

ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD DE PREDICCIÓN DEL S&P500 MEDIANTE ESTADÍSTICOS SIMÉTRICOS Y ASIMÉTRICOS: PROPUESTA DE UNA ALTERNATIVA AL MODELO CARR

José Luis Miralles Marcelo, jmiralles@unex.es, Universidad de Extremadura

José Luis Miralles Quirós, miralles@unex.es, Universidad de Extremadura

RESUMEN

Este trabajo analiza la capacidad de predicción del modelo CARR propuesto por Chou (2005) y del modelo GARCH utilizando diferentes estadísticos simétricos y asimétricos. Los resultados nos conducen a considerar que el modelo GARCH predice mejor que el modelo CARR en dos períodos de tiempo diferentes, especialmente en aquel donde la volatilidad es menor y cuando son utilizados los estadísticos asimétricos. Mostramos que la sustitución de la variable utilizada en el modelo CARR original por aquella propuesta por Rogers y Satchell (1991) proporciona mejores predicciones de la volatilidad para los períodos de menor volatilidad y, especialmente, cuando las infra predicciones de volatilidad se penalizan en mayor grado.

ABSTRACT

This paper analyzes the out-of-sample forecasting accuracy of the CARR model proposed by Chou (2005) and the GARCH by using different symmetric and asymmetric error statistics. Results lead us to consider that the GARCH performs better than the CARR in two different samples, especially when the volatility is lower and the asymmetric error statistics are used. We show that the substitution of the range variable used in the original CARR by another one range-based variable proposed by Rogers and Satchell (1991) provides sharper volatility estimates for periods of lower volatility and, especially, when over-predictions of volatility are penalized more heavily.

1 INTRODUCCIÓN

En los años siguientes a la publicación del modelo ARCH propuesto por Engle (1982), y su generalización en el modelo GARCH propuesto por Bollerslev (1986), la modelización y la predicción de la volatilidad han sido objeto de una amplia investigación teórica y empírica. Como resultado han aparecido diferentes trabajos en los que se valoran diferentes medidas de volatilidad que, en teoría, mejoran las predicciones de la misma a la vez que se proponen diferentes técnicas para estimarla.

Para la predicción de la volatilidad mensual del mercado norteamericano Akgiray (1989) considera que el modelo GARCH es mejor que el modelo ARCH, el modelo de media móvil exponencial y los modelos de volatilidad histórica media. Lamoureux y Lastrapes (1993) consideran, a su vez, que el modelo ARCH proporciona mejores medidas de predicción de la volatilidad que la volatilidad implícita en un conjunto de 10 series de rentabilidades bursátiles.

En la misma línea, Brailsford y Faff (1996) probaron que los modelos GJR y GARCH son superiores a un conjunto de modelos más simples a la hora de predecir la volatilidad del principal índice bursátil australiano. Por el contrario, Tse (1991) y Tse y Tung (1992) probaron que para los mercados de Japón y Singapur el modelo de media móvil exponencial produce mejores medidas de predicción de la volatilidad que los modelos ARCH.

McMillan, Speight y Gwilym (2000) analizaron el poder predictivo de diferentes clases de modelos GARCH junto con otros modelos de volatilidad sobre los índices FTSE 100 y FTSE All Share. Utilizaron estadísticos simétricos y asimétricos para concluir que a partir de los modelos de volatilidad derivados del paseo aleatorio (random walk), la media móvil y suavizado exponencial se obtenían mejores resultados que en el resto de modelos.

Martens (2001) analiza la mejora en la capacidad de predicción de diferentes modelos GARCH mediante la inclusión de diferente información intradía y observa que cuanto mayor es la frecuencia de la información mejores son las predicciones. Brandt y Jones (2002) comparan un modelo EGARCH basado en rangos con otro basado en rentabilidades y encuentran que el primero de ellos proporciona mejores medidas de predicción out of sample.

Poon y Granger (2002) proporcionan algunas claves al comparar diferentes estudios sobre este tema. Llegan a la conclusión de que los resultados de los estudios dependen de los estadísticos utilizados, la muestra utilizada y los activos utilizados.

Balaban, Bayar y Faff (2006) evalúan la capacidad de 11 modelos utilizando volatilidades mensuales en 15 mercados y estadísticos simétricos y asimétricos. Los resultados que obtuvieron muestran que, de acuerdo con los estadísticos asimétricos, el suavizado exponencial proporciona mejores predicciones. Este modelo es también el mejor cuando se utiliza una medida de error asimétrico que penaliza los errores por exceso en la predicción. Sin embargo, en los casos donde se penalizan los errores por defecto el modelo ARCH resulta ser el mejor.

Chou (2005) usa un modelo basado en rangos y propone la utilización del modelo condicional autorregresivo que denomina CARR (Conditional Autoregressive Range) y que sugiere que proporciona mejores resultados que el modelo GARCH tradicional a partir de la utilización de los estadísticos Root Mean Squared Error (RMSE) and Mean Absolute Error (MAE), sin embargo ambos no están sujetos a una escala común y son simétricos.

Este trabajo extiende el realizado por Chou (2005) en varios sentidos. En primer lugar utilizamos un estadístico asimétrico, que pondera de diferente forma los errores por exceso o por defecto según corresponda,

para contrastar el poder predictivo de los modelos CARR y GARCH. En segundo lugar mostramos que considerando ese estadístico asimétrico el modelo CARR sólo mejora el modelo GARCH en algunos casos de la muestra utilizada por Chou (2005). Tercero, ampliamos el período de tiempo utilizado por Chou (2005) de Octubre de 2003 a Diciembre de 2007.

Adicionalmente mostramos que el modelo ARCH proporciona mejores resultados predictivos cuando son utilizados estadísticos asimétricos en un contexto de tendencia alcista. Finalmente arrojamos alguna luz sobre el comportamiento de índice S&P500 proporcionando algunas claves sobre como le afecta la volatilidad y proponiendo una alternativa al modelo CARR.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 describe la metodología original y los resultados iniciales, la sección 3 presenta una alternativa y sus resultados y la sección 4 proporciona las conclusiones principales.

2. METODOLOGÍA Y RESULTADOS DE LA PREDICCIÓN FUERA DE MUESTRA

Durante los últimos años se han desarrollado diferentes aplicaciones y metodologías para analizar la naturaleza de la volatilidad siendo los modelos GARCH los más desarrollados dada su flexibilidad y la facilidad de su estimación.

En este trabajo se sigue inicialmente la propuesta metodológica de Chou (2005) que propuso el modelo condicional autorregresivo basado en rangos (Conditional Autoregressive Range Model, CARR) como una alternativa a la modelización de la volatilidad.

Dicho modelo en un orden (p,q) se expresaría como:

$$\sqrt{\text{RNG}_t} = \lambda_t \varepsilon_t \tag{1}$$

$$\lambda_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \sqrt{\text{RNG}_{t-i}} + \sum_{j=1}^q \beta_j \lambda_{t-j}$$

Donde λ_t es la media condicional del rango basada en toda la información obtenida en el período t y RNG_t es el rango semanal del activo o del índice, definiéndose este como la diferencia logarítmica entre el mayor y el menor valor del índice o activo durante la semana.

Chou (2005) comparó las diferencias en el poder predictivo entre el CARR y el modelo GARCH(1,1), planteado sin constante en la ecuación de la media y donde la variable dependiente es la rentabilidad semanal del índice definida como la diferencia logarítmica entre los cierres de dos semanas consecutivas. Chou (2005) realiza predicciones fuera de muestra y realiza comparaciones con cuatro medidas de volatilidad: la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR, Sum of Squared Daily Returns), el cuadrado de la rentabilidad semanal (WRSQ, Weekly Return Squared), el rango semanal (WRNG, Weekly Range) y el valor absoluto de la rentabilidad semanal (AWRET, Absolute Weekly Return).

Para ello toma las cotizaciones diarias del índice S&P500 (Standard and Poors 500) durante el período comprendido entre el 26 de Abril de 1982 y el 17 de Octubre de 2003 y toma como base para las comparaciones del poder predictivo los estadísticos simétricos: la raíz cuadrada del error cuadrado medio (RMSE) y el error absoluto medio (MAE) que se definen según las expresiones siguientes:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\sigma_{f,m} - \sigma_{a,m})^2} \quad (2)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\sigma_{f,m} - \sigma_{a,m}| \quad (3)$$

Donde $\sigma_{f,m}$ y $\sigma_{a,m}$ son la volatilidad predicha y actual respectivamente, mientras que T toma un valor de 100.

Tras realizar las estimaciones de estos estadísticos simétricos sobre 50 horizontes temporales de predicción (desde 1 semana a 50), Chou (2005) considera que ambos criterios apoyan la teoría de que el modelo CARR mejora al modelo GARCH. También señala que un análisis en profundidad de los resultados muestra que las diferencias son más evidentes entre ambos modelos cuanto mayor es el horizonte temporal y, en particular, cuando se toma como medidas de volatilidad la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR) y el rango semanal (WRNG) dado que ambas medidas utilizan más información (diaria) que las otras dos medidas que fueron consideradas.

Nosotros encontramos una explicación a estos resultados a partir de la teoría expuesta por Brailsford y Faff (1996). Estos consideran que existen inversores que no ponderan de la misma forma los errores por exceso y por defecto en la predicción de la volatilidad. Esta consideración tiene una especial motivación en el contexto de los mercados de opciones donde un error por defecto en la predicción de la volatilidad puede conducir a una estimación incorrecta del precio de una call. En ese contexto dicho error por defecto no es deseado por el vendedor mientras que un error por exceso no sería deseado por el comprador.

Siguiendo la teoría de Brailsford y Faff (1996) si no existen comportamientos anómalos los errores por exceso y por defecto se habrían de repartir en un 50%, sin embargo, en el conjunto de estimaciones realizadas, hemos observado como los dos modelos, CARR y GARCH, tienden a generar más errores por exceso en su predicción.

Por dicha razón estimamos los estadísticos asimétricos propuestos por Brailsford y Faff (1996) para considerar la potencial asimetría de los errores estadísticos en ambos modelos. Estos estadísticos son el error estadístico medio (Mean Mixed Error, MME) por defecto, MME(U), y por exceso, MME(O), que se definen como:

$$\text{MME(U)} = \frac{1}{T} \left[\sum_{t=1}^O |\sigma_{f,m} - \sigma_{a,m}| + \sum_{t=1}^U \sqrt{|\sigma_{f,m} - \sigma_{a,m}|} \right] \quad (4)$$

$$\text{MME}(\text{O}) = \frac{1}{T} \left[\sum_{t=1}^U |\sigma_{f,m} - \sigma_{a,m}| + \sum_{t=1}^O \sqrt{|\sigma_{f,m} - \sigma_{a,m}|} \right]$$

Donde O y U son, respectivamente, el número de errores por Exceso y por defecto, mientras que T toma un valor de 100.

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos al estimar estos estadísticos asimétricos. El error estadístico medio por defecto, MME(U), indica la superioridad (definida por el menor valor del estadístico) del modelo CARR para horizontes temporales pequeños mientras que el modelo GARCH obtiene mejores resultados para horizontes temporales mayores. Cuanto mayor o menor sea el horizonte temporal mayor es la diferencia en la capacidad de predicción entre los dos modelos, especialmente cuando se toma como referencia de la volatilidad actual la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR).

El valor relativo, el cociente entre el valor del estadístico para un modelo y el de aquel que obtiene unos peores resultados de predicción, nos indica que cuando se estima una predicción para un horizonte temporal de 1 semana y se toma como referencia la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR) el modelo CARR mejora en un 19,3% la capacidad de predicción del modelo GARCH (porcentaje obtenido como la diferencia entre 1 y el valor mostrado en la columna de los valores relativos), mientras que la diferencia es mucho menor para un horizonte temporal de 10 semanas. Al igual que señaló Chou (2005) las diferencias son mucho más significativas cuando se utilizan como medidas de volatilidad la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR) y el rango semanal (WRNG).

En cuanto a los resultados obtenidos para el error estadístico medio por exceso, MME(O), observamos que el modelo CARR mejora las predicciones de volatilidad del modelo GARCH en casi todos los casos, resultando especialmente significativas las diferencias cuando los horizontes temporales son mayores y cuando se utilizan las medidas de volatilidad antes mencionadas.

De acuerdo con Corredor y Santamaría (2004) los resultados obtenidos dependen en gran medida de los criterios utilizados. Por esta razón un vendedor de una opción call, que es más sensible a los errores por defecto, preferirá considerar el estadístico MME(U) y, por lo tanto, preferirá el modelo CARR para los períodos cortos y el GARCH para períodos largos. Sin embargo, el comprador de una call, que es más sensible a los errores por exceso, preferirá el estadístico MME(O) y, en consecuencia, preferirá el modelo CARR para horizontes temporales cortos y largos.

El hecho de que los resultados puedan depender de la muestra, los períodos de predicción o el criterio utilizado y la intención de contrastar la validez del modelo propuesto por Chou (2005) nos conducen a realizar unas nuevas contrastaciones de dicho modelo a partir de la ampliación del período de tiempo de análisis hasta la última semana de Diciembre de 2007. Manteniendo el criterio utilizado por Chou (2005) de considerar 1.120 observaciones el período muestral que se utiliza en las nuevas contrastaciones corresponde a los valores diarios del índice S&P500 en el período que abarca desde el 7 de Julio de 1986 hasta el 28 de Diciembre de 2007.

Tabla 1: Error estadístico medio de las predicciones de volatilidad semanales

MME(U)												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	Relativo									
1	5,5688	4,4987	0,807	7,3498	7,0015	0,952	1,5675	1,3284	0,847	1,4050	1,3708	0,975
2	5,8206	4,9670	0,853	7,3667	7,1016	0,964	1,6016	1,3862	0,865	1,4157	1,3880	0,980
6	5,9415	5,6420	0,949	7,4377	7,2714	0,977	1,6618	1,6272	0,979	1,4024	1,3856	0,988
10	5,9967	5,8303	0,972	7,4073	7,3022	0,985	1,7637	1,6713	0,947	1,3980	1,3671	0,977
20	5,6589	5,8691	0,964	7,0426	7,2381	0,972	1,6339	1,6589	0,984	1,3552	1,3339	0,984
30	5,3393	6,1479	0,868	6,7950	7,2914	0,931	1,4994	1,6218	0,924	1,3309	1,3472	0,987
40	4,6965	6,1639	0,761	6,6070	7,0832	0,932	1,3862	1,6557	0,837	1,2976	1,3168	0,985
50	4,7016	5,7011	0,824	4,8830	5,2218	0,935	1,3728	1,5151	0,906	1,1993	1,2048	0,995

MME(O)												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	Relativo									
1	4,9430	4,6104	0,932	5,1690	5,2022	0,993	1,2425	1,1108	0,894	1,1715	1,2291	0,953
2	5,1835	4,8054	0,927	5,2573	5,1858	0,986	1,2645	1,1351	0,897	1,1719	1,2176	0,962
6	5,3186	4,6997	0,883	5,2647	4,6359	0,880	1,3145	1,2742	0,969	1,1846	1,1713	0,988
10	5,2500	4,0195	0,765	5,1328	4,1124	0,801	1,4387	1,2799	0,889	1,1746	1,1205	0,954
20	5,3334	3,3054	0,619	5,0093	3,5034	0,699	1,3824	1,1782	0,852	1,1427	1,0434	0,913
30	4,9688	2,9585	0,595	4,7349	3,1279	0,660	1,2760	1,1173	0,875	1,1648	1,0318	0,885
40	4,3844	2,7218	0,620	4,8521	2,9793	0,614	1,2091	1,1309	0,935	1,1449	1,0024	0,875
50	4,8688	2,6431	0,542	4,9068	2,7848	0,567	1,2705	1,0903	0,858	1,1424	0,9734	0,852

MME(U) y MME(O) son el error estadístico medio que penaliza las predicciones por defecto y por exceso, respectivamente. El valor relativo corresponde al cociente entre el error estadístico actual del modelo y aquel del que se obtiene unos peores resultados de predicción.

Existen dos diferencias principales con respecto a los datos utilizados por Chou (2005). La primera de ellas es que los datos empleados en dicho artículo (al igual que en la primera parte de éste) concluyen en una clara tendencia bajista en el valor del índice, como se puede observar en la Figura 1, donde el período abarca desde el inicio del gráfico hasta la segunda línea vertical. Sin embargo el final de los datos en la segunda muestra que se va a utilizar, aquella que abarca desde la primera línea vertical hasta el final del gráfico, concluye en una clara tendencia alcista.

Figura 1: Cierres semanales del índice S&P500



Para cada uno de los horizontes temporales utilizados Chou (2005) realizó 100 predicciones. En el caso del horizonte temporal de 1 semana la primera predicción es para el 11 de Diciembre de 2000 y la última para el 4 de Noviembre de 2002. Por su parte, cuando se estiman las predicciones a 50 semanas la primera estimación es para el 19 de Noviembre de 2001 y la última para el 13 de Octubre de 2003. En resumen el período utilizado para realizar las predicciones abarca desde el 11 de Diciembre de 2000 hasta el 13 de Octubre de 2003. En consecuencia, adaptamos dicha muestra al nuevo período considerado por lo que las predicciones se realizarán en nuestro caso entre el 31 de enero de 2005 y el 21 de Diciembre de 2007. Este período de tiempo nos conduce a la segunda diferencia principal con respecto a Chou (2005).

En la Tabla 2 se muestran los estadísticos básicos de las cuatro medidas de volatilidad antes mencionadas que se utilizan como referencia. Resulta interesante comprobar la diferencia existente entre los valores de la media y la desviación típica de las dos muestras. La media de dichas medidas de volatilidad es mayor en el período utilizado por Chou (2005) que en la segunda muestra, siendo las diferencias más significativas para la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR) ya que toma el valor de 9,68 en la primera muestra y de 2,98 en la

segunda. La diferencia también es grande cuando se utiliza el cuadrado de la rentabilidad semanal (WRSQ) dado que decrece desde 7,87 hasta 2,41.

Las diferencias en la desviación típica también son significativas con esta medida dado que experimenta un descenso desde 16,32 hasta 3,70. Finalmente se ha de señalar que los valores de la curtosis muestran en todos los casos unos altos valores que evidencian un alejamiento de la distribución normal, hecho que es confirmado con los valores del estadístico Jarque-Bera con el que se rechaza la hipótesis nula de distribución normal en todos los casos.

Todos estos resultados indican que la volatilidad es significativamente más pequeña en la segunda muestra que en la primera. Este hecho, combinado con la existencia de una tendencia ascendente en el índice como se muestra en la Figura 1, nos lleva a obtener diferentes resultados al estimar los estadísticos simétricos y asimétricos.

Tabla 2: Estadísticos básicos de las rentabilidades y rangos semanales del índice S&P500

	SSDR	WRSQ	WRNG	AWRET
Muestra: Diciembre 11, 2000-Octubre 13, 2003				
Media	9,6827	7,8769	4,2820	2,1134
Mediana	6,5640	2,7370	3,8909	1,6543
Máximo	52,889	152,03	14,534	12,330
Mínimo	0,3852	0,0037	1,6476	0,0615
Desv. Típica.	9,7236	16,328	2,0048	1,8529
Asimetría	2,1100	5,5587	1,6397	2,0205
Curtosis	7,4538	43,964	7,1699	9,2810
Jarque-Bera	235,28	11260,68	175,89	348,63
Probabilidad	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Muestra: Enero 31, 2005- Diciembre 21, 2007				
Media	2,9883	2,4135	2,3136	1,2265
Mediana	1,6707	1,2482	2,0465	1,1172
Máximo	17,085	25,227	6,7486	5,0226
Mínimo	0,1867	0,0002	0,7156	0,0152
Desv. Típica.	3,3040	3,7029	1,0604	0,9566
Asimetría	2,1788	3,2458	1,4820	1,1862
Curtosis	7,6764	16,325	5,6226	4,7552
Jarque-Bera	255,36	1373,24	97,90	54,43
Probabilidad	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

De acuerdo con los resultados expuestos en la Tabla 3 las conclusiones alcanzadas a partir de los estadísticos simétricos son completamente diferentes con respecto a las obtenidas por Chou (2005). Para ambos estadísticos RMSE y MAE los valores son más pequeños para el modelo CARR únicamente para aquellas estimaciones donde se utilizaron horizontes temporales muy cortos y, especialmente, cuando son utilizadas como referencias de la volatilidad la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR) y el rango semanal (WRNG).

Tabla 3: Comparación de los modelos GARCH y CARR en predicciones fuera de muestra

RMSE												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	Relativo									
1	1,7555	1,4925	0,850	2,4120	2,3663	0,981	0,7524	0,7098	0,943	0,8176	0,8098	0,990
2	1,7657	1,5101	0,855	2,3863	2,3265	0,974	0,7506	0,7139	0,951	0,8100	0,7988	0,986
6	1,9520	1,9758	0,987	2,4471	2,3881	0,975	0,8232	0,8359	0,984	0,8300	0,8218	0,990
10	2,3853	2,5725	0,927	3,1044	3,0990	0,998	0,8965	0,9833	0,911	0,8971	0,9027	0,993
20	2,4727	2,8366	0,871	3,0301	3,0714	0,986	0,8915	1,0456	0,852	0,8740	0,9047	0,966
30	3,4457	3,5697	0,965	3,8321	3,8044	0,992	1,0928	1,1728	0,931	0,9619	0,9756	0,985
40	3,8652	3,8942	0,992	4,1353	4,0748	0,985	1,2517	1,2882	0,971	1,0354	1,0406	0,995
50	4,5270	4,3651	0,964	4,3613	4,2360	0,971	1,3473	1,3218	0,981	1,0774	1,0596	0,983

MAE												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	Relativo									
1	1,5300	1,2443	0,813	1,7768	1,7104	0,962	0,5837	0,5488	0,940	0,6688	0,6698	0,998
2	1,5570	1,2818	0,823	1,7638	1,6747	0,949	0,5931	0,5600	0,944	0,6613	0,6611	0,999
6	1,7311	1,7163	0,991	1,8461	1,7835	0,966	0,6693	0,6775	0,987	0,6818	0,6836	0,997
10	1,9408	2,1421	0,906	2,0068	2,0494	0,979	0,7293	0,8251	0,883	0,7038	0,7163	0,982
20	2,0888	2,4934	0,837	2,0450	2,1574	0,947	0,7541	0,9210	0,818	0,6906	0,7350	0,939
30	2,7032	2,9902	0,903	2,3444	2,4220	0,967	0,8807	1,0146	0,867	0,7478	0,7701	0,971
40	3,1055	3,3214	0,934	2,6607	2,6946	0,987	1,0136	1,1018	0,919	0,8119	0,8289	0,979
50	3,7014	3,6876	0,996	2,8825	2,8543	0,990	1,1113	1,1252	0,987	0,8450	0,8450	0,999

Los datos corresponden a los valores semanales del índice S&P500 desde el 7 de Julio de 1986 hasta el 28 de Diciembre de 2007. Se utilizaron muestras móviles de 972 observaciones para estimar los modelos a la vez que se utilizaron 100 datos como periodo de fuera de muestra.

Tabla 4: Error estadístico medio de las predicciones de volatilidad semanales

MME(U)												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	Relativo									
1	1,2885	1,1021	0,855	1,6043	1,5766	0,982	0,6849	0,6336	0,924	0,7384	0,7382	0,999
2	1,2986	1,1317	0,871	1,5902	1,5410	0,969	0,7005	0,6498	0,927	0,7328	0,7313	0,998
6	1,3615	1,3281	0,975	1,6313	1,6062	0,984	0,7607	0,7520	0,988	0,7447	0,7386	0,991
10	1,4993	1,5646	0,958	1,7972	1,8048	0,995	0,8182	0,8625	0,948	0,7699	0,7728	0,996
20	1,5038	1,6366	0,918	1,7197	1,7782	0,967	0,8191	0,9137	0,896	0,7543	0,7911	0,953
30	1,9449	1,9636	0,990	1,9448	1,9678	0,988	0,9063	0,9788	0,925	0,7972	0,8040	0,991
40	2,1887	2,1930	0,998	2,1671	2,1384	0,986	0,9969	1,0283	0,969	0,8469	0,8430	0,995
50	2,6730	2,5548	0,955	2,3135	2,2627	0,978	1,0743	1,0414	0,969	0,8675	0,8655	0,997

MME(O)												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	Relativo									
1	1,4262	1,1855	0,831	1,4290	1,3631	0,953	0,6166	0,5940	0,963	0,6925	0,6945	0,997
2	1,4579	1,2245	0,839	1,4214	1,3453	0,946	0,6175	0,6032	0,976	0,6859	0,6931	0,989
6	1,6294	1,6410	0,992	1,5177	1,4832	0,977	0,6857	0,6927	0,989	0,7049	0,7152	0,985
10	1,7617	1,9713	0,893	1,5872	1,6178	0,981	0,7448	0,8265	0,901	0,7125	0,7233	0,985
20	1,9657	2,3736	0,828	1,6628	1,8441	0,901	0,7565	0,9322	0,811	0,7036	0,7497	0,938
30	2,3091	2,6720	0,864	1,7823	1,9462	0,915	0,8517	1,0006	0,851	0,7510	0,7791	0,963
40	2,5639	2,8651	0,894	1,9805	2,1010	0,942	0,9534	1,0695	0,891	0,7956	0,8210	0,969
50	2,8316	2,9473	0,960	2,1223	2,1618	0,981	1,0224	1,0853	0,942	0,8161	0,8234	0,991

MME(U) y MME(O) son el error estadístico medio que penaliza las predicciones por defecto y por exceso, respectivamente. El valor relativo corresponde al cociente entre el error estadístico actual del modelo y aquel del que se obtiene unos peores resultados de predicción. Los datos corresponden a los valores semanales del índice S&P500 desde el 7 de Julio de 1986 hasta el 28 de Diciembre de 2007. Se utilizaron muestras móviles de 972 observaciones para estimar los modelos a la vez que se utilizaron 100 datos como periodo de fuera de muestra.

En las estimaciones realizadas, de las que sólo se muestran algunos de los resultados, se puede observar como en la mayoría de los casos el modelo GARCH proporciona mejores predicciones de volatilidad que el modelo CARR, siendo la diferencia especialmente significativa cuando se utiliza un horizonte temporal de 20 semanas para la predicción (aunque no lo parezca a tenor de los resultados reflejados en la tabla correspondientes al horizonte temporal de 20 semanas donde en sólo un caso el modelo GARCH proporciona una mejor predicción de la volatilidad que el modelo CARR).

En la Tabla 4 se muestran los resultados de los estadísticos asimétricos donde, en un principio, observamos el mismo comportamiento que se describió con anterioridad para la primera muestra cuando se analizaron los resultados del error estadístico medio por defecto, MME(U). Una vez más el modelo CARR es mejor al predecir la volatilidad que el modelo GARCH para los horizontes temporales más cortos mientras que el modelo GARCH proporciona mejores resultados para los períodos largos. De esta forma el modelo GARCH mejora en un 8,1% la predicción de volatilidad del modelo CARR para un horizonte temporal de 20 semanas cuando la medida de volatilidad tomada es la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado, porcentaje que se eleva hasta el 10,3% para el mismo horizonte temporal cuando la medida de volatilidad es el rango semanal (WRNG).

Sin embargo cuando se analizan los resultados obtenidos para el error estadístico medio por exceso, MME(O), encontramos significativas diferencias en comparación con aquellos obtenidos para la primera muestra. En este caso el modelo GARCH proporciona mejores resultados que el modelo CARR en la mayoría de las estimaciones realizadas (25 de 32 estimaciones, resultantes de 4 medidas de volatilidad y 8 horizontes temporales expuestos en la Tabla 4). Una revisión en profundidad de los resultados obtenidos, esto es, teniendo en cuenta el total de las estimaciones realizadas (200) nos indica que en 184 casos las predicciones proporcionadas por el modelo GARCH son mejores que las obtenidas mediante el modelo CARR. Esto implica que en un contexto de menor volatilidad el modelo GARCH ajusta mejor la predicción de volatilidad cuando se penaliza en mayor medida los errores de predicción por exceso.

Por tanto, la principal conclusión que se puede obtener a partir de las estimaciones realizadas es que en un contexto de baja volatilidad y tendencia alcista el modelo GARCH es preferible al modelo CARR propuesto por Chou (2005) para predecir la volatilidad.

3. LA ALTERNATIVA DEL MÉTODO DE LOS VALORES EXTREMOS

Una de las sugerencias expuestas por Chou (2005) en sus conclusiones para mejorar el modelo era la de ampliar la información contenida en el mismo mediante la utilización de los datos de apertura y cierre con lo que el modelo de volatilidad utilizaría cuatro fuentes de información: los precios de apertura, máximo, mínimo y cierre.

Por esa razón sugerimos que en esta segunda muestra, donde la volatilidad es menor y los mercados se encuentran en una tendencia alcista, una mejora sobre el modelo propuesto inicialmente por Chou (2005) que consistiría en la sustitución de la variable de rango utilizada por Chou (2005), la diferencia logarítmica entre el máximo y el mínimo, por otra medida de volatilidad basada en el uso de los valores extremos. Existen diferentes posibilidades como las propuestas por Parkinson (1980) y Garman y Klass (1980) pero sólo mostraremos los resultados obtenidos cuando se aplicó la medida propuesta por Rogers y Satchell (1991), medida que se define como:

$$\text{VRS}_t = \left[\ln\left(\frac{H_t}{O_t}\right) \right] \left[\ln\left(\frac{H_t}{C_t}\right) \right] + \left[\ln\left(\frac{L_t}{O_t}\right) \right] \left[\ln\left(\frac{L_t}{C_t}\right) \right] \quad (5)$$

Donde O_t , H_t , L_t y C_t representan los valores de apertura, máximo, mínimo y cierre semanales del índice S&P500.

Los resultados obtenidos en la estimación de los estadísticos asimétricos MME(U) y MME(O) para esta muestra y para los tres modelos, GARCH, CARR y el modelo CARR modificado por la medida de Rogers-Satchell (VRS), aparecen en la Tabla 5. Los resultados referentes al error estadístico medio por defecto, MME(U), prueban que la modificación introducida sólo mejora los resultados previos cuando son utilizados como referencia de volatilidad el rango semanal (WRNG) y la rentabilidad semanal en valor absoluto (AWRET) y únicamente para horizontes de predicción grandes.

Sin embargo los resultados son completamente diferentes cuando las predicciones por exceso son penalizadas en una mayor proporción. En ese caso la modificación del modelo CARR propuesta proporciona mejores resultados en 23 de los 32 casos expuestos en la Tabla 5 (ascendiendo el número de casos donde proporciona mejor capacidad de predicción hasta 168 si se toma el conjunto de las 200 estimaciones realizadas).

Con el objetivo de, precisamente, remarcar esas diferencias en la capacidad predictiva hemos calculado un valor relativo como el cociente entre el valor del estadístico MME(O) de nuestra propuesta y el valor que mejor predecía anteriormente (ya sea el modelo GARCH o el modelo CARR). En este caso un valor del ratio superior a la unidad indica una peor capacidad de predicción del modelo VRS mientras que, por el contrario, un valor inferior a la unidad implica que el modelo que se propone mejora a los dos anteriores.

Los resultados expuestos en la Tabla 6 muestran que el modelo propuesto mejora la capacidad de predicción del mejor modelo anterior en un 27,38% cuando se toma como referencia de volatilidad la suma de las rentabilidades diarias al cuadrado (SSDR) y se toma un horizonte temporal de 6 semanas. Este valor se incrementa hasta una mejora del 49,77% cuando el horizonte temporal de predicción es de 50 semanas. Los resultados son similares cuando se utiliza como medida de volatilidad el cuadrado de la rentabilidad semanal (WRSQ) dado que, en este caso, el modelo donde se utiliza el rango de Rogers-Satchell produce una mejora en la predicción del 22,45% para un horizonte temporal de 1 semana, valor que se incrementa hasta el 43,01% cuando se consideran 50 semanas. En conclusión el modelo propuesto es consistentemente superior a los dos modelos anteriores para predecir la volatilidad en aquellos períodos donde la volatilidad es menor.

Tabla 5: Error estadístico medio de las predicciones de volatilidad semanales

MME(U)												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	VRS									
1	1,2885	1,1021	1,8443	1,6043	1,5766	1,7854	0,6849	0,6336	1,3670	0,7384	0,7382	0,8717
2	1,2986	1,1317	1,8272	1,5902	1,5410	1,7624	0,7005	0,6498	1,3110	0,7328	0,7313	0,8536
6	1,3615	1,3281	1,7754	1,6313	1,6062	1,7336	0,7607	0,7520	1,1341	0,7447	0,7386	0,8066
10	1,4993	1,5646	1,8662	1,7972	1,8048	1,9463	0,8182	0,8625	1,0683	0,7699	0,7728	0,8248
20	1,5038	1,6366	1,7413	1,7197	1,7782	1,8415	0,8191	0,9137	0,8039	0,7543	0,7911	0,7784
30	1,9449	1,9636	2,1263	1,9448	1,9678	2,1733	0,9063	0,9788	0,8030	0,7972	0,8040	0,8081
40	2,1887	2,1930	2,3079	2,1671	2,1384	2,3487	0,9969	1,0283	0,8571	0,8469	0,8430	0,8348
50	2,6730	2,5548	2,9521	2,3135	2,2627	2,5053	1,0743	1,0414	1,0003	0,8675	0,8655	0,8300

MME(O)												
Horizonte	SSDR			WRSQ			WRNG			AWRET		
	GARCH	CARR	VRS									
1	1,4262	1,1855	1,2531	1,4290	1,3631	1,0571	0,6166	0,5940	1,1237	0,6925	0,6945	0,7865
2	1,4579	1,2245	1,2423	1,4214	1,3453	1,0433	0,6175	0,6032	1,0852	0,6859	0,6931	0,7603
6	1,6294	1,6410	1,1918	1,5177	1,4832	1,0182	0,6857	0,6927	0,9846	0,7049	0,7152	0,7152
10	1,7617	1,9713	1,2061	1,5872	1,6178	1,0620	0,7448	0,8265	0,9304	0,7125	0,7233	0,7056
20	1,9657	2,3736	1,1541	1,6628	1,8441	1,0120	0,7565	0,9322	0,7346	0,7036	0,7497	0,6677
30	2,3091	2,6720	1,2459	1,7823	1,9462	1,1136	0,8517	1,0006	0,6872	0,7510	0,7791	0,7110
40	2,5639	2,8651	1,2428	1,9805	2,1010	1,1481	0,9534	1,0695	0,6791	0,7956	0,8210	0,7415
50	2,8316	2,9473	1,4225	2,1223	2,1618	1,2095	1,0224	1,0853	0,8035	0,8161	0,8234	0,7461

MME(U) y MME(O) son el error estadístico medio que penaliza las predicciones por defecto y por exceso, respectivamente. El valor relativo corresponde al cociente entre el error estadístico actual del modelo y aquel del que se obtiene unos peores resultados de predicción. Los datos corresponden a los valores semanales del índice S&P500 desde el 7 de Julio de 1986 hasta el 28 de Diciembre de 2007. Se utilizaron muestras móviles de 972 observaciones para estimar los modelos a la vez que se utilizaron 100 datos como periodo de fuera de muestra.

Tabla 6: Resumen de los valores relativos

Horizonte	SSDR	WRSQ	WRNG	AWRET
	MME(O)			
1	1,0569	0,7755	1,8916	1,1357
2	1,0145	0,7755	1,7991	1,1083
6	0,7262	0,6865	1,4358	1,0145
10	0,6846	0,6691	1,2491	0,9903
20	0,5871	0,6086	0,9710	0,9490
30	0,5395	0,6248	0,8068	0,9468
40	0,4847	0,5796	0,7122	0,9320
50	0,5023	0,5699	0,7859	0,9142

4. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha analizado la capacidad predictiva del modelo CARR propuesto por Chou (2005) como una alternativa al modelo GARCH utilizando diferentes estadísticos simétricos y asimétricos. Inicialmente nuestros resultados confirman los obtenidos por Chou (2005) porque ambos estadísticos muestran que en gran parte de los casos el modelo CARR proporciona mejores medidas de predicción que el modelo GARCH en un contexto de altas volatilidades y tendencia bajista.

Sin embargo cuando las volatilidades son menores y el mercado se encuentra en una tendencia alcista el modelo GARCH proporciona mejores resultados que el modelo CARR para los estadísticos utilizados, tanto los simétricos como los asimétricos, y para la mayoría de los horizontes temporales.

La alternativa propuesta al modelo de rangos donde se sustituye la variable de rango utilizada por Chou (2005) por la medida de volatilidad extrema propuesta por Rogers y Satchell (1991) produce una significativa mejora de la capacidad de predicción. En el contexto de los estadísticos asimétricos donde los errores por exceso son más penalizados el nuevo modelo proporciona una mejor medida de volatilidad para la mayoría de los horizontes temporales y medidas de volatilidad consideradas.

Basado en nuestros resultados se comprueba como el modelo CARR proporciona mejores predicciones de volatilidad en contextos de alta volatilidad y mercados descendentes, sin embargo, cuando los mercados se encuentran en fase ascendente es importante utilizar toda la información diaria disponible (apertura, máximo, mínimo y cierre) con el objeto de obtener una medida de volatilidad lo más fiable posible ya que, si no se tienen en cuenta todos esos datos, podríamos llegar a la conclusión errónea de que la volatilidad en una sesión o semana es pequeña (si los valores tomados son similares) cuando, en realidad, han podido existir grandes fluctuaciones que sólo se pueden estimar teniendo en cuenta todos los datos como se hace en la medida de Rogers-Satchell.

Por último hay que señalar que los resultados y, en consecuencia, las conclusiones alcanzadas son de gran importancia en la fijación de la operativa de los mercados de derivados o en la gestión del riesgo donde una estimación errónea por defecto o exceso de la volatilidad puede tener graves consecuencias.

BIBLIOGRAFÍA

- Akgiray V (1989) Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: Evidence and Forecasts. *Journal of Business* 62:55-80.
- Balaban, E., A. Bayar and R. W. Faff (2006): Forecasting Stock Market Volatility: Further International Evidence. *The European Journal of Finance* 12, n 2:171-188.
- Bollerslev, T (1986): Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31:307-327.
- Brailsford, T.J. and R.W. Faff (1996): An evaluation of volatility forecasting techniques. *Journal of Banking and Finance* 20:419-438.
- Brandt, M. and C. Jones (2002): Volatility Forecasting with Range-based EGARCH Models. Manuscript, Wharton School, University of Pennsylvania.
- Corredor, P. and R. Santamaría (2004): Forecasting Volatility in the Spanish Option Market. *Applied Financial Economics* 14:1-11.
- Chou, R. (2005): Forecasting financial volatilities with extreme values: The conditional autoregressive range (CARR) model. *Journal of Money, Credit and Banking* 37:561-582.
- Engle, R.F. (1982): Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation. *Econometrica* 50:987-1008.
- Garman, M. and M. Klass (1980): On the estimation of security price volatilities from historical data. *Journal of Business* 53:67-78.
- Lamoureux, C.G. and W.D. Lastrapes (1993): Forecasting stock return variances: Toward an understanding of stochastic implied volatilities. *Review of Financial Studies* 6:293-326.
- Martens, M. (2001): Forecasting daily exchange rate volatility using intraday returns. *Journal of International Money and Finance* 20:1-23.
- McMillan, D., A. Speight and O. Gwilym (2000): Forecasting Uk Stock Market Volatility. *Applied Financial Economics* 10:435-448.
- Parkinson, M. (1980): The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business* 53:61-65.
- Poon, S. and C. Granger (2003): Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economic Literature* 41:478-539.
- Rogers, C. and S. Satchell (1991): Estimating variance from high, low and closing prices. *Annals of Applied Probability* 1(4):504-512.
- Tse, Y.K. (1991): Stock Returns Volatility in the Tokyo Stock Exchange. *Japan and the World Economy* 3:285-298.
- Tse, S.H. and K.S. Tung (1992): Forecasting Volatility in the Singapore Stock Market. *Asia Pacific Journal of Management* 9:1-13.