Rev. de Psicol. Gral. y Aplic., 1990, 43 (2), 145-154

LOS MODELOS TODAM, MINERVA Y MATRICIAL: COMPARACIÓN DE SUS PREDICCIONES

J. L. CHORRO GASCÓ
Universidad de Valencia

Resumen

Este artículo tiene por objeto la comparación de los modelos de memoria TODAM, de B. B. Murdock; MINERVA, de Hintzman; y matricial, de Pike. La comparación de modelos puede ser realizada según criterios predictivos o explicativos. Para la comparación predictiva se determina si el comportamiento de los modelos es distinto, si hay diferencias en el número de paradigmas y efectos experimentales explicados, y el número de estadísticos generados por cada modelo. Los procedimientos utilizados se basan en la simulación por ordenador, y en la derivación de los índices d' de los modelos. Los principales resultados muestran equivalencia predictiva entre los modelos matricial y MINERVA, y diferencias en los otros aspectos señalados.

Abstract

The aim of this paper is the comparison of the models of memory developed by Murdock (TODAM), Hintzman (MINERVA) and Pike (the matrix model). The predictive comparison of the models is done by determining: a) If the behavior of the models differ, b) The number of experimental paradigms and effects to which such models can be applied, and c) The number of statistics derived in each model. Techniques used in this work consist in the derivation of d' indexes of the models and the simulation by computer of the behavior of the models. Main findings show that the matrix and MINERVA model do in fact agree in their predictions, and the three models differ in the other points.

Introducción

Una de las finalidades fundamentales del conocimiento científico es la explicación de los hechos. Para ello se elaboran teorías que relacionan los datos con un número relativamente pequeño de principios generales. Esta tarea se facilita si se acota el campo de estudio considerando aspectos parciales de las teorías, esto es, elaborando modelos. Los modelos representan algunos aspectos del objeto sujeto a investigación. Además de la concisión, los modelos matemáticos del comportamiento facilitan la elaboración del conocimiento científico por la mayor precisión de la descripción, mayor potencia deductiva y capacidad de contraste (Jáñez, 1985). Laming (1973) señala que la aplicación de técnicas matemáticas permite extraer más información de los datos.

Los modelos se elaboran para facilitar la elaboración de teorías científicas. Las teorías científicas tienen por objeto la explicación de hechos, sucediendo a menudo que unos mismos hechos son explicados por teorías basadas en distintos supuestos. Una de las características deseables del conocimiento científico es la de parsimonia. Por tanto, es deseable que un hecho, o una clase de hechos, sean explicados por el menor número de principios. Por ello conviene comparar teorías con la finalidad de mantener solamente aquella o aquellas que sean más útiles. Generalmente, la comparación de las teorías se efectúa mediante la comparación de modelos, que puede ser realizada de diversas formas, por lo que se debe precisar cuáles son los principales tipos de comparación. Una de las finalidades de la comparación de modelos es la de establecer si distintos modelos son equivalentes. Hablar de equivalencia supone establecer un criterio de comparación. Según el criterio de equivalencia pueden distinguirse dos grandes tipos de comparación:

a) Equivalencia predictiva. En lo esencial, este criterio establece que dos modelos son equivalentes si generan idéntico comportamiento. Por ejemplo, si predicen idéntico porcentaje de aciertos en el paradigma de reconocimiento de ítems simples. Este criterio puede entenderse en un sentido más amplio, como equivalencia de transformación de los datos de entrada. Si dos modelos generan datos distintos, pero son obtenidos mediante procedimientos que sólo difieren en la base de referencia, pueden ser considerados equivalentes.

Al comparar modelos según este criterio, la finalidad es también la de determinar la extensión de fenómenos a los que son aplicables los modelos. Esto es, se trata de establecer si un modelo es aplicable, por ejemplo, al paradigma de recuerdo libre y otro no, etc.

b) Equivalencia explicativa. Se entiende por capacidad explicativa de un modelo su grado de conexión con leyes y principios generales ajenos al comportamiento modelado (Pylyshyn, 1979). Desde este punto de vista, dos modelos equivalentes según un criterio predictivo pueden no serlo desde un punto de vista explicativo. En principio es deseable que un modelo se base en supuestos teóricos generales, porque en otro caso podría haber sido elaborado desde supuestos particulares a una situación concreta, lo que supondría una explicación trivial. Además la sistematización de los supuestos formales del modelo facilita su análisis, al facilitar la aplicación de soluciones obtenidas para el modelo general.

Entre los investigadores que han dedicado parte de su tiempo a la comparación de modelos de memoria, J. M. McDowd y B. Murdock (1986) han simulado los modelos TODAM (o CHARM) y MINERVA (modelo desarrollado por Hintzman, 1986). Pike (1984) compara el modelo matricial con el modelo TODAM. Estos tres modelos presentan algunas coincidencias, pero difieren entre sí en aspectos sustanciales de los procesos de almacenamiento y recuperación de la información. En los siguientes parágrafos se ofrece una breve descripción de las principales coincidencias y discrepancias de tales modelos.

Principales discrepancias

Los modelos TODAM y matricial son de traza única. Esto es, parten de la hipótesis de que la información correspondiente a los diversos aspectos de la realidad es almacenada en una sola traza de memoria. En cambio, el modelo MINERVA supone que cada presentación de un estímulo genera nueva traza.

La formalización de las trazas en los modelos matricial y TODAM son distintas. El vector que representa la traza de memoria es obtenido en TODAM por medio de las siguientes ecuaciones:

Paradigmas de listas de ítems simples:

$$M_j = \alpha M_{j-1} + \gamma f_j + \omega (f_j * f_{j-1})$$

donde:

α = Parámetro de olvido.
γ = Parámetro de ponderación de la información del ítem.
ω = Parámetro de ponderación de la información del ítem asociativa.
f_j = Vector que representa un estímulo.

Paradigmas de pares asociados:

$$M_j = \alpha M_{j-1} + \gamma_1 f_j + \gamma_2 g_j + \gamma_3 (f_j * g_j)$$

donde:

α = Parámetro de olvido.
γ_1 y γ_2 = Parámetros de ponderación de la información de los ítems individuales.
γ_3 = Parámetro de ponderación de la información asociativa.

La traza de memoria es descrita en el modelo matricial por la siguiente expresión:

$$A = \sum A_k$$

donde:

$A_k = g_k f'_k$
y g y f son vectores que representan los ítems.

Principales coincidencias

Hay coincidencia en los procesos de asignación de nombre a la información recuperada en los paradigmas de recuerdo.

Murdock (1986) ha planteado la posible equivalencia de los modelos TODAM y MINERVA, ya que en ambos casos se suman los vectores que representan las trazas de memoria, bien sea en el momento de almacenamiento (modelo TODAM), o en el de recuperación de la información (MINERVA). En este modelo, la presentación de un estímulo en la fase de prueba genera un eco que es representado por un vector igual a la suma ponderada de los vectores que representan las distintas trazas de memoria. En el modelo CHARM la representación de la traza de memoria incluye la suma de los vectores correspondientes a los ítems particulares.

Por otro lado, las operaciones con que se formaliza los procesos de memoria en los modelos matricial y MINERVA presentan ciertas similitudes, que se detallan a continuación.

En el modelo matricial la información recuperada tras la presentación de una prueba en el paradigma de recuerdo con indicio en pares asociados es:

$$M = \sum fg'$$

$$M = f_1 g'_1 + f_2 g'_2 + \dots + f_p g'_p$$

donde M es el vector que representa la traza de memoria y f_i son vectores que representan los estímulos.

$$f'_1 M = f'_1 (f_1 g'_1 + f_2 g'_2 + \dots + f_p g'_p)$$

donde f_1 es el vector presentado como clave en la fase de prueba.

$$f'_1 M = f'_1 f_1 g'_1 + f'_1 f_2 g'_2 + \dots + f'_1 f_p g'_p$$

Es decir, se recupera un contenido igual a la suma ponderada de los vectores g, siendo el coeficiente de ponderación igual a la similitud del ítem-estímulo con la prueba:

$$s_1 g_1' + s_2 g_2' + ... + s_p g_p'$$

donde s_i = similitud del ítem presentado como prueba con cada uno de los ítems-estímulo.

Bajo condiciones de independencia, s_i valdrá 0 excepto para el par correspondiente al ítem presentado, en que s_i es igual a 1, por lo que se recupera el vector g_i.

En el modelo de Hintzman, el contenido del eco generado por la presentación de un ítem es la suma ponderada de las trazas de memoria. El coeficiente de ponderación es función de la similitud de la traza con el ítem utilizado como prueba:

$$M = f_1, f_2, ..., f_k$$

y si se presenta el ítem 1:

$$S(1) = f_1' f_1, \quad S(2) = f_2' f_2; \quad S(k) = f_k' f_k$$

Información recuperada:

$$S(1) f_1 + S(2) f_2 + ... + S(k) f_k$$

$$(f_1' f_1) f_1 + (f_1' f_2) f_2 + ... + (f_1' f_k) f_k$$

Puede apreciarse la similitud formal de las operaciones de almacenamiento y recuperación de la información de este modelo con las del modelo matricial.

La representación de los estímulos es similar en los modelos TODAM, matricial y MINERVA, por medio de un vector de componentes aleatorios, cada uno de los cuales representa los diversos aspectos de la información del ítem.

En resumen, los modelos TODAM y matricial por un lado, y MINERVA por otro, difieren en la hipótesis de almacenamiento de la información (traza única/trazas múltiples), por lo que se trata de determinar si ello supone diferencias en el comportamiento de los modelos. Por otro lado, la formalización de procesos de memoria en los modelos matricial y MINERVA es análoga, por lo que tiene interés determinar si tales modelos, pese a presentar notables diferencias en su enunciado verbal, se comportan de modo similar. Los objetivos concretos de esta investigación se detallan en el siguiente apartado.

Finalidad del trabajo

La finalidad principal de este trabajo es la de comparar los modelos TODAM, matricial y MINERVA, lo que en concreto supone:

1. Efectuar la comparación según el criterio predictivo, para lo que se establecen los siguientes objetivos:

1.1. Precisar si los modelos TODAM, matricial y de Hintzman difieren en sus predicciones en el paradigma de recuerdo con indicio en listas de pares asociados.

1.2. Determinar el número de paradigmas experimentales a los que se aplica cada modelo, así como los efectos experimentales explicados por cada uno de ellos.

1.3. Determinar el número de estadísticos relevantes para la comparación que genera cada modelo.

3. Efectuar la comparación según el criterio explicativo.

Procedimientos

Los procedimientos utilizados para la comparación de modelos dependen del tipo de comparación y de otras circunstancias como la facilidad para derivar estadísticos de comparación, procedimientos de estimación de parámetros, etc.

En la comparación explicativa el procedimiento que seguimos en este artículo consiste en la delimitación de los aspectos teóricos generales de cada modelo de los aspectos particulares, tratando de especificar el grado de generalidad de los distintos supuestos teóricos.

Para la comparación predictiva, las técnicas propuestas por distintos investigadores son:

1. Obtención de la función de verosimilitud (Wickens, 1982). En la práctica, la comparación de los modelos mediante la función de verosimilitud se ve entorpecida por la dificultad de la obtención de tales funciones cuando se trata de modelos de cierta complejidad formal. Aun en los casos en que es posible obtener tales funciones sucede a menudo que las derivaciones son engorrosas. Por ello se recurre frecuentemente a otros procedimientos.

2. Tratar de obtener funciones de equivalencia entre los parámetros de los modelos sujetos a comparación, de modo que se obtenga la función de correspondencia entre los modelos (Townsend, 1972; Anderson, 1978; Pylyshyn, 1979). En ocasiones, este objetivo puede lograrse determinando las funciones características de las distribuciones de probabilidad relevantes.

3. Obtención de las distribuciones de algunas variables (Wickens, 1982; Levine, 1980) de tal modo que sea posible efectuar comparaciones de:

a) Algunos de sus momentos, para determinar si difieren en los modelos comparados. Los momentos más utilizados son la esperanza y la varianza. Según este criterio, se pueden considerar preferibles aquellos modelos que generen mayor número de estadísticos. Los estadísticos pueden poner de manifiesto diversos aspectos de la información contenida en los datos, haciendo evidentes posibles diferencias en el comportamiento de los modelos que permanecen ocultas en los datos originales o en estadísticos más sencillos. A mayor número de estadísticos derivados de la descripción formal del modelo, mayor es la posibilidad de hallazgo de diferencias entre los modelos comparados.

b) Las probabilidades de respuesta correcta y error, obtenidas a partir de las distribuciones de señal y ruido.

c) Índices de discriminación de la señal y el ruido (o sea, índices d'). Murdock (1982) cita la utilización de los índices d' de las distribuciones de señal y ruido (más adelante son definidos con mayor precisión) como procedimiento de comparación de modelos. También define la eficiencia de un modelo respecto de otro como la razón de los respectivos índices d'.

Las técnicas de comparación predictiva utilizadas en nuestra investigación son:

a) Simulación de los modelos. Se han elaborado por el autor programas de simulación por ordenador de los modelos TODAM (o CHARM), MINERVA y matrices. Las simulaciones han sido efectuadas en ordenadores Apple McIntosh y Apple McIntosh 2.

b) Obtención de las expresiones generales de los índices d' de los modelos TODAM, MINERVA y matricial en el paradigma de recuerdo con indicio en listas de pares asociados, a fin de determinar si las predicciones de tales modelos difieren.

c) Elaboración de listas de:

Los paradigmas y efectos experimentales a los que según sus autores se aplican los modelos citados, a fin de comparar el número de efectos a los que se aplica cada modelo.

Los estadísticos derivados de cada modelo relevantes para la comparación predictiva, a fin de evaluar qué modelo presenta mayor posibilidad de ser sometido al criterio de falsabilidad.

Obtención de índices d'

Si se asume normalidad en las distribuciones de señal y ruido, los índices d' se obtienen a partir de la expresión:

$$d' = \frac{X_s - X_r}{DT_r}$$

donde:

X_s = Esperanza de la distribución de la señal.
X_r = Esperanza de la distribución del ruido.
DT_r = Desviación Típica de la distribución del ruido.

Para la comparación de los índices d' se obtiene en primer lugar las expresiones analíticas de las esperanzas de las distribuciones de señal y ruido, y de la Desviación Típica de la distribución del ruido. A fin de facilitar la comparación de resultados es conveniente que los supuestos iniciales sean los mismos. Por ejemplo, las representaciones de los estímulos deben ser idénticas. En otro caso puede suceder que las diferencias en las expresiones de las esperanzas y varianzas, y por tanto en los índices obtenidos, sólo reflejen diferencias en supuestos iniciales más o menos arbitrarios.

Los modelos TODAM, matricial y de Hintzman representan los ítems desde supuestos muy semejantes, pero no idénticos. Todos ellos describen un ítem mediante un determinado número de características o rasgos, que son representados como componentes de un vector. Estos modelos asignan aleatoriamente los valores de los componentes, cuya media es igual a 0, pero difieren en la varianza. En el modelo TODAM se asume que la esperanza de los cuadrados de los componentes es igual a 1. En cambio en el modelo matricial, la varianza del vector que representa al ítem es igual a 1. En el modelo MINERVA los valores que representan cada una de las características son binarios.

Por ello el primer punto a resolver para la obtención de índices d' comparables es el de la igualdad de representación de los ítems. Los supuestos adoptados en este trabajo son los del modelo TODAM, expuestos en B. B. Murdock (1982) que son:

Los valores de cada componente del vector que representa al ítem son extraídos aleatoriamente de una distribución normal con $\mu = 0$ y $s^2 = 1/N$. Los vectores son ortogonales, por lo que $E(XY) = 0$, $E(X^2) = s^2$ y $E(X^4) = 3s^4$.

Una vez definidos los vectores, hay que obtener las expresiones de las esperanzas y varianzas. Murdock y Pike ofrecen estas derivaciones. Pero hay que obtenerlas para el modelo matricial, ya que las derivaciones que ofrece Pike contienen algunos errores, como reconoce en su nota de rectificación (Pike, 1985). Y hay que calcularlas en el modelo de Hintzman, que no desarrolla ninguna derivación en su artículo de 1986.

Por otro lado, las derivaciones de las esperanzas y varianzas pueden diferir según el paradigma experimental. En nuestro proyecto se toma como paradigma de referencia el de recuerdo asociativo en listas de pares de ítems.

En los modelos TODAM, matricial y de Hintzman, la distribución de la señal es la del producto $g_i'g_i$, donde:

g_i = Ítem emparejado con el ítem presentado como prueba.
g_i' = Información recuperada del ítem i.

El producto g_ig_i' es, por tanto, una medida de la similitud de la información recuperada con el propio ítem.

En cambio, el producto $g_j'g_k$ es una medida de la similitud de la información recuperada del ítem g_j (al utilizar como prueba el ítem f_j emparejado con g_j), y el ítem g_k, donde g_k es cualquier ítem distinto de g_j.

A continuación se ofrece la obtención de las esperanzas de las distribuciones y de las varianzas de la distribución del ruido en cada modelo.

Procedimiento: La esperanza de la distribución de la señal es la de la expresión:

$$E\,(g_jg_j')$$

donde:

$$g_i' = f_i \# (f_i * g_i)$$

(# simboliza la operación de correlación espacial entre vectores.)

$$= E[\sum\sum\sum f(i) f(x + i - i') g(x) g(i')]$$
$$= E[N^2 f^2 g^2]$$
$$= N^2 E[f^2 g^2]$$
$$= N^2 E[Z^2 W^2]$$
$$= N^2 \sigma^2$$
$$= N^2 \frac{P^2}{N^2} = 1$$

de un modo análogo se puede mostrar que la esperanza de la distribución del ruido es igual a 0.

$$E(g_j g_k') = 0$$

Obtención de la varianza del ruido:

En este caso hay que obtener el desarrollo de la expresión $g_j' g_k$, teniendo en cuenta que g_k y g_j representan vectores cuyos componentes son extraídos aleatoriamente de una distribución normal. Por ello, cada componente de un vector puede ser considerado a su vez como una variable aleatoria, que es representada de forma genérica como X, Z, U, etc.

Desarrollo del producto $g_j' g_k$:

g_j' = Información recuperada en la presentación de la clave j.

a su vez

$$g_j' = f_j \# M$$

y

$$M_j = \alpha M_{j-1} + \gamma_1 f_j + \gamma_2 g_j + \gamma_3 (f_j * g_j)$$

El desarrollo de $g_j' g_k$ da lugar a una expresión muy extensa, cuyos términos iniciales y finales son:

$$\alpha\gamma_3 v_3 w_1 x_1 y_1 + \alpha\gamma_3 v_3 w_1 x_2 y_2 + \ldots$$
$$\ldots$$
$$\gamma_1 v_1 w_3 z_2 + \gamma_2 v_1 w_3 z_2$$

(Nota: Sólo se consideran los elementos centrales del vector resultante de la operación f # M.)

Cada término x_i, o y_i representa un componente de un vector aleatorio, por lo que la varianza de la anterior expresión se obtiene aplicando la fórmula usual

$$\text{si } z = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$$

$$\text{Var}(z) = \text{Var}(x_1) \times \text{Var}(x_2) + \ldots + \text{Var}(x_n) +$$
$$+ \text{Cov}(x_1 x_2) + \ldots + \text{Cov}(x_1 x_n) + \text{Cov}(x_{n-1} x_n)$$

Al tratarse de variables ortogonales son numerosos los términos que se cancelan. Por ejemplo, el término $y_3 x_1 x_2 y_2$ representa una realización del producto YXZU. Éste producto es 0.

En cambio, el término $y_3 x_1 x_1 y_3$ no se cancela porque es una realización concreta del producto $X_2 Y_2$.

Por tanto, la obtención de la varianza supone el conteo de los términos que no se cancelan, así como la obtención de la varianza de cada término, y la suma de estas varianzas.

Del mismo modo hay que determinar cuáles son las covarianzas que no se cancelan, obtener la expresión de cada covarianza y añadirla a la suma de varianzas.

Varianza aportada por el par de ítems en que se encuentra la clave:

Elemento $g_i [f_g \# (f_g * g_g)]$.

Términos a que da lugar tal expresión:

— WZUZ

$$\text{Número de términos} = \frac{2N^3 + N}{3} - N^2$$

Varianza de cada término =

$$\begin{aligned}\text{Var}(XYZ) &= E(X^2Y^2Z^2) - [E(XYZ)]^2 \\ &= E(X^2) E(Y^2) E(Z^2) - E(XYZ) E(XYZ) \\ &= \sigma^2 \sigma^2 \sigma^2 - 0 \times 0 \\ &= \sigma^6 = \frac{1}{N^3}\end{aligned}$$

Varianza total, obtenida incorporando los coeficientes y multiplicando por el número de términos:

$$\gamma_3 \alpha^{p-k} \left[\left(\frac{2N^3 + N}{3} - N^2 \right) \frac{1}{N^3} \right]$$

— W^2ZU

Número de términos = N^2.

$$\text{Varianza de cada término} = 3\sigma^8 = \frac{3}{N^4}$$

$$\text{Varianza total} = \gamma_3 \alpha^{p-k} N^2 \left(\frac{3}{N^4} \right)$$

— WZU (segundo ítem del par)

Número de términos = $N^2 - (N - 1)$.

Varianza de cada término =

$$\begin{aligned}\text{Var}(XYZ) &= E(X^2Y^2Z^2) - [E(XYZ)]^2 \\ &= E(X^2) E(Y^2) E(Z^2) - E(XYZ) E(XYZ) \\ &= \sigma^2 \sigma^2 \sigma^2 - 0 \times 0 \\ &= \sigma^6 = \frac{1}{N^3}\end{aligned}$$

Varianza total: $\gamma_2 \alpha^{p-k} [N^2 - (N - 1)] \frac{1}{N^3}$

— WZU (primer ítem del par)

Número de términos = $N^2 - (N - 1) - N$

Varianza de cada término: Es idéntica a la anterior = $\frac{1}{N^3}$

Varianza total: $\gamma_1 \alpha^{p-k} [N^2 - (N - 1)] \frac{1}{N^3}$

— W^2Z

Número de términos = N

Varianza de cada término =

$$
\begin{aligned}
Var(Y^2X) &= E(Y^4X^2) - [E(Y^2X)]^2 \\
&= E(Y^4) E(X^2) - E(Y^2X) E(Y^2X) \\
&= 3\sigma^4 \sigma^2 - 0\ 0 \\
&= 3\sigma^6 = \frac{3}{N^3}
\end{aligned}
$$

Varianza total: $\gamma_1 \alpha^{p-k} N \left(\frac{3}{N^3} \right)$

Varianza aportada por cada par de ítems distintos del par objetivo:

Términos a que da lugar tal expresión:

— WXYV

Número de términos: $\frac{2N^3 + N}{3}$

Varianza de cada término: $\frac{1}{N^4}$

Varianza aportada por el total de términos, una vez incorporadas las constantes:

$$\gamma_3 \left[\sum_{i \neq k}^{p} \alpha^{i-1} \left(\frac{2N^3 + N}{3} \right) \frac{1}{N^4} \right]$$

donde:

p = Número de pares de ítems.
k = Posición serial del par en que se encuentra la clave.

— WXV

Número de términos: $2 [N^2 - (N - 1)]$

Varianza de cada término: $\frac{1}{N^3}$

Varianza aportada por el total de tales términos:

$$\gamma_1 \left(\sum_{i \neq k}^{p} \alpha^{i-1} [N^2 - (N - 1)] \right) \frac{1}{N^3} + $$
$$+ \gamma_2 \left(\sum_{i \neq k}^{p} \alpha^{i-1} [N^2 - (N - 1)] \right) \frac{1}{N^3}$$

Varianza total de la distribución del ruido:

$$\sum_{i \neq k}^{p} \alpha^{i-1} (\gamma_1 + \gamma_2) \left[\left(\frac{N^2 - (N - 1)}{N^3} \right) + \gamma_3 \left(\frac{2N^2 + 1}{3N^3} \right) \right] +$$
$$+ \alpha^{p-k} \left[\gamma_3 \left(\frac{2N^3 + 1}{3N^3} + \frac{2}{N^2} \right) + \gamma_2 \left(\frac{1}{N} - \frac{2}{N^2} + \frac{1}{N^3} \right) + \right.$$
$$\left. + \gamma_1 \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N^3} + \frac{2}{N^2} \right) \right]$$

Modelo matricial

El desarrollo de la expresión de la varianza del ruido es similar en el modelo matricial. Tras obtener la expansión de la fórmula del producto interno de la información recuperada con los ítems del léxico no emparejados con la clave, se obtienen los siguientes términos:

— W^2XZ

Número de términos = $2N^2$

Varianza = $\frac{3}{N^4}$

— XYZU

Número de términos = $(p - 2)N^2$

Varianza = $\frac{1}{N^4}$

Varianza total del ruido:

$$2N^2 \left(\frac{3}{N^4} \right) + (p - 2)N^2 \left(\frac{1}{N^4} \right)$$

Modelo de Hintzman

Obtención de la varianza de la distribución del ruido:

Los términos generados por el desarrollo de la expresión del ruido son:

— X^2ZY

Número de términos = $N^2 + (p - 2) + N$

Varianza = $\frac{3}{N^4}$

— X^3Y

Número de términos = N

$$\text{Varianza} = \frac{15}{N^3}$$

— XYZW

$$\text{Númerop de términos} = (p - 2)\left(\frac{N^2}{2} - 1\right)$$

$$\text{Varianza} = \frac{1}{N^4}$$

Varianza total =

$$= [N^2 + (p - 2) + N]\frac{3}{N^4} + \frac{15}{N^3}N +$$

$$+ (p - 2)\left(\frac{N^2}{2} - 1)\right)\frac{1}{N^4}$$

Índices d'

Dado que las esperanzas de las distribuciones de la señal son igual a 1 en los modelos TODAM y matricial (suponiendo que los coeficientes de la ecuación de memoria de TODAM sean iguales a 1), las expresiones de los índices d' en ambos modelos son:

$$\frac{1}{\text{D.T.(r)}}$$

donde D.T.(r) simboliza la Desviación Típica de la distribución del ruido.

En el modelo MINERVA, la esperanza de la distribución de la señal es igual a 0,5, por lo que el índice d' es, en este modelo:

$$\frac{0{,}5}{\text{D.T.(r)}}$$

Resultados

1.1. Los valores de los índices d' de los modelos comparados son *:

TODAM = 1,4
MINERVA = 4,46
Matricial = 11,83

Los valores de los índices d' muestran que las distribuciones de señal y ruido en los modelos matricial y MINERVA prácticamente no se solapan, lo que supone que los porcentajes de respuesta incorrecta son prácticamente nulos en ambos modelos, obteniéndose resultados prácticamente idénticos en las simulaciones de los modelos.

En cambio, en el modelo TODAM sí se produce solapamiento entre las distribuciones de señal y ruido, lo que ocasiona cierto número de errores.

En lo que respecta a la posible equivalencia formal de los modelos MINERVA y matricial, las diferencias en las expresiones generales de los respectivos índices d' muestran que las operaciones que representan los procesos de memoria en ambos modelos no son exactamente coincidentes. En efecto, la inspección detallada de los desarrollos del producto interno del ruido muestra las siguientes operaciones para el modelo MINERVA:

$$f_k[(f_i' f_j) f_j]$$

donde:

k= Subíndice del ítem del léxico correspondiente a una respuesta incorrecta.
i = Subíndice del ítem presentado como clave.
j = Subíndice de la traza activada.

En cambio, el desarrollo de la expresión análoga en el modelo matricial es:

$$g_k[(f_i' f_l) g_l']$$

Como puede apreciarse, en esta última expresión no se repite ningún vector, lo que sí ocurre con el vector f_j en MINERVA. Ello origina algunas diferencias en las varianzas y esperanzas de ambos modelos.

Las predicciones obtenidas mediante simulación de los modelos estudiados en este artículo corroboran tales conclusiones, habiéndose obtenido 100 por 100 de aciertos en los modelos MINERVA y matricial, y en torno al 92 por 100 en el modelo TODAM (Murdock, 1982; J. L. Chorro, 1988).

1.2. Paradigmas a los que se aplica cada modelo:

a) Modelo matricial: Según Pike, este modelo se aplica a los paradigmas de reconocimiento asociativo, recuerdo con indicio en listas de pares asociados y recuerdo libre.

b) Modelo TODAM. Se aplica a los paradigmas de listas de pares asociados, listas de ítems simples, recuerdo con indicio en listas de pares asociados y en listas de ítems simples.

c) Modelo MINERVA. Se aplica a los paradigmas de reconocimiento, de pares asociados, abstracción de esquemas y tareas de frecuencia (Hintzman, 1986).

Respecto a la explicación de efectos experimentales, destacan los siguientes puntos:

En su versión de 1982 (Murdock), el modelo TODAM no es capaz de aprender en los ensayos repetidos. Esto es, este modelo no es aplicable a los paradigmas de ensayos repetidos.

Pike (1984) señala que en ciertas condiciones experimentales se produce efecto de asimetría asociativa, lo que no puede ser explicado por TODAM y sí por el modelo matricial. También opina Pike que las

* El número de componentes de los vectores que representan a los ítems utilizado para este cálculo es igual a 41; la lista es de ocho pares de ítems, y la varianza ha sido calculada para el par que ocupa la cuarta posición.

predicciones de TODAM de efectos seriales en ciertas condiciones experimentales deben ser examinadas con detalle.

Murdock (1985) replica a Pike que la explicación de efectos seriales conduce al modelo matricial a supuestos de almacenamiento de la información poco plausibles. Respecto de la explicación de datos experimentales concretos, Murdock dice que ambos modelos requieren mayor comprobación experimental antes de extraer conclusiones a este respecto.

Del mismo modo, CHARM predice que las intrusiones de claves son más frecuentes cuando los ítems clave son similares (según Eich, este tipo de predicción no es efectuado por ningún otro modelo). Y si se utilizan sinónimos de las palabras-objetivo, CHARM tiende a recordar la clave intralista no relacionada.

Hintzman (1986) dice que CHARM no es capaz de reproducir el efecto de olvido diferencial de prototipos, y que los modelos matriciales no reproducen todo el rango de fenómenos empíricos que hace MINERVA.

1.3. Estadísticos derivados en cada modelo para la comparación predictiva:

a) Modelo matricial: Pike ofrece la derivación de los modelos principales (esperanzas y varianzas) de las distribuciones de señal y ruido en los paradigmas de pares asociados y de reconocimiento en listas de ítems sencillos.

Anderson y Silverstein muestran que los autovalores de mayor magnitud de la matriz de memoria corresponden a la frecuencia de presentación de los estímulos. Igualmente muestran que los autovectores corresponden con los patrones de los estímulos presentados.

b) Modelo TODAM: Murdock (1982 y 1983) ofrece las derivaciones de los momentos principales (esperanzas y varianzas) de las distribuciones de señal y ruido en los paradigmas de reconocimiento en listas de pares asociados y en listas de ítems sencillos; en el paradigma de recuerdo con indicio en listas de pares de ítems y recuerdo en listas de ítems sencillos.

c) Hintzman dice en su artículo de 1984 que los estadísticos utilizados en la comparación de este modelo con el de Bower son: curva de aprendizaje, distribución de errores por ítems, distribución del ensayo del último error, distribución de longitudes de errores, promedio de errores que siguen a un error en el ensayo n, y probabilidad de repetición de un error en idéntico ensayo.

Comparación de estos modelos según el criterio de equivalencia explicativa

En su propia evaluación de TODAM, Murdock (1982) dice que este modelo establece, más que supuestos «ad hoc», una explicación general aplicable a muchos de los fenómenos conocidos en el área de memoria. De estos mecanismos generales cita la Teoría de Detección de Señales en los procesos de reconocimiento. Este modelo trata de explicar el origen de las distribuciones de señal y ruido en vez de adoptar, como supuesto previo, la forma de tales distribuciones.

Por otro lado la explicación del modelo TODAM de los procesos de memoria se basa en las teorías sobre almacenamiento y recuperación de la información desarrolladas en el contexto de Holografía óptica. En lo esencial, los procedimientos holográficos hacen posible la recuperación de la imagen original completa de un objeto. Usualmente el almacenamiento de información de imágenes tridimensionales no permite registrar todos los aspectos de la información original. El desarrollo de los procedimientos holográficos en óptica (Hecht, 1977) ha puesto de manifiesto la plausibilidad del almacenamiento superpuesto de distintas imágenes en un mismo medio de registro. La consideración de tales procedimientos en el contexto de los procesos de memoria ha llevado a la formulación de la hipótesis de almacenamiento en una sola traza.

Las operaciones de convolución y correlación espacial en que se basan la descripción de los mecanismos de almacenamiento y recuperación de la información asociativa en TODAM son corrientemente utilizados en óptica para la descripción de la interacción de ondas que transportan distintos tipos de información. Por tanto, constituyen procedimientos explicativos de ámbito más general que el de los modelos de memoria TODAM o CHARM.

En cuanto al mecanismo de emisión de respuestas, Murdock (1982) señala que constituye una adaptación de procedimientos basados en la Teoría de Detección de Señales.

El modelo matricial se basa, por un lado, en aportaciones de tipo neurofisiológico acerca de las estructuras de redes neuronales que son formalizadas mediante las técnicas de álgebra matricial. Tanto la evidencia neurofisiológica como las técnicas de álgebra matricial han sido desarrolladas anteriormente, y en ámbitos de aplicación más amplios que el del modelo matricial. Por tanto, parece lógico concluir que este modelo utiliza principios explicativos de carácter general de un modo análogo al modelo TODAM.

El modelo MINERVA parte de consideraciones basadas en determinadas teorías psicológicas acerca de los procesos de memoria. El autor de este modelo, Hintzman, no hace referencias explícitas a consideraciones neurofisiológicas. Desde un punto de vista formal, las técnicas utilizadas son aplicaciones particulares de algunas técnicas de Estadística Descriptiva (p. e., el procedimiento de medición de la similitud de los vectores que representan a los estímulos particulares y la traza de memoria puede ser considerada una adaptación del coeficiente de correlación de Pearson). Así pues, a primera vista, y sin llegar a afirmar que este modelo constituya una explicación «ad hoc» de los efectos experimentales considerados, parece que es menos general que los otros dos modelos. No obstante, sí se puede considerar este modelo a partir de las teorías de difusión de la activación, y el producto interno como un filtro, con lo que también se situaría este modelo en un contexto teórico más general.

Conclusiones

Respecto a la comparación predictiva, las principales conclusiones son:

Los modelos estudiados no son formalmente equivalentes en el paradigma de Recuerdo con Indicio. Pero, no obstante, los modelos MINERVA y matricial efectúan predicciones equivalentes en el paradigma estudiado y bajo las condiciones expuestas.

Respecto a la capacidad de predicción de cada modelo de los efectos y paradigmas experimentales, la adopción de conclusiones definitivas depende, por un lado, de la tarea de investigación experimental, y por otro, de nuevos estudios de simulación o derivación de predicciones de los modelos.

En el momento actual cabe destacar la falta de capacidad del modelo matricial para la simulación del paradigma de reconocimiento en listas de ítems simples (Pike, 1984).

La no aplicabilidad del modelo TODAM a paradigmas de ensayos repetidos parece una característica importante para la evaluación de este modelo. TODAM no explica el efecto de facilitación, que es considerado en ocasiones como evidencia importante a favor de la hipótesis de redes de trazas múltiples como mecanismo de almacenamiento.

A este respecto, hay que notar que en principio este modelo ha sido diseñado para medir el acierto o error, no el Tiempo de Reacción. No obstante, Murdock (1983) dice que este efecto puede ser acomodado por su modelo suponiendo que la presentación previa incrementa el grado de familiaridad de un ítem y de aquellos que sean similares a él. Aunque Murdock se refiere en su artículo de 1983 a la versión de TODAM para el paradigma de reconocimiento de ítems simples, su razonamiento parece igualmente aplicable a la versión para el paradigma de Recuerdo con Indicio.

En cambio, TODAM, o para ser más exactos, el modelo CHARM, análogo al anterior, no reproduce el efecto de olvido diferencial de prototipos.

Respecto al número de estadísticos derivados en cada modelo, es posible obtener la derivación de los mismos estadísticos, y no parece que ninguno de los tres modelos aventaje a los otros en este aspecto. Cabe destacar la posibilidad de aplicación de las técnicas de análisis matricial al modelo de Anderson, Silverstein y Pike; lo que permite efectuar algunos tipos de análisis de datos en este modelo que, en principio, no son aplicables a los otros dos modelos.

Por todo ello, y si no se atiende a otros factores, el modelo que se aplica a mayor número de efectos experimentales es MINERVA.

Respecto a la cuestión de la equivalencia de la adición de los vectores que representan a los estímulos en la fase de almacenamiento de la información o en la de recuperación de la información, planteada a propósito de los modelos TODAM y MINERVA, conviene notar que ambos modelos difieren también en la formalización de tales procesos. TODAM utiliza, además de la suma de vectores, las operaciones de convolución y correlación espacial. MINERVA utiliza la suma y el producto interno de vectores. Por tanto, las posibles diferencias en las predicciones pueden ser ocasionadas por distintas operaciones, en vez de por las diferencias en las hipótesis sobre el almacenamiento en traza única o trazas múltiples.

Si la finalidad de la comparación es exclusivamente la de determinar si las hipótesis de almacenamiento en traza única o trazas múltiples generan «per se» diferentes predicciones, sería necesario que la formalización de las operaciones que describen tales procesos fuesen las mismas. En tal caso, las predicciones son idénticas, de modo que lo que en realidad se compara son tales formalizaciones, y sólo en el caso de que una formalización determinada sea incompatible con alguna o algunas de las hipótesis de interés, podría obtenerse una conclusión pertinente a tal hipótesis.

Referencias

Anderson, J. R. (1978): Arguments concerning representations for mental imagery, *Psychological Review, 85,* 249-277.

Anderson, J. A.; Silverstein, J. W., y otros (1977): Distinctive features, categorical perception, and probability learning: Some applications of a neural model, *Psychology Review, 84,* 413-451.

Collins, A. M., y Loftus, E. F. (1975): A spreading activation theory of semantic processing, *Psychological Review, 82,* 407-428.

Chorro Gascó, J. L. (1988): Los modelos SAM, CHARM y de McClelland (1985): Comparación de sus predicciones, *Psicológica, 9,* 43-72.

Eich, J. M. (1982): A Composite Holographic Associative Recall Model, *Psychology Review, 89* (6), 627-661.

Eich, J. M. (1985): Levels of Processing, Encoding Specifity, Elaboration, and CHARM, *Psychology Review, 92* (1), 1-38.

Gabor, D. (1968): Holographic model of temporal recall, *Nature, 217,* 584.

Gabor, D. (1968): Improved holographic model of temporal recall, *Nature, 217,* 1288-1289.

Hinton, G. E., y Anderson, J. A. (1981): *Parallel Models of Associative Memory,* Hillsdale, L. Erlbaum.

Hintzman, D. L. (1986): Schema Abstraction in a Multiple-Trace Memory Model, *Psychology Review, 93* (4), 411-428.

Hintzman, D. L. (1984): MINERVA 2: A simulation model of human memory, *Behavioral Research on Mathematics, Instruments and Computers, 16,* 96-101.

Jáñez, L. (1985): *Apuntes de Psicología Matemática,* Publicaciones de la Universidad Complutense.

Kohonen, T. (1977): *Associative Memory: A System-Theoretical Approach,* Berlín, Springer.

Laming, D. L. (1973): *Mathematical Psychology,* New York, Academic.

Levine y Bourke (1980): *Mathematical Techniques for Learning Theories,* New York, Wiley.

Longuet-Higgins, H. C. (1968): Holographic model of temporal recall, *Nature*, 217, 104.

McDowd, J. M., y Murdock, B. B. (1986): Mathematical Models of Memory and the problem of stimulus variation: A comparison of MINERVA 2 and TODAM, *Acta Psychologica, 62*, 177-188.

McNicol, DF. (1972): *A Primer of Signal Detection Theory*, London, Allen & Unwin.

Murdock, B. B. (1982): A Theory for the Storage and Retrieval of Item and Associative Information, *Psychology Review, 89* (6), 609-627.

Murdock, B. B. (1983): A Distributed Memory model for Serial-Order Information, *Psychology Review, 89* (6), 609-627.

Murdock, B. B. (1985): Convolution and Matrix systems: A Reply to Pike, *Psychology Review, 92* (1), 130-132.

Pike (1984): Comparison of convolution and matrix distributed memory sistems for associative recall and recognition, *Psychology Review, 9*, 281-294.

Pike (1985): Nota de corrección publicada en *Psychology Review, 92* (4), 511.

Pribram, K. H.; Nuwer, N., y Baron, R. J. (1974): The holographic hypothesis of memory structure in brain function and perception. En D. H. Krantz, R. C. Atkinson y otros: *Contemporary Developments in Mathematical Psychology*, vol. 2, San Francisco, Freeman.

Pylyshyn, Z. W. (1978): Computational models and empirical constraints, *Behavioral and Brain Sciences, 1*, 93-127.

Pylyshyn, Z. W. (1979): Validating Computational Models: A Critique of Anderson's Indeterminacy of Representation Claim, *Psychological Review, 86* (4), 383-394.

Wickens, Th. D. (1982): *Models for Behavior*, San Francisco, Freeman.