«Medidas de desigualdad de la renta en un modelo de oferta de trabajo regular e irregular»

En este artículo construimos un modelo de oferta de trabajo de un individuo con aversión relativa al riesgo constante que evade impuestos ofreciendo su trabajo en el mercado irregular, además de hacerlo también en el regular. Sobre este modelo, analizamos si es o no adecuado utilizar un indicador de la desigualdad de la renta basado en la información disponible sobre los ingresos declarados, para lo cual comparamos esta medida oficial con otra que mide la desigualdad real. Además, valoramos la capacidad que tiene el indicador oficial para predecir aumentos o disminuciones en la desigualdad real cuando el gobierno aplica distintas medidas de política económica. Finalmente, generalizamos el modelo considerando distintos salarios en los dos mercados.

Artikulu honetan, arriskuarekiko gaitzespen maila iraunkorra duen eta, merkatu arautuan ezezik araugabean ere bere lana eskainiz, zergetan iruzurra egiten duen pertsona baten lan eskaintzaren modeloa eraiki dugu. Modelo honekin, aitortutako dirusarrerei buruz eskura dagoen informazioan oinarritzen den errenta ezberdintasunaren adierazlea erabiltzea egokia denentz aztertu dugu. Horretarako, neurri ofizial hori benetako ezberdintasuna neurtzen duen beste batekin erkatu dugu. Halaber, gobernuak ekonomi politikako zenbait neurri ezartzen duenean, adierazle ofizialak benetako ezberdintasunean gehikuntzak edo beherakadak aurrikusteko duen galtasuna balioztatu dugu. Azkenean, modeloa orokortu dugu bi merkatuetan soldata desberdinak suposatuz.

In this article we build a model of an employment offer made by a person with relative aversion to constant risk who evades taxes offering his work in the irregular market, as well as in the regular job market. Based on this model, we analyze whether it is adequate to use an indicator of income disparity based on the available information on declared income. For this purpose we compare this official measure with another that measures real disparity. Besides, we assess the capacity of the official indicator to predict increases and reductions in real disparity which take place when the government applies various economic policy measures. Finally, we generalize the model taking into account different salaries in the two labor markets.

Inmaculada García

José Alberto Molina*

Departamento de Análisis Económico
Universidad de Zaragoza

Palabras clave: Oferta de trabajo irregular, evasión de impuestos, desigualdades de renta.
Nº de clasificación JEL: D31, H26, J22.

1. INTRODUCCIÓN

Es evidente que uno de los factores básicos que determinan la elección de una política económica concreta por parte de los gobiernos nacionales es la consideración de los previsibles efectos de dicha política sobre el comportamiento individual de los distintos agentes económicos, ya que una decisión que no incluya tales efectos conducirá muy probablemente a unos resultados finales distintos de los inicialmente previstos. Dicho con otras palabras, uno de los factores determinantes del fracaso de las políticas gubernamentales en cualquier ámbito de la actividad económica, es decir, del no cumplimento de los objetivos propuestos, es la falta de información completa en el momento de la elección entre las posibles políticas alternativas. En este sentido, se constata que el acierto en la elección depende crucialmente de, primero, saber utilizar correctamente la información que se conoce y, en segundo lugar, saber también que existe información que no se conoce.

En particular, una vez que el mecanismo competitivo ha fijado una determinada distribución de la renta entre los individuos, los gobiernos tienen la posibilidad de modificar dicha distribución con sus actuaciones, aproximando las rentas de unos individuos y otros, persiguiendo con ello mayores niveles de bienestar social. Ahora bien, cuando se toma la decisión de intervenir, la información disponible sobre las

* Deseamos agradecer sinceramente los útiles comentarios y sugerencias realizados por los evaluadores de Ekonomiaz.

rentas de los agentes incluye sólo la renta que cada uno de ellos ha declarado fiscalmente pero se desconoce, lógicamente, aquélla que ha ocultado. Por ejemplo, si dos individuos disponen de la misma renta, uno declara toda y el otro solamente la mitad, el gobierno considerará desiguales las dos rentas y sus políticas económicas redistributivas tendrán como último objetivo incrementar la renta del agente que ha ocultado una parte y disminuir la de aquél otro que ha declarado todo. Pues bien, el resultado final que previsiblemente se obtendrá, si la política económica tiene éxito, será una mayor igualdad en las rentas conocidas y, por el contrario, una mayor desigualdad en las rentas totales que realmente disfrutan los dos agentes, resultado que, evidentemente, no parece muy satisfactorio.

Puesto que la actuación del gobierno sobre la distribución de las rentas se efectúa de manera indirecta, a través de medidas de política económica que afectan a la conducta de los individuos y, consiguientemente, a sus rentas finales, el análisis formal de este problema de información incompleta exige elaborar un modelo de comportamiento de los individuos en el que intervengan como elementos de decisión las actuaciones del gobierno.

Los primeros autores que abordaron el problema que estamos tratando utilizando modelos formales fueron Kakwani (1978, 1980) y Persson y Wissén (1984). Dichos trabajos se ocuparon de los efectos que la intervención del gobierno tiene sobre la situación competitiva, concretamente, analizaron las consecuencias de distintas políticas económicas sobre la desigualdad real y sobre la conocida, ambas correspondientes a una determinada distribución final de la renta. Tales trabajos se basaron en el modelo de evasión de impuestos de Allingham y Sandmo (1972) en el que el agente disponía de una cantidad fija de renta y decidía qué parte declaraba fiscalmente y cual no. Por la parte declarada, el individuo debía pagar los impuestos correspondientes, mientras que por el resto no pagaba nada, siempre que, evidentemente, no se descubriera que había ocultado renta; si se descubría, además de pagar los impuestos relativos a la renta ocultada, también debería pagar una cantidad en concepto de penalización.

Pues bien, sobre la base de todo lo anterior, el objetivo de este artículo es determinar si la información conocida por el gobierno sobre las rentas de los individuos es adecuada o no para medir la desigualdad de la renta en el marco de un modelo de oferta de trabajo con evasión de impuestos. En nuestro modelo, a diferencia del analizado en los trabajos citados anteriormente, el individuo no dispone de una cantidad determinada de renta sino que, dado un salario por hora de trabajo y una renta no salarial exógenos, él mismo decide qué horas va a trabajar, determinando así su renta salarial y, consiguientemente, su renta total. Este modelo es, evidentemente, más general que el utilizado por Kakwani, Persson y Wissén porque el individuo decide qué renta va a recibir, además de decidir también qué parte de renta va a declarar y cual no.

En nuestro modelo, consideramos que hay dos mercados de trabajo, uno regular y otro irregular, y que el individuo declara las rentas que obtiene en el mercado regular, no declarando las que obtiene en el irregular. En este marco, la decisión del individuo consiste en elegir el número de horas de trabajo que quiere ofrecer en cada uno de los dos mercados. Este modelo se acerca más a la realidad porque el mercado de trabajo regular y el irregular se identifican perfectamente con el mercado de trabajo sometido a todas las regulaciones laborales y fiscales y, en segundo lugar, con el mercado de trabajo correspondiente a la economía sumergida que escapa a este tipo de controles, respectivamente[1].

El objetivo final del artículo lo estructuramos en forma de dos objetivos más concretos. En primer lugar, analizamos la oferta de trabajo de un individuo que, además de ofrecer su trabajo en el mercado regular, también tiene la posibilidad de evadir impuestos ofreciendo su trabajo en el mercado irregular. Y, en segundo lugar, partiendo del modelo desarrollado anteriormente, analizamos si es adecuado o no utilizar una medida de la desigualdad de la renta basada en los datos disponibles sobre las rentas fiscalmente declaradas. Comparamos este indicador con aquél que mide la desigualdad real y valoramos la capacidad que la medida observada tiene para predecir aumentos o disminuciones en la desigualdad real cuando el gobierno aplica distintas medidas de política económica. Por último, analizamos qué ocurre con los resultados si generalizamos el modelo teórico considerando la existencia de distintos salarios en los dos mercados.

Este trabajo se divide en cinco secciones. En la sección dos se determina la oferta de trabajo en ambos mercados, regular e irregular, así como la oferta conjunta. La sección tres está dedicada a comparar las medidas de desigualdad de rentas. En la sección cuatro ampliamos el modelo inicial considerando distintos salarios en los dos mercados y, por último, la sección cinco recoge las principales conclusiones.

[1] El modelo utilizado es común en la literatura de oferta de trabajo con evasión de impuestos y se desarrolla en Pencavel (1979), Sandmo (1981) y Cowell (1985).

2. OFERTA DE TRABAJO Y EVASIÓN DE IMPUESTOS

Supongamos un agente individual que 211 actúa en una economía en la cual valora el ocio y la renta que puede disfrutar. La renta total la obtiene como suma de la renta no salarial y una renta salarial que consigue ofreciendo su trabajo en dos mercados, regular e irregular. En el mercado regular declara la renta ganada y paga por ella según una tasa impositiva $t<1$. Por otro lado, la renta obtenida en el mercado irregular no es declarada y, en el caso de ser inspeccionado, el agente deberá pagar una penalización que consiste en una parte fija, β , y una parte proporcional a los impuestos que ha dejado de pagar de acuerdo con una tasa $\lambda>1$.

Así pues, si el individuo no es inspeccionado, la renta total que disfrutará será su renta no salarial, α , no sometida al impuesto, la renta salarial obtenida en el mercado regular después de descontar los impuestos y la renta salarial obtenida en el mercado irregular, es decir:

$$Y_1 = \alpha + \omega(H-l) - ty \qquad (1)$$

donde ω es el salario nominal en los dos mercados, H son las horas totales disponibles para repartir entre trabajo y ocio, l es el tiempo destinado a ocio, e y es la renta declarada obtenida en el mercado regular.

Por otro lado, siendo π la probabilidad de ser inspeccionado y penalizado, la renta total del individuo en este caso será la anterior, Y_1, menos el pago de la penalización, esto es:

$$Y_2=\alpha+\omega(H-l)-ty-\lambda t[\omega(H-l)-y]-\beta\ \lambda t<1 \qquad (2)$$

De acuerdo con lo anterior, el objetivo del individuo va a ser maximizar su utilidad esperada según el siguiente problema de optimización condicionada:

$$\max_{y,\ \ell} E[u(Y,\ell)]=(1-\pi)u(Y_1,\ell)+\pi u(Y_2,\ell) \qquad (3)$$

$$\text{s.a}\ Y_1=\alpha+\omega(H-\ell)-ty$$

$$Y_2=\alpha+\omega(H-\ell)-ty-\lambda t[\omega(H-\ell)-y]-\beta$$

Suponiendo máximo interior, las condiciones de primer orden que resuelven este problema (3) son:

$$\frac{u'(Y_1)}{u'(Y_2)}=\frac{\pi(\lambda-1)}{1-\pi} \qquad (4a)$$

$$\omega[(1-\pi)u'(Y_1)+\pi u'(Y_2)(1-\lambda t)]=u'(\ell) \qquad (4b)$$

Si ahora consideramos que el individuo presenta aversión relativa al riesgo constante e igual a r, entonces su función de utilidad será:

$$u(Y,l)=Y^{1-r}\, l^{1-r} \qquad 0<r<1 \qquad (5)$$

y las condiciones de primer orden (4a)-(4b) nos permitirán obtener la función de oferta de trabajo total, así como la correspondiente a cada uno de los dos mercados.

2.1. Oferta de trabajo total

Operando directamente a partir de (4a), (4b) y (5) obtenemos:

$$L=(H-A)-(B/\omega) \qquad (6)$$

siendo:

$$A\equiv\frac{T\lambda H(1-t)}{1+K(\lambda-1)+T\lambda(1-t)}$$

$$\text{y } B\equiv\frac{T(\lambda\alpha-\beta)}{1+K(\lambda-1)+T\lambda(1-t)}$$

donde:

$$K\equiv\frac{Y_1}{Y_2}=\left[\frac{\pi}{1-\pi}(\lambda-1)\right]^{-1/r}>1$$

$$\text{y } T\equiv\frac{[\pi+(1-\pi)K]^{1-r}}{(1-\pi)K^{-r}+\pi(1-\lambda t)}>0$$

Dado el carácter positivo del denominador de las expresiones A y B, podemos limitar fácilmente los valores que dichas fórmulas presentan. Así, la expresión A tendrá un valor comprendido entre 0 y H y, por otro lado, B será positiva o negativa según que $\alpha\lambda$ sea mayor o menor que β, respectivamente[2].

Por otro lado, la expresión K es el cociente entre la renta que obtiene el agente si no es inspeccionado y la renta que obtiene si es inspeccionado y penalizado. Al suponer solución interior, el agente participará en los dos mercados de trabajo y, por lo tanto, ocultará alguna cantidad de renta, por lo que la expresión K será mayor que la unidad ($Y_1>Y_2$). Su valor será muy próximo a la unidad cuando el agente oculte una pequeña cuantía respecto a su renta total y, por el contrario, será muy grande cuando oculte una alta proporción sobre el total. Así pues, la existencia de solución interior, es decir, un valor de K superior a la unidad, supone que $\pi\lambda<1$, esto es, la probabilidad de ser inspeccionado multiplicada por la tasa de penalización debe ser inferior a la unidad. En caso contrario, es decir, si $\pi\lambda>1$, las medidas desincentivadoras de la evasión de impuestos conseguirían su objetivo y el agente maximizaría su utilidad trabajando solamente en el mercado regular.

[2] Las expresiones A, B, K, T, así como todas las demás de este tipo que irán apareciendo a lo largo de la sección constituyen fórmulas operativas que tienen el propósito de simplificar los cálculos aritméticos, facilitando así la comprensión y análisis de las distintas funciones de oferta de trabajo.

La expresión T depende de los parámetros del modelo, así como de la expresión K, cuyo significado acabamos de explicitar. Respecto a sus posibles valores, dado que tanto numerador como denominador son positivos, lo único que podemos afirmar inicialmente es que dicha T será positiva.

Se comprueba fácilmente que si $\alpha\lambda>\beta$, esto es, si B>0, entonces la fórmula (6) muestra que la oferta de trabajo total es creciente desde un nivel nulo a partir de un salario dado ==w, tendiendo asintóticamente hasta H-A conforme aumenta dicho precio (Gráfico n.° 1). El salario ϖ es el salario de reserva, a partir del cual el individuo decide trabajar. Si la diferencia entre la renta no salarial y la parte fija de la función de penalización es muy grande, entonces el salario ϖ también lo será. Por el contrario, si el salario resulta bajo, entonces el agente tendrá menos incentivos a no trabajar y, en el caso extremo, su renta total será sólo su renta no salarial, maximizando así su utilidad esperada.

Análogamente, cuando $\beta>\alpha\lambda$, es decir, si B<0, entonces (6) indica directamente que la oferta de trabajo será decreciente desde H (máximo de horas disponibles) a partir de un nuevo salario ϖ tendiendo asintóticamente hacia el valor H-A (Gráfico n.° 2).

Así pues, observamos que el crecimiento o decrecimiento de la oferta de trabajo total depende de la relación existente entre la renta no salarial que disfruta el individuo, *a,* y los dos componentes de la función de penalización a la que se verá sometido si trabaja en el mercado irregular y es inspeccionado: la cuantía fija, β, y la tasa de penalización, λ .

Sobre la base de todo lo anteriormente expuesto, constatamos que dentro de las posibles medidas incentivadoras de la oferta de trabajo se puede considerar la modificación del sistema de penalización. En concreto, tanto si aumenta la tasa de penalización como si disminuye la cuantía fija de penalización, aumentará la oferta de trabajo total. Llevando estos

Gráfico n.° 1 **Oferta de trabajo total ($\alpha\lambda>\beta$)**

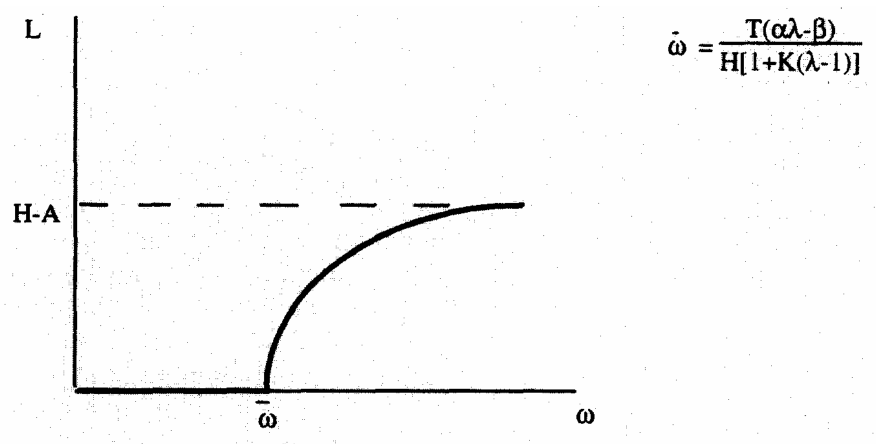
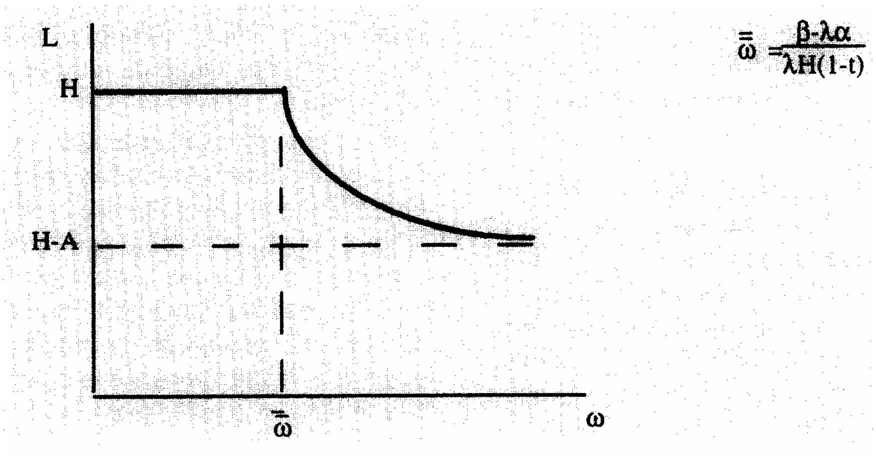


Gráfico n.° 2. **Oferta de trabajo total**



parámetros a sus valores extremos, si la tasa de penalización estuviera muy próxima a la unidad y la cuantía fija de penalización fuera muy próxima a cero, entonces la penalización sería prácticamente inexistente, el salario de reserva aparecería muy cercano a cero y la oferta de trabajo total sería creciente desde un punto muy próximo al origen, es decir, prácticamente el individuo trabajaría independientemente de cual fuera el salario vigente.

2.2. Oferta de trabajo regular

A partir de las condiciones de primer orden (4a) y (4b), así como de la función de utilidad (5), obtenemos:

$$Lr = C + (F/ \omega) \qquad (7)$$

donde:

$$C \equiv \frac{H[1-K(1-\lambda t)]}{t[1+K(\lambda-1) + T\lambda(1-t)]}$$

$$y\ F \equiv \frac{\beta(T+K) - \alpha(T\lambda t+K-1)}{t[1+K(\lambda-1) + T\lambda(1-t)]}$$

A la vista de estas expresiones, C y F, no podemos definirá priori su signo. Ahora bien, sí podemos plantear distintos casos posibles de acuerdo con los valores que presenten los diferentes parámetros del modelo:

$$\text{si } \lambda t > \frac{K-1}{K} \Rightarrow C>0 \quad \text{ó}$$

$$\text{si } \lambda t < \frac{K-1}{K} \Rightarrow C<0$$

$$\text{y si } \beta > \alpha \frac{T\lambda t + K-1}{T+K} \Rightarrow F>0 \quad \text{ó}$$

$$\text{si } \beta < \alpha \frac{T\lambda t + K-1}{T+K} \Rightarrow F<0$$

Es decir, la expresión C será positiva si el producto entre la tasa de penalización, λ, y la tasa impositiva, t, alcanza un alto valor y será negativa en caso contrario. Este producto es la tasa impositiva global que aplica el gobierno a la renta irregular cuando ésta es detectada. Por otro lado, F será positiva si la relación entre la cuantía fija de penalización y la renta no salarial, β/α, es mayor que la expresión

$$\frac{T\lambda t + K - 1}{T + K}$$

, la cual se comprueba fácilmente que es inferior a la unidad y, obviamente, negativa en caso contrario.

Así pues, de la combinación de estas situaciones se derivan varios casos diferentes:

Caso 1. Si C>0 y F>0, la expresión (7) indica que la oferta de trabajo regular será decreciente a partir de un determinado salario $\hat{\omega}$ desde el número total de horas disponibles, H, tendiendo asintóticamente a la cuantía C (Gráfico n.° 3).

Caso 2. Si C>0 y F<0, entonces la oferta de trabajo regular según la fórmula (7) será creciente desde $\hat{\omega}$ tendiendo asintóticamente hacia el valor C (Gráfico n.° 4).

Caso 3. Si C<0 y F>0, la oferta de trabajo regular será la máxima, H, hasta el salario ω decreciendo a partir de dicho punto hasta el nuevo precio del ocio ω en el que la oferta de trabajo regular se anula (Gráfico n.° 5).

Caso 4. Si C<0 y F<0, la oferta de trabajo regular sería negativa. Es, evidentemente, un caso degenerado.

A la vista de los resultados anteriores, constatamos que el valor de la relación β/α necesario para que la oferta de trabajo regular sea decreciente debe ser menor que el correspondiente valor para que lo sea la oferta de trabajo total. Recordemos que para que dicha oferta de trabajo total fuese decreciente se requería que β/α fuese mayor que λ>1. Si la renta no salarial es baja respecto a la penalización fija, el agente trabajará todas las horas posibles hasta un determinado salario a partir del cual disminuirá su oferta de trabajo. Por el contrario, si la renta no

Gráfico n.° 3 **Oferta de trabajo regular (C>0 y F>0)**

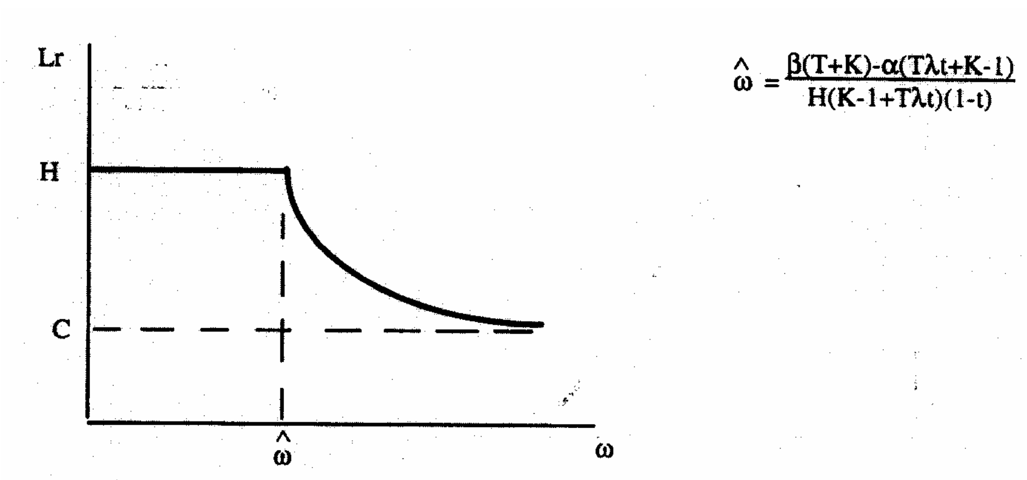
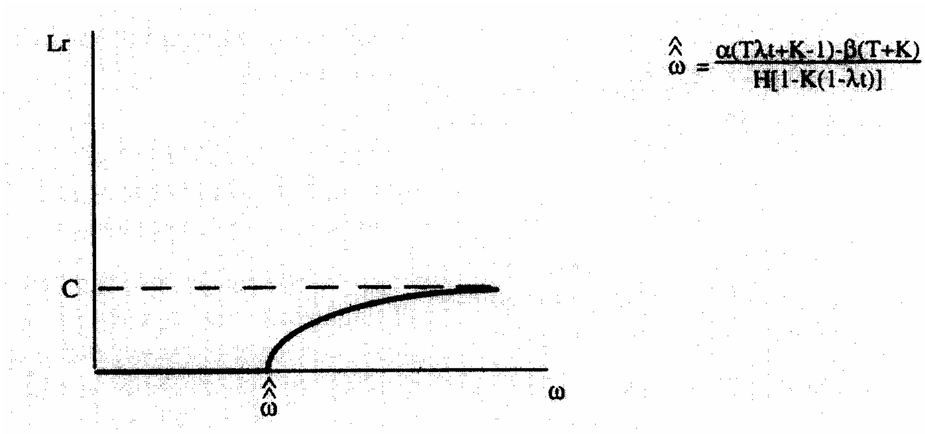
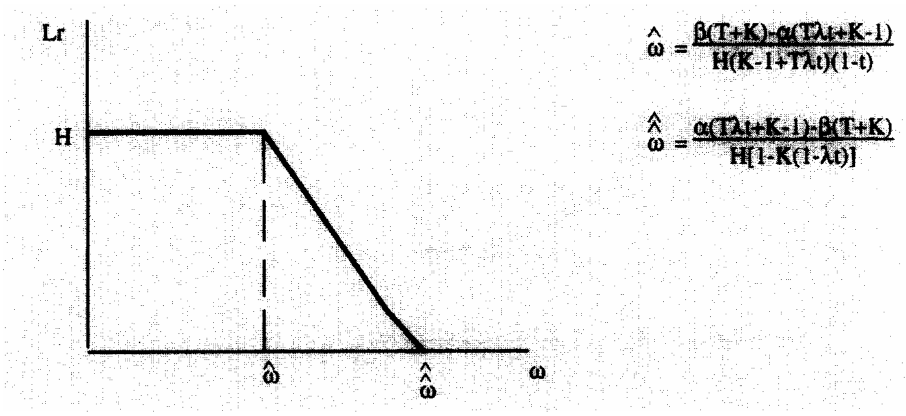


Gráfico n.° 4. **Oferta de trabajo regular (C>0 y F<0)**



salarialdel individuo es alta respecto a la penalización fija, el salario de reserva será distinto de cero y será mayor conforme aumente la diferencia entre las dos cantidades. Además, en este último caso, cuando la tasa de penalización es baja, la oferta llegará a anularse y el individuo trabajará solamente en el mercado

Gráfico n.° 5 **Oferta de trabajo regular (C<0 y F>0)**



regular. Por el contrario, si esta tasa es alta, por mucho que aumente el salario, siempre trabajará un mínimo de horas en este mercado.

2.3. **Oferta de trabajo irregular**

Análogamente, como en los dos casos anteriores, calculamos:

$$Li = G + (J/ \omega)$$

siendo:

$$G \equiv \frac{H(K-1)(1-t)}{t[1+K(\lambda-1) + T\lambda(1-t)]} > 0$$

$$y \; J \equiv \frac{\alpha(K-1) - \beta[K+T(1-t)]}{t[1+K(\lambda-1) + T\lambda(1-t)]}$$

Puede comprobarse fácilmente que G>0, pero no podemos decir lo mismo de la expresión J, la cual podrá ser positiva o negativa según las distintas relaciones entre los coeficientes del modelo:

$$\text{si } \alpha > \beta \frac{K + T(1-t)}{K - 1} \Rightarrow J > 0$$

$$\text{ó si } \alpha < \beta \frac{K + T(1-t)}{K-1} \Rightarrow J < 0$$

Así pues, tenemos dos casos posibles:

Caso 1. Si G>0 y J<0, entonces la oferta de trabajo irregular según la fórmula (8) se mantendrá constante en el máximo de horas disponibles, H, hasta el salario ~w a partir del cual decrecerá tendiendo asintóticamente hacia la cuantía G (Gráfico n.° 6).

Caso 2. Si G>0 y J<0, entonces la fórmula (8) indica que la oferta de trabajo irregular se incrementará asintóticamente desde el nivel nulo a partir del salario ~~w tendiendo hacia el valor G (Gráfico n.° 7).

Asi pues, si la renta no salarial, α, es alta respecto a la cuantía de la penalización fija, β, la oferta de trabajo en el mercado irregular será decreciente, y si, por el contrario, es baja, entonces la oferta de trabajo será creciente.

Como conclusión del análisis de la oferta de trabajo de un individuo con aversión relativa al riesgo constante deducimos que su comportamiento está altamente condicionado por la relación entre la renta no salarial y la cuantía fija de la función de penalización. En particular, podemos extraer los siguientes resultados: i) conforme aumenta el salario, la oferta de trabajo total tenderá a un valor fijo, H-A; ii) al incrementarse ω, la oferta de trabajo regular tenderá al valor C, a menos que la tasa impositiva y la de penalización sean bajas, en cuyo caso disminuye hasta cero; iii) aumentos del salario provocan una tendencia de la oferta de trabajo irregular hacia el valor fijo G; y, por último, iv) si la penalización fija es grande respecto a la renta no salarial, el individuo trabajará más en el mercado regular y menos en el irregular, mientras que si la penalización fija es pequeña respecto a la renta no salarial ocurrirá lo contrario.

3. **MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD DE RENTAS**

En una población compuesta por dos tipos de agentes que se diferencian en su salario, siendo igual su renta no salarial, se puede medir fácilmente el grado de desigualdad calculando el cociente entre la renta del individuo con mayor salario y la renta del individuo con menor salario. Considerando el salario del agente con alta renta igual a uno y el correspondiente al agente con baja renta inferior a la unidad, si dicho cociente es la unidad

Gráfico n.° 6 **Oferta de trabajo irregular (G>0 y J>0)**

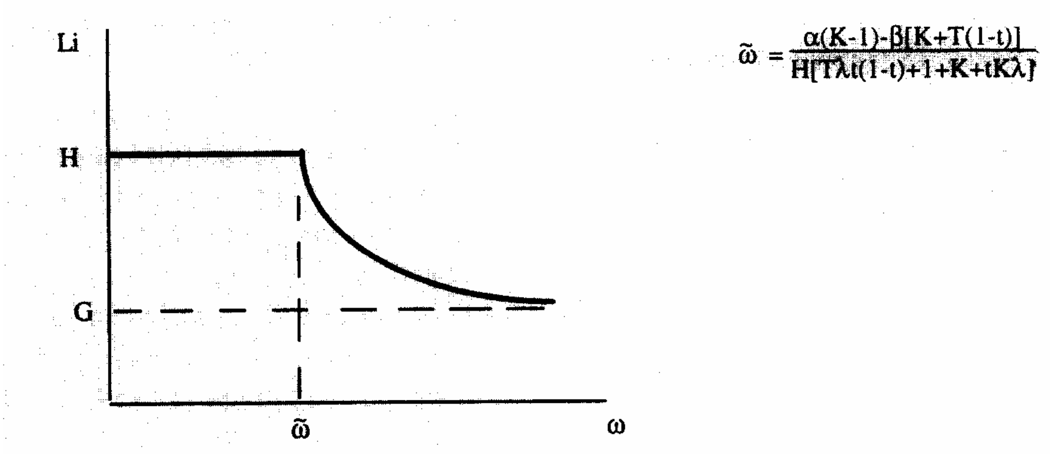
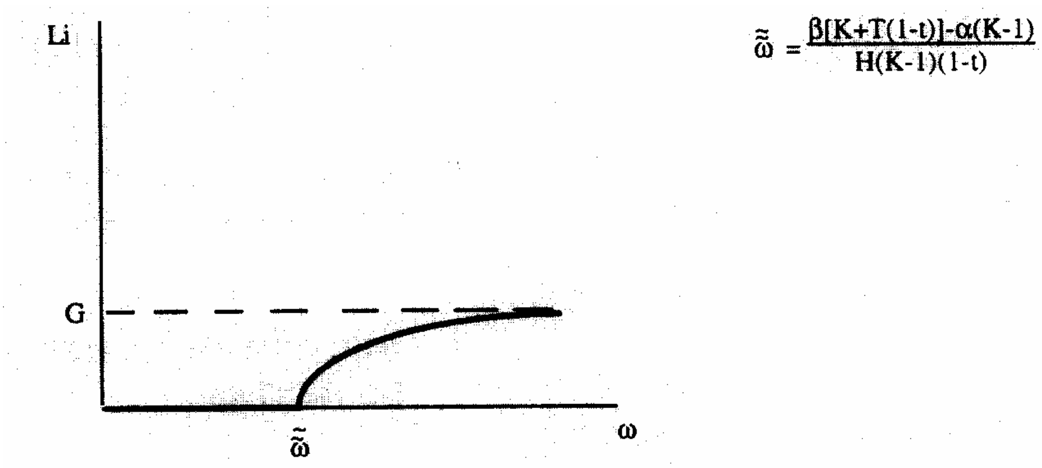


Gráfico n.° 7. **Oferta de trabajo irregular (G>0 y J<0)**



entonces existirá igualdad y, a medida que aumente dicho valor, la desigualdad será cada vez mayor[3].

La existencia de evasión de impuestos supone que la información disponible para comparar distintas rentas no sea

[3] Esta medida es la propuesta en Persson y Wissén (1984) quienes prueban que es equivalente al coeficiente de Gini y que contiene la misma información que el índice de Atkinson (1970).

fiable, lo cual es debido a que dicha información es incompleta al aparecer únicamente la cantidad de renta que el individuo ha declarado. En este caso, la magnitud resultante de acuerdo con lo expuesto en el párrafo anterior será el cociente entre la cuantía declarada del agente con alta renta y la del agente con baja renta, es decir:

$$D = \frac{\alpha+(C+F)\ (1-t)}{\alpha+(\omega C+F)\ (1-t)} = \frac{[\alpha+H(1-t)](1-K+K\lambda t)+(1-t)(T+K)\beta}{[\alpha+\omega H(1-t)](1-K+K\lambda t)+(1-t)(T+K)\beta} \qquad (9)$$

Este será el ratio observado siempre que C sea positivo. Si es negativo, la renta declarada del individuo con alta renta será menor que la del agente con menor renta por lo que, a la vista de los datos de sus declaraciones, deberemos dividir la renta mayor entre la menor y, consiguientemente, se clasificará a los individuos atendiendo al nuevo ratio observado D=1/D.

Si pudiéramos disponer de los datos completos de los agentes, podríamos construir una medida de la desigualdad real. Así, para un agente con salario ω, si consideramos su renta esperada:

$$E(Y)=(1-\pi)[\alpha+(\omega C+F)(1-t)+(\omega G+J)]+ +\pi[\alpha+(\omega C+F)(1-t)+(1-\lambda t)(\omega G+J)-\beta] \qquad (10)$$

un indicador de dicha desigualdad real podría ser el siguiente nuevo ratio:

$$E=\frac{\alpha+(1-t)(C+F)+(1-\pi\lambda t)(G+J)-\pi\beta}{\alpha+(1-t)(\omega C+F)+(1-\pi\lambda t)(\omega G+J)-\pi\beta} = \frac{[\alpha+H(1-t)]\lambda-\beta}{[\alpha+\omega H(1-t)]\lambda-\beta} \qquad (11)$$

Conociendo la medida de la desigualdad que podemos construir (D) y la real (E), podemos comprobar la utilidad de la información disponible o, por lo menos, conocer en qué casos podemos utilizarla y en cuáles sería erróneo deducir resultados a partir de ella.

Comparando las dos medidas, esto es, si C>0, constatamos que la desigualdad real es mayor que la reflejada en los datos oficiales de las rentas declaradas. La razón de que esto ocurra es la forma de la función de penalización. Al existir una par- 219 te fija, ésta afecta en mayor proporción a la renta del agente con menor salario. A la diferencia de rentas observada se añade esta nueva diferencia, lo que produce una mayor desigualdad. En consecuencia, bajo una forma funcional de este tipo en la que hay una parte fija, la penalización resulta ser proporcionalmente mayor cuanto menor es la renta del individuo, lo cual acentúa todavía más las desigualdades. Por otro lado, la comparación entre E y D no nos permite afirmar cual es mayor, es decir, cuando C<0, esto es, cuando la tasa impositiva y la de penalización son pequeñas, no podemos saber si la desigualdad que medimos con datos oficiales es mayor o menor a la que existe en realidad.

Considerando variaciones en los parámetros que pueden verse afectados por medidas de política económica, obtenemos los resultados que aparecen en el Cuadra n.º1.

En primer lugar observamos que una variación tanto de la tasa impositiva del mercado regular t, como de la tasa de penalización λ, no producen un efecto definido sobre el ratio de desigualdad observada en cualquiera de sus dos versiones, D y D. Por otro lado, si aumenta la probabilidad de ser penalizado, π, el efecto que se produce sobre las medidas de desigualdad observadas dependerá de la relación entre éste parámetro y la tasa de penalización. Concretamente, la desigualdad observada aumenta

Cuadro n.° 1. **Estática comparativa**

	dD		$d\tilde{D}$		dE
dt	?		?		signo $\beta - \alpha\lambda$
$d\lambda$	?		?		$-$
$d\pi$	$\lambda(1-\pi) > 1$	$+$	$\lambda(1-\pi) > 1$	$+$	0
	Resto	?	Resto	?	
$d\beta$	$-$		$-$		$+$

si λ (1-π)>1, mientras que, si ocurre lo contrario, no se puede afirmar a priori el signo del efecto. Si la tasa de penalización es muy alta y la probabilidad de inspección es baja, la desigualdad observada crece ante un aumento de π. Así pues, los dos instrumentos son complementarios en la lucha contra el fraude fiscal, aunque el coste económico de un aumento en el número de inspecciones fiscales es alto, con lo que incrementar este parámetro presentaría evidentes dificultades, mientras que el aumento de la tasa de penalización sería mucho más sencillo de establecer, por lo que es bastante probable que se cumpla la relación λ (1-π)>1 entre ellos. Por último, ante un aumento de β, tanto D como D disminuyen, es decir, la desigualdad observada disminuye.

En lo que respecta a la desigualdad real, E, comprobamos que las variaciones de todos los parámetros considerados presentan efectos claramente definidos sobre dicho indicador. Así, una variación de la tasa impositiva provocará una variación de la desigualdad real que dependerá de la relación entre la cuantía fija de la penalización y el producto de la renta no salarial y la tasa de penalización. Por otro lado, si aumenta λ, entonces disminuirá la desigualdad real, lo cual se debe a que la proporción que representa la penalización fija sobre la penalización total es menor. Si varía la probabilidad de ser inspeccionado, la desigualdad no varía. Finalmente, ésta aumentará cuando lo haga la cuantía de la penalización fija porque la proporción que representa la penalización variable sobre el total es menor.

En síntesis, cuando varía la tasa impositiva o la tasa de penalización, no sabemos qué va a ocurrir con la desigualdad observada, pero sí podríamos saber qué ocurre con la real si conociéramos la renta que oculta el agente. Si aumenta la probabilidad de penalización, podemos prever en determinadas condiciones que la desigualdad observada aumentará, aunque la real no se modificará. Por último, si aumenta la penalización fija, la desigualdad observada disminuirá, aumentando la real.

La desigualdad observada proporciona poca información y, en todo caso, ésta no sirve para tomar las decisiones adecuadas si se desea disminuir la desigualdad que en realidad existe entre los individuos. Solamente en el caso en el que β=0, las dos medidas de desigualdad coinciden y no existen problemas a la hora de prever los efectos de la aplicación de distintas políticas económicas. Exceptuando esta situación concreta, en el caso general en el que la función de penalización tenga una parte fija es necesario que el gobierno, a la hora de valorar los efectos que va a producir cada medida, considere el comportamiento del agente tanto en lo que respecta a su oferta de trabajo total como la que ofrece en cada mercado, disponiendo así de una información sobre su renta que éste no va a revelar.

4. DIFERENCIAS EN SALARIOS

En el modelo utilizado en los apartados anteriores, el salario que recibía el agente en los dos mercados era el mismo. Este es un supuesto que, lógicamente, debe generalizarse puesto que el mercado regular está sometido a la legislación laboral, mientras que el irregular queda fuera de ella. Dos argumentos fundamentales sobre los que se basa esta generalización son los siguientes. En primer lugar, un empresario del mercado regular pagará un porcentaje del salario en concepto de seguridad social, mientras que un empresario del irregular no tendrá este coste y, consiguientemente, podrá ofrecer un salario mayor y, en segundo lugar, un argumento contrario, mientras que el empresario regular debe ofrecer una remuneración superior o, al menos, igual al salario mínimo, en el mercado irregular el salario puede ser inferior al mínimo legalmente establecido.

Consideremos que el salario en el mercado regular es ω, mientras que en el mercado irregular es $\gamma\omega$, $\gamma>0$. Para seguir obteniendo una solución interior, puede comprobarse fácilmente que es necesario que se cumpla que $(1-t)>\gamma(1-\lambda t)$.

El nuevo problema de optimización será:

$$\max_{y,\ell} E[u(Y,\ell)] = (1-\pi)\,u(Y_1,\ell) + \pi\, u(Y_2,\ell) \quad (12)$$

$$\text{s.a } Y_1=a+y(1-t)+\gamma\omega(H-\ell)-\gamma y$$

$$Y_2=a+y(1-t)+\gamma\omega(H-\ell)-\gamma y-\lambda t[\gamma\omega(H-\ell)-\gamma y]-\beta$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{u'(Y_1)}{u'(Y_2)}=\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{1-t\gamma(1-\lambda t)}{\gamma-1+t} \quad (13a)$$

$$\gamma\omega[(1-\pi)u'(Y_1)+\pi u'(Y_2)(1-\lambda t)]=u'(\ell) \quad (13b)$$

y la función de oferta de trabajo total tiene la siguiente forma:

$$L = (H-A) - (B/\omega) \quad (14)$$

siendo:

$$A\equiv\frac{H\lambda t(1-t)}{(K-1)(1-t-\gamma)+T\lambda t(1-t)+K\gamma\lambda t}$$

y

$$B\equiv\frac{T[\gamma\lambda t a-\beta(\gamma-1+t)]}{\gamma[(K-1)\,(1-t-\gamma)+T\lambda t(1-t)+K\gamma\lambda t]}$$

donde

$$T\equiv\frac{[\pi+(1-\pi)K]^{1-r}}{[(1-\pi)\,K^{-r}+\pi(1-\lambda t)]}>0$$

$$\text{y } K\equiv\left[\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{1-t\gamma(1-\lambda t)}{\gamma-1+t}\right]^{-1/r}>1$$

De forma similar a como hicimos en la sección 3, las expresiones T y K están limitadas interiormente por 0 y 1, en este orden.

Ahora podemos construir los nuevos ratios, D y E, que miden la desigualdad a partir de los datos oficiales y reales, respectivamente:

$$D=\frac{\gamma(1-K+K\lambda t)[a+H\ (1-t)]+\beta(K+T)(1-t)}{\gamma(1-K+K\lambda t)[a+\omega H\ (1-t)]+\beta(K+T)(1-t)} \quad (15)$$

$$E=\frac{\beta(1-\gamma-t)+\gamma\lambda t[a+H(1-t)]}{\beta(1-\gamma-t)+\gamma\lambda t[a+\omega H(1-t)]} \quad (16)$$

Al igual que en el modelo anterior, E>D, desconociendo la relación entre D y E.

Al considerar variaciones en los distintos parámetros, derivamos los resultados que recogemos en el Cuadro n.° 2.

Cuadro n.° 2. **Estática comparativa con diferentes salarios**

	dD		$d\tilde{D}$		dE
dt	?		?		signo de $t^2(\beta-\alpha\gamma\lambda)-\beta(\gamma-1)(1-2t)$
$d\lambda$	?		?		$-$
$d\pi$	$\lambda(1-\pi)>1$	+	$\lambda(1-\pi)>1$	+	0
	Resto	?	Resto	?	
$d\beta$	$-$		$-$		+

Respecto a los parámetros ya estudiados en el modelo anterior, la introducción de distintos salarios en los dos mercados no modifica los efectos sobre la desigualdad real ni tampoco la medición de la desigualdad observada a partir de datos oficiales. Solamente cambia el signo de dE/dt, que ya no depende sólo de α, β y λ sino que además depende de γ y de t.

5. CONCLUSIONES

En este artículo hemos construido un modelo de oferta de trabajo de un individuo con aversión relativa al riesgo constante que evade impuestos ofreciendo su trabajo en el mercado irregular, además de hacerlo también en el regular. Sobre este modelo, hemos analizado si es o no adecuado utilizar un indicador de la desigualdad de la renta basado en la información disponible sobre los ingresos declarados, para lo cual comparamos esta medida oficial con otra que mide la desigualdad real. Además, hemos valorado la capacidad que tiene el indicador oficial para predecir aumentos o disminuciones en la desigualdad real cuando el gobierno aplica distintas medidas de política económica. Por último, también hemos generalizado el modelo inicial considerando distintos salarios en los dos mercados.

Respecto al modelo elaborado, constatamos que la oferta de trabajo de un individuo en los dos mercados (regular e irregular) depende de la relación entre la renta no salarial y la parte fija de penalización que establece el gobierno si detecta el fraude. Si ésta penalización fija es alta respecto a la renta no salarial, la oferta de trabajo irregular resultará creciente respecto al salario y la regular decreciente. Además, si las tasas proporcionales de penalización e impositiva son lo suficientemente bajas, la oferta de trabajo regular puede llegar a anularse.

En cuanto al análisis de la desigualdad de la renta, la variación en la medida observada ante un cambio de política fiscal es imprevisible, excepto cuando varía la penalización fija, en cuyo caso un aumento de ésta implica una disminución en la desigualdad observada y, en determinados casos, cuando varía la probabilidad de penalizacion, la desigualdad varía en el mismo sentido. Por otro lado, sí es claro el efecto sobre la desigualdad real ante los mismos cambios de política fiscal, incrementándose ante un aumento de la penalización fija y no modificándose ante un aumento de la tasa de penalización. Se concluye que la desigualdad observada sólo coincide con la real cuando no hay penalización fija. Esta conclusión se mantiene ante la generalización que supone considerar distintos salarios en los dos mercados.

Algunas de las extensiones más inmediatas que resultaría interesante investigar sobre el tema abordado en el artículo están relacionadas con las limitaciones que este presenta. En el análisis desarrollado se ha tomado como función de preferencias del agente una función de utilidad que presenta aversión relativa al riesgo constante. Una de las razones fundamentales para ello ha sido operativa puesto que esta función simplifica los complicados cálculos aritméticos que resultan. En este sentido, aportaría información sobre la robustez de los resultados obtenidos utilizar otras funciones de utilidad. También resultaría interesante analizar la desigualdad de la renta de los individuos mediante medidas más elaboradas como el índice de desigualdad de Atkinson (1970) y, por otra parte, enfocar el estudio analizando la desigualdad en bienestar en lugar de hacerlo solamente entre rentas, puesto que así se valoraría también el tiempo de ocio disfrutado por los individuos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLINGHAM, M. y A. SANDMO (1972): «Income tax evasión: A theoretical analysis». *Journal of Public Economics,* n.° 1, págs. 323-338.

ATKINSON, A. B. (1970): «On the measurement of inequality». *Journal of Economic Theory,* n.° 2, págs. 244-263.

COWELL, F. A. (1985): «Tax evasión with labour income». *Journal of Public Economics,* n.° 26, págs. 19-34.

KAKWANI, N. C. (1978): «Tax evasión and income distribution» en *Taxation and Deve-lopment* (ed. J.F.G. Toye). Frank Cass, London.

— (1980): *Income inequality and poverty,* Oxford University Press, Oxford.

PENCAVEL, J. H. (1979): «A note on income tax evasion, labor supply, and non linear tax schedules». *Journal of Public Economics,* n.°12, págs. 115-124.

PERSSON, M. y P. WISSEN (1984): «Redistributional aspects of tax evasion». *Scandinavian Journal of Economics,* n.° 86, págs. 131-149.

SANDMO, A. (1981): «Income tax evasion, labour supply and the equity-efficiency tra-deoff». Journal of Public Economics, n.° 16, págs. 265-288.