

Mentefactos
y niveles de
razonamiento
geométrico,
según Van
Hiele, en
alumnas de
licenciatura
de Pedagogía
Infantil

Carlos Rojas Álvarez

zona
próxima

zona próxima

Revista del Instituto
de Estudios Superiores
en Educación
Universidad del Norte

nº 6, diciembre, 2005
ISSN 1657-2416



Mondrian, P. *Flores en el jarrón*. Amarilis roja sobre fondo azul, p. 23

CARLOS ROJAS ÁLVAREZ
UNIVERSIDAD DEL NORTE, BARRANQUILLA (COLOMBIA).
(crojas@uninorte.edu.co)

El presente estudio tiene como objetivo la descripción del razonamiento geométrico, según Van Hiele. Para el aprendizaje de algunos de los conceptos geométricos se utilizó la metodología de los mentefactos, una línea de la psicología cognitiva. El estudio fue de carácter descriptivo, con diseño preexperimental, realizado a 15 alumnas del primer semestre de la licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad del Norte del 2005, de las cuales se seleccionó una muestra de ocho estudiantes. Se aplicó una prueba antes de comenzar la unidad de geometría y otra al terminar la unidad para describir el razonamiento geométrico según Van Hiele. Se realizó un análisis estadístico-descriptivo de los niveles y se concluyó que al comenzar la unidad de geometría la moda era el nivel cero y el nivel dos, y al finalizar la unidad la moda era el nivel dos.

PALABRAS CLAVE: Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele, mentefacto.

RESUMEN

ABSTRACT

This article shows the description of geometrical reasoning according to Van Hiele, in students of first semester of Licenciatura en Pedagogía Infantil (Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia). To learn some of the geometrical concepts, the methodology of mentefactos, a line of cognitive Psychology, was used. The study was descriptive with a pre-experimental design, carried out in 15 students of first semester of the program, during first semester of 2005. 8 students were selected as a sample. A test was applied before starting Geometry Unit, and other one at the end of the Unit. The objective of tests was to describe geometrical reasoning according to Van Hiele. An analysis statistical-descriptive was carried out. Results points at the beginning of the Geometry Unit, Mode was level zero and level two; at the end of the Unit, Mode was level two.

KEY WORDS: Levels of geometrical reasoning according to Van Hiele, mentefacto.

1 Justificación

Para nadie es un secreto el bajo nivel educativo que tiene la Costa Atlántica, evidenciado en los resultados de las pruebas de estado Icfes, en donde esta región está por debajo de la media nacional.

Siendo los docentes los principales actores en la relación maestro-alumno-conocimiento quisimos diagnosticar qué tan preparadas están las futuras maestras de preescolar y primaria en el área de geometría para ejercer dicho cargo en la sociedad. Es innegable que no se puede enseñar lo que no se sabe. Y un maestro que no domine los conceptos básicos de la geometría no los puede enseñar eficazmente, desmejorando notablemente la calidad de la educación en los primeros niveles, considerados clave en el desarrollo del pensamiento del niño, por ser la base del largo proceso educativo de 15 años de estudio.

Por otro lado, la geometría se ha abandonado en la mayoría de los colegios, tal como lo señala el MEN:

El estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la "matemática moderna". Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática,

no sólo en lo que se refiere a la geometría. (MEN, 1998, 37)

La importancia de la geometría en el desarrollo cognitivo de las personas es de tal importancia que en los denominados conocimientos básicos de las matemáticas, según los lineamientos curriculares, incluye el pensamiento espacial y sistemas geométricos. El MEN resalta su importancia al afirmar:

Howard Gardner en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. (37)

Por lo anterior, es relevante determinar el nivel de razonamiento geométrico de las futuras maestras de pedagogía infantil y tomar decisiones de acuerdo con el resultado obtenido.

2 Marco teórico

2.1 El modelo de Van Hiele

El modelo Van Hiele de pensamiento geométrico surgió de los trabajos

doctorales de los esposos Van Hiele (Dina y Pierre), completados simultáneamente en la Universidad de Utrecht. Este modelo consta de dos partes: la primera intenta explicar cómo progresan los alumnos en su habilidad de razonamiento geométrico, denominado niveles de razonamiento; y la segunda, da a los profesores directrices sobre cómo pueden ellos desarrollar las clases para ayudar a sus alumnos a captar mejor los conocimientos, denominada fases de aprendizaje. Debido al objetivo planteado en este estudio, solamente interesan los niveles de razonamiento, que son cinco, pero sólo describiremos los cuatro primeros, a saber:

Nivel 1: Visualización o reconocimiento

La consideración de los conceptos es global. No se tienen en cuenta elementos ni propiedades matemáticas (Gutiérrez A. y Jaime A., 1995, 27), pero las visuales sí.

Los estudiantes están conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. Los conceptos geométricos se ven como entidades totales, como algo provisto de componentes o atributos (Crowley M., 1). Esto quiere decir que las figuras geométricas son reconocidas por su forma como un todo, esto es, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades. En este nivel, una persona no reconoce explícitamente ni detecta relaciones entre tales formas o

entre sus partes. Por ejemplo, puede identificar y reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo; pero no es capaz de ver que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo particular; tampoco reconoce que el rectángulo tiene ángulos rectos y que tiene lados paralelos. Para él son formas distintas y aisladas. En otras palabras, no establece categorías.

Nivel 2: Análisis

La característica fundamental es que los conceptos se entienden y manejan a través de sus elementos (Gutiérrez A. y Jaime A., 28).

En este nivel comienza un análisis de los conceptos geométricos (Crowley M., 2). Por ejemplo, a través de la observación y la experimentación, las personas empiezan a discernir las características de las figuras: un cuadrado se piensa como algo con una frontera formada por cuatro líneas, con ángulos rectos y paralelismo entre lados. Después de usar varios ejemplos, pueden hacer generalizaciones. Las relaciones entre propiedades, sin embargo, aún no pueden ser explicadas por las personas en este nivel, en donde todavía no ven las interrelaciones entre las figuras y no son capaces de construir definiciones formales, pero sí de entender las definiciones matemáticas que presentan un bajo nivel de complejidad lógica.

Nivel 3: Deducción informal o clasificación

La característica básica de este nivel consiste en el establecimiento de relaciones entre propiedades (Gutiérrez A. y Jaime A., 27).

En este nivel las personas pueden establecer las interrelaciones en las figuras (si en un cuadrilátero los ángulos opuestos son iguales, entonces es un paralelogramo) y entre figuras (un cuadrado es un rectángulo porque tiene todas sus propiedades), es decir, categorizan, por lo que las definiciones adquieren significado.

También son capaces de deducir propiedades de una figura y reconocer clases de figuras (Crowley M., 2). Sin embargo, no comprenden el significado de la deducción como un todo ni el papel de los axiomas. Algunos resultados obtenidos de manera empírica se usan a menudo conjuntamente con técnicas de deducción. Siguen pruebas formales; pero no perciben cómo articular una demostración a partir de premisas diferentes.

Nivel 4: Deducción formal

Está caracterizado por la comprensión y el empleo del razonamiento formal, aspiración de todo profesor para sus estudiantes de enseñanza secundaria (Gutiérrez A. y Jaime A., 28).

Los alumnos de este nivel entienden el significado de la deducción como una manera de

establecer una teoría geométrica con un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas (Crowley M., 3). Pueden construir demostraciones, entender la interacción de condiciones necesarias y suficientes y distinguir entre una afirmación y su recíproca.

Las investigaciones de Van Hiele y de los psicólogos soviéticos muestran que el paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad. Muchos adultos se encuentran en el nivel 1 porque no han tenido oportunidad de enfrentarse con experiencias que los ayuden a pasar al nivel 2 (MEN, 59).

Entre las principales características de estos niveles están:

■ Jerarquización y secuencialidad.

Cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior, lo que indica que una persona que está en el primer nivel no puede pasar al tercero, sin antes haber pasado por el segundo.

A propósito de esta propiedad del modelo, es conveniente poner en evidencia un peligro que se deriva del aprendizaje memorístico: un estudiante puede aparentar un nivel de razonamiento determinado, superior al que realmente posee, porque ha aprendido a realizar rutinariamente procedimientos propios del nivel superior, aunque realmente no los comprende (Jaime A. y Gutiérrez A., 1990, 303).

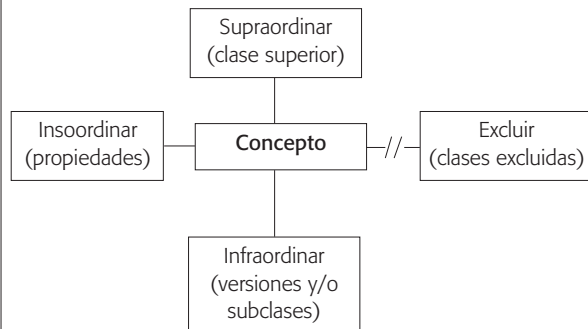
■ **Estrecha relación entre el lenguaje y los niveles.** Un término o concepto no tendrá el mismo significado para personas de distinto nivel, además de que la forma de expresarse en la solución de problemas no es igual. Por ejemplo, es así como un alumno en el nivel 3 comprende los argumentos del profesor respecto de la inclusión: {cuadrado \subset rectángulo}, pero un alumno en el nivel 2 aún no los comprende, porque para estos últimos: {cuadrado $\not\subset$ rectángulo}.

2.2 Los mentefactos

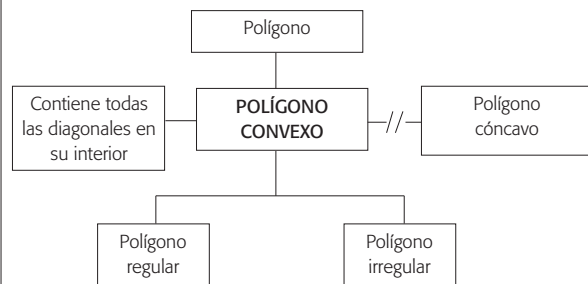
Según De Zubiría M., los mentefactos son formas gráficas, muy esquematizadas, elaboradas a fin de representar la estructura interna de los conceptos (1998, 227). Estos mentefactos tienen su base en lo que la psicología cognitiva denomina: categorías básicas, supraordinadas y subordinadas.

Las categorías tienen diferentes grados de abstracción e inclusividad, y se relacionan entre sí constituyendo sistemas jerárquicos que se denominan taxonomías (De Vega M., 1984, 327).

Los mentefactos son herramientas para organizar el conocimiento, cuya construcción exige el uso de las siguientes operaciones conceptuales: supraordinar, infraordinar, isoordinar y excluir, que son organizadas en el siguiente esquema, propio del mentefacto:



Como ejemplo de un mentefacto, ilustramos el del polígono convexo:



3 Objetivos

3.1 Objetivo general

Describir el nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele, en las alumnas de licenciatura en Pedagogía Infantil.

3.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele.
- Promover los mentefactos como estrategia para el aprendizaje de conceptos geométricos.
- Averiguar el nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele,

después de la metodología de los mentefactos.

4 Método

4.1 Tipo de investigación

El tipo de investigación seleccionado es el cuantitativo.

4.2 Diseño

Se utilizó un diseño preexperimental de preprueba – postprueba con un solo grupo (ver cuadro 1) para realizar un análisis de las respuestas obtenidas en dichas pruebas, que determinan el nivel de razonamiento geométrico de las alumnas.

Cuadro 1. Diseño preprueba – postprueba con un solo grupo

G	O ₁	X	O ₂
---	----------------	---	----------------

Este diseño consiste en que a un grupo (G) se le aplica una prueba previa (O₁) al estímulo o tratamiento experimental; después se le administra el tratamiento (X) y, finalmente, se le aplica una prueba posterior (O₂) al tratamiento.

4.3 Sujetos

A los participantes en esta investigación fueron 15 alumnas de primer semestre de licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad del Norte, con edades entre 16 y 19 años. De estas 15, se tomó una mues-

tra de ocho, por muestreo no probabilístico intencional, teniendo en cuenta las variables de no estar repitiendo la asignatura y la presentación de los tests correspondientes.

4.4 Instrumentos

Para desarrollar la metodología se emplearon los siguientes recursos:

- Un cuestionario de tres preguntas: (ver anexo N° 1) para diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico antes de comenzar la unidad de geometría. En los resultados se detallan los ítems. Este cuestionario fue el pretest.
- Un cuestionario, equivalente al pretest, para determinar el nivel de razonamiento geométrico después de haber terminado la unidad de geometría, que hace el papel de (ver anexo N° 2) posttest.

4.5 Procedimiento

Antes de comenzar la unidad de geometría, se les colocó a las alumnas la tarea de buscar las definiciones de triángulos y sus clasificaciones; cuadriláteros y sus clasificaciones; la de polígono regular y, por último, la nomenclatura para polígonos. Esto con el objetivo de que recordaran algunas definiciones que posiblemente se les habían olvidado. Luego le aplicamos el pretest.

Posteriormente, procedimos a explicar algunas de las definiciones con el mentefacto y como ejercicio se les plantearon que construyeran los mentefactos para algunas de ellas. La evaluación consistió en que lo explicaran en el tablero.

Después se les asignaron ejercicios de completar, en donde, además de colocar las palabras precisas, tenían que argumentar con diagramas o con una breve explicación, el porqué de la respuesta proporcionada. La metodología se aplicó durante nueve horas de clases, de 50 minutos cada una.

Después de realizar el parcial respectivo a la unidad de geometría, le aplicamos el postest.

5 Resultados

La evolución del razonamiento geométrico fue analizada teniendo en cuenta el diseño preexperimental de preprueba – postprueba con un solo grupo para realizar un análisis estadístico-descriptivo de los puntajes obtenidos en dichas pruebas.

El pretest hizo el papel de prueba diagnóstica para evaluar el nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele. Posteriormente, después de realizar el parcial de la unidad de geometría, se les aplicó un posttest, equivalente al pretest, para evaluar la evolución en dicho razonamiento geométrico.

Tanto el pretest como el postest, consistieron en cinco preguntas cada uno, discriminados así:

Cuadro 2: Estructura del pretest y del postest

Ítem	Nivel de razonamiento
1	1 y 2: Reconocimiento y análisis
2 y 3	2: Clasificación

El ítem 1 determina si la alumna diferencia un triángulo de un pentágono. Además de responder con un “sí” o un “no”, debe justificar su respuesta. Este ítem evalúa el nivel 1 (visualización o reconocimiento) y el nivel 2 (clasificación).

Los ítems 2 y 3 determinan si la alumna logra hacer una generalización a partir de varios ejemplos. Estos ítems evalúan el nivel 2.

El criterio de evaluación para asignar el nivel, tanto del pretest como del postest, fue el siguiente:

- Nivel cero: no responde bien la primera parte del ítem 1.
- Nivel 1: responde bien la primera parte del ítem 1.
- Nivel 2: responde correctamente el ítem 1 y el 2 o el 3.

El cuadro 3 muestra los resultados obtenidos en los test correspondientes:

Cuadro 3: Resultados del pretest y del postest

Sujeto	Nivel en el pretest	Nivel en el postest	Avance
1	2	2	0
2	1	2	1
3	0	-	-
4*	0	0	0
5	2	2	0
6	0	1	1
7**	1	1	0
8*	1	-	-
9	0	-	-
10	0	2	2
11	2	2	0
12	0	2	2
13	-	1	-
14	1	-	-
15	1	2	1

* Está repitiendo la asignatura.

** Está repitiendo la asignatura por segunda vez.

Del cuadro 3 se establecen las siguientes afirmaciones para el pretest con base en un análisis estadístico-descriptivo:

- Seis de catorce alumnas (el 42,85 %) se encuentran en el nivel 0, estos es, no diferenciaron un pentágono de un triángulo o no respondieron el ítem 1. De esas seis, cuatro presentaron el postest, de las cuales una siguió en el nivel cero.
- Cinco de catorce alumnas (el 35,71 %) se encuentran en el nivel 1.
- Tres de catorce alumnas (el 21,42 %) se hallan en el nivel 2.
- Una de quince no presentó el pretest.

Lo anterior indica que la mayoría de las alumnas, seis, (la moda) antes

de comenzar la unidad de geometría, estaban en el nivel 0, más bajo que el nivel visual, a pesar de que se les había asignado una tarea sobre algunos conceptos geométricos. Cuando un alumno está en este nivel, "puede distinguir, por ejemplo, entre una figura de contorno y otra de contorno poligonal, pero no entre un cuadrado y un triángulo". (<http://www.uco.es/~ma1marea/profesor/pri-maria/geometri/cognitiv/indice.htm>, 1).

Del cuadro 3 establecemos las siguientes afirmaciones para el postest con base en un análisis estadístico-descriptivo:

- Cuatro de quince alumnas (26,6 %) retiraron la asignatura. De esas cuatro, tres estaban en el nivel 0; la restante, que era repitente, en el nivel 1.
- De las once que presentaron el postest, una (9,09 %) se encuentra en el nivel 0.
- Tres de las once alumnas (27,27 %) se encuentran en el nivel 1.
- Siete de las once alumnas (63,63 %) se encuentran en el nivel 2.

De lo anterior concluimos que después de haber estudiado la unidad de geometría, la mayoría de las alumnas, siete, (la moda) están en el nivel 2 (de clasificación) y una siguió en el nivel cero. Pero hay que tener en cuenta que sólo once presentaron el postest.

Con respecto de la muestra (ver en el cuadro No. 3 los sujetos resaltados con negrita) de las ocho alumnas:

- La moda antes de comenzar la unidad fue el nivel 0 y el nivel 2.
- La moda después de estudiar la unidad fue el nivel 2: Siete de las ocho (87,5 %) están en el nivel 2 y la otra alcanzó el nivel 1.

De lo anterior concluimos que la mayoría de las que conformaron la muestra se encuentran en el nivel 2 (de clasificación) después de haber estudiado la unidad de geometría.

6 Conclusiones

La realización de este estudio ha aportado conocimientos y experiencias relevantes que permiten elaborar las siguientes conclusiones:

- Del análisis estadístico-descriptivo del pretest se infiere que la moda entre las catorce alumnas que presentaron el pretest fue el nivel 0.
- El análisis del postest indica que al finalizar la unidad de geometría, la moda entre las once que presentaron el postest fue el nivel 2 (clasificación). Lo mismo sucedió con la muestra de las ocho alumnas.
- Se hace necesario realizar un estudio más profundo que considere el nivel 3 (deducción

informal) y que complemente la metodología de los mentefactos para tratar de que las alumnas se apropien más de los conceptos geométricos.

Referencias

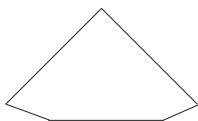
- CROWLEY, MARY L.
El modelo Van Hiele de desarrollo de pensamiento geométrico (vía Internet).
[vhttp://www.hemerodigital.unam.mx/ANUIES/upn/vol13/sec_84.html](http://www.hemerodigital.unam.mx/ANUIES/upn/vol13/sec_84.html)
- DE VEGA, MANUEL (1984)
Introducción a la psicología cognitiva. Madrid: Alianza. Colección Alianza psicología.
- DE ZUBIRÍA SAMPER, MIGUEL (1998)
Mentefactos I. Bogotá: Fundación Alberto Merani.
- GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ, ÁNGEL & JAIME PASTOR, ADELA (1995)
Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- JAIME, A. & GUTIÉRREZ A.
Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. (vía Internet). <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>
- MEN.
Lineamientos curriculares. Matemáticas. (vía Internet). <http://www.mineduacion.gov.co/lineamientos/matematicas/matematicas.pdf>
- <http://www.uco.es/~ma1marea/profesor/primaria/geometri/cognitiv/indice.htm>

Anexo 1
Pretest

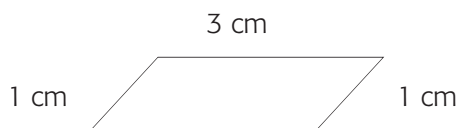
1. ¿La siguiente figura es un triángulo?

R/ _____

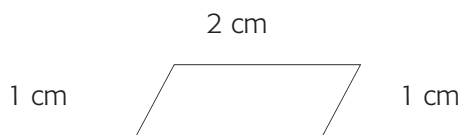
¿Por qué? R/ _____



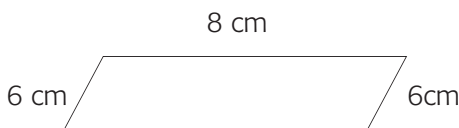
2. Observe los siguientes paralelogramos:



3 cm



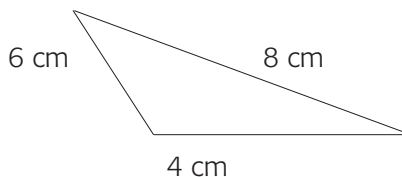
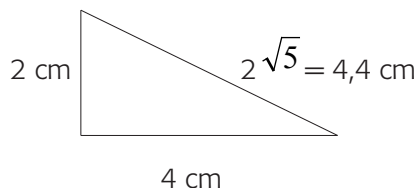
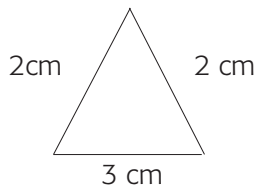
2 cm



8 cm

¿Qué conclusión puede obtener acerca de los lados opuestos de un paralelogramo? R/ _____

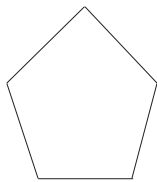
3. Observe los siguientes triángulos:



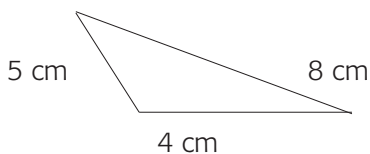
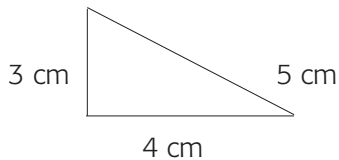
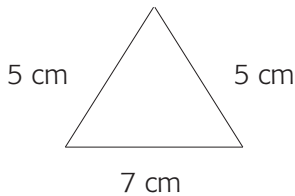
¿Qué conclusión puede obtener acerca de la suma de las medidas de dos lados de un triángulo con respecto del tercer lado? R/ _____

Anexo 2
Postest

1. ¿La siguiente figura es un pentágono? R/ ____.
¿Por qué? R/ _____



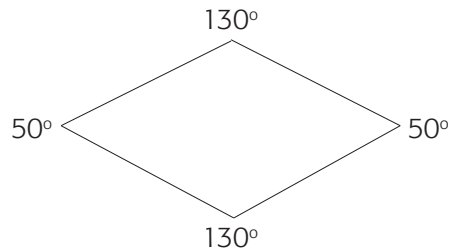
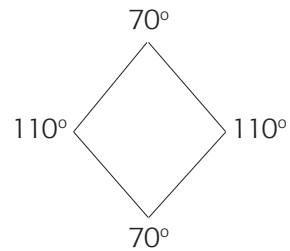
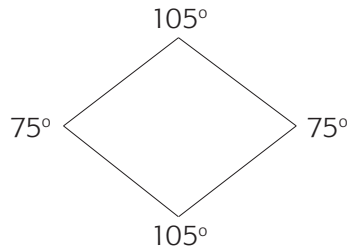
2. Observe los siguientes triángulos:



¿Qué conclusión puede obtener acerca de la suma de las medidas de dos lados de un triángulo con respecto del tercer lado? R/ _____

_____.

3. Observe los siguientes rombos:



¿Qué conclusión puede obtener acerca de los ángulos de un rombo?

R/ _____

_____.