y 0,4. ¿Se debería recaudar la totalidad de los ingresos impositivos a través del gravamen del consumo del primer bien y nada de los otros dos? Si no fuera así, ¿cómo se debería repartir la recaudación entre los distintos bienes? *Se han realizado diversos intentos para resolver este problema, especialmente por F. P. Ramsey, pero han de hacerse unas hipótesis tan restrictivas a fin de inferir soluciones que éstas parecen tener poco significado práctico.*

Invirtamos el proceso y supongamos que la elasticidad de la demanda de cada artículo es la misma, pero que varían las elasticidades de la oferta. Entonces se deducen conclusiones exactamente paralelas. Cuanto más inelástica es la oferta, tanto menos tenderán a desplazarse los factores de aquella industria hacia otras; cuanto más elástica sea, tanto más se desplazarán los factores productivos. Por tanto, en general, el movimiento desde la posición óptima será tanto menor cuanto mayor sea la proporción de la suma total de impuestos recaudada de los artículos con oferta inelástica.

Este razonamiento se puede traducir fácilmente en términos marshallianos de pérdidas de excedente de los consumidores y productores.

La figura 1 representa las pérdidas relativas del excedente de los consumidores bajo diferentes condiciones de la demanda.

D_1 es la curva que refleja la demanda más inelástica; D_2, la demanda más elástica. S_1 es la curva de oferta antes del establecimiento del impuesto; S_2, la curva de oferta que incluye el impuesto pagado. En cada caso,

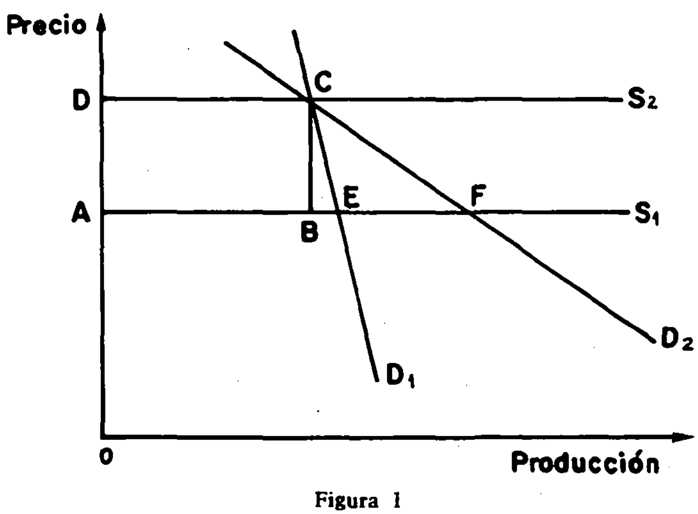

Figura 1

la cantidad de impuesto recaudado es *ABCD*. Pero mientras que en el caso de demanda más inelástica la pérdida de excedente es *ABCD* + *CBE*, en el otro es *ABCD* + *CBF*. De aquí se puede concluir, como proposición general (no teniendo en cuenta la complicación que introduciría suponer que la utilidad marginal del dinero puede no mantenerse constante para cualquier consumidor o que pudiera ser distinta entre los diversos consumidores), que los impuestos sobre los artículos con demanda más inelástica ocasionan menos pérdida de excedente que aquellos otros que recaen sobre los artículos con demanda elástica.

Las figuras 2 y 3 demuestran una proposición similar sobre la pérdida relativa de excedente de los consumidores bajo condiciones diferentes de

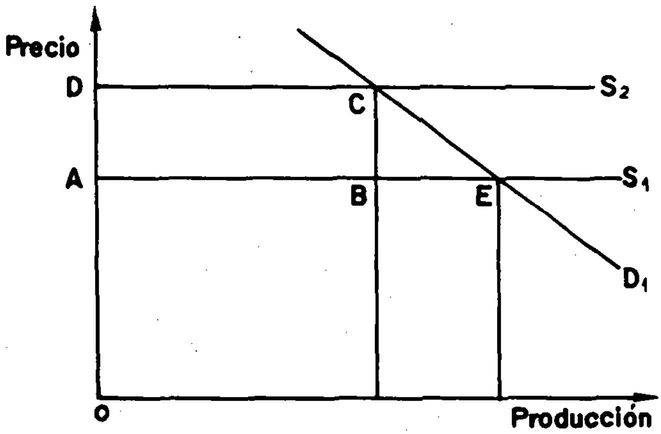

Figura 2

oferta. (Es más claro demostrar esta comparación en dos etapas en lugar de una, trazándose ambos gráficos en la misma escala.) En ambos casos, tenemos condiciones de demanda similares y se recauda la misma cantidad de impuestos. En la figura 2, *CBE* indica el exceso de pérdida de excedente sobre los ingresos por impuestos en condiciones de oferta perfectamente elástica. En la figura 3 la oferta es muy inelástica, pero *CB*, el segmento que nos indica la diferencia entre S_1 y S_2, el mismo que en la figura 2, la pérdida de excedente es negativa, siendo mucho menor el área *GECD* que la recaudación del impuesto *ABCD*.

Debe afirmarse, sin embargo, que este tipo de exposición encuentra toda clase de dificultades al tratar de medir el excedente. Si se está dispuesto a despreciar estas dificultades no hay obstáculo alguno a este tra-

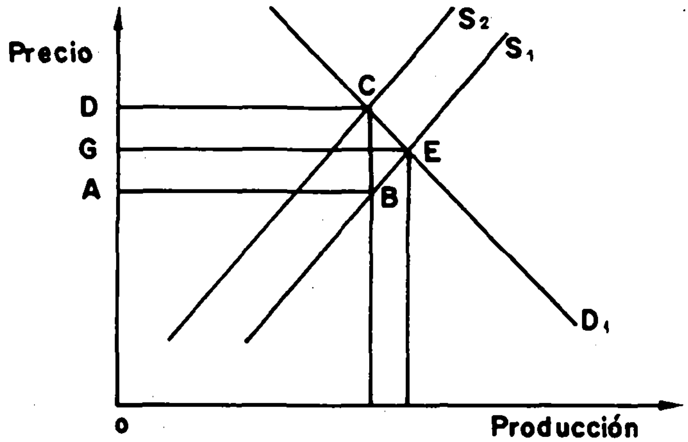

Figura 3

tamiento. Sin embargo, si se considera que tales dificultades son demasiado importantes, las conclusiones de la exposición anterior, que son esencialmente similares a las deducidas de las consideraciones del excedente, deben ser suficientes.

APENDICE II

(Demostración de Atkinson y Stiglitz de que la ecuación [7] puede obtenerse de los resultados de Samuelson, Diamond y Mirrlees, invirtiendo sus fórmulas) (46)

Según Atkinson y Stiglitz, la ecuación [7]

$$\frac{t^*_k}{P_k + t^*_k} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \; \frac{H^k - H^0}{1 - H^0}$$

puede escribirse:

$$t^*_k = \alpha\, q_k\, C_1\, H^k + C_2\, U_k$$

donde:

$$C_1 = \frac{\lambda - \alpha}{\alpha\lambda} \; \frac{1}{1 - H^0}$$

(46) Vid. A. B ATKINSON y J. E. STIGLITZ: *The Structure of Indirect Taxation...*, op. cit., pág. 118.

$$C_2 = \frac{-H^{\circ}}{1 - H^{\circ}} \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \frac{1}{\alpha}$$

por lo que:

$$t^{*}_{k} = -C_1 \Sigma_i U_{ik} x_i + C_2 U_k$$

y

$$-C_1 \Sigma_i U_i x_i = 0$$

Estas ecuaciones pueden escribirse:

$$(t^{*}, 0) = V(-C_1 x, C_2)'$$

donde (') representa la transposición y

$$V = \begin{bmatrix} U_{ij} & U_i \\ U_j & 0 \end{bmatrix}$$

Aquí

$$(-C_1 x, C_2) = V^{-1}(t^{*}, 0)$$

Pero:

$$V^{-1} = C_3 \begin{bmatrix} S_{ij} & \partial x_i/\partial I \\ \partial x_j/\partial I & 0 \end{bmatrix}$$

donde S_{ij} representa el término de Slutsky. Invirtiendo la ecuación [7], se obtiene:

$$\Sigma_i S_{ik} t_i = -C_1/C_3 x_k$$

resultado obtenido por Samuelson (1951): la demanda compensada de cada bien debe reducirse en la misma proporción (para pequeños impuestos).