Comentario al trabajo: La Evolución de los «Instrumentos de Representación» en la Actividad Matemática de Marianna Bosch Casabó

Luis Rico Romero
Universidad de Granada

El trabajo se estructura en tres apartados:

1. Teoría Antropológica en didáctica de las matemáticas.
   Establece las ideas generales del marco teórico en que se sitúa:
   1.1. Programa epistemológico en didáctica de las matemáticas
   1.2. Necesidad de un modelo epistemológico explícito de la actividad matemática.
   1.3. Presenta el modelo epistemológico propuesto por la Teoría Antropológica.
   1.4. Noción de «comprensión» desde la Teoría Antropológica.

2. Representación e instrumentos ostensivos de la actividad matemática.
   Presenta las nociones equivalentes a las de representación y asociadas en el marco teórico elegido, en tres apartados:
   2.1. Objetos ostensivos y objetos no ostensivos.
   2.2. Valencia semiótica de los objetos ostensivos.
   2.3. Valencia instrumental y sensibilidad de la actividad a los ostensivos.

3. Pluralidad de registros y reducción ostensiva.
   Desarrolla algunas dificultades y problemas resultantes del análisis que se deriva de los conceptos planteados:
   3.1. Problemática didáctica.
   3.2. Un fenómeno didáctico: conocimientos exigidos que no son enseñables.
   3.3. Difícil tratamiento didáctico de ciertos registros ostensivos.
   3.4. Un problema didáctico y una paradoja.

Ideas que destacan en los apartados anteriores.

1. TEORÍA ANTROPOLÓGICA EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

1.1 Conocimiento y actividad matemática son construcciones sociales.

No se aclara en qué sentido se toman estas afirmaciones. No hay referencias ni mención al programa fuerte de la sociología del conocimiento ni a otros autores (Bloor, Restivo, Berger & Luckham, u otros).

Implicación de este postulado es la consideración social del sujeto del conocimiento (raras veces va a considerar un sujeto individual) y el ámbito institucional de su construcción.

1.2. Establece la correspondencia entre las componentes del modelo y la organización y actividad matemática. En matemáticas hay una organización y una actividad (nociones que se tratan en el apartado siguiente).

1.3 Amplía el apartado anterior: el saber surge de la actividad matemática, y emerge como organizaciones. Una organización está compuesta por cuatro componentes:

- tipos de problemas,
- tipos de técnicas,
- tecnologías, que explican las técnicas,
- teoría, que fundamenta y organiza el discursos tecnológico.

Idea interesante es la de *hacer matemáticas*: activar una determinada organización matemática, es decir resolver problemas con técnicas determinadas, de manera justificada y razonada (apdo. 1.3.1).

Otra noción relevante, en este apartado, es aquella que la autora tiene sobre el aprendizaje: aprendizaje es lo aprendido. Parece no haber procesos de aprendizaje -no se consideran- sino solo productos: el fruto de una reconstrucción (apdo. 1.3.2). Lo aprendido lo es siempre por contraste con una construcción social ya existente.

Con estas nociones no parecen tener cabida cuestiones como aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje creativo, invención, intuición matemática, etc.

1.4. La tesis principal del apartado se resume en una secuencia de afirmaciones:

i) «todo saber -hacer presupone la existencia de un saber o discurso justificativo- explicativo de la actividad» (no se considera así el saber hacer de un niño que, por ejemplo, aprende a caminar y no necesita de un saber justificativo: impone el saber);

ii) «la comprensión remite a la producción de discursos descriptivos y justificativos de todo quehacer» (comprender es saber explicarse; no se considera que comprender es un verbo transitivo);

iii) «comprensión de un concepto remite al hecho de disponer de un discurso que describa y justifique (...) debe relacionarse directamente con la producción de elementos tecnológicos ..» (no contempla la opción de una comprensión basada en la acción y no verbalizable directamente; parece que sólo hay comprensión cuando está sometida a control y se reduce a un dominio técnico y teórico).

La comprensión (fenómeno) parece estar sometida a la norma de un saber hacer (aspecto formal) en una organización. Los procesos de enseñanza y aprendizaje que suceden en las aulas cotidianamente parecen abandonados.

Aristóteles (Metafísica libro III) ya muestra las contradicciones de considerar las Formas como causas y entidades por sí. Postular un saber previo para que pueda darse un conocer, es una opción idealista.

Sostener que sólo se puede hablar de comprensión, incluso de comprensión matemática, en referencia a un saber ya establecido es un argumento falaz al que contradicen la invención permanente y el progreso en este campo.

La noción de comprensión planteada es insuficiente por reducionista e inadecuada por contradictoria.

En los dos últimos puntos se hace una concesión mencionando los discursos espontáneos (también se derivan los no espontáneos) y la rigidez o flexibilidad de una actividad, pero estas nuevas nociones -que parecen modos de proceso- no quedan caracterizadas dentro del modelo.

2. REPRESENTACIÓN E INSTRUMENTOS OSTENSIVOS DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

En un primer párrafo conecta las nociones de registro, signo y representaciones, y reconoce su pluralidad e interés. Destaca como prioritario el valor instrumental de estas nociones y establece que a los objetos de representación los va llamar *objetos ostensivos* (¡para mayor neutralidad!); no se propone motivo fundado para establecer una nueva denominación.

En el punto 2.1 establece la dicotomía ostensivo-no ostensivo.

Los objetos ostensivos se basan en las sensaciones, se perciben por los sentidos; los objetos no ostensivos parecen estar basados en la razón, son objetos de una mente social (no de una mente individual, que no se considera), tienen existencia social -institucional- y son cuestiones de convenio ya que la institución les atribuye existencia. Estos objetos, desde su denominación, quedan mal caracterizados.

Resulta difícil encontrar la equivalencia con las dicotomías establecidas por Rico en el documento de partida, si bien parece estar cercana a la dualidad objetivo-convencional.

Los objetos no ostensivos siguen siendo tan inasibles y tan inobservables como las representaciones mentales, sólo que ahora la mente es social y no individual.

En este mismo punto (apdo. 2.1.5) se formula una pregunta esencial para la autora: ¿cuál es el origen de los conceptos matemáticos y su relación con los objetos que los representan?

La respuesta aportada es fundamental para entender todo el trabajo.

Recordamos que Aristóteles (Metafísica, 983a) establece cuatro tipos de causas:

- la entidad o esencia, el porqué, que es causa y principio y se puede reducir a la definición;
- la causa material, es decir el sujeto;

- la causa eficiente, de donde proviene el principio de acción, el inicio del movimiento;
- la causa final, aquello para lo cual se actúa.

Situando el planteamiento de M. Bosch (apdo. 2.1.5) dentro de esta clasificación vemos que sostiene una visión esencialista: el origen de los conceptos matemáticos es su esencia matemática, su matematicidad. Un concepto es matemático cuando se desenvuelve dentro de una organización matemática y está institucionalizado como tal, lo cual le dota de esencia. También considera, parcialmente, una causa final.

El desarrollo de la ciencia moderna tiene como principio inconmovible el abandono de las esencias como principios explicativos y se centra en las causas materiales y eficientes. Las ciencias humanas también incluyen la intencionalidad o causa final, pero nunca la esencial.

En el apartado 2.2 analiza la función representante que tienen los objetos ostensivos (signos) de los objetos no ostensivos a la que denomina *valencia.* Según la autora la valencia semiótica significa que un objeto no ostensivo -dado por un ostensivo- expresa, a su vez, signos (objetos ostensivos), ideas (objetos no ostensivos) y actividades. Lo ostensivo aparece como parte de lo no ostensivo, lo cual indica que lo mismo puede ser y no ser. Esta reflexión se hace sin concesión alguna para el lector, con escasa coherencia argumental y sin ningún tipo de análisis o precisiones. De este modo lo representado por un signo es un complejo de signos, ideas y actividades, es decir, una organización matemática (?).

Esta argumentación continúa en el apartado 2.2.2 donde se afirma que la valencia semiótica sólo se adquiere en el ámbito de realización de una actividad. Es decir, cualquier interpretación procedente de una actividad con signos parece poder llamarse significado. El apartado 2.2.3 también resulta confuso: introduce nuevos términos como *relación de modelización* y *sistema modelizado*, sin justificar y con contradicciones respecto a la argumentación anterior; «las relaciones entre los sistemas matemáticos son modelizaciones» (se suelen llamar teoremas de representación !!).

Concluye con el apartado 2.3 relativo a la valencia instrumental en donde insiste en el carácter puramente instrumental de los objetos ostensivos, señala que pequeños cambios en ellos afectan a su uso; finaliza señalando el escaso aprecio hacia los registros gráficos.

3. PLURALIDAD DE REGISTROS Y REDUCCIÓN OSTENSIVA.

El apartado 3.1 contiene una serie de atrevidas aseveraciones, que se enuncian como verdades indiscutibles:

- El proceso de enseñanza- aprendizaje se rige por leyes decretadas por la DDM (¡qué más quisiéramos nosotros!);
- las leyes se manifiestan en forma de fenómenos didácticos (esto es lógicamente insostenible, incluso para la ley de la gravitación universal);

- una regularidad curricular -predominio del registro del formalismo algebraico- se presenta como una ley didáctica (las regularidades curriculares son convenios, no son leyes, pueden modificarse);
- en conclusión, los especialistas del programa cognitivo son necios: confunden las regularidades curriculares con el funcionamiento psicológico de los sujetos (¿de donde se infiere esto?).

En el apartado 3.2 se plantea un fenómeno didáctico relevante para la autora: qué ocurre cuando encontramos desconocimiento y carencias en cuestiones claves para un conocimiento que se quiere desarrollar. A esto lo llama «conocimientos que no se pueden enseñar (?) pero que son necesarios para el proceso de aprendizaje (¿cuál proceso de aprendizaje?). El problema planteado resulta confuso en su enunciado y no se justifica su conexión con los sistemas de representación (objetos ostensivos).

En el apartado 3.3 revisa diversos problemas relacionados con la escasa consideración de los registros gráficos y gestuales.

En el apartado 3.4 muestra las limitaciones que se derivan de haber considerado sólo el aspecto instrumental de los objetos ostensivos, que sustituye con frecuencia por registro.

Comienza por afirmar que el desarrollo de la matemática muestra una tendencia a reducir el número de registros a los simbólicos. No es verdad, el proceso de formalización y abstracción en determinadas etapas recientes de la historia de la matemática no debe confundirse con su desarrollo histórico general. Los modernos programas de software matemático, la teoría de grafos, teoría de campos, gráficas estadísticas, etc., contradicen la conjetura. Es cierto que hay dificultades estructurales para dotar de complejidad a las representaciones gráficas o diagramáticas, pero también es cierto que hay un prometedor desarrollo en este sentido; igual ocurre con la modelización de fenómenos matemáticos. La autora reconoce estos hechos en el apartado 3.4.3., pero vuelve a utilizar los mismos argumentos de manera parcial e interesada en el apartado 3.4.5 para «oponer el incremento de la comprensión matemática con la evolución histórica del conocimiento matemático», dando una interpretación sesgada a estas ideas.

En el apartado 3.4.1 concede que es conveniente romper con la tradición curricular, que considera una tradición matemática, y apunta a la exploración de «problemas que provoquen o faciliten el recurso a una variedad de registros». No se plantea que, si es posible, esto se debe a que en la base de cualquier concepto hay una pluralidad de registros. El apartado 3.4.2 vuelve a contraponer la comprensión social del conocimiento y la pluralidad de registros; como los procesos de aprendizaje individual no son relevantes, no hay construcción ni dificultades de aprendizaje ni errores de comprensión, por tanto no es necesario el uso coordinado de diversos sistemas de representación.

En resumen, las principales ideas que sostienen esta argumentación son:

- El conocimiento matemático es una construcción social; en este sentido los sujetos del conocimiento no son las personas concretas. La comprensión de un concepto se refiere a disponer de un discurso justificativo que replique el grado y profundidad en que es conocido por grupos e instituciones matemáticas.

- La actividad matemática consiste en activar una organización matemática; aprender matemáticas consiste en reconstruir alguna de estas organizaciones; el aprendizaje es lo aprendido.
- Las representaciones y signos se llaman objetos ostensivos y tienen una función puramente instrumental como vehículos de significación. Conceptos, ideas y organizaciones matemáticas son objetos no ostensivos.
- El origen de los conceptos matemáticos es su esencia matemática: su matematicidad. El conocimiento creativo, aprendizaje por descubrimiento, proceso individual de aprendizaje, intuición matemática, etc., quedan fuera de esta consideración.
- Las tradiciones y regularidades curriculares se llaman leyes didácticas y se justifican como producto de la evolución histórica de las matemáticas.