

# ARBITRAGE, VOLATILITY, AND PRICING OPTIONS ON IBEX-35 SPANISH INDEX: AN EMPIRICAL EXAMINATION

Juan José García Machado  
Juan José de la Vega Jiménez  
Santiago García González

## ABSTRACT

This paper<sup>1</sup> analyses the applicable volatility and the degree of risk exposure of the issuers of call options on the IBEX-35 stock index. Firstly, we compare the theoretical premiums with the market ones, including both fixed and movable volatility in order to check the reliable estimation of the Black-Scholes model. At the same time, it gives evidences to see if the arbitrage opportunities have been made use of balancing the prices on the Spanish option market. Finally, we also compare the forecasted volatility with the market one (the implied) to choose which is the most suitable (fixed o movable) to a dynamic hedge strategy with replicating portfolio from the issuers' point of view.

**KEYWORDS:** Options arbitrage, volatility, option pricing, Black-Scholes Model, replicating options, replicating portfolio, portfolio insurance, neutral hedging, *neutral delta* strategies.

**JEL CLASSIFICATION:** G11, G13.

## 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo se encuadra en un proyecto de investigación más amplio del que forma parte y cuya realización ha sido posible gracias a la colaboración de la CNMV, la Bolsa de Madrid y la Sociedad de Bolsas. La idea del mismo consiste en estudiar la volatilidad aplicable y el grado de exposición al riesgo de los emisores de opciones, intentando diseñar un modelo que lo recoja, e idear un sistema o indicador que dé la voz de alerta cuando el riesgo sea grande, además de probar y proponer el mejor instrumento o estrategia de cobertura, para dichos emisores, entre todos los posibles. En éste, se recoge una parte de dicha investigación, que hemos intentado resumir y sistematizar, y complementa a otro titulado «*Replicating Options in Spanish Financial Markets*», por lo que no vamos a repetir la metodología, itinerario de la investigación, *background*, y otros aspectos tratados en el mismo, y que son aplicables a éste, pues ambos trabajos parten del mismo «tronco común».

Finalizábamos el trabajo referenciado pronunciándonos en favor de las coberturas dinámicas, en particular con volatilidad móvil y tipo de interés variable, como la mejor estrategia de cobertura con cartera réplica para la emisión de opciones *call* sobre índices en el mercado español (IBEX-35). También, comentábamos que el índice al contado funcionaba mejor como subyacente, a la hora de replicar la opción, que el futuro sobre el mismo. Aunque los datos no dejaban lugar a dudas: con el índice al contado como subyacente, la probabilidad de pérdidas era del 35,90% frente a un 46,15% con el futuro (y para el caso de no hacer cobertura o de que ésta fuera estática), nosotros necesitábamos explicarnos el porqué. Y, las razones que consideramos más plausibles para ello, son las siguientes:

---

<sup>1</sup> Este *paper* es una versión resumida y actualizada de una parte de un trabajo mucho más amplio, publicado como monografía por la Dirección de Estudios y Estadísticas de la Comisión Nacional del Mercado de Valores, (CNMV), bajo el título "Replicación de Opciones sobre Índices: Evidencia Empírica para el Mercado Español".

<sup>2</sup> Dicho trabajo fue presentado en el XVI Congreso Internacional de la AEDEM celebrado en Cracovia (Polonia) del 3 al 5 de septiembre de 2007. Véase: García Machado *et al.* [2007: 511-526]

- La primera razón se centra en el futuro elegido. Como es sabido, el futuro más líquido, el más negociado y el más arbitrado, es el del vencimiento más próximo, es decir, el mensual (a un mes). Sin embargo, nosotros hemos elegido el del primer vencimiento de la serie trimestral anual (a tres meses)<sup>3</sup> ya que el «tiempo» que se mantiene la cartera réplica es de tres meses, igual al plazo de la opción emitida y, claro está, elegir el mensual supondría tener que realizar dos *roll overs*<sup>4</sup> dentro de dicho periodo. No obstante, no estamos muy convencidos de que con ello se logren mejorar sustancialmente los resultados de la cobertura con el futuro.

- La segunda razón tiene, para nosotros, mayor peso que la anterior. Como ya hemos tenido ocasión de comprobar, el futuro es más volátil que el índice al contado, hablábamos de casi cuatro puntos porcentuales de media por encima, y hemos de recordar que la estrategia de cobertura *delta neutral* sólo nos protege de las fluctuaciones en el precio del subyacente, pero no de las variaciones de la volatilidad (efecto *vega*) o de la «curvatura» de la opción (efecto *gamma*). Estrategias que denominábamos *gamma neutral* y *vega neutral*. Por tanto, si el futuro es más volátil, el efecto *vega* será mayor y los resultados basados sólo en una cobertura *delta neutral* serán peores.

En el presente trabajo profundizaremos un poco más en el análisis de la estrategia seleccionada. Para ésta, en primer lugar, compararemos las primas teóricas con las de mercado, tanto para la volatilidad fija como móvil, lo que nos servirá para comprobar la fiabilidad de la estimación que las primeras realizan sobre las segundas, además de ver si ha habido oportunidades de arbitraje que hayan servido para equilibrar los precios en el mercado español de opciones. Posteriormente, compararemos también la medida utilizada para estimar la volatilidad (la volatilidad histórica a tres meses, fija y móvil) con la volatilidad de mercado, lo que nos será de utilidad para ver la volatilidad aplicable en la emisión de opciones y cuál de las dos, fija o móvil, es la más adecuada.

## 2. OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Los objetivos de este trabajo pueden concretarse en los siguientes:

1º) Estudiar la volatilidad aplicable en la emisión de opciones sobre el índice IBEX-35.

2º) Comprobar si el modelo de Black-Scholes funciona en la práctica, es decir, si está en la mente de los operadores del mercado, o si éstos, en sus operaciones de compraventa, tienen presente dicho modelo de valoración.

3º) A colación de lo anterior, constatar también si dicho modelo estima convenientemente las primas de mercado a través de las primas teóricas.

4º) Evidenciar empíricamente si el mercado es eficiente o no, esto es, si la formación de precios es correcta.

En cuanto a las hipótesis de partida, éstas son las siguientes:

1ª) Los mercados financieros organizados, tanto al contado como de derivados, en España, se encuentran plenamente desarrollados y han alcanzado su madurez, por lo que supondremos que son, en cierta medida, eficientes y cuasi-perfectos. En particular, que cumplen satisfactoriamente con las características de transparencia, libertad, profundidad, amplitud y flexibilidad<sup>5</sup>.

<sup>3</sup> Las razones para ello ya fueron señaladas en dicho trabajo.

<sup>4</sup> Prorrogar el contrato de futuros por un mes más y, a su vencimiento, prorrogarlo por otro mes más.

<sup>5</sup> Han sido muy numerosos los trabajos que se han dedicado a estudiar la eficiencia de los mercados pero, dado que este no es nuestro propósito, no vamos a incluirlos aquí. No obstante, puede consultarse una referencia muy buena en Gómez-Bezares [2000].

2ª) *Las oportunidades de arbitraje son aprovechadas y están al alcance de todos los inversores.* Precisamente, las fórmulas de valoración de opciones, como el modelo de Black-Scholes, se basan en el arbitraje, esto es, la posibilidad de formar una cartera réplica que proporciona la misma rentabilidad que una opción financiera<sup>6</sup>.

La consecución de los objetivos anteriores, así como la aceptación o rechazo de las hipótesis precedentes, en base a los resultados que se obtengan, permitirán dar respuesta a otras cuestiones vinculadas con ellas, como las siguientes:

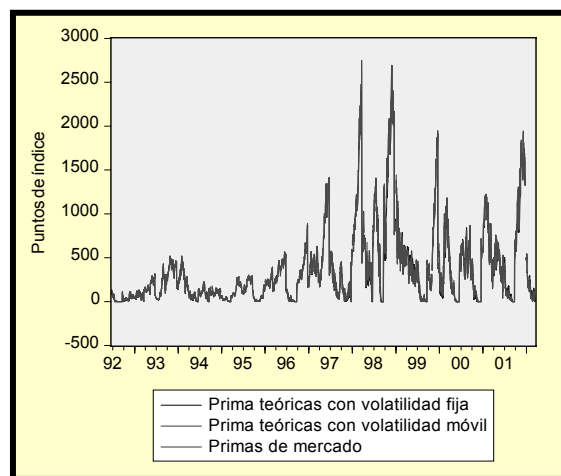
1ª) ¿Qué tipo de volatilidad, fija o móvil, es la más adecuada para el cálculo de la prima teórica y para el establecimiento de una estrategia de cobertura?, y

2ª) ¿Ha habido arbitraje contado/derivados en el mercado español? y, en caso afirmativo, ¿ha contribuido la función de arbitraje a equilibrar los precios?

### 3. COMPARACIÓN ENTRE LAS PRIMAS TEÓRICAS Y LAS DE MERCADO

La figura 1 representa gráficamente una comparativa entre las primas teóricas, calculadas según el modelo de Black-Scholes, utilizando como subyacente el índice IBEX-35 al contado, y las primas de mercado extraídas de las bases de datos suministradas por MEFF.

**Figura 1: Comparativa de primas teóricas y de mercado**



En las fuentes de datos, recogidas en el trabajo anteriormente referenciado, explicábamos que habíamos elegido como precio de mercado el de demanda<sup>7</sup> y, en el caso de que éste no existiera para un determinado vencimiento, lo hemos reemplazado por el precio de liquidación. Esto ha ocurrido en los vencimientos de marzo de 2000, 2001 y 2002, y en los de junio de 2000 y 2001.

Como podemos apreciar en dicha figura, prácticamente, las tres series se superponen, lo cual viene a indicarnos que la estimación que las primas teóricas realizan de las primas de mercado, con la metodología y datos empleados, es muy buena. El ajuste entre las series queda aún mejor demostrado en la tabla 1, donde se recogen los estadísticos descriptivos de las series.

<sup>6</sup> Por contra, este es uno de los principales inconvenientes o problemas a la hora de valorar opciones reales [Fernández, 2002: 32-37].

<sup>7</sup> Recordemos que al precio de demanda estarían dispuestos a comprar los compradores de opciones, y los emisores siempre encontrarían contrapartida a dicho precio.

**Tabla 1: Primas teóricas y de mercado**

	<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Fija</b>	<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Móvil</b>	<b>Primas de Mercado</b>
Media	363.3244	360.9322	386.5179
Mediana	224.8353	224.7206	245.0000
Máximo	2747.160	2747.160	2757.000
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. Típica	435.3987	436.2665	454.7705
Apuntamiento	2.174494	2.207016	2.076444
Curtosis	8.488152	8.591532	7.751536
Jarque-Bera	4993.245	5167.931	3502.815
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000
Sum.	887964.8	882118.3	815939.3
Sum. Sq. Dev.	4.63E+08	4.65E+08	4.36E+08
Observaciones	2444	2444	2111

Los estadísticos que describen la relación lineal entre las series de las primas teóricas y de mercado (matrices de covarianzas y correlaciones), se recogen en las tablas 2 y 3.

**Tabla 2: Matriz de covarianzas**

	<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Fija</b>	<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Móvil</b>	<b>Primas de Mercado</b>
<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Fija</b>	203189.5	203182.6	203818.4
<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Móvil</b>	203182.6	203991.3	204448.7
<b>Primas de Mercado</b>	203818.4	204448.7	206718.3

**Tabla 3: Matriz de correlaciones**

	<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Fija</b>	<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Móvil</b>	<b>Primas de Mercado</b>
<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Fija</b>	1.000000	0.997999	0.994497
<b>Primas T<sup>cas</sup> Vol. Móvil</b>	0.997999	1.000000	0.995610
<b>Primas de Mercado</b>	0.994497	0.995610	1.000000

Como podemos apreciar, la correlación entre las primas teóricas es del 99,80%, lo que unido a unos parámetros estadísticos casi idénticos, viene a mostrarnos la igualdad existente entre las primas calculadas con volatilidad fija o móvil. Por tanto, da igual utilizar una u otra en el cálculo de la prima teórica. Por otro lado, la correlación de ambas con las primas de mercado es altísima, más de un 99%, lo que indica y ratifica, el enorme grado de acierto de la fórmula de Black-Scholes en la estimación de la prima. De entre las dos, la que más se acerca al 100% es la prima teórica con volatilidad móvil con un 99,56%. No obstante lo anterior, existen pequeñas diferencias entre las

primas teóricas, a partir de las cuales se construyen las carteras réplica, y las primas de mercado, que pudieran ser muy bien aprovechadas por los arbitrajistas. Veamos esto con más detenimiento.

Hemos construido varias hojas de cálculo para analizar y cuantificar las posibilidades de arbitraje para la cobertura dinámica II con volatilidad fija y móvil respectivamente. Para ello, hemos realizado lo siguiente:

§ En primer lugar hemos calculado la diferencia entre las primas de mercado y las primas teóricas. Primero para la volatilidad fija y después para la móvil. Damos por factible que un emisor siempre puede vender la opción al precio de mercado (precio de demanda) y, simultáneamente, replicar la misma al precio marcado por la prima teórica.

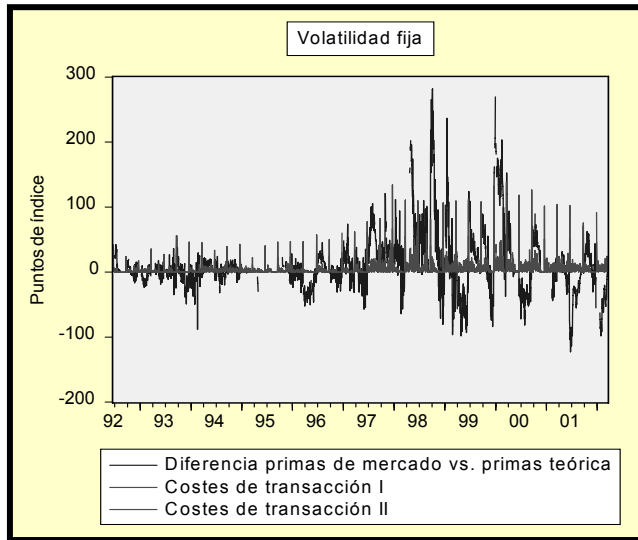
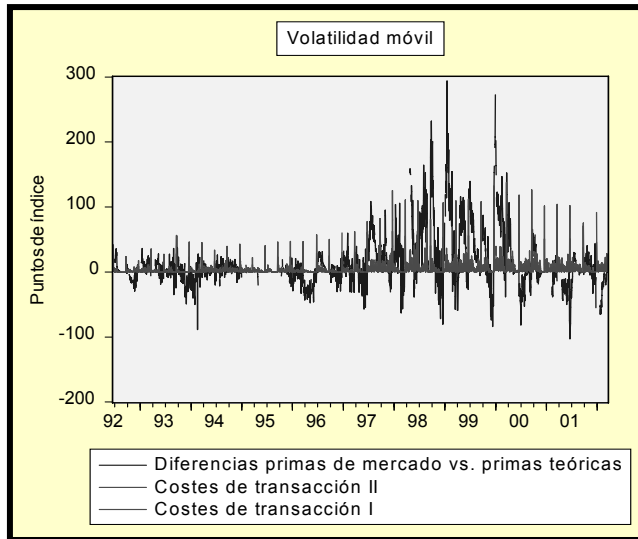
§ En segundo lugar, hemos tenido en cuenta los posibles costes de transacción (horquillas, comisiones, etc.). Para éstos, hemos considerado dos posibilidades, y se han estimado en un 1% y en un 2% de la compraventa de acciones necesarias (expresadas en puntos de índice) para recomponer diariamente la cartera réplica [Fernández, 1996: 332]. Los hemos denominado «costes de transacción I» y «costes de transacción II».

§ En tercer lugar, hemos comparado la diferencia de primas con los costes de transacción, y si la primera era mayor que los segundos, *a priori*, es que había posibilidades de obtener algún beneficio derivado del arbitraje. En caso negativo, dicho arbitraje no se realizaría.

§ En cuarto lugar, si se decidiese realizar el arbitraje en el punto anterior, se pueden cuantificar los beneficios previstos con el mismo detrayendo de la diferencia de primas los costes de transacción. En caso contrario, sin arbitraje, los beneficios previstos, obviamente, son nulos.

§ Finalmente, como ya sabemos que la cartera réplica no es perfecta al 100%, podremos calcular los beneficios reales obtenidos con el arbitraje para cada uno de los costes de transacción. Dichos beneficios reales se han calculado como la diferencia entre la prima de mercado y el coste de formar la cartera réplica (acciones menos préstamo) y los costes de transacción.

Todo este proceso lo hemos repetido para la cobertura dinámica II con volatilidad móvil considerando las dos posibilidades de costes de transacción (del 1% y del 2%). Es importante destacar, que el tipo de arbitraje que aquí hemos tenido en cuenta, ha sido sólo en un sentido de la operación. Es decir, se ha hecho arbitraje cuando la prima de mercado se situaba por encima de la teórica incluidos los costes de transacción. Y, se ha hecho un tipo de arbitraje directo, vendiendo la opción a precio de mercado y «comprándola» por medio de su cartera réplica. Sin embargo, también es posible un arbitraje inverso, esto es, comprar la opción a precio de mercado y venderla «vendiendo» su cartera réplica (venta de acciones y realización de un depósito). Ello ocurriría cuando el precio de mercado se situase por debajo de la prima teórica y la diferencia fuese tal que compensase los costes de transacción. Las figuras 2 y 3 muestran gráficamente una comparativa entre las diferencias de las primas de mercado con las primas teóricas con volatilidad fija y móvil y los costes de transacción. En ellas, podemos apreciar los períodos en los que las primeras han ido por encima de los segundos y viceversa. Para la volatilidad fija, hubo un 50,09% de veces en que se pudo realizar un arbitraje directo, por superar las diferencias de primas los costes de transacción I, y un 46,78% para los costes de transacción II. En el caso de volatilidad móvil, el porcentaje fue un poco mayor, un 51,23% para los costes de transacción I y un 47,09% para los costes de transacción II.

**Figura 2. Comparativa diferencias de primas y costes de transacción****Figura 3. Comparativa diferencias de primas y costes de transacción.**

Los beneficios esperados, derivados del posible arbitraje, si éste se hubiera realizado, en el caso de volatilidad fija, se recogen en la tabla 4<sup>8</sup>.

En dichas tablas, podemos apreciar como los beneficios previstos con el arbitraje, en puntos de índice, son muy similares para ambos casos. No ocurre así con los reales. Destaca que, para volatilidad fija, los beneficios previstos sean inferiores a los reales y ocurra lo contrario para la

<sup>8</sup> Una tabla similar a ésta, que no se ha incluido por problemas de espacio, los recoge para el caso de volatilidad móvil.

volatilidad móvil. En cualquier caso, lo que ambas tablas y las figuras anteriores ponen de manifiesto, es que ha habido importantes oportunidades de arbitraje en el mercado español de opciones, mediante réplicas de las mismas al contado, que no han sido aprovechadas por los operadores y que, de haberse hecho, habrían supuesto jugosos beneficios y habrían ayudado a la nivelación de los precios. Hablábamos de más de un 50% de las veces en que dichas oportunidades eran factibles considerando los costes de transacción.

**Tabla 4: Beneficios del arbitraje para volatilidad fija**

	Costes de transacción I		Costes de transacción II	
	Beneficios previstos	Beneficios reales	Beneficios previstos	Beneficios reales
Media	17.82444	23.56338	16.34710	22.00163
Mediana	0.099411	0.000000	0.000000	0.000000
Máximo	281.4941	356.9462	281.1001	356.4274
Mínimo	0.000000	-354.9768	0.000000	-362.8134
Desv. Típica	36.72933	60.15896	35.26180	58.20090
Apuntamiento	3.313005	2.302407	3.440966	2.377184
Curtosis	15.91829	11.93828	17.04497	12.75834
Jarque-Bera	19936.87	9562.112	23137.18	11144.67
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Sum.	40461.48	53488.87	37107.93	49943.71
Sum. Sq. Dev.	3060980	8211738	2821263	7685884
Observaciones	2270	2270	2270	2270

Parece evidenciarse, que unos diferenciales importantes entre las primas teóricas y las de mercado (por encima de aquellas) se debería a que los emisores, para «curarse en salud» ante el aumento del riesgo que les supone un incremento en la volatilidad, fijasen unas primas altas, por lo que las opciones serían «caras» desde el punto de vista de los compradores. El proceso de arbitraje descrito hasta ahora, de haberse llevado a cabo, habría contribuido a «abatar» el coste de dichas opciones. Por todo ello, parece oportuno dedicar un epígrafe a realizar una comparación entre las volatilidades históricas utilizadas para el cálculo de la prima teórica, en base a las cuales se replican las opciones y se construyen las estrategias de cobertura *delta neutral*, y la volatilidad del mercado.

#### 4. COMPARACIÓN ENTRE LAS VOLATILIDADES HISTÓRICAS Y LA VOLATILIDAD DEL MERCADO

Como habitualmente ocurre, la elección de una u otra medida de la volatilidad dependerá del juicio y opinión personal del investigador<sup>9</sup>. Una regla a seguir será elegir la estimación que demuestre tener mayor capacidad predictiva, esto es, mayor grado de acierto.

Los diferentes tipos de volatilidad se pueden estimar mediante la utilización de diversos métodos. Existirán activos para los cuales las predicciones ARCH serán las mejores, otros las

<sup>9</sup> No es nuestro propósito polemizar sobre cuales de las diferentes medidas de la volatilidad es la más adecuada para estimar la volatilidad futura, ni tampoco pasar revista a todos los trabajos existentes sobre ello, por lo que sólo haremos referencia a algunos de los numerosos trabajos que hemos consultado en nuestra investigación. A este respecto, puede consultarse, Aragón *et al.* [2003: 399-415], Corredor *et al.* [2002: 13-32 y 2004: 1-11], Fiorentini *et al.* [1999: 89-110] y Santamaría [2003: 38-46].

GARCH, otros las AGARCH y otros las históricas a 3 ó 6 meses o 1 ó 2 años. Según Lamothe *et al.* [2003: 152], por ahora, «no existen reglas fijas de construcción de los modelos de previsión de la volatilidad futura», que es la que cualquier operador del mercado desearía conocer. Para ello, se deben tener en cuenta las características propias de cada mercado y subyacente. Una estimación de dicha volatilidad se puede conseguir analizando el pasado de las series de rendimientos del subyacente. Entre los estimadores o técnicas de estimación que emplean datos de precios históricos del subyacente, podemos citar, entre otros, los siguientes [Lorenzo Alegría, 1996: 59-83]: volatilidad histórica muestral, volatilidad histórica muestral corregida, volatilidad histórica con precios máximos y mínimos, el estimador de máxima verosimilitud de Lo, el estimador robusto de Geske y Torous y los modelos tipo ARCH, GARCH y AGARCH.

De todos ellos, para la parte empírica del trabajo, hemos optado por utilizar la volatilidad histórica muestral corregida, propuesta Cox y Rubinstein. Las razones que nos han impulsado a tomar esta decisión son, fundamentalmente, las siguientes:

§ Su amplia utilización en la práctica y su simplicidad de cálculo frente a otras técnicas más sofisticadas. Ello contrasta, especialmente, con la complejidad de estimadores como el de máxima verosimilitud de Lo, el robusto de Geske y Torous y los modelos ARCH, GARCH y AGARCH.

§ Permite corregir, mediante los factores adecuados, las estimaciones sesgadas sobre la media y la desviación típica que proporciona la volatilidad histórica muestral.

§ Para muchos subyacentes, la información de máximos y mínimos es más deficiente que la de precios de cierre [Lamothe *et al.*, 2003: 143].

§ Aunque existen numerosos estudios empíricos sobre activos financieros, que señalan la supremacía de los estimadores que se basan en la heteroscedasticidad de la volatilidad (ARCH, GARCH y AGARCH) frente a los tradicionales (volatilidad homoscedástica), también, existen un gran número de trabajos<sup>10</sup> que manifiestan lo contrario. Es decir, que las medidas más explicativas no son necesariamente las más sofisticadas (como pueden ser los modelos heteroscedásticos). En este sentido, numerosos operadores de los mercados financieros, como es el caso de JP Morgan y su aplicación informática RiskMetrics®, utilizan modelos de alisado<sup>11</sup> como estimadores de la volatilidad futura. Natenberg [1994], también, propone un modelo de alisado para predecir la volatilidad futura utilizando, para ello, las volatilidades históricas homoscedásticas.

En base a ello, y aunque hay autores que justifican la elección de medidas de volatilidad estocástica porque están más próximas a la realidad de las series de los activos financieros (*clustering*, asimetría y que la volatilidad de los mercados suele ser superior el primer día después de estar cerrado un período de tiempo), hemos optado, dados los objetivos de este trabajo, y por los modelos de valoración de opciones que utilizaremos<sup>12</sup>, por medidas de volatilidad histórica como estimación de la volatilidad futura. Además, la propia estimación de la volatilidad nos indicará si hemos acertado o no en predecir la volatilidad futura. Por tanto, y aunque no descartamos probar con otras medidas de la volatilidad en desarrollos futuros de la investigación, hemos utilizado la volatilidad histórica a tres meses para estimar la volatilidad futura, considerándola de dos formas diferentes: fija, invariable para todos los días del período, y móvil, variándola diariamente en función del último dato de precio disponible. Más concretamente, para los propósitos de nuestro trabajo, en la parte empírica del mismo, nos hemos decantado por utilizar la volatilidad histórica muestral corregida, propuesta por Cox y Rubinstein, frente a otros estimadores o técnicas más evolucionadas, como los de volatilidad estocástica, pero de gran complejidad para los operadores del mercado. Ahora es el momento de realizar la «prueba de

<sup>10</sup> Véase, por ejemplo, Dimson y Marsh [1990: 253-264], Brailsford y Faff [1996: 419-439] o Robles [1999: 1-44].

<sup>11</sup> Modelos muy utilizados por los operadores como los de medias móviles y medias móviles exponenciales.

<sup>12</sup> Black-Scholes y Black 76.

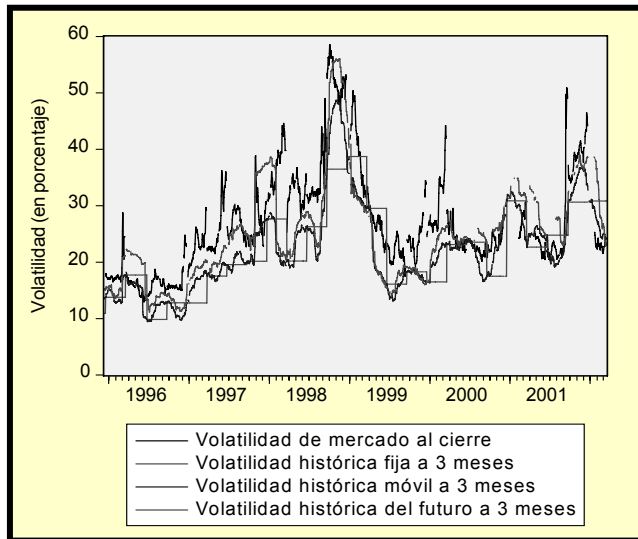


fuego» que nos permita «salir de dudas» y aclararnos si estábamos en el «buen camino». Es decir, si realmente hemos acertado o no en predecir la volatilidad de mercado.

De las bases de datos suministradas por MEFF, hemos extraído el dato de la volatilidad de mercado y hemos construido la serie de dichas volatilidades. De la descripción de registro del fichero histórico de precios y volatilidades de MEFF, donde se explica el tipo de información que contiene cada registro, se especifica que el dato de la volatilidad corresponde a la volatilidad implícita al cierre para cada día de negociación. La serie de volatilidades de mercado data desde el 12/12/95, fecha en que comienza a ser publicada por MEFF.

La figura 4 nos muestra una comparativa de las cuatro volatilidades que hemos considerado: la de mercado, la histórica fija y móvil del índice al contado y la histórica del futuro. En ella, podemos apreciar claramente como la volatilidad histórica fija a tres meses evoluciona escalonadamente, como no podía ser de otra manera, y la histórica móvil sigue el mismo perfil que la mercado, pero, casi siempre, por debajo de ésta y de la del futuro. Para esta última, hay que destacar que, aún siguiendo el perfil de la de mercado, se observa un desplazamiento hacia la derecha.

**Figura 4. Comparativa de volatilidades históricas y de mercado**



Para ilustrar un poco más si cabe la relación entre ellas, hemos recogido en las tablas 5 y 6, los parámetros estadísticos descriptivos de cada una y la matriz de correlaciones.

Es interesante observar que la volatilidad que más se acerca a los valores de mercado, tanto en media, mediana, máximo, mínimo y desviación típica, es la volatilidad histórica del futuro. Sin embargo, la más «parecida», en cuanto a la forma de la distribución, es la volatilidad histórica móvil (apuntamiento y curtosis, más próximos a los valores de la volatilidad de mercado).

En cuanto a la matriz de correlaciones, la volatilidad histórica móvil a tres meses del índice al contado, es la que presenta una mayor correlación con respecto a la de mercado, un 83,85%, por encima, incluso, de la del futuro, con un 77,78%, que es el verdadero subyacente de las opciones sobre el IBEX-35. Destacar, además, la elevadísima correlación entre las volatilidades históricas móvil del contado y la del futuro, un 95,58%, como ya habíamos visto en la figura 4.

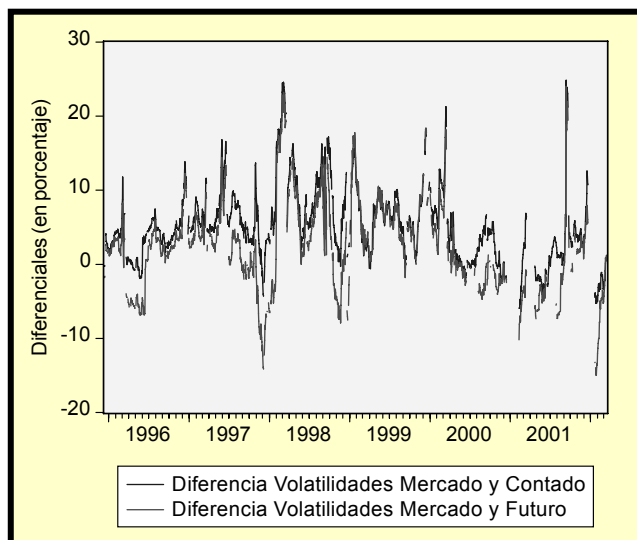
**Tabla 5: Volatilidades históricas y de mercado**

	Volatilidad de mercado	Volatilidad histórica fija a 3 meses	Volatilidad histórica móvil a 3 meses	Volatilidad histórica del futuro a 3 meses
Media	27.18196	22.21374	22.27234	25.02847
Mediana	24.55000	20.21046	20.76449	23.99359
Máximo	58.50000	38.74064	48.70371	56.10124
Mínimo	13.00000	9.863344	9.463219	11.17802
Desv. Típica	9.187969	7.382641	7.753757	9.128700
Apuntamiento	1.082489	0.455833	1.017027	1.177716
Curtosis	3.937865	2.454736	4.335926	4.806862
Jarque-Bera	339.1063	73.77219	387.1559	516.6510
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Sum.	39740.02	34853.36	34945.29	35215.06
Sum. Sq. Dev.	123335.8	85461.32	94269.34	117166.4
Observaciones	1462	1569	1569	1407

**Tabla 6: Matriz de correlaciones**

	Volatilidad de mercado	Volatilidad histórica fija a 3 meses	Volatilidad histórica móvil a 3 meses	Volatilidad histórica del futuro a 3 meses
<b>Volatilidad de mercado</b>	1.000000	0.727432	0.838549	0.777795
<b>Volatilidad histórica fija a 3 meses</b>	0.727432	1.000000	0.816902	0.755739
<b>Volatilidad histórica móvil a 3 meses</b>	0.838549	0.816902	1.000000	0.955820
<b>Volatilidad histórica del futuro a 3 meses</b>	0.777795	0.755739	0.955820	1.000000

Si analizamos los diferenciales entre las volatilidades de mercado y las históricas a tres meses del contado y del futuro, podemos comprobar lo que venimos diciendo (véase la figura 5).

**Figura 5. Diferenciales entre las volatilidades históricas y de mercado**

La media de la diferencia entre la volatilidad de mercado y la histórica del índice al contado es de 5,46%, mientras que con la del futuro es del 2,56%. Sin embargo, como se aprecia en la figura anterior, la amplitud o fluctuación del diferencial de volatilidades es mucho mayor en el caso del futuro que en el del contado. Efectivamente, la diferencia de volatilidades oscila entre un mínimo de -5,93% y un máximo del 24,82%, para la del contado, y entre un -14,94% y un 24,00%, para la del futuro. Es decir, mientras el diferencial máximo es similar, el mínimo puede caer más de nueve puntos porcentuales. Esta razón, junto con la de que con la volatilidad histórica del IBEX-35 al contado se consigue una correlación de la prima teórica con respecto a la prima de mercado de más del 99%<sup>13</sup>, además de ser la que presenta una mayor correlación con la volatilidad de mercado; es lo que nos hace considerarla como la más recomendable en su aplicación en la emisión de opciones y en el cálculo de la prima teórica, en base a la cual se establecen las estrategias de cobertura dinámicas mediante la construcción de carteras réplica.

Para finalizar este epígrafe, habría que decir que el nivel de primas del mercado español es alto, como lo demuestra el hecho de que las volatilidades de mercado (las implícitas) están por encima de sus valores históricos tanto al contado como a futuro. Esto hace que, en muchas ocasiones, las primas de las opciones hayan estado sobrevaloradas en el periodo estudiado (diez años) y haya habido grandes oportunidades de arbitraje. Por otro lado, como afirman Lamothe *et al.* [2003: 152], esto no debe extrañarnos, ya que las volatilidades implícitas no suelen ser buenos estimadores de la volatilidad futura (que es la que realmente interesa conocer), pues incorporan primas de riesgo que distorsionan su capacidad de predicción y, por término medio, suelen sobrevalorar a la volatilidad futura.

## 5. CONCLUSIONES

Como explicábamos en la introducción, este trabajo se encuadra dentro de un proyecto de investigación más amplio, por lo que, en éste, sólo recogemos una parte del mismo. Por esta razón, en estas conclusiones, sólo haremos referencia a las relacionadas con la volatilidad aplicable, la valoración de las primas de las opciones y las posibilidades de arbitraje, las cuales, recogemos a continuación:

- *La aplicación de la volatilidad histórica móvil a tres meses del IBEX-35 al contado, proporciona mejores resultados que la fija y que la del futuro en la predicción de la volatilidad de mercado y en la valoración de las primas en la emisión de opciones a corto plazo (tres meses) sobre dicho índice.*

Además, hemos defendido que, para los propósitos de nuestro trabajo, nos habíamos decantado por utilizar la volatilidad histórica muestral corregida, propuesta por Cox y Rubinstein, frente a otros estimadores o técnicas más evolucionadas, como los de volatilidad estocástica, pero de gran complejidad para los operadores del mercado. No hay que olvidar, que el modelo de valoración utilizado, el de Black-Scholes, se basa en la hipótesis de volatilidad constante (homoscedástica y determinista) y los resultados que se consiguen con éste, en la parte empírica de la investigación al estimar las primas de mercado, son muy satisfactorios. Es interesante destacar que la volatilidad móvil a tres meses del índice al contado es la que presenta mayor correlación con respecto a la de mercado (un 83,85%), por encima, incluso, que la del futuro (un 77,78%). La correlación entre éstas dos es elevadísima, concretamente de un 95,58%.

<sup>13</sup> Recordemos que la volatilidad histórica del futuro tenía una menor correlación con la de mercado, exactamente de un 77,78%. Además, no hay que olvidar que prima y volatilidad «van de la mano», y con la volatilidad histórica utilizada, la correlación entre las primas teóricas y de mercado es altísima (más de un 99%) y, probablemente, utilizar otra medida de la volatilidad que «afinara» más a la de mercado, iría en detrimento del ajuste de las primas.

La mayor amplitud o fluctuación del diferencial de volatilidades en el caso del futuro (más que en el del contado), junto a que, con la volatilidad histórica del IBEX-35 al contado, se consigue una correlación de la prima teórica con respecto a la prima de mercado de más del 99%, además de ser la que presenta una mayor correlación con la volatilidad de mercado, es lo que nos hace considerarla como la más recomendable en su aplicación en la emisión de opciones y en el cálculo de la prima teórica, en base a la cual se establecen las estrategias de cobertura dinámicas mediante la construcción de carteras réplica.

- *Ante el incremento del riesgo que suponen los aumentos de volatilidad, los operadores del mercado se «curan en salud» sabiendo mucho el diferencial o prima por volatilidad, en cambio, cuando baja, no lo hacen tanto.*

Si comparamos las volatilidades históricas del índice IBEX-35 al contado y a futuro, podemos comprobar como la volatilidad del futuro ha ido, casi siempre, por encima de la del contado, es decir, que la negociación del futuro como subyacente, introduce una mayor volatilidad que la del contado, con una media de cuatro puntos por encima de diferencia. Es más, cuando la volatilidad aumenta por encima del 4%, la prima por volatilidad llega a subir más de ocho puntos en media, hasta más del 12% de diferencia; y, cuando disminuye, sólo baja a más de un punto y medio de media, hasta situarse el diferencial en poco menos del 3,5%. La máxima diferencia entre las volatilidades históricas a tres meses del contado y del futuro, en el período estudiado, ha llegado a ser de un 21,44% y la mínima de -2,78%. En resumen, cuando la volatilidad aumenta, la diferencia entre ambas se amplifica y, cuando disminuye, se estrecha, pero en menor medida. Por otro lado, la media de la diferencia entre la volatilidad de mercado y la histórica del índice al contado es de 5,46% mientras que con la del futuro es del 2,56%. Sin embargo, la amplitud o fluctuación del diferencial de volatilidades es mucho mayor en el caso del futuro que en el del contado. Efectivamente, la diferencia de volatilidades oscila entre un mínimo de -5,93% y un máximo del 24,82%, para la del contado, y entre un -14,94% y un 24,00%, para la del futuro. Es decir, mientras el diferencial máximo es similar, el mínimo puede caer más de nueve puntos porcentuales.

- *Las elevadas volatilidades puestas por los emisores o vendedores de opciones en el mercado y, por tanto, unas primas tan altas, no se justifican según las volatilidades históricas.*

Como hemos podido comprobar, la volatilidad de mercado, casi siempre, ha ido por encima de la histórica fija y móvil del índice al contado y de la histórica del futuro, encontrándonos con casos «extremos». Por ejemplo, en el primer vencimiento de 2000, la diferencia entre la prima de mercado y la teórica, a principios y a mediados de ese periodo, rondaba entre los nueve y diez puntos porcentuales y, sin embargo, a finales del mismo, la diferencia casi se duplicó, llegando a situarse, a pocos días del vencimiento, en más de veintiún puntos (44,22% -22,97%).

- *El nivel de las primas de las opciones en el mercado español es alto, dada la relación entre éstas y las volatilidades de mercado (las implícitas) que están por encima de sus valores históricos tanto al contado como a futuro.*

Esto es lo que hace que, generalmente, las primas de las opciones hayan estado sobrevaloradas en el período estudiado (diez años) y haya habido grandes oportunidades de arbitraje. Por otro lado, esto no debe sorprendernos ya que las volatilidades implícitas incorporan primas por riesgo ante la incertidumbre del mercado y suelen sobrevalorar a la volatilidad futura.

- *El modelo de Black-Scholes «funciona» perfectamente en la práctica, es decir, las primas teóricas estiman conveniente a las de mercado y los operadores actúan, en su operativa diaria, teniendo presente dicho modelo de valoración.*

El enorme grado de acierto de la fórmula de Black-Scholes en la estimación de la prima, está avalado por lo siguiente:

- En primer lugar, por la elevadísima correlación entre las primas teóricas y las primas de mercado, tanto con volatilidad fija como móvil, llegando a ser de un 99,44% y 99,56% respectivamente. Prácticamente, da igual utilizar una que otra en el cálculo de la prima teórica, ya que, además, la correlación entre ambas es de un 99,8%. Aunque, por ser la móvil la que más se acerca al 100%, y porque proporciona mejores resultados en la cobertura dinámica mediante carteras réplicas, es la que nosotros recomendamos.

- En segundo lugar, porque, manteniendo la hipótesis de este modelo en cuanto al parámetro de la volatilidad, se alcanza una correlación entre la volatilidad histórica móvil y la de mercado de un 83,85% (por encima del 72,74% para la fija y del 77,78% para el futuro) dada, además, la estrecha relación entre la fijación de primas y las volatilidades puestas por los emisores.

• *No obstante lo anterior, existen diferencias entre las primas de mercado y las teóricas que pudieran ser muy bien aprovechadas por los arbitrajistas mediante la construcción de carteras réplicas y el establecimiento de coberturas dinámicas con delta neutral.*

Teniendo en cuenta sólo el tipo de arbitraje directo, esto es, «vendiendo» la opción a precios de mercado y «comprándola» por medio de su cartera réplica (acciones menos préstamo)<sup>14</sup>, hubo un 50,09% de veces en que pudo realizarse para la volatilidad fija, por superar las diferencias de primas los costes de transacción I y un 46,78% para los costes de transacción II. En el caso de volatilidad móvil, el porcentaje fue un poco mayor, de un 51,23% para los costes de transacción I y un 47,09% para los costes de transacción II. Por otra parte, mientras que los beneficios previstos con el arbitraje son muy similares para los casos de considerar volatilidad fija o móvil, no ocurre lo mismo con los reales. Destaca que, para volatilidad fija, los beneficios previstos sean inferiores a los reales y ocurra lo contrario para la volatilidad móvil. En cualquier caso, lo que se pone de manifiesto, es que ha habido importantes oportunidades de arbitraje en el mercado español de opciones, mediante réplicas de las mismas al contado, con unos beneficios derivados del arbitraje que van de los 12,94 a los 23,96 puntos de índice de media.

• *Debido a lo anterior, y a que por lo general, las primas de mercado han estado por encima de sus valores teóricos, tanto al contado como a futuro, puede decirse que existe evidencia empírica de que ha habido oportunidades de arbitraje que no han sido aprovechadas por los operadores y, por tanto, su función, en cuanto a nivelación de precios y disminución de la volatilidad, no se ha notado como debiera en el mercado español.*

Es muy probable, que de haberse aprovechado las oportunidades de arbitraje mediante la replicación de opciones, dicha actuación habría contribuido, sin lugar a dudas, a equilibrar las primas de las opciones, disminuir la volatilidad de mercado y a dotar al mercado de una mayor eficiencia en la formación de los precios.

• *El mercado español presenta signos de «buen funcionamiento» tanto al contado como en derivados sobre el IBEX-35, por lo que podemos afirmar que estamos ante un mercado desarrollado y consolidado que ha alcanzado un cierto grado de madurez y eficiencia.*

El que en el supuesto de no realizar cobertura alguna, la media de los resultados diarios de pérdidas y ganancias dé próxima a cero (-1,69 puntos para el caso de utilizar el índice IBEX-35 al contado como activo subyacente y -1,96 para el caso de emplear el futuro) y la mediana sea exactamente cero, valor que deja por encima y por debajo exactamente la misma probabilidad (un 50%) de que existan beneficios o pérdidas, dice mucho en favor del funcionamiento del propio mercado.

<sup>14</sup> Lo que podría realizarse cuando el precio de mercado se situase por encima de la prima teórica y la diferencia fuese tal que compensase los costes de transacción.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALIPRANTIS, C. D.; MONTEIRO, P. K. y TOURKY, R. [2003]: «Non-Marketed Options, Non-Existence of Equilibria, and Non-Linear Prices». *Journal of Economic Theory*.
- ARAGÓ, V.; CORREDOR, P. y SANTAMARÍA, R. [2003]: «Transaction Cost, Arbitrage, and Volatility Spillover: a Note». *Internacional Review of Economics and Finance*, nº 12.
- ASAY, M. y EDELBERG, C. [1986]: «Can a Dynamic Strategy Replicate the Returns on an Option?». *Journal of Futures Market*, nº 6. Primavera.
- BLACK, F. y SCHOLES, M. [1972]: «The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency». *Journal of Finance*, Vol. 27. Mayo.
- BLACK, F. y SCHOLES, M. [1973]: «The Pricing of Options and Corporate Liabilities». *Journal of Political Economy*, Vol. 81, nº 3. Mayo-junio.
- BOOKSTABER, R. M. [1993]: «Options Replication Technology» en SCHWARTZ, R. J. y SMITH, C. F. [1993]: *Advanced Strategies in Financial Risks Management*. New York Institute of Finance. Nueva York.
- BOOKSTABER, R. M. y LANGSAM, J. A. [1988]: «Portfolio Insurance Trading Rules». *Journal of Futures Markets*, nº 8.
- BOYLE, P. P. y EMANUEL, D. [1980]: «Discretely Adjusted Option Hedges». *Journal of Financial Economics*, nº 8.
- BOYLE, P. P. y VORST, T. [1992]: «Option Replication in Discrete Time with Transactions Costs». *Journal of Finance*, nº 47.
- BRAILSFORD, T. J. y FAFF, R. W. [1996]: «An Evaluation of Volatility Forecasting Techniques». *Journal of Banking and Finance*, nº 20.
- CAVALLO, L. y MAMMOLA, P. [2000]: «Empirical Tests of Efficiency of the Italian Index Options Markets». *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, nº 2. Agosto.
- CHAUVEAU, T. Y GATFAOUI, H. [2002]: «Systematic Risk and Idiosyncratic Risk: A useful Distinction for Valuing European Options». *Journal of Multinational Financial Management*, Vol. 12, nº 4. Octubre-diciembre.
- CHIRAS, D. y MANASTER, S. [1978]: «The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency». *Journal of Financial Economics*, Vol. 6. Septiembre.
- CORIELLI, F. y PENATI, A. [1996]: «Long-run Equity Risk and Dynamic Trading Strategies: A Simulation Exercise for the Italian Stock Market». *Ricerche Economiche*, Vol. 50, nº 1. Marzo.
- CORREDOR, P. y SANTAMARÍA, R. [2004]: «Forecasting Volatility in the Spanish Option Market». *Applied Financial Economics*, nº14.
- CORREDOR, P.; LECHÓN, P. y SANTAMARÍA, R. [2002]: «Is it Possible to Obtain Profits using Naive Volatility Models?». *Derivatives Use, Trading & Regulation*, Vol. 8, nº 1.
- DIMSON, E. y MARSH, P. [1990]: «Volatility Forecasting without Data-Snooping». *Journal of Business, Economics and Statistics*, nº 13.
- DUFIE, D. [1998]: «Black, Merton and Scholes - Their Central Contributions to Economics». *The Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 100, nº 2.
- EDIRISINGHE, C.; NAIK, V. y UPPAL, R. [1993]: «Optimal replication of Options with Transaction Costs and Trading Restrictions». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, nº 28.
- ETZIONI, E. S. [1986]: «Rebalance Disciplines for Portfolio Insurance». *Journal of Portfolio Insurance*, nº 13. Otoño.
- FERNÁNDEZ, P. [1996]: *Opciones, Futuros e Instrumentos Derivados*. Deusto. Bilbao.
- FERNÁNDEZ, P. [2002]: «Valoración de Opciones Reales: Problemas y errores». *Bolsa de Madrid*, nº 106. Febrero.
- FIGLEWSKI, S. [1989]: «Options Arbitrage in Imperfect Markets». *Journal of Finance*, nº 44. Diciembre.
- FIORENTINI, G.; LEÓN, A. y RUBIO, G. [1999]: «La Estimación Diaria de la Prima de Riesgo de la Volatilidad». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, nº 100.
- GALAI, D. [1977]: «Tests of Market Efficiency and the Chicago Board Options Exchange». *Journal of Business*, Vol. 50. Abril.
- GALAI, D. [1983]: «The Components of the Return from Hedging Options against Stocks». *Journal of Business*, Vol. 56. Enero.
- GALAI, D. y MASULIS, R. W. [1976]: «The Option Pricing Model and the Risk Factor of Stock». *Journal of Financial Economics*, nº 3. Enero-marzo.
- GARCÍA MACHADO, J. J. y DE LA VEGA JIMÉNEZ, J. J. [2007]: «Replicating Options in Spanish Financial Markets» en Janusz Teczke, H. [2007]: *Business in a Collaborative World*. FUNDACJA Akademii Ekonomicznej w Krakowie. Cracovia.
- GARMAN, M. [1976]: «An Algebra for Evaluating Hedge Portfolios». *Journal of Financial Economics*, Vol. 3. Octubre.
- GERBER, H. U. y SHIU, E. S. W. [1995]: «Actuarial Approach to Option Pricing». *Mathematics and Economics*, Vol. 16, nº 3. Julio.
- GERBER, H. U. y SHIU, E. S. W. [1996]: «Actuarial Bridges to Dynamic Hedging and Option Pricing». *Mathematics and Economics*, Vol. 18, nº 3. Noviembre.

- GÓMEZ-BEZARES, F. [2000]: *Gestión de Carteras*. 2ª Edición. Desclée de Brouwer. Bilbao.
- HODGES, S. y NEUBERGER, A. [1989]: «Optimal Replication of Contingent Claims under Transactions Costs». *Review of Futures Markets*, nº 8.
- HULL, J. C. y WHITE, A. [1987]: «Hedging the Risks from Writing Foreign Currency Options». *Journal of International Money and Finance*, nº 6. Junio.
- HULL, J. C. y WHITE, A. [1988]: «An Analysis of the Bias in Option Pricing Caused by Stochastic Volatility». *Advances in Futures and Options Research*, nº 3.
- INGERSOLL, J. E. [1977]: «A Contingent-Claims Valuation of Convertible Securities». *Journal of Financial Economics*, nº 4. Mayo.
- JACKWERTH, J. C. y RUBINSTEIN, M. [1996]: «Recovering Probability Distributions from Option Prices». *Journal of Finance*, Vol. 51. Diciembre.
- KLEMKOSKY, R. C. y RESNICK, B. G. [1979]: «Put-Call Parity and Market Efficiency». *Journal of Finance*, Vol. 34. Diciembre.
- LAMBERTON, D. y LAPEYRE, B. [2008]: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*. 2ª Edición. Chapman & Hall/CRC. Londres.
- LAMOTHE FERNÁNDEZ, P. y PÉREZ SOMALO, M. [2003]: *Opciones Financieras y Productos Estructurados*. 2ª Edición. McGraw-Hill. Madrid.
- LELAND, H. E. [1980]: «Who Should Buy Portfolio Insurance?». *Journal of Finance*, nº 35. Mayo. LELAND, H. E. [1985]: «Option Pricing and Replication with Transactions Costs». *Journal of Finance*, nº 40. Diciembre.
- LORENZO ALEGRIA, R. Mª. [1996]: «La Volatilidad: Modelización en la Valoración de Opciones y Estimadores». *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, Vol. 2, nº 1.
- MACBETH, J. D. y MERVILLE, L. J. [1979]: «An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model». *Journal of Finance*, Vol. 34. Diciembre.
- MELINO, A. y TURNBULL, S. M. [1995]: «Misspecification and the Pricing and Hedging of Long-term Foreign Currency Options». *Journal of International Money and Finance*, Vol. 14, nº 3. Junio.
- MERTON, R. C. [1974]: «On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates». *Journal of Finance*, nº 29. Mayo.
- MONOYIOS, M. [2004]: «Option Pricing with Transaction Costs using a Markov Chain Approximation». *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 28, nº 5. Febrero.
- NATENBERG, S. [1994]: *Options, Volatility and Pricing. Advanced Trading, Strategies and Techniques*. 2ª Edición. McGraw-Hill. Chicago.
- PELSSER, A. [2003]: «Pricing and Hedging Guaranteed Annuity Options via Static Option Replication». *Mathematics and Economics*, Vol. 33, nº 2. Octubre.
- PERRAKIS, S. y LEFOLL, J. [2000]: «Option Pricing and Replication with Transaction Cost and Dividends». *Journal of Economic Dynamics and Control*, nº 24.
- PERRAKIS, S. y LEFOLL, J. [2003]: «The American Put under Transactions Costs». *Journal of Economic Dynamics and Control*.
- ROBLES FERNÁNDEZ, Mª. D. [1999]: «Comparación de Medidas de Volatilidad Alternativas: Un Criterio basado en los Beneficios» en VII Foro de Finanzas. Valencia.
- RUBINSTEIN, M. [1985]: «Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Model Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978». *Journal of Finance*, Vol. 40. Junio.
- RUBINSTEIN, M. [1994]: «Implied Binomial Trees». *Journal of Finance*, Vol. 49, nº 3. Julio. RUBINSTEIN, M. y LELAND, H. E. [1981]: «Replicating Options with Positions in Stock and Cash». *Financial Analysis Journal*, nº 37. Julio-agosto.
- SANTAMARÍA, R. [2003]: «Modelos para la Predicción de la Volatilidad. Nuevas Carreras y más Caballos». *Estrategia Financiera*, nº 199.
- SHASTRI, K. [1981]: *Two Essays Concerning the Effects of Firm Investment/Financing Decisions on Security Values: An Option Pricing Approach*. Tesis Doctoral. Ph. D. UCLA.
- TILLEY, J. A. y LATAINER, G. O. [1985]: «A Synthetic Option Framework for Asset Allocation». *Financial Analysis Journal*, nº 41. Mayo-Junio.
- TRIPPI, R. R. [1977]: «A Test of Option Efficiency Using a Random Walk Valuation». *Journal of Economics and Business*, Vol. 29. Invierno.