

Acerca do conceito de consequência lógica¹

Alfred Tarski

Tradução² de Wagner de Campos Sanz³

Resumo

O texto a seguir é uma tradução para o português do texto de Tarski acerca do conceito de consequência lógica. Este texto é uma peça de análise filosófica daquele conceito, e servirá como base para todo o desenvolvimento da teoria de modelos, se bem que subsistem diferenças importantes entre a definição de um modelo, hoje corrente nos manuais de lógica matemática, e a definição de modelo que encontramos neste texto.

O conceito de consequência lógica é um daqueles cuja introdução no campo das investigações estritamente formais não foi uma questão de decisão arbitrária da parte deste ou daquele investigador; ao definir este conceito, foram feitos esforços para aproximá-lo ao uso comum da linguagem do dia-a-dia. Mas esses esforços se depararam com dificuldades que

¹ Nota bibliográfica. Este é um resumo de uma conferência apresentada no Congresso Internacional de Filosofia Científica em Paris, 1935. O artigo apareceu impresso pela primeira vez em Polaco sob o título 'O pojciu wynikania logicznego' em *Przegląd Filozoficzny*, vol. 39 (1936), pags. 58-68, e então no Alemão sob o título "Über den Begriff der logischen Folgerung", *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol. 7 (Actualités Scientifique et Industrielles, vol. 394), Paris, 1936, págs. 1-11.

² Para esta tradução tomamos como base o texto em inglês em A. Tarski. *Logic, Semantics and Metamathematics: papers from 1923 to 1938 [LSM]*, Oxford, Clarendon Press, 1956. págs. 409 a 420. Stefano D. Stival teve a paciência e a dedicação que resultaram na transcrição e digitação do presente texto, a ele nossos agradecimentos.

³ Universidade Federal de Goiás, Departamento de Filosofia.

usualmente apresentam-se em tais casos. Com respeito à clareza do seu conteúdo, o conceito usual de consequência não é de forma alguma superior aos demais conceitos da linguagem do dia-a-dia. Sua extensão não é precisamente delimitada e seu uso é flutuante. Qualquer tentativa de harmonizar todas as tendências possivelmente vagas, algumas vezes contraditórias, que estão conectadas com o uso deste conceito, está certamente destinada ao fracasso. Nós devemos nos conformar, desde o ponto de partida, com o fato de que toda definição precisa deste conceito irá mostrar caracteres arbitrários em maior ou menor grau.

Até bem recentemente, muitos lógicos acreditavam que tinham conseguido, por meio de um estoque relativamente magro de conceitos, apanhar quase que exatamente o conteúdo do conceito usual de consequência, ou antes, definir um novo conceito que coincidia em extensão com aquele usual. Tal crença poderia facilmente surgir dentre os novos resultados da metodologia da ciência dedutiva. Graças ao progresso da lógica matemática nós aprendemos, no curso das décadas recentes, como apresentar as disciplinas matemáticas sob a forma de teorias dedutivas formalizadas. Nestas teorias, como é bem conhecido, a prova de todo teorema se reduz à aplicação uma ou mais vezes de algumas regras de inferência simples - tais como as regras de substituição e modus ponens⁴. Estas regras dizem-nos quais transformações de um tipo puramente estrutural (isto é, transformações nas quais unicamente a estrutura externa das sentenças está envolvida), têm que ser realizadas sobre os axiomas ou teoremas já provados na teoria, de modo que as sentenças obtidas como resultado de tais transformações possam elas mesmas ser consideradas como provadas. Os lógicos pensavam que essas poucas regras de inferência exauriam o conteúdo do conceito de consequência. Sempre que uma sentença segue-se de outras, ela pode ser obtida a partir delas - assim era pensado - de forma mais ou menos trabalhosa por meio de transformações prescritas pelas regras. De modo a defender esta visão contra os céticos que duvidavam que o

⁴ Nota do Tradutor. Em inglês aparece "detachment".

conceito de conseqüência quando formalizado desta forma realmente coincidiria em extensão com o conceito usual, os lógicos estavam aptos a apresentar um argumento de peso: o fato de que eles tinham, em realidade, conseguido reproduzir na forma de provas formalizadas todos os raciocínios exatos que alguma vez tivessem sido feitos na matemática.

No entanto, hoje nós sabemos que o ceticismo era bastante justificado e que a visão esquematizada acima não poderia ser sustentada. Alguns anos atrás, eu dei um exemplo bastante elementar de uma teoria que mostra a seguinte peculiaridade: entre seus teoremas ocorrem sentenças tais como:

A_0 . 0 possui a propriedade dada P ;

A_1 . 1 possui a propriedade dada P ;

e, em geral, todas as sentenças particulares da forma:

A_n . n possui a propriedade dada P ,

onde " n " representa qualquer símbolo que denota um número natural em um dado sistema de numeração (por exemplo, o decimal). Por outro lado, a sentença universal:

A . *Todo número natural possui a propriedade dada P* , não pode ser provada com base na teoria em questão por meio das regras normais de inferência.⁵ Este fato parece-me falar por si mesmo. Ele mostra que o conceito formalizado de conseqüência, como ele é geralmente usado pelos lógicos matemáticos, de forma nenhuma coincide com o conceito usual. Já intuitivamente parece certo que a sentença universal A segue-se, no sentido usual, da totalidade das sentenças particulares $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$. Desde que todas essas sentenças sejam verdadeiras, a sentença A deve também ser verdadeira.

Em conexão com situações do tipo recém descrito, mostrou-se a possibilidade de formular novas regras de inferência as quais não diferem das antigas na sua estrutura

⁵ Para uma descrição detalhada de uma teoria com esta peculiaridade, veja o capítulo IX ([LSM] - Some Observations on The Concept of ω -consistency and ω -completeness); para a discussão da regra intimamente relacionada da indução infinita, veja o capítulo VIII ([LSM] - The Concept of Truth in Formalized Languages), pág. 258 e subseqüentes.

lógica e são, intuitivamente, igualmente infalíveis, isto é, sempre conduzem de sentenças verdadeiras a sentenças verdadeiras, mas que não podem ser reduzidas às antigas regras. Um exemplo de uma tal regra é a chamada regra de indução infinita, de acordo com a qual a sentença A pode ser considerada como provada, desde que todas as sentenças $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$ tenham sido provadas (os símbolos " A_0 ", " A_1 ", etc., sendo usados no mesmo sentido prévio). Mas esta regra, observando sua natureza infinitária, é, em aspectos essenciais, diferente das antigas regras. Ela pode ser aplicada unicamente na construção de uma teoria se nós tivermos primeiro conseguido provar uma quantidade infinita de sentenças dessa teoria - um estado de coisas que nunca é realizado na prática. Mas este defeito pode facilmente ser superado, por meio de certas modificações da nova regra. Com este propósito nós consideramos a sentença B , que afirma que todas as sentenças $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$ são *demonstráveis* com base nas regras de inferência até aqui usadas (não que elas de fato tenham sido provadas). Nós então estabelecemos a seguinte regra: se a sentença B está demonstrada, então a sentença correspondente A pode ser aceita como demonstrada. Mas aqui ainda poderia ser objetado que a sentença B não é de modo algum uma sentença da teoria em construção, mas pertence a assim chamada metateoria, (isto é, à teoria da teoria discutida) e que, em conseqüência, uma aplicação prática da regra em questão exigirá sempre uma transição da teoria para a metateoria.⁶ De modo a evitar esta objeção, nós iremos restringir nossas considerações àquelas teorias dedutivas nas quais a aritmética dos números naturais pode ser desenvolvida, e observar que em todas as teorias deste tipo todos os conceitos e sentenças da metateoria correspondente podem ser interpretados (desde que uma correspondência 1-1 pode ser estabelecida entre as expressões de uma linguagem e os números naturais)⁷. Nós

⁶ Para o conceito de metateoria e o problema da interpretação de uma metateoria na correspondente teoria, veja VIII, pág. 167 e ss., 184, e 247 e ss.

⁷ Para o conceito de metateoria e o problema da interpretação de uma metateoria na correspondente teoria, veja artigo VIII, pp. 167 e ss., p. 184, e pp. 247 e ss.

podemos trocar na regra discutida a sentença B pela sentença B' , que é a interpretação aritmética de B . Dessa forma nós obtemos uma regra que não se desvia essencialmente das regras de inferência, seja nas condições de sua aplicabilidade, seja na natureza dos conceitos envolvidos na sua formulação, seja finalmente, na sua infalibilidade intuitiva (embora ela seja consideravelmente mais complicada).

Agora é possível estabelecer outras regras de igual natureza, e mesmo tantas quantas queiramos. De fato, é suficiente observar que a regra recém formulada é essencialmente dependente da extensão do conceito "sentença demonstrável com base nas regras até aqui utilizadas". Mas quando nós adotamos essa regra, nós dessa forma ampliamos a extensão deste conceito. Então, para a extensão ampliada nós podemos apresentar uma regra nova, análoga, e assim *ad infinitum*. Seria interessante investigar se existem quaisquer razões objetivas para atribuir uma posição especial às regras comumente utilizadas.

A conjectura que surge naturalmente é a de se nós teríamos finalmente os meios de capturar o conteúdo intuitivo completo do conceito de conseqüência pelo método acima esquematizado, isto é, suplementando as regras de inferência usadas na construção das teorias dedutivas. Fazendo uso dos resultados das teorias de K. Gödel⁸ nós podemos mostrar que esta conjectura é insustentável. Em toda teoria dedutiva (com exceção de certas teorias de um tipo particularmente elementar), embora suplementando as regras usuais de inferência por novas regras puramente estruturais tanto quanto desejemos, é possível construir sentenças as quais seguem-se, no sentido usual, dos teoremas dessa teoria, mas que no entanto não podem ser provadas nessa teoria com base nas regras de inferência admitidas⁹. De modo a obter o conceito apropriado de

⁸ Cf. Gödel, K. (Über Formal Unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und Verwandter System I, Mh. Math. Phys, XVIII, 1931), especialmente pág. 190.

⁹ De modo a antecipar possíveis objeções, a amplitude de aplicação do resultado recém formulado deve ser delimitado mais exatamente e a natureza lógica das regras de inferência exibida mais claramente; em particular, deve ser explicado exatamente o que significa o caráter estrutural dessas regras

conseqüência, que é próximo, em essência, ao conceito usual, nós devemos lançar mão de métodos bastante distintos e aplicar um aparato conceitual bastante diferente ao defini-lo. Talvez não seja supérfluo apontar de antemão que - em comparação com o novo - o antigo conceito de conseqüência comumente usado pelos lógicos matemáticos de nenhum modo perde a sua importância. Este conceito sempre terá, provavelmente, um significado decisivo para a construção prática de teorias dedutivas, como um instrumento que permite-nos provar ou refutar sentenças particulares dessas teorias. Parece, no entanto, que em considerações de uma natureza teórica geral o conceito apropriado de conseqüência deve ser posto em primeiro plano.¹⁰

A primeira tentativa de formular uma definição precisa do conceito apropriado de conseqüência, foi aquela de Carnap.¹¹

¹⁰ Uma oposição entre os dois conceitos em questão é claramente apontada no meu artigo IX, pág. 293 e ss. No entanto, em contraste com o meu ponto de vista presente, lá eu me expressava de uma maneira decididamente negativa acerca da possibilidade de estabelecer uma definição formal exata para o conceito adequado de conseqüência. Minha posição naquele momento é explicável pelo fato de que, quando eu estava escrevendo o artigo mencionado, eu desejava evitar quaisquer meios de construção que fossem além da teoria dos tipos, em qualquer de suas formas clássicas; mas podemos mostrar que é impossível definir o conceito apropriado de conseqüência adequadamente enquanto usamos exclusivamente os meios admissíveis na teoria clássica dos tipos; ao menos então deveríamos limitar nossas considerações somente às linguagens formalizadas de um caráter elementar e fragmentar (para ser exato, às assim chamadas linguagens de ordem finita, cfe. o artigo VIII, especialmente pág. 268 e ss). Rudolf Carnap (*Logische Syntax der Sprache*, 1934 [LSS]), no seu livro extremamente interessante, aplica o termo *derivação (lógica)* ou *derivabilidade* ao antigo conceito de conseqüência como é comumente usado na construção de teorias dedutivas, de modo a distingui-lo do conceito de *conseqüência* como o conceito apropriado. A oposição entre os dois conceitos é estendida por Carnap aos mais diversos conceitos derivados ("f-conceitos" e "a-conceitos"; cfe. pág. 88 e ss. e 124 e ss.); ele também enfatiza - para mim corretamente - a importância do conceito apropriado de conseqüência e dos conceitos dele derivados, para as discussões teóricas em geral (cfe, por exemplo pág. 128).

¹¹ Cf. Carnap, R. [LSS], pág. 88 e ss. e Carnap, R. (*Ein Gültigkeitskriterium für die Sätze der Klassischen Mathematik*, Mh. Math. Phys, 1935, [GSKM]), especialmente pág. 181. No primeiro desses trabalhos, existe ainda uma outra definição de conseqüência que está adaptada a uma linguagem formalizada de um tipo elementar. Esta definição não é considerada aqui, porque ela não pode ser aplicada a linguagens com uma estrutura lógica mais complicada. Carnap tenta definir o conceito de conseqüência lógica não apenas para linguagens especiais, mas também dentro do quadro do que ele chama de "*sintaxe geral*". Nós teremos mais a dizer acerca disso na nota de rodapé.

Mas esta tentativa está conectada muito proximamente com as propriedades particulares da linguagem formalizada que foi escolhida como objeto de investigação. A definição proposta por Carnap pode ser formulada como se segue:

A sentença X segue-se logicamente das sentenças da classe K se e somente se a classe consistindo de todas as sentenças de K e da negação de X é contraditória.

O elemento decisivo da definição acima é, obviamente, o conceito de "contraditório". A definição carnapiana deste conceito é muito complicada e especial para ser reproduzida aqui sem explicações longas e problemáticas.¹²

Eu gostaria de esboçar aqui um método geral que, me parece, permite-nos construir uma definição adequada do conceito de consequência para uma classe ampla de linguagens formalizadas. Eu enfatizo, no entanto, que o tratamento proposto do conceito de consequência não tem a pretensão de ser completamente original. As idéias envolvidas neste tratamento parecerão certamente ser algo bem conhecido, ou mesmo algo de próprio, a muitos lógicos que tenham dado uma atenção particular ao conceito de consequência e tenham tentado caracterizá-lo mais precisamente. No entanto, parece-me que unicamente os métodos que têm sido desenvolvidos nos anos recentes para estabelecer a semântica científica, e os conceitos definidos com a sua ajuda, permitem-nos apresentar essas idéias de uma forma exata¹³.

Certas considerações de natureza intuitiva serão nosso ponto de partida. Considere-se qualquer classe *K* de sentenças e uma sentença *X* que se segue das sentenças desta classe. De um ponto de vista intuitivo, nunca pode ocorrer que a classe *K* consista unicamente de sentenças verdadeiras e a sentença *X* seja falsa. Além disso, desde que nós aqui queremos tratar do

¹² Veja nota de rodapé anterior.

¹³ Os métodos e conceitos da semântica e especialmente os conceitos de verdade e satisfação são discutidos em detalhe no artigo VIII; ver também o artigo XV ([LSM] The Establishment of Scientific Semantics).

conceito de conseqüência lógica, isto é, *formal*, e portanto com uma relação que tem que ser determinada unicamente pela forma das sentenças entre as quais vale a relação de conseqüência, ela não pode ser influenciada de nenhuma forma pelo conhecimento empírico e, em particular, pelo conhecimento dos objetos aos quais a sentença *X* ou as sentenças da classe *K* se referem. A relação de conseqüência não pode ser afetada ao trocarmos as designações dos objetos referidos nestas sentenças pelas designações de quaisquer outros objetos. As duas circunstâncias recém indicadas, que parecem ser bastante características e essenciais para o conceito de conseqüência apropriado, podem ser conjuntamente expressadas na seguinte asserção:

(F) Se, nas sentenças da classe K e na sentença X, as constantes - aparte as constantes puramente lógicas - são trocadas por quaisquer outras constantes (signos iguais sendo, em todo lugar, trocados por signos iguais), e se nós denotamos a classe das sentenças assim obtida a partir de K por "K'" e a sentença obtida a partir de X por "X'", então a sentença X' deve ser verdadeira tão logo todas as sentenças da classe K' sejam verdadeiras.

[Para simplificar a discussão, certas complicações acidentais serão desconsideradas aqui e no que se segue. Elas estão conectadas em parte com a teoria lógica dos tipos, e em parte com a necessidade de eliminar quaisquer signos definidos que possam ocorrer nas sentenças das quais tratamos, isto é, de trocá-los por signos primitivos.]

Na afirmação (*F*) nós obtivemos uma condição necessária para que a sentença *X* seja conseqüência da classe *K*. A questão que surge agora é a de se essa condição é também suficiente. Se essa questão fosse para ser respondida afirmativamente, o problema de formular uma definição adequada do conceito de conseqüência estaria resolvido afirmativamente. A única dificuldade estaria conectada com o termo "verdade", que ocorre na condição (*F*). Mas este termo pode ser exata e adequadamente definido na semântica.¹⁴

¹⁴ Veja nota de rodapé.

Desafortunadamente a situação não é tão favorável. Pode, e de fato, acontecer - não é difícil mostrar isso considerando linguagens formalizadas especiais - que a sentença X não se segue, no sentido usual, das sentenças da classe K , embora a condição (F) seja satisfeita. Esta condição pode na realidade ser satisfeita só porque a linguagem com a qual nós estamos lidando não possui um estoque suficiente de constantes extra-lógicas. A condição (F) poderia ser considerada como suficiente para que a sentença X se seguisse da classe K de sentenças unicamente se as designações de todos os objetos possíveis ocorressem na linguagem em questão. Esta pressuposição, no entanto, é fictícia e nunca pode se dar de fato¹⁵. Nós devemos portanto, buscar alguns meios de expressar as intenções da condição (F), que sejam completamente independentes daquela pressuposição fictícia.

Um tal meio é oferecido pela semântica. Entre os conceitos fundamentais da semântica nós temos o conceito de *satisfação de uma função sentencial* por um único objeto ou por uma seqüência de objetos. Seria supérfluo dar aqui uma explicação precisa do conteúdo deste conceito. O significado intuitivo de frases como: *João e Pedro satisfazem a condição "X e Y são irmãos"*, ou *a tripla de números 2, 3, 5 satisfaz a equação "x + y = z"*, não podem dar surgimento a nenhuma dúvida. O conceito de satisfação - assim como outros conceitos semânticos - deve sempre ser relativizado a alguma linguagem particular. Os detalhes da definição precisa dependem da estrutura desta linguagem. No entanto, pode-se desenvolver um método geral que permita-nos construir tais definições para uma classe ampla de linguagens formalizadas. Desafortunadamente,

¹⁵ Estas últimas observações constituem uma crítica de algumas tentativas anteriores de definir o conceito de consequência formal. Elas dizem respeito, em particular, à definição carnapiana de consequência lógica e a uma série de conceitos derivados (L-consequências e L-conceitos, cf. Carnap, R. [LSS] pág. 137 e ss.). Estas definições, tanto quanto sejam definidas com base na "sintaxe geral", parecem-me materialmente inadequadas, justamente porque os conceitos definidos dependem essencialmente, na sua extensão, da riqueza da linguagem investigada.

por razões técnicas, seria impossível esquematizar este método aqui, mesmo em suas linhas mais gerais.¹⁶

Um dos conceitos que pode ser definido em termos do conceito de satisfação é o conceito de *modelo*. Vamos assumir que na linguagem que nós estamos considerando certas variáveis correspondem a toda constante extra-lógica, de tal forma que toda sentença torna-se uma função sentencial se as constantes na sentença são trocadas pelas variáveis correspondentes. Seja L uma classe de sentenças qualquer. Nós trocamos todas as constantes extra-lógicas que ocorrem nas sentenças pertencentes a L pelas variáveis correspondentes, constantes iguais sendo trocadas por variáveis iguais, e diferentes por diferentes. Dessa forma nós obtemos uma classe L' de funções sentenciais. Uma seqüência arbitrária de objetos que satisfaz toda função sentencial da classe L' será chamada de *um modelo* ou *uma realização da classe L de sentenças* (é neste exato sentido que usualmente falamos de modelos de um sistema axiomático de uma teoria dedutiva). Se, em particular, a classe L consiste de uma única sentença X , nós também chamaremos o modelo da classe L de *modelo da sentença X* .

Em termos destes conceitos nós podemos definir o conceito de conseqüência lógica como se segue:

A sentença X segue-se logicamente da classe de sentenças K se e somente se todo modelo da classe K é também modelo da sentença X ¹⁷.

Parece-me que qualquer um que entende o conteúdo da definição acima deve admitir que ela concorda bastante bem com o uso habitual. Isso torna-se ainda mais claro a partir das suas várias conseqüências. Em particular, pode ser provado,

¹⁶ Veja nota de rodapé.

¹⁷ Depois que o original deste artigo tinha aparecido impresso, H. Scholz no seu artigo "Wissenschaftslehre Bolzanos, Eine Jahrhundert-Betrachtung", *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, nova série, vol. 6, págs. 399-472 (ver em particular pág. 472, nota de rodapé 58) apontou uma analogia bastante grande entre esta definição de conseqüência e aquela sugerida por B. Bolzano mais ou menos cem anos atrás.

com base nessa definição, que toda consequência de sentenças verdadeiras deve ser verdadeira, e também que a relação de consequência entre sentenças dadas é completamente independente do sentido das constantes extra-lógicas que ocorrem nestas sentenças. Resumindo, pode ser mostrado que a condição (*F*) formulada acima é necessária se a sentença *X* é para seguir-se das sentenças da classe *K*. Por outro lado, esta condição não é em geral suficiente, uma vez que o conceito de consequência aqui definido (em concordância com o ponto de vista que nós adotamos) é independente da riqueza de conceitos da linguagem sendo investigada.

Finalmente, não é difícil reconciliar a definição proposta com aquela de Carnap. Pois nós podemos concordar em chamar uma classe de sentenças de *contraditória* se ela não possui nenhum modelo. Analogamente, uma classe de sentenças pode ser chamada de *analítica* se toda seqüência de objetos é modelo dela. Ambos conceitos podem ser relacionados não somente às classes de sentenças mas também às sentenças individuais. Vamos assumir também que, na linguagem com a qual nós estamos lidando, para toda sentença *X* existe uma negação dessa sentença, isto é, uma sentença *Y* que tem como modelo aquelas e unicamente aquelas seqüências de objetos que não são modelos da sentença *X* (esta pressuposição é bastante essencial para a construção de Carnap). Com base em todas essas convenções e pressuposições é fácil provar a *equivalência das duas definições*. Nós também podemos mostrar - assim como o faz Carnap - que as sentenças que se seguem de toda classe de sentenças (em particular da classe vazia), e somente aquelas, são analíticas, e contraditórias aquelas, e somente estas, das quais todas as sentenças se seguem.¹⁸

¹⁸ Cf. Carnap, R. [LSS] pág. 135 e ss., especialmente os teoremas 52.7 e 52.8; Carnap, R.[GSKM], pág. 182, teoremas 10 e 11. Por sinal eu gostaria de lembrar que a definição do conceito de consequência aqui proposta não excede os limites da sintaxe na concepção carnapiana (cf. Carnap, R. [LSS], pág. 6 e ss.). Reconhecidamente o conceito geral de satisfação (ou de modelo) não pertence à sintaxe; mas nós usamos somente um caso especial deste conceito - a satisfação das funções sentenciais que não contém constantes

Eu não sou de forma alguma da opinião de que ao cabo da discussão acima o problema de uma definição materialmente adequada do conceito de conseqüência tenha sido completamente resolvido. Ao contrário, eu ainda vejo várias questões abertas, uma das quais - talvez a mais importante - eu apontarei aqui.

Subjacente a toda nossa construção está a divisão de todos os termos da linguagem discutida em lógicos e extra-lógicos. Certamente esta divisão não é muito arbitrária. Se, por exemplo, nós tivéssemos que incluir entre os signos extra-lógicos os signos de implicação, ou o quantificador universal, então nossa definição do conceito de conseqüência conduziria-nos a resultados que obviamente contradizem o uso ordinário. Por outro lado, não conheço nenhuma base objetiva que permita-nos traçar um limite preciso entre os dois grupos de termos. Parece ser possível incluir entre os termos lógicos alguns que são usualmente considerados pelos lógicos como extra-lógicos sem incorrer em conseqüências que estejam em contraste notável com o uso ordinário. No caso extremo, nós poderíamos considerar todos os termos da linguagem como lógicos. O conceito de conseqüência *formal* coincidiria então com aquele de conseqüência *material*. A sentença X , nesse caso, seguir-se-ia da classe K de sentenças se ou X fosse verdadeiro ou ao menos uma das sentenças da classe K fosse falsa.¹⁹

extra-lógicas - e este caso especial pode ser caracterizado usando unicamente conceitos lógicos gerais e sintáticos específicos. Entre o conceito geral de satisfação e o caso especial deste conceito usado aqui vale aproximadamente uma relação como aquela entre o conceito semântico de sentença verdadeira e o conceito sintático de sentença analítica.

¹⁹ Será talvez instrutivo justapor os três conceitos: "derivabilidade" (cf. a nota de rodapé, "conseqüência formal", e "conseqüência material", para o caso especial quando a classe K de sentenças, da qual a sentença X dada se segue, consiste unicamente de um número finito de sentenças: Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Vamos denotar pelo símbolo " Z ", a sentença condicional (a implicação) cujo antecedente é a conjunção das sentenças Y_1, Y_2, \dots, Y_n e cujo conseqüente é a sentença X . As seguintes equivalências podem ser estabelecidas:

a sentença X é (logicamente) derivável das sentenças da classe K se e somente se a sentença Z é logicamente demonstrável (isto é, derivável dos axiomas da lógica);

De modo a ver a importância deste problema para certos pontos de vista filosóficos gerais é suficiente notar que a divisão de termos em lógicos e extra-lógicos, também joga um papel essencial na clarificação do conceito de "analítico". Mas, de acordo com muitos lógicos, este último conceito tem de ser considerado como o correlato formal exato do conceito de *tautologia* (isto é, de uma afirmação que "não diz nada acerca da realidade"), um conceito que para mim pessoalmente parece muito vago, mas que tem sido de importância fundamental para as discussões filosóficas de L. Wittgenstein e de todo o Círculo de Viena²⁰

Investigações posteriores irão sem dúvida clarificar em grande medida o problema que nos interessa. Talvez será possível encontrar argumentos objetivos importantes que irão possibilitar-nos justificar os limites tradicionais entre expressões lógicas e extra-lógicas. Mas eu também considero como bastante possível que as investigações não trarão

a sentença X segue-se formalmente das sentenças da classe K se e somente se a sentença Z é analítica;

a sentença X segue-se materialmente das sentenças da classe K se e somente se a sentença Z é verdadeira. Das três equivalências unicamente a primeira pode estar sujeita a certas objeções; cfe. o artigo XII ([LSM] Foundations of the Calculus of Systems), págs. 342-364, especialmente 346. Em conexão com estas equivalências cfe. também Ajdukiewicz, K. (Z metodologii nauk dedukcyjnych Iwów, 1921), pág.19, e (Logiczne podstawy nauczania, Encyclopidja Wychowania, ii, Warszawa 1934), págs. 14 e 42.

Em vista da analogia indicada entre as muitas variantes do conceito de conseqüência, apresenta-se a questão de se não seria útil introduzir, em adição aos conceitos especiais, um conceito geral de caráter relativo, e de fato o conceito de *conseqüência com respeito à classe L de sentenças*. Se nós fazemos novamente uso da notação prévia (limitando-nos ao caso em que a classe K é finita) nós podemos definir este conceito como se segue:

a sentença X segue-se das sentenças da classe K, com respeito à classe L de sentenças se, e somente se, a sentença Z pertence à classe L.

Com base nesta definição, a derivabilidade iria coincidir com a conseqüência com respeito a classes de todas as sentenças logicamente demonstráveis, a conseqüência formal seria conseqüência com respeito à classe de todas as sentenças analíticas, e as conseqüências materiais aquelas com respeito a todas as sentenças verdadeiras.

²⁰ Cf. Wittgenstein, L. (Tractatus Logico-Philosophicus, 1922), Carnap, R. [LSS], pp. 37-40.

resultados positivos nesta direção, tal que nós estaremos compelidos a considerar tais conceitos como "conseqüência lógica", "sentença analítica" e "tautologia" como conceitos relativos que devem, em cada ocasião, com um grau maior ou menor de arbitrariedade, ser relacionados a uma divisão definida dos termos em lógicos e extra-lógicos. A flutuação no uso habitual do conceito de conseqüência iria - em parte ao menos - estar naturalmente refletida em uma tal situação compulsória.