

La aceleración en el espacio y en el tiempo: cinemática de los arrancones



Adrián Corona Cruz

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Apartado Postal 1152, 72001 Puebla, México.*

E-mail: acorona@fcfm.buap.mx

(Recibido el 16 de Agosto de 2008; Aceptado el 17 de Septiembre de 2008)

Resumen

Para el presente trabajo, se considera que la descripción del movimiento de los objetos, en lo general, se hace bajo la concepción de que éste ocurre en el espacio y en el tiempo, y que las interacciones o causas del mismo se describen de igual manera; no importando si la interacción se desarrolla en el espacio o en el tiempo. Esto hace que los movimientos sean incorrectamente analizados. Aquí se examinan a manera de ejemplos dos sistemas, uno tratado en el laboratorio básico de física y otro en pistas de carreras de autos (arrancones). Se hace evidente la diferencia en las aceleraciones obtenidas considerando sus promedios en el espacio y en el tiempo. También, se muestra que en las dos situaciones en las que podemos describir el movimiento, a) aquellas donde sólo se conoce la situación inicial y final y b) aquellas donde se conoce la posición en cada instante, se observa la diferencia en las aceleraciones.

Palabras clave: arrancones, aceleración espacial, aceleración temporal, interacciones.

Abstract

In the present work, it is considered that the description of movement of the objects, in general, takes place in the conception of this happens in the space time, and that its interactions or causes are described of equal way; not mattering if the interaction is developed in the space or the time, this causes that the movements be incorrectly analyzed. Here two examples of systems are examined, one in the basic laboratory of physics and another one in tracks of car races (dragster). The difference in the obtained accelerations becomes evident considering its averages in the space and the time. Also, we show that in both situations in which we can describe the movement, a) those where the initial situation is only known and final, and b) those where knows the position at every time, the difference in the accelerations is observed.

Key words: dragster, spatial acceleration, temporal acceleration, interactions.

PACS: 01.50.Wg, 01.55.+b, 01.40.E

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

A nivel clásico o newtoniano, en la frase “*todo se mueve*”, se implica la materia (todo) y el movimiento (se mueve), es decir, espacio, tiempo y energía. La fusión de estas dimensiones (lógico matemático) sirve para explicar los fenómenos fundamentales de la realidad, tales como velocidad, aceleración, energía cinética, etc. El movimiento de los objetos, por medio de una serie de formulas, son examinados, fusionando el espacio y el tiempo, interpretando así el comportamiento del universo (todo se mueve).

Frente a los hechos de la realidad, los físicos, para estudiar el proceso del conocimiento físico, clásicamente examinan por separado al espacio y al tiempo, de esta manera estructuran la lógica de la dimensionalidad, es decir, una lógica intuicionista; al considerar al espacio y al tiempo; para definir mediante un proceso intuitivo, por ejemplo establece la velocidad sin entrar a considerar sus fundamentos físicos o matemáticos [1].

El movimiento de un objeto en condiciones cotidianas, general es complicado de estudiar. Una

simplificación se puede dar cuando el objeto se traslada en una dimensión espacial, y más cuando sólo nos interesa su comportamiento promedio; un sistema mecánico de éste tipo, y comúnmente tratado como ejercicio en clase o problema de evaluación es formulado como: *¿cuál es la aceleración media de un auto que después de arrancar y recorrer una distancia x alcanza una velocidad v ? o ¿cuál es la aceleración media de un auto que después de arrancar en un tiempo t consigue moverse a una velocidad v ?* El estudiante podría imaginar que el auto en su recorrido se le pudo poner una llanta, u modificar su trayecto debido por alguna causa vial, es decir las variables desplazamiento y el tiempo impactan respectivamente en los problemas, y sin embargo el resultado no se modifica por los hechos. Si ambos enunciados corresponden al mismo evento, se obtendrían dos aceleraciones seguramente diferentes. Es claro que con la información o datos del problema, éste sólo se puede resolver calculando los valores promedio de la aceleración. En el primer caso, el valor promedio de la aceleración en el espacio, es decir los cambios en la velocidad del auto debido a las interacciones a lo largo de su trayectoria. En el segundo

caso se requiere conocer los cambios de la velocidad del auto en cada instante del tiempo que duró el recorrido.

El no hacer la distinción conceptual y analítica de la aceleración, se producen errores, como el discutido más tarde. La situación puede corregirse haciendo que el estudiante entienda las diferencias de las aceleraciones introduciendo y usando explícitamente eventos debidos a las acciones o interacciones que se realizan en el espacio (teorema trabajo-energía) y aquellos que se realizan en el tiempo (impulso-momentum).

Usando el teorema del valor medio, para la aceleración que experimenta el auto a lo largo de su recorrido y en cada instante:

$$\begin{aligned} \text{Aceleración promedio en el espacio} & \quad \text{Aceleración promedio en el tiempo} \\ \bar{a}_x = \frac{\int a \cdot dx}{\int dx}, & \quad \bar{a}_t = \frac{\int a \cdot dt}{\int dt}, \end{aligned}$$

considerando que los autos parten del reposo, se obtiene

$$\bar{a}_x = \frac{v^2}{2x}, \quad (1) \quad \bar{a}_t = \frac{v}{t}, \quad (2)$$

donde x es la distancia recorrida, v la velocidad final donde t es el tiempo en el que el auto alcanza la velocidad v

Se puede mostrar que sólo en el caso en el que el movimiento es uniformemente acelerado, los valores de las aceleraciones son iguales: $a_x = a_t$. También, ocurre que a medida de que el móvil, experimenta más variaciones en la aceleración, la diferencia entre las aceleraciones se hace más grande.

Conviene hacer la reflexión de que de a_x se deriva la definición de trabajo, energía cinética y potencial, y que de a_t el impulso y el cambio de momentum.

II. ANALISIS DE OBJETOS ACELERADOS

A. Carro de fricción y pelota en caída libre

A manera de ejemplo, en la grafica mostrada en la figura 2, se muestran los datos graficados de la posición vs tiempo, de dos objetos, y en la tabla I, se muestran los valores, obtenidos de las graficas de las aceleraciones de un carrito de cuerda mostrado el la figura 1, moviéndose sobre una superficie de madera, y una pelota de básquetbol cayendo.



FIGURA 1. Carrito de cuerda.

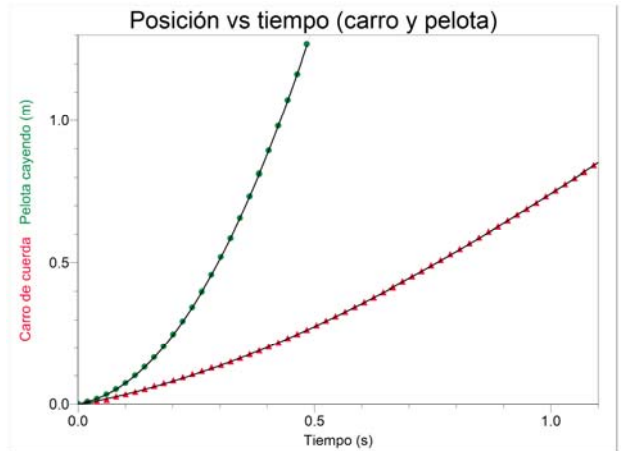


FIGURA 2. Gráfica de posición vs tiempo de un carrito de fricción corriendo horizontalmente sobre madera, y los datos del movimiento de caída libre de un balón de básquetbol (pesado). Las líneas corresponden respectivamente a ajustes con polinomios cuadrático y cúbico.

El movimiento fue cuantificado por medio de un sonar (sensor de movimiento a 60Hz) conectado a una interfase 500, PASCO acoplado a una PC. El sonar fue colocado con su emisor alineado normal al piso. Cuando el carro (previamente cordado) se encuentra aproximadamente a 30 cm del sonar, se libera, capturando su posición cada sesentavo de segundo (± 0.001 m, ± 0.01 s). Así, los valores de la distancia recorrida, el tiempo y la velocidad final son obtenidos. Para la pelota el sensor se coloca dirigido hacia el piso. En la tabla I, se puede observar que en el caso de la pelota la aceleración por ser constante las aceleraciones coinciden, mientras que para el carro moviéndose sobre madera (rugosa), las aceleraciones difieren en el 24 %.

TABLA I. Valores del movimiento de un carro de fricción y una pelota. Los valores son extraídos de los datos de posición tiempo.

Móvil	t (s)	x (m)	v_f (m/s)	a_x (m/s ²)	a_t (m/s ²)
Carro de cuerda	± 0.01	± 0.001	± 0.01	± 0.02	± 0.01
	1.19	0.977	1.24	0.79	1.04
Pelota en caída libre	0.47	1.076	4.59	9.81	9.82

B. Arrancones (Dragster)

El Top-Fuel Dragster es el carro más rápido de los vehículos de carreras para arrancones, acelera a casi 4 g's a lo largo de un cuarto de milla (402.5 m) en menos de cinco segundos. Alcanza velocidades por arriba de los 44.7 m/s (100 mph) en menos de un segundo y termina la carrera con velocidades mayores de 143 m/s (320 mph). Un esquema del Dragster se muestra en la figura 3 [2].

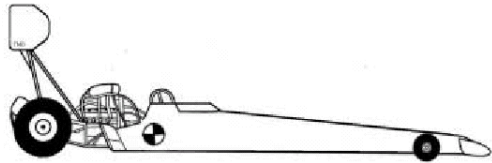


FIGURA 3. Esquema del Dragster. Tomado de la ref. 2

Por el comportamiento del carro durante la carrera, hay dos regiones que determinan cómo estudiar su movimiento; a) en la primera región (tracción) la aceleración es tan grande que las ruedas resbalan, y la longitud que recorre depende de la habilidad del conductor, la velocidad al final se llama la velocidad crítica; b) en la segunda región (potencia), las ruedas no patinan y continúa acelerando.

Las ecuaciones de movimiento para el dragster se derivan considerando todas las fuerzas que actúan en el vehículo. Estas incluyen las propiedades aerodinámicas y de tracción del carro, el peso, las dimensiones, alerones, etc. [2].

La ecuación para la región de tracción $0 < v < v_{cr}$

$$\ddot{x} + a\dot{x}^2 + b = 0. \tag{3}$$

Para la región de potencia: $v_{cr} < v$

$$\ddot{x} + \frac{c}{\dot{x}} + d\dot{x}^2 + e = 0, \tag{4}$$

donde los coeficientes a , b , c , d y e son función del coeficiente de fricción, masa del carro, densidad del aire, potencia y parámetros geométricos, etc. La idea de este modelo es optimizar las propiedades del vehículo para aumentar su velocidad.

Para validar al modelo se usan datos de posición y velocidad, de una carrera del dragster. Datos de posición vs tiempo y velocidad vs distancia [3]. Para obtener de ellas las relaciones aceleración vs tiempo y aceleración vs posición, se diferenciaron las soluciones de las ecuaciones 3 y 4.

El sistema para cronometrar la carrera del dragster "TSI 2000+' (Servicios de pista Incorporado) [4] se basa en foto celdas acopladas a una PC diseñado específicamente para la carrera. El hardware de la computadora recibe señales de los sensores posicionados en puntos específicos a lo largo de la pista. Los sensores se posicionan a lo largo de la pista; 60 pies, 330 pies, 1/8 milla, 1000 pies y claro 1/4 milla. El haz emitido a través de un agujero en la pared, colocada a lo largo de la pista, refleja en un reflector montado en la pared del centro de la pista. El vehículo rompe el haz cuando él pasa y envía una señal a la computadora. La velocidad es obtenida con la señal de un sensor adicional montado a 66 pies antes de los 1/8 y 1/4 milla.

La validación posición vs tiempo mostrada en figura 4, esta reportada por Winn [3]. En esta grafica, los puntos son los datos experimentales y las líneas muestran el comportamiento de las soluciones de las ecuaciones 3 y 4; es obvio que la solución para la parte tracción, es

cuadrática, sin embargo la solución para la región de potencia, es numérica. Se observa que las soluciones emparejan muy bien con los datos reales. En la figura 5, se muestran reproducidos, durante la carrera, el comportamiento de la aceleración en el tiempo del dragster.

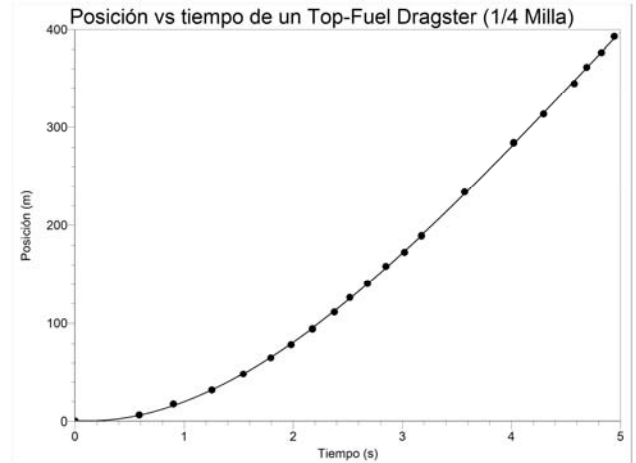


FIGURA 4. Validación de las soluciones de las ecuaciones 3 y 4, (Posición vs Tiempo) del Top-Fuel Dragster, los puntos son los datos y la línea las funciones.

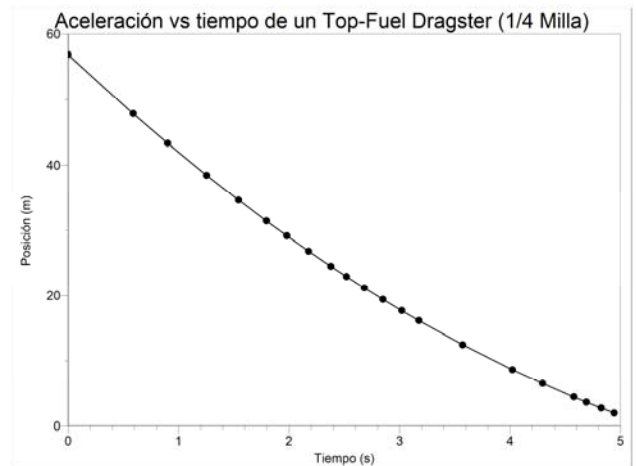


FIGURA 5. Validación de la segunda derivada de las soluciones de las ecuaciones 3 y 4 (Aceleración vs Tiempo) del Top-Fuel Dragster, los puntos son los valores calculados de la aceleración y la línea la función. La aceleración promedio es 22.4 m/s^2 .

También los datos de velocidad contra los datos de posición fueron usados por Winn [3], para validar el modelo. Estos datos se muestran en figura 6 con los círculos y con la línea curva las soluciones de las ecuaciones 3 y 4. Una vez más se encuentra un buen acuerdo con los datos. Respecto a los valores mostrados en la figura 7, estos se obtuvieron calculando con la ecuación 1, la aceleración promedio entre cada uno de los cambios de velocidad.

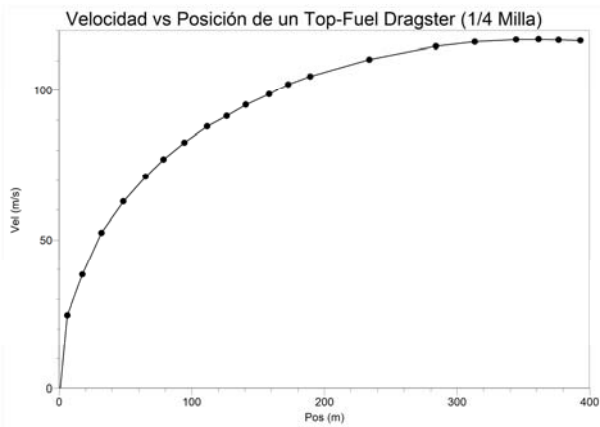


FIGURA 6. Validación de las soluciones de las ecuaciones 3 y 4, (Velocidad vs Posición) del Top-Fuel Dragster, los puntos son los datos y la línea las funciones.

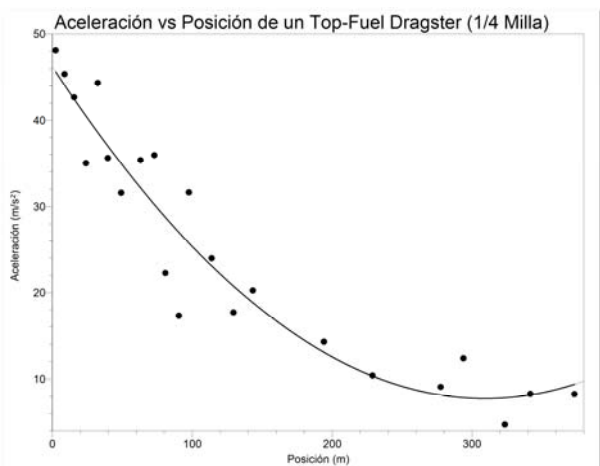


FIGURA 7. Validación de la segunda derivada de las soluciones de las ecuaciones 3 y 4 (Aceleración vs posición) del Top-Fuel Dragster, los puntos son los valores calculados con la ecuación 1, y la curva muestra el comportamiento de los datos. La aceleración promedio es 25.4 m/s^2 .

Es interesante observar el comportamiento de la aceleración para los dos conjuntos de datos, ambos en magnitud son del mismo orden, pero su comportamiento varía en su rapidez de cambio.

Debido a la rapidez con la que se desarrolla la carrera, sólo se llegan a reportar los datos medidos y calculados de los tiempos de recorrido, la velocidad final, y en algunos casos la velocidad en algunos puntos del recorrido. En la tabla II se muestran datos de móviles del mismo estilo. En ella se puede observar las aceleraciones promedio calculadas con las ecuaciones 1 y 2, usando los datos de los tiempos y velocidades alcanzadas por los móviles al recorrer el cuarto de milla.

TABLA II. Comparación de las velocidades y aceleraciones medias de varias máquinas, recorriendo un cuarto de milla (402.5 m) [5].

Movil	t (s)	v (m/s)	a_t (m/s^2)	a_x (m/s^2)
Top Fuell Dragster	4.4	148.8	33.8	27.5
Rocket Dragster	3.6	172.5	48.2	37
He rocketed	10.3	64.3	6.24	5.1
Boat	4.5	147.5	44	27

Información como ésta, suele ser usada para plantear problemas como los antes formulados:

- ¿Cuál es la aceleración media de un bote que después de arrancar y recorrer una distancia x alcanza una velocidad v ? o
- ¿Cuál es la aceleración media de un Rocket Dragster que después de arrancar en un tiempo t consigue moverse a una velocidad v ?

III CASO CONTROVERTIDO

En la revista “Popular Science” (Oct. 2002, pp. 92-94) reporta las siguientes distancias, tiempos y velocidades de una carrera de Top Fuell Dragster. Los datos se muestran en las tres primeras columnas de la tabla III.

TABLA III. Datos de x , t , v , de una carrera y los valores de las aceleraciones obtenidas por medio de las ecuaciones 2 y 3, de un auto recorriendo un cuarto de milla (402.5 m) [6].

t (s)	x (m)	v (m/s)	a_x (m/s^2)	a_t (m/s^2)
0.5	18.3	17.9	8.7	35.8
1	45.7	44.7	30.6	53.6
2	91.5	89.4	65.6	44.7
3.5	198	123	33.4	22.3
4	305	134	13.5	22.3
4.5	402.44	147	18.7	26.0

Con las preguntas: ¿podemos interpretar estos datos y calcular la aceleración del coche?, ¿la posición y velocidad están relacionadas, la velocidad es la derivada de la posición?, la validez de estos datos fueron puestos a prueba por Riveros [6].

Para encontrar las respuestas, Riveros graficó los datos, obteniendo la gráfica de la figura 8, observando que el comportamiento entre las curvas no es consistente, mientras en la curva de distancia hay una zona recta lo que implica una velocidad constante (aceleración cero), en la curva de velocidad en la misma zona es recta (aceleración constante), significando que los datos de posición y velocidad no son compatibles entre sí.

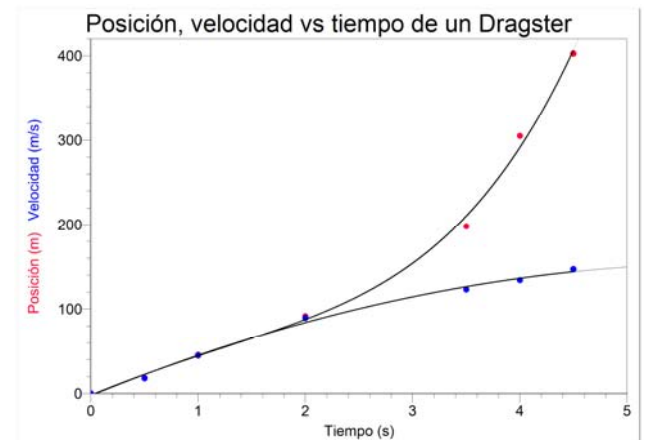


FIGURA 8. Gráfica de los datos reportados en la revista *Popular Science*. Las curvas sólo muestran el comportamiento de los datos.

Como se puede ver la interpretación de los datos que hace Riveros, no es correcta. El análisis debe hacerse calculando los cambios de velocidad. En las gráficas 9 y 10 se muestran los comportamientos de las aceleraciones obtenidas usando las ecuaciones 1 y 2, cuyos valores se muestran en las últimas dos columnas de la tabla III. De manera que como respuesta a las preguntas de Riveros, en las graficas se puede calcular la aceleración del coche, que la posición y velocidad están relacionadas. En el artículo de Riveros hay otras observaciones a los datos que también pueden discutirse.

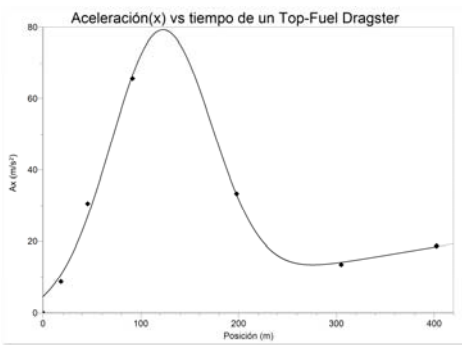


FIGURA 9. Gráfica de las aceleraciones promedio, calculadas con la ecuación 1, usando los datos reportados en Popular Science.

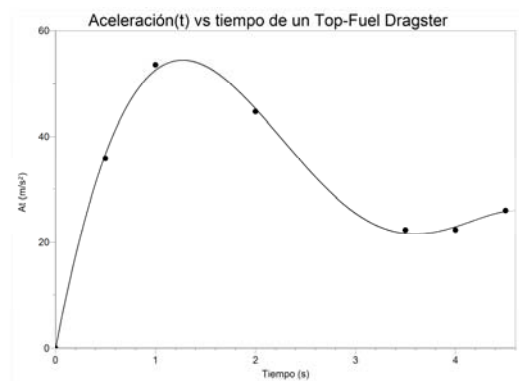


FIGURA 10. Gráfica de las aceleraciones promedio, calculadas con la ecuación 2, usando los datos reportados en Popular Science.

Se interpreta el comportamiento de las graficas de aceleración en términos de las zonas de tracción y potencia, referidas por Buratti [2], se podría considerar que

en la gráfica 9, (aceleración tiempo), se da la tracción del dragster.

IV CONCLUSIONES

El estudio de los movimientos, en general se restringen a aquellos que son uniformemente acelerados, siendo que en la realidad la mayoría de los movimientos en el entorno del alumno son “complejos”. De esto, para encontrar las leyes que gobiernan los diversos cambios de posición que experimentan los cuerpos a medida que el tiempo transcurre, debemos crear las condiciones para medir y describir los cambios en el espacio y en el tiempo. Este punto de análisis en lo general no es tratado, en los textos ni en las aulas.

REFERENCIAS

- [1] Vallejos, M. A., *Continuo cuatro dimensional y realidad*, http://www.serbi.luz.edu.ve/pdf/rluz/v03n10/art_05.pdf, Visitado Julio 29, 2008
- [2] Buratti, T. M., *Top-Fuel Dragster wing design using cfd and its influence on vehicle dynamic performance*, Faculty of the Graduate College of Oklahoma State University, (2000), http://www.caselab.okstate.edu/pubs/tmb_thesis.pdf, Visitado Mayo 6, 2008
- [3] Winn, R. C., Kohlman, D. L., and Kenner, M. T., *Optimal Wing Design for Top-Fuel Dragsters*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Paper No. 99-0464, (1999).
- [4] Andy Marrs and Steve Horn, TSI 2000+, <http://www.eurodragster.com/tsitimers>, Visitado Mayo 29, 2008
- [5] Glenn, E., *Acceleration of a Dragster*, [The Physics Factbook](http://hypertextbook.com/facts/2007/AnamAhmed.shtml), An educational, Fair Use website, <http://hypertextbook.com/facts/2007/AnamAhmed.shtml>, Visitado Mayo 12, 2008
- [6] Riveros, H., *Los Placeres del Pensamiento*, Bol. Soc. Mex. Fís. **16**, 237-238 (2002).