

RÉPLICA A : “ELEMENTOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, CINCO AÑOS DESPUÉS “ DE M^a LUZ CALLEJO Y JOSÉ CARRILLO

Luis Puig

Departament de Didàctica de la Matemàtica
Universitat de Valencia

0. Quiero comenzar agradeciendo el cariño con el que M^a Luz Callejo y José Carrillo han tratado mi libro *Elementos de resolución de problemas*, escrito a partir de mi tesis doctoral. Siempre cuesta para quien ha escrito algo —sobre todo si su escritura ha supuesto largo tiempo y esfuerzo— admitir que el sentido que un lector produce al leerlo se ajusta con precisión al significado que él pretendía darle o al sentido que él, primer lector, produjo inicialmente. Sin embargo, he aprendido —de Peirce, de Barthes, de Eco— que los textos no tienen un significado en ellos, producto de la intención del autor, que el lector tiene que desentrañar, sino que más bien las lecturas de un texto son tan múltiples como múltiples son las experiencias semióticas de sus lectores y el texto sólo puede señalar, gracias a la restricción semántica que establece en el juego interno de sus elementos semióticos, que algunas lecturas son aberrantes, es decir, que se desvían o apartan de lo normal o lo usual. Así que, aceptaré que los autores del comentario a mi libro escriban algunas veces que yo digo cosas que yo no diría que las dice el texto *Elementos de resolución de problemas* sin replicar que yo no quise decir eso, porque el problema no es lo que yo quise decir. Sí que me entretendré, sin embargo, en señalar que algunas cosas se pueden leer de otro modo y hasta qué punto algunas lecturas atienden las indicaciones de la restricción semántica.

1. En una tesis doctoral es prudente que lo que se defiende, sobre todo si es una teoría, se exprese como el desarrollo, la adaptación, la extensión, la precisión, la particularización de algo ya establecido en la comunidad que ha de juzgarla. El trabajo adquiere así la solidez y la grandeza de estar levantado “sobre los hombros de gigantes”. Siguiendo este principio, en el capítulo 3 presenté los elementos de teoría del componente de competencia del modelo teórico local poniendo el énfasis en su continuidad con los trabajos de Polya y Schoenfeld, que es de donde efectivamente proceden esos elementos. Pero el análisis que hice de ellos y su reelaboración para integrarlos en un todo coherente los sometió a una transformación que me obliga a confesar que no quieren decir lo mismo que en Polya o Schoenfeld y que, en algunos extremos, los contradicen.

Esta transformación es particularmente radical por lo que respecta a las nociones que están tomadas de Schoenfeld. En efecto, como digo en el libro, las nociones que tomé de Schoenfeld para elaborar el componente de competencia del modelo teórico local (o, en aras de brevedad, el ‘modelo de competencia’), pertenecen tal como las obtuvo y presentó Schoenfeld a lo que yo llamo el componente de actuación del modelo teórico local (o, en aras de brevedad, el ‘modelo de actuación’) y aparecen en sus trabajos como respuesta a la necesidad de introducir nuevas fuentes de explicación de conductas de resolutores reales que se ven como *carencias*: la primera transformación, por tanto, a la que las sometí es el cambio de naturaleza que supone pasar de elemento de un modelo de actuación que expresa una carencia de los resolutores a elemento de un modelo de competencia que expresa una pericia —esta operación la realicé en particular con las creencias, que en el modelo de competencia

no se definen como “las creencias que los resolutores tienen” sino como una creencia particular que forma parte de la conducta competente del estilo heurístico de resolución de problemas (“la tarea de resolución de problemas se realiza con fines epistémicos”) y con el gestor, que en el modelo de competencia es lo que llamo el ‘gestor instruido’.

Por otro lado, Schoenfeld clasifica esas nociones —que calificó inicialmente de “componentes del conocimiento y la conducta” y posteriormente de “aspectos de la cognición”— en cuatro componentes —cuando se llamaban ‘componentes’— o cinco aspectos —cuando pasaron a llamarse ‘aspectos’—; ahora bien, mi lista de elementos no respeta esa clasificación y califica a todos los elementos de ‘heurísticos’, en la medida en que forman parte precisamente del modelo de competencia del estilo *heurístico* de resolución de problemas y no del modelo de competencia de otros estilos de resolución de problemas, de modo que tanto el gestor instruido como la creencia competente, es decir, lo que en otras teorías se califican de factores metacognitivos y creencias son aquí parte de la heurística.

Aunque al escribir la tesis y el libro mantuviera la prudencia de mostrar más la filiación de los elementos teóricos que elaboré que su oposición a las nociones establecidas, no por ello dejé de indicar con claridad en qué sentido se separaban de ellas. Ver en particular las notas 10 y 11 al capítulo 3 (pág. 43) y la crítica que hago en la página 49 al analizar el caso que aparece en el apartado 5.4.1. a la descripción que Schoenfeld hace del buen gestor. Esta crítica está fundada precisamente en observaciones como la descrita en 5.4.1. que muestra que cuando unos alumnos son “competentes” en el sentido del buen gestor de Schoenfeld — que tiene sus tareas enunciadas en los términos absolutamente vagos y generales “¿Qué estás haciendo? ¿Para qué lo estás haciendo? ¿Cómo encaja lo que estás haciendo en el conjunto de la resolución del problema?” (Schoenfeld, 1985)— esos alumnos “saben que hay que gestionar el proceso, pero no desarrollan conductas de gestión concretas adecuadas al tipo de acciones que están realizando o a las intenciones de uso de los instrumentos que están utilizando para moverse en el espacio de problemas” (págs. 89-90) con lo que se puede concluir que “un gestor que sólo sabe que tiene que gestionar, pero carece de un catálogo de tareas de gestión concretas asociadas a los instrumentos que se usan para resolver el problema está inerte” (pág. 90), es decir, el buen gestor de Schoenfeld no es competente. El “gestor instruido” que yo incorporé al modelo de competencia es un gestor que no sólo sabe que ha de controlar el proceso sino que conoce cuáles son esas tareas concretas.

2. M^a Luz Callejo y José Carrillo dicen que en mi trabajo “la pertinencia prima sobre el rigor”. Ya sé que ellos no dicen esto como una crítica sino señalando que hay que valorar como positivo el que el trabajo sea pertinente y no darle tanta importancia al rigor. A mi entender, no se trata de no darle importancia al rigor, sino de entender el rigor de otra manera, por ejemplo como lo hace Freudenthal en su artículo *Fiabilité, validité et pertinence – critères de la recherche sur l’enseignement de la mathématique*²⁰. Entonces en mi trabajo no es que “la pertinencia prime sobre el rigor”, sino que el rigor que tiene está definido de otra

²⁰ Freudenthal (1982)

manera, que incluye la pertinencia como uno de sus criterios básicos²¹. De hecho esto mismo lo dicen M^a Luz Callejo y José Carrillo unas páginas después, citando a Kilpatrick: “Esto pone de relieve una forma de entender el rigor en las investigaciones cualitativas, donde prima la significatividad de la información sobre la precisión del instrumento empleado”.

3. Mi comentario sobre la investigación-acción, que en el libro aparece en una nota a pie de página, lo que hace es poner en guardia ante ciertas confusiones con respecto no a personas (profesor e investigador) sino funciones (función de investigador y función de profesor) que tienen, por su propia naturaleza, ritmos y objetivos a menudo distintos. Una nota a pie de página no es el lugar para explicar en detalle el asunto, sino sólo para apuntarlo. Sucede lo mismo con esta réplica, así que, como ya hacía en mi libro, remito de nuevo a dos referencias en las que se entra más a fondo en el asunto (Brousseau, 1991 y Puig 1998).

4. La distinción de los niveles I, II y III está hecha con la intención de que sea una herramienta metodológica para organizar las definiciones o teorías de problema o resolución de problemas que al hacer el barrido de la bibliografía usual en cualquier trabajo de tesis me encontré. Esto fue necesario, entre otras cosas, por la diversidad de disciplinas cuya bibliografía consulté y por el hecho fundamental de que en gran parte de la bibliografía no se trataba la resolución de problemas en el sistema escolar. Por ello, distinguí los tres niveles y los describí con la metáfora de los personajes de un reparto —problema, alumno y profesor—, que son los personajes clásicos propios del sistema escolar —la materia, los que aprenden, los que enseñan. No veo el sentido de intentar introducir el “contexto” en esta metáfora, aunque sólo sea porque no sé cómo hacer que sea un personaje. De paso subrayaré que esa descripción ya está hecha desde una teoría de nivel III, lo que es patente sin necesidad de que se mencione el tercer personaje, el profesor, en el mero hecho de que el segundo personaje se llama ‘alumno’: si la descripción de los niveles estuviera hecha desde una teoría de nivel II, se hablaría de ‘sujeto’ o ‘resolutor’. En una teoría de nivel II el profesor no pertenece al reparto, en la descripción de una teoría de nivel II hecha desde una de nivel III el profesor pertenece al reparto, pero no está en escena: ése es el sentido en que en el libro se dice que los niveles pueden recorrerse del III al I (los personajes están en el reparto, pero salen de escena —eso es lo que yo hago en el libro, ya que éste desarrolla una teoría de nivel III en la que hay partes de nivel II o I); o del I al III (los personajes se van incorporando al reparto).

5. Las apreciaciones de M^a Luz Callejo y José Carrillo sobre la cantidad de carencias del capítulo en que expongo el componente de enseñanza del modelo teórico local (en aras de la brevedad, el ‘modelo de enseñanza’) me permiten hacer una breve mención a la trastienda de la elaboración de mi tesis. Sucede que la exposición del modelo de enseñanza en el plan de escritura de la memoria de la tesis estaba previsto que fuera extensa y detallada, pero circunstancias variadas, entre otras la necesidad de acabar antes de que vencieran los plazos, hizo que no lo redactara y lo eliminara de la memoria de la tesis (lo que me obligó, dicho sea de paso, a reescribir las referencias cruzadas entre capítulos porque tuve que cambiar la numeración de los capítulos subsiguientes a éste y a otro que también eliminé). Cuando me puse a reescribir la memoria de la tesis para convertirla en libro, pensé en enmendar el asunto,

²¹ Ver una discusión más detallada de estos asuntos en los artículos de Jeremy Kilpatrick y mío del libro *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (Puig, ed. 1998)

pero ya no tuve fuerzas para escribir un grueso montón de páginas y me limité a presentar el esquema general del ‘modelo de enseñanza’: así que lo que aparece en el libro como capítulo 4 no está en la memoria de la tesis, aunque sí que estaba proyectado en el plan inicial²².

6. Una de las preguntas que M^a Luz Callejo y José Carrillo se hacen en su comentario al modelo de enseñanza —“¿presentan la matemática como una ciencia en la que el razonamiento plausible tiene un papel tan importante como el razonamiento demostrativo?”— me da pie para hacer un comentario de precaución ante los vaivenes que a menudo se producen como consecuencia de excesos que hay que combatir: una cosa es explicar y defender la importancia de los razonamientos plausibles en el trabajo de los matemáticos y otra muy distinta deslizarse hacia una equiparación de ambos tipos de razonamientos. En mi libro hago una precisión en este sentido que cito y subrayo: “En el proceso de resolución de problemas *coexisten* razonamientos que responden a patrones plausibles con razonamientos que responden a patrones deductivos y, en la medida en que los patrones plausibles son a menudo formas viciadas de patrones deductivos reparadas al substituir la verdad por la creencia, esa coexistencia *no deja de producir interferencias* en la actuación de los resolutores, otra cosa distinta es que, en el modelo de competencia, pueda separarse con nitidez el *proceso de resolución* del problema —conducido a menudo por razonamientos que pueden describirse mediante patrones plausibles— de la *solución* del problema —es decir la presentación final del conjunto de pasos que conducen de los datos a la incógnita o de la hipótesis a la conclusión, *donde sólo son admisibles razonamientos deductivos*.”

7. También para mí uno de los hallazgos teóricos fundamentales de mi trabajo es la definición de herramienta heurística (HH) y la distinción de éstas con otros elementos heurísticos (destrezas con potencial heurístico, sugerencias heurísticas, métodos de resolución con contenido heurístico), que en la bibliografía anglosajona suelen nombrarse todos con la misma palabra *heuristics*. Pero ese hallazgo teórico no es fundamental por permitir hacer esas distinciones (si sólo hiciera esto no nos permitiría mucho más que avanzar en una taxonomía) sino por lo que escribí en la página 47, que cito: “Esta caracterización general de las herramientas heurísticas permite distinguir a qué vamos a llamar herramienta heurística y a qué sugerencia o destreza con mayor precisión, ahora bien lo que realmente nos parece importante no es sólo la posibilidad de hacer esas distinciones. Al definir las herramientas heurísticas como procedimientos que transforman los problemas en otros problemas, se abre la vía para analizar las distintas maneras que tienen de realizar tal transformación cada una de las herramientas heurísticas y cuáles pueden ser los efectos que pueden esperarse de su uso para la solución del problema originalmente planteado. Dicho análisis puede conducirse guiado por preguntas del estilo de las siguientes: ¿Cuál es la intención de su uso? ¿Cómo está relacionado el problema original con el problema transformado? O, la solución del problema transformado, ¿qué implica para la solución del problema original? ¿Qué se puede traer de la solución del problema transformado al problema original? ¿Cómo queda transformado el

²² Aprovecho para decir que otra versión de ese capítulo apareció en la revista *Uno*, sometida por la redacción de la revista a modificaciones para hacer el texto “políticamente correcto” que me parecen tan absurdas (‘resolvente’ en vez de ‘resolutor’, por ejemplo) que no me reconozco como autor de lo allí publicado.

problema original al incorporarle lo que se traiga de la solución del transformado? Estas preguntas no pueden contestarse en general, sino que han de plantearse para cada herramienta heurística y al menos distinguiendo entre los problemas de encontrar y los problemas de probar.” La posibilidad de hacer esos análisis es lo que permite, en general, convertir la heurística en materia de enseñanza, y, en particular, determinar cuáles son las tareas del gestor instruido, elemento del modelo de competencia cuya diferencia con el gestor de Schoenfeld ya he subrayado.

8. A lo largo de mis observaciones ha aparecido a menudo la referencia a lo que, siguiendo a Filloy, llamo ‘modelo teórico local’. En el libro expongo someramente cómo esa noción permite definir el tipo de teoría que elaboré en la tesis. Pero el uso de esa idea en el trabajo de una tesis —y ése fue mi caso— es múltiple: no sólo define el tipo de teoría, sino que conlleva un esquema para la realización del trabajo de investigación²³ y es también un esquema para escribir la memoria de la investigación. Este último aspecto es patente en mi libro porque sus capítulos recorren los componentes del modelo teórico local: el 3 (y también el 2) tratan del componente de competencia, el 4 del componente de enseñanza y el 5 y el 6 del componente de actuación. Ahora bien, como los modelos teóricos locales tienen naturaleza recursiva, esto es, para hacer una investigación hay que elaborar elementos de un modelo teórico local y los resultados de la investigación se organizan en forma de elementos de un (nuevo) modelo teórico local, la escritura de la memoria de la investigación tiene que contar algo de su propia historia, lo que es farragoso y no siempre fácil. En mi caso expuse sólo elementos del modelo teórico local *resultante* de la investigación y me limité a indicar algunas modificaciones de los modelos previos en las notas a pie de página (ver, por ejemplo, las notas 19 y 20 que aparecen en la página 90, que mencionan modificaciones del modelo de enseñanza).

9. Para terminar señalaré que hay algo en mi trabajo extremadamente importante para mí, de lo que M^a Luz Callejo y José Carrillo no han dicho nada en ningún sentido. Se trata de los análisis minuciosos que presento de todos los problemas que utilicé en los instrumentos de obtención de datos. El rigor en los trabajos de corte cualitativo exige, esto sí, ese conocimiento minucioso de las tareas que usamos para obtener datos.

²³ La mejor exposición de este aspecto metodológico de los modelos teóricos locales está en Filloy (1999).

Así podremos correlativamente tener una descripción (mediante algún instrumento) de la actuación de los alumnos que vamos a elegir como casos²⁴, que sea significativa con respecto al modelo teórico local.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brousseau, G. 1991. ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda parte) [Traducción castellana de Luis Puig] *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 9, págs. 10-21.

Fillooy, E. y cols. 1999. *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica

Freudenthal, H. 1982. Fiabilité, validité et pertinence – critères de la recherche sur l'enseignement de la mathématique. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 13, págs. 395-408.

Puig, L. ed. 1998. *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática*. una empresa docente®: Bogotá.

²⁴ El análisis de datos de Bencekri o, en particular, las técnicas de taxonomía numérica que yo utilicé son unos instrumentos especialmente potentes para este propósito. En el plan inicial de mi trabajo de investigación, tenía que haber habido también un estudio de casos tomados de los grupos cuya actuación global está descrita en el capítulo 6, seleccionados en virtud de la descripción proporcionada por la taxonomía. Los motivos por los que esta parte no aparece narrada ni en la memoria de la tesis ni en el libro pertenecen también a la trastienda de mi trabajo.