

RALLYE MATEMÁTICO SEN FRONTEIRAS

Unha experiencia para aprender colaborativamente

Carmen Buitrón Pérez

Begoña Fernández Lareo

María José Fernández Martínez

Dolores Pilar García Agra

As relacións internas entre os rapaces e rapazas, os intercambios de ideas e coñecementos, o fortalecemento mutuo dos procedementos a usar, a motivación pola participación, a ilusión compartida, son elementos importantes para o tratamento da diversidade de niveis de formación e de capacidade nas aulas.

O RALLYE MATEMÁTICO

É unha proba onde participan cursos enteiros que teñen que resolver conxuntamente uns exercicios. Os profesores dos cursos que se inscriben comprométese a vivir, o día da proba, a un curso participante doutro centro. Tamén os directores dos centros participantes teñen que estar presentes ó principio e ó final da proba nos seus centros respectivos.

O curso gañador da proba recibe un premio importante que consiste nunha viaxe a Francia, onde van ter contacto cos alumnos gañadores da proba francesa. Tamén reciben pequenos obsequios os primeiros clasificados, entregándose ademais a tódolos cursos un diploma acreditativo de ter participado na proba.

O Rallye propónse con distintas finalidades, pero quizais a principal sexa brindar ós alumnos e alumnas aspectos da educación matemática que non se abordan coa ensinanza formal desta materia. afectivos, estéticos, lúdicos, históricos ou experimentais.

Outra finalidade é capta-lo interese do alumnado mediante a creación dun contexto organizativo diferente ós que se poden atopar nas aulas: as matemáticas fora da aula permiten popularizar esta disciplina.

APORTACIÓNS Á FORMACIÓN DOS ESTUDIANTES

Sobre a proba do ano 93 realizamos un estudio estruturado do seguinte xeito:

- 1) Formulación de obxectivos
- 2) Proba Rallye Matemático 93: exercicios propostos e solucións.
- 3) Análise dos resultados e das respostas do alumnado
- 4) Avaliación da proba mediante cuestionarios realizados entre o alumnado e o profesorado, referidos ás súas opinións antes e despois da proba, e acerca de como viviron a mesma.
- 5) Conclusións finais.

1. OBXECTIVOS

- Organiza-lo traballo colaborativo entre as alumnas e alumnos, de xeito que se vexan enriquecidos nas súas aprendizaxes, polas aportacións mutuas.
- Estimula-la creatividade, o pensamento lateral, a fluidez de ideas, o espírito crítico e a obxectividade cando as alumnas e alumnos son confrontados con problemas non rutineiros, tendo os coñecementos necesarios para atopala solución, pero non un algoritmo que a proporcione directamente. O obxectivo destes exercicios non é aplicar de forma rutineira coñecementos e mecanismos

xa coñecidos e fáciles de identificar senón que, á forza de busca e de intuición, hai que elaborar unha solución profundizando no conxunto de coñecementos e experiencias anteriores.

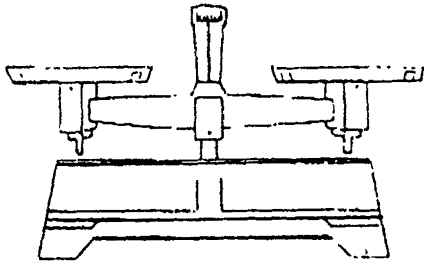
Non se pretende transmitir “trucos” nin “recetas” ós alumnos e alumnas, senón máis ben desenvolver actitudes de investigación que conducen ó descubrimento nas matemáticas.

- Buscar alternativas e novos puntos de vista a unha situación.
- Revisa-las restriccións do problema que poden estar formuladas no enunciado, ou ben supostas por nós mesmos, sen que nos decatásemos.
- Defínirla idea dominante, ou sexa, a idea que preside o proceso de resolución. Esta pode adquirir diversas modalidades: unha forma determinada de enfocala situación, a clasificación do problema dentro dun estereotipo, aplicación dun modo de razoamento específico, a formalización do problema nunha parte concreta da matemática, etc.
- Descompoñe-la situación artificialmente para que se produza unha nova reestructuración, que se nos faga máis asequible
- Solicitar xuízos e opinións sobre as ideas que nos veñen á cabeza, antes de que seleccionemos con cal ataca-lo problema.

2. RALLYE 93: EXEMPLOS

A continuación recolleemos dous exercicios e a súa análise.

Exercicio 3. "Non Marcho Sen Ela"



Temos 27 bólas idénticas exteriormente: delas, 26 están recheas e unha furada. Temos soamente unha balanza con dous pratos.

¿Como faremos para atopar a bóla furada co mínimo de manipulacións?

Solución

É doado ver que se o número de bólas é múltiplo de 3, unha soa pesada permite localizala bóla furada nun dos tres montóns A, B, e C, necesitado en cada caso $1/3$ das bólas iniciais.

Comparando, por exemplo, A e B:
 Se $A > B$, a bóla furada está en B.
 Se $A < B$, a bóla furada está en A.
 Se $A = B$, a bóla furada está en C.

No caso que nos ocupa, son suficientes 3 manipulacións para determinar a bóla furada.

Exercicio 8 "¡Como Mola, Rapaz!"

Sobre unha mesa pon 4 moedas do lado da cruz. Ponte de costas á mesa e pide a alguén que vire unha moeda, logo outra, etc. Pode facelo tantas veces desexes, virar varias veces a mesma moeda, coa condición de dicir cada vez: "¡Viro!" Cando estea canso, ten que poñela man sobre unha das moedas e decirhe: "Agacho".

Alí, ti dá-la volta e, despois de botar unha ollada ás moedas que quedan á vista, podes dicir se a moeda agachada é cara ou cruz. E eso sen equivocarse xamais. ¿Como é que fas?

Solución

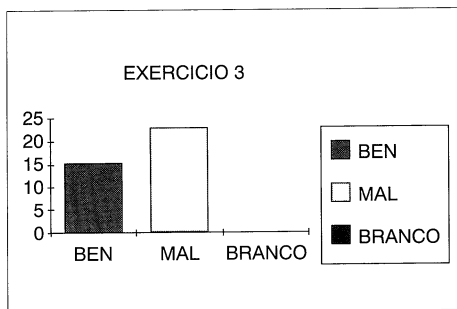
En cada operación non se pode modificar máis que unha unidade o número de cruces. A paridade deste número cambia pois con cada operación. Abonda conta-lo número de operacións efectuadas, ou mellor interesarse pola paridade do dito número.

Con 4 cruces na situación inicial, haberá un número par de cruces se foi efectuado un número par de operacións, se non ...

Coñecendo tódolos resultados salvo un é fácil concluir

3. RESPOTAS DO ALUMNADO

Anlizando as respostas deste exercicio obtivemos:



Dos 15 grupos que tiñan as respostas ben, ou practicamente ben, algún acompañaba un esquema onde se visualizaba o razoamento seguido:

Exercicio 3. "Non Marcho Sen Ela"

Número mínimo de pesadas :3

Explicacións.

Divídense en 3 grupos as bólas

A B C

↳
Pesar

Se fose falsa divídese en tres grupos de 3 bólas.

A B C

↳
Pesar

Se fose falsa divídese en 3 bólas.

A B C

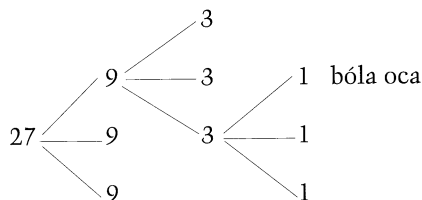
↳
Pesar

Se a pesada saíu equilibrada esta é a falsa. Se se disequilibra, a que menos pese é a falsa.

Exercicio 3. "Non Marcho Sen Ela"

Número mínimo de pesadas :3

Divídense as 27 bólas en 3 grupos de 9 bólas cada un. Pésanse dous deles: se un se desnivela e pesa menos, nese grupo atópase a menos pesada (a oca). Se se igualan significa que está dentro das outras nove. Esas nove bólas divídense en tres grupos de tres mediante o procedemento anterior, quedando só 3 bólas, nas cales, polo mesmo procedemento, atópase a bóla oca.



• Dos 23 que estaban mal, había doce grupos que, quizais pola mala interpretación do enunciado, contestaron a este problema de maneira distinta ó que se pretendía, aínda que as conclusións son boas e merecen ser tidas en conta:

• "Mínimo: 1, Máximo: 4"

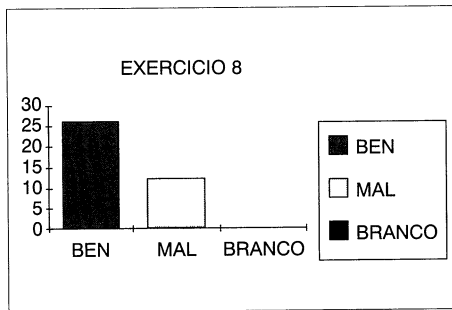
- “Se temos sorte atoparémola búa furada na primeira pesada, e como máis tarde na cuarta”.

- Algún grupo que o tiña mal, sen embargo, empeza ben o razoamento, aínda que logo non sabe seguir.

Observacións:

As respostas a este problema fanos recapacitar sobre a ambigüidade dos enunciados, e, polo tanto, as diferentes respostas que se poden dar segundo as interpretacións que se dean.

EXERCICIO 8



Neste exercicio pedíase o razoamento: E, visto que algunhas solucións son distintas parece conveniente comentalas, pois ás veces pódenos sorprende-lo xeito de pensar dos rapaces.

Os máis fan un razoamento conciso do tipo seguinte:

“Hai que conta-lo número de voltas que se producen, se o número é par, na mesa hai 0, 2 ou 4 caras, co que se

sabe cal é a moeda cuberta, se o número é impar hai 1 ou 3 moedas iguais, polo que tamén se deduce cal é a cuberta.”

Algún grupo tamén acompaña un razoamento esquemático. Outros aínda que fan un bo razoamento non chegan ata a conclusión final. Un exemplo sería a seguinte resposta:

“O número de cruces inicial é par, e, cada vez que se lle dá a volta a unha moeda, o número transfórmase en impar. Se contamos-lo número de veces que se lle dá a volta ás moedas, o número de cruces será par se o número de veces que lles dámo-la volta ás moedas é par, e impar no caso contrario.”

Algún grupo analiza tódolos casos e as situacións de cada un deles. Outros comezan con casos particulares para pasar, en ó final, a tirar conclusións xerais; ou poñen a solución con algún caso como exemplo.

Contamos agora algúns razoamentos distintos, sendo o último empregado por catro ou cinco grupos distintos.

• “Cóntase o número de veces que se viran, súmanse, das tres sen tapar, as que estean en cruz, se dá un número impar é cruz, senón é cara.”

• “Dende un principio as moedas están coa cruz cara arriba, polo que damos 0 ou 2, por exemplo, un valor par á cruz, logo á cara dámoslle un valor impar (1); ¿por que lle damos un valor impar? porque se necesita un movemen-

to para darlle volta á moeda. Logo, alguén vira as moedas e dinos cantos movementos fixo. Despois tapa unha das moedas. Observámo-las moedas que quedan e os valores que teñen. Por cada cara das moedas destapadas réstaslle un número par (0 ou 2), considerando o 0, neste caso, como un número par. Logo, observámo-lo resultado da dita operación, se é par, a moeda tapada está polo lado da cruz, se é impar, polo lado da cara.”

Non é necesario dar valores ás moedas, tendo en conta que:

$$\{ \text{par} + \text{par} = \text{par}$$

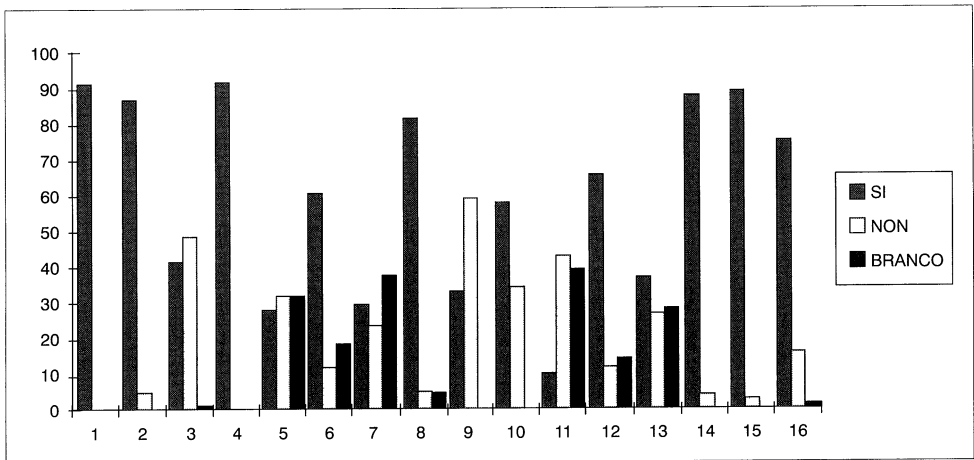
$$\{ \text{par} - \text{impar} = \text{impar}$$

e que dúas moedas impares valen unha par, etc.

- “Cóntanse as veces que se di viro. Despois, cando di agacho, ó da-la volta cónta-las moedas que están en cara, e, ó número de xiros réstaslle o número de moedas que están de cara; o resultado dá par a agachada está en cruz, se dá impar, está en cruz.”

4. CUESTIONARIOS

A) ALUMNADO



PREGUNTAS	SI	NON	BRANCO
1. ¿Repetiríades outra vez o rallye?	92	0	
2. ¿Traballástes todos?	87	5	
3. ¿Houbo desacordo á hora de resolve-los problemas?	42	49	1
4. ¿Preferistes traballar en grupo?	92	0	
5. ¿Gústanvo-los problemas xeométricos?	28	32	32
6. ¿Gústanvo-los problemas lóxicos?	61	12	19
7. ¿Gústanvo-los problemas numéricos?	30	24	38
8. ¿Pensas que che aportou algo o que outros pensaron?	82	5	5
9. ¿Desanimástesvos despois de levar un pouco dándolle voltas a un problema?	33	59	
10. ¿Sería distinto se traballases tí só?	58	34	
11. Se non saía un problema, ¿deixabáde-lo?	10	43	39
12. Se non vos saía un problema, ¿continuaban algúns?	66	12	14
13. Se non vos saía un problema, ¿seguades ata que vos saíse?	37	27	28
14. ¿Despois da proba seguistes a falar sobre os problemas?	88	4	
15. ¿Axudáronche moito os comentarios dos demais compañeiros?	89	3	
16. ¿Cres que esta experiencia axúdache a entender mellor as matemáticas?	75	16	1

B) PROFESORADO

Previamente á proba. Estas preguntas refírense ó grupo de alumnos vosos que participaron no Rallye.

1. ¿Que vos animou a participar no Rallye?

2. ¿Como foi seleccionado o grupo participante?

3. ¿Houbo algún tipo de organización dentro do grupo seleccionado cara á realización da proba?

4. ¿Realizouse algunha actividade de preparación previa á realización da proba?

5. ¿Cal foi a reacción do alumnado ante a proposta de participar nun concurso deste tipo? ¿Por cales factores se sentiron máis motivados?

6. No centro ¿atopastes con algún impedimento ou, pola contra, contastes con colaboracións doutros compañeiros?

7. ¿Sentíanse os rapaces estimulados polo feito de traballar en grupo?

Durante a proba. Preguntas referidas ó grupo que vos tocou supervisar.

1. ¿Como foi a situación do alumnado ó comezo da proba (individual, un só grupo, varios grupos, etc.)? ¿Mantívose esta situación no tempo que durou ou apreciaches algún cambio de estratexias ou actitudes?

2. ¿Que material levaron e cal utilizaron?

3. ¿Fíxéronche algunha pregunta?

4. ¿Sentíanse os rapaces estimulados polo feito de traballar en grupo?

Despois da proba. Sobre os vosos alumnos.

1. ¿Realizastes cos alumnos unha análise do desenvolvemento da proba e dos resultados obtidos?

2. ¿Respondeu o grupo ás expectativas postas nel? ¿E individualmente?

3. ¿Modificouse nalgún sentido a idea que tiñades previamente sobre este tipo de traballo?

4. ¿Obtivestes algunha conclusión no que se refire ó traballo colaborativo e á resolución conxunta de problemas?

Móstrase tamén aquí un exemplo da resposta a unha das preguntas do cuestionario enviado ou feito ós profesores:

1. ¿Que vos animou a participar no Rallye?

Son varios os motivos polos que distintos grupos se animaron a participar no Rallye:

- A curiosidade e a novidade de participar en algo diferente.

- Unha maior motivación do alumnado pola matemática e facer unha cousa ditinta das clases habituais.

- O desexo de fometalo traballo en equipo.

- A toma de contacto con outros compañeiros, (por parte do alumnado e do profesorado), e probalo traballo en "grupo" na "resolución de problemas" (sen estarnos afeitos a facelo).

- Ser interesante este tipo de actividades por consideralas positivas para os alumnos, ademais de ser outra forma de ver como poden aplica-los conceptos e a lóxica aprendidos na aula.

- O desexo de xogar coas matemáticas.

5. CONCLUSIONES

A matemática é unha disciplina que debe estar aberta á vida e chamar ás facultades da imaxinación, creatividade, organización e adaptación. Debe ser calquera cousa menos esotérica.

Bellecabe, membro do Instituto de Investigación no Ensino das Matemáticas de Bordeos (Aquitania)

Problemas difíciles de solucionar por un individuo, aínda por un profesor, resólvense organizando ben o traballo en equipo, no que cada un dos compoñentes adopta o papel que mellor serve ó conxunto e pon a disposición as súas capacidades.

Neste sentido hai un papel das matemáticas que se esquece cando se fai fincapé na aprendizaxe individual:

- O aspecto comunicativo, de linguaxe de interpretación e información, de transmisión de ideas. E, como toda linguaxe, é difícil de aprender, sen comunicar, transmitir e utilizar; só sería posible participando nun labor de conxunto.

- Contribúese a esperta-lo espírito científico no alumnado, a animalos ás ciencias, e sobre todo ó traballo en equipo e demostrar que as matemáticas *son e serven* para todos cando son motivadores, creativos e imaxinativos e non traballamos nelas sós, senón formando parte dun grupo que nos estimule e co que establezamos unha comunicación.

- Por outra parte, a aprendizaxe das matemáticas require unha actitude emocional positiva entre o alumnado e a disciplina, ás veces, difícil de conseguir. Por isto, a consecución dunha atmosfera de amizade debe se-la primeira prioridade, o que se consegue cunha maior toma de contacto entre rapazas e rapaces mediante o grupo.

Moitas persoas ignoran que esta disciplina poida favorecer, ademais do desenvolvemento intelectual, valores estéticos e recreativos. Na ensinanza desta ciencia, estes ingredientes poden aumentar significativamente o grao de motivación dos alumnos.

O lado estético, lúdico e recreativo da materia pode contribuir á *educación do ocio*. Estes aspectos son un fin

en si mesmos polo pracer intelectual que proporcionan á persoa, polo reto ó que a afrontan e polo seu carácter altamente motivador.

Analizando os resultados do cuestionario podemos ver que o desenvolvemento da actividade resúltalles altamente satisfactorio, pois enfrontarse a unha tarefa que conleva dificultade é mais eficaz e gratificante se se fai en grupo e cooperando, por varias razóns:

- o grupo recorda e posúe máis información có individuo,
- ofrece un maior número de enfoques,
- se o grupo resolve ben o exercicio, séntense todos triunfadores, mentres que se fracasan a responsabilidade dilúese.

Ó mesmo tempo, participar neste tipo de actividades facilita a comunicación posterior entre os alumnos e alumnas, xa que se mantén o interese por ser algo que crearon en común, mellorando o clima social da aula e tendo, probablemente, efectos moi positivos para as relacións interpersoais.

O traballo en grupo contribúe a:

- Axudar persoalmente ós máis débiles para que comprendan máis rápido e aprendan con máis facilidade.
- Fomenta-la aprendizaxe mediante a organización en pequenos

grupos que tratan de alcanzar determinados obxectivos en común. Estes pequenos grupos deberán constituírse de maneira que se mesturen bos e menos bos

- Todo o grupo ten que conseguir os obxectivos da ensinanza, e isto da mellor forma posible.

Para que os grupos traballen eficazmente deberán cumprilo seguinte.

- Ser suficientemente pequeno para que todos teñan ánimo e oportunidade de falar.
- Ser suficientemente amplo para que estean representados coñecementos e opinións diferentes.
- A dirección da discusión debería ser asumida alternativamente

O alumno:

- Espera que o grupo lle axude para que poida satisfacer determinadas necesidades.
- Por isto adáptase ás normas establecidas no grupo.
- Espera unha recompensa pola súa adaptación, baixo a forma de agradecemento (unidades afectivas) e recoñecemento das súas realizacións.

Por outro lado, a disciplina de matemáticas (socialmente considerada "dura") téndese a asociar, por parte de

moitas rapazas e rapaces, con situacións pouco alentadoras (malas notas, competitividade...) Estas experiencias contribúen a acabar con este tipo de condicionamentos.

Dentro do sistema educativo, as situacións nas que se fomenta a cooperación do alumnado son máis ben escasas. Sen embargo existe moita bibliografía que insiste en subliñar-las vantaxes deste tipo de traballo.

¿Non será significativo:

- o que din os profesores e profesoras no cuestionario (e dicimos todos a miúdo)

“... incluso mellor do que esperaba...”

- o que din os alumnos

“Na clase cústanos máis traballar que se o facemos en grupo”?

- ¿Podería ser que ó principio do curso encadremos dalgún xeito ó alumnado e este ó asumilo, xa non se esforce? ¿Séntense liberados do noso control e dirección cando traballan con outros compañeiros?

- Cando se expón unha idea nun grupo, non hai profesor ou profesora que xulgue, senón compañeiros que aportan ideas ou críticas, pero que tamén poden equivocarse.

Neste contexto, as matemáticas ata son divertidas. Proponse unha actividade máis diversificada cá que coñecen habitualmente, facilitando a sensación de creación, de superación de problemas que só senten de cotío os alumnos e alumnas avantaxados.

En xeral, o ambiente de traballo no Rallye resultoulles moi agradable ós alumnos. E aquí cómpre salientalo aspecto afectivo que para eles tivo a experiencia; moitos din que lles proporcionou un medio de relacionarse máis cos seus compañeiros, mesmo obrigando a vencer-la súa tímidez aqueles que se recoñecen como tales.

Tamén se constatou que alumnos e alumnas tímidos non acadan os mesmos resultados en grupo que individualmente, motivado isto por unha cuestión de maneira de ser e inseguridade neles mesmos, o que lles impedía da-la súa opinión a todo o grupo, cousa que tería fácil solución traballando máis asiduamente deste xeito.

Nunha actividade deste tipo non só se necesita o apoio dos profesores da materia senón tamén dos compañeiros doutras disciplinas, das direccións dos centros, e entidades (públicas e privadas) que axudan coa divulgación e os premios, pois constatouse que o premio xogaba un papel fundamental na motivación do alumnado.