

RELACIONES TEÓRICO-EMPÍRICAS ENTRE LOS ESQUEMAS DE PROPORCIÓN, PROBABILIDAD Y COVARIACIÓN

P. FERNÁNDEZ BERROCAL

Universidad de Málaga

Resumen

En este estudio se analizan las relaciones teórico-empíricas entre los esquemas de proporciones, probabilidad y covariación.

Se presentan dos experimentos en los que se muestra cómo resulta insuficiente delimitar las características estructurales de cada una de las tareas para poder predecir el grado de dificultad con que los sujetos se van a encontrar en su resolución, así como el grado de asociación que van a presentar. Se postula la necesidad de averiguar cuáles son las representaciones internas que tienen los sujetos de la estructura del problema para poder predecir su ejecución.

Abstract

Theoretical and empirical relationships among proportion, probability and covariation schemes are analyzed in this issue.

Two experiments show that delimitate structural characteristic of any one task is not sufficient to predict the difficulty subjects will find in their resolution, and association degree tasks will show. In order to predict performance results confirm the convenience of knowing subject internal representation of problem structure.

Introducción

A la hora de establecer las relaciones teóricas y empíricas entre las nociones de proporciones, probabilidad y covariación (o correlación) resulta inevitable remitirnos a la obra de Inhelder y Piaget (1955) *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. En esta obra se formulan las características básicas del pensamiento adolescente y adulto, en concreto, los modelos lógicos de INRC o grupo de Klein y la combinatoria de las 18 operaciones binarias (para una introducción comprensiva, véase Carretero, 1980a; 1980b y 1985).

Pero asociado a estas estructuras generales del pensamiento estarían los esquemas operatorios formales. Inhelder y Piaget los caracterizan como una adquisición cognitiva del sujeto que sin ser una estructura guarda estrecha relación con las estructuras lógicas del grupo de Klein y el grupo combinatorio. Estos esquemas son, pues, una competencia bastante más específica que las estructuras pero permiten, no obstante, ser aplicados a contenidos diversos (Inhelder y Piaget, 1955; pág. 260).

En el capítulo XVII del apartado 2 de susodicha

obra, el tándem ginebrino diferencia entre ocho esquemas operatorios con estructura formal:

1. Las operaciones combinatorias.
2. Las proporciones.
3. La coordinación de dos sistemas de referencia y la relatividad de los movimientos o velocidades.
4. La noción de equilibrio mecánico.
5. La noción de probabilidad.
6. La noción de correlación.
7. Las compensaciones multiplicativas.
8. Las formas de conservación que van más allá de la experiencia.

Mas la idea piagetiana de concebir el pensamiento del adolescente como constituido por una estructura de conjunto, no parece ajustarse excesivamente a los datos de posteriores investigaciones (para una revisión, véase Carretero, 1985). La mayoría de los autores coinciden en afirmar que probablemente pueda hablarse de tres tipos de tarea formales de diferente, aunque no muy distinta, dificultad: los problemas de combinatoria, los del grupo INRC o de las

dos reversibilidades y los que implican cálculos matemáticos de proporción o probabilidad» (*Op. cit.*, pág. 73).

Por otra parte, ya Inhelder y Piaget (1955) habían establecido una relación estrecha entre los esquemas de proporciones, probabilidad y covariación:

La correlación es una noción que procede simultáneamente de la de probabilidad y de una estructura emparentada con la de las proporciones (*Op. cit.*, 272).

Las principales experiencias destinadas a la comprobación de este supuesto piagetiano han sido las investigaciones de Wavering (1984) y de Lawson y Bealer (1984), que han intentado delimitar las relaciones empíricas entre los esquemas de proporción, probabilidad y covariación.

El estudio de Wavering (1984) fue realizado con 94 sujetos de una comunidad rural. Los tres esquemas operacionales formales fueron medidos individualmente utilizando unas tareas adaptadas de las empleadas por Piaget y sus colaboradores. En concreto, el esquema de proporciones con la tarea de proyección de sombras (Inhelder y Piaget, 1964), el esquema de correlación con una tarea adaptada de la misma obra y las probabilidades con la tarea de cuantificación de probabilidades de Piaget e Inhelder (1975).

Los resultados obtenidos mediante un *ordering analysis* (un caso especial del análisis de contingencias ideado por Bart y Airasian, 1974) muestran que la tarea de proyección de sombras y la tarea de cuantificación de probabilidades fueron prerrequisitos para la tarea de correlación. Asimismo, el análisis muestra que la tarea de proporciones no es equivalente a la de probabilidad, es decir, que las dos tareas no miden la misma cosa. En principio, los datos soportarían, pues, la hipótesis originaria de Inhelder y Piaget de que los esquemas de probabilidad y proporciones son prerrequisitos lógicos para el esquema de correlación. Pero esta investigación presenta dos serios inconvenientes: la poca validez del *ordering analysis* para establecer las relaciones que se presuponen entre las diferentes pruebas, y la falta de datos sobre el grado de asociación entre las pruebas. Si se reanalizan los datos presentados por Wavering mediante el coeficiente de correlación phi nos encontramos con que el grado de asociación entre las tres tareas es poco apreciable, lo que entra en abierta contradicción con su hipótesis.

En el estudio de Lawson y Bealer (1984) se investigó el uso de las habilidades básicas del razonamiento cuantitativo en 391 estudiantes. Para su evaluación utilizaron una prueba compuesta de cinco ítems: uno de proporciones, dos de probabilidad y dos de covariación. El análisis se limitaba a contrastar el porcentaje de sujetos que resolvían satisfactoriamente cada ítem, indicando los resultados la dificultad de la covariación con respecto a la probabilidad y la proporción. Aunque de nuevo, como en el estudio de Wavering (1984), parece más que discutible establecer que unas tareas son prerrequisi-

tos de las otras a partir de este análisis tan limitado. Lo más resaltable es el diferente grado de dificultad entre proporción y probabilidad e incluso entre las dos tareas de probabilidad presentadas.

Aunque resulte evidente que el cálculo de probabilidades y el de proporciones son muy similares, puesto que, por ejemplo, para calcular si es más probable que suceda X que Y es necesario comparar la proporción de casos favorables y posibles en ambos sucesos, existen diferencias entre los dos. Así parece que lo demuestran las investigaciones de Wavering (1984), Lawson y Bealer (1984), antes expuestas, así como la reciente de Pérez Echevarría, Carretero y Pozo (1986), que encuentran diferencias de dificultad en la ejecución de estos dos esquemas en virtud de los contenidos en los que se formularon.

Por tanto, ¿es suficiente saber proporciones para hacer bien probabilidades? Y, ¿es suficiente saber proporciones y probabilidades para hacer bien covariaciones?

Dos preguntas que nos remiten a una cuestión más general: ¿tiene sentido sólo apelar a la estructura del problema, como reflejo de su espacio de resolución lógico, como un buen predictor de las diferentes dificultades con las que un sujeto se encontrará al resolverlo?

Dentro del marco teórico general de la resolución de problemas se incide en que las representaciones internas que tiene el sujeto del problema son predictores más exactos de la ejecución de los sujetos que los factores estructurales. Las experiencias realizadas con problemas isomórficos (léase con una estructura casi idéntica, como la de probabilidad y proporciones) muestran cómo la transferencia de aprendizaje de unos problemas a otros sólo se realiza bajo dos circunstancias: 1) el que lo resuelve reconoce o se le hace explícita la relación entre las dos tareas, y 2) el segundo problema debe ser más simple que el primero (para una revisión, véase Kahneman, 1986).

Desde otra perspectiva, las investigaciones de Kahneman y Tversky (Kahneman y Tversky, 1972; Tversky y Kahneman, 1974; Kahneman, Slovic y Tversky, 1982) han incidido en que la resolución de problemas de este tipo parece estar inundada de errores. Han propuesto que no seguimos las leyes estadísticas sino que nos dejamos influir por el contenido, la familiaridad y nuestras ideas previas:

para cualquiera que quisiera ver al hombre como un razonable estadístico intuitivo tales resultados son descorazonadores (Kahneman y Tversky, 1972).

En lugar de utilizar los conceptos básicos de la estadística Tversky y Kahneman (1974) proponen que nos regimos por los heurísticos/sesgos de accesibilidad, representatividad y ajuste, tan ampliamente divulgados y multiaplicados (Carretero y Madruga, 1984; De Vega, 1984; Nisbett y Ross, 1980).

Pero este planteamiento de Tversky y Kahneman

(1974) relega, como ha señalado Seoane (1982), al sujeto pensante de la categoría establecida por Peterson y Beach (1967) de «estadístico intuitivo» a la de «indigente cognitivo».

Quizá fuera más acertado adoptar una postura más prudente como la manifestada por Crocker (1981). Si bien es cierto que las creencias e ideas previas sobre la tarea son un factor influyente en su resolución, las conclusiones de los sujetos dependen de la interrelación entre la fuerza de las ideas previas y la fuerza de los datos. En este mismo sentido apuntan las últimas investigaciones de Carretero, Pérez Echevarría y Pozo (1985) y de Fong, Krantz y Nisbett (1986).

Por tanto, la respuesta a la pregunta sería que es necesario saber proporciones para hacer bien probabilidades o covariaciones, aunque no suficiente. Pero es más, aunque parezca paradójico, tampoco es suficiente saber probabilidades o covariaciones para hacer bien proporciones, probabilidades u otras covariaciones.

Objetivos e hipótesis

Tal como hemos señalado, la interrelación entre los esquemas de proporciones, probabilidad y covariación propuesta por Inhelder y Piaget (1955), y que Wavering (1984), Lawson y Bealer (1984) han intentado confirmar empíricamente, se podría resumir como sigue:

- a) Los esquemas de proporciones y probabilidad son prerequisites cognitivos para el esquema de covariación.
- b) Los problemas de proporciones y probabilidad requieren la utilización de estrategias de resolución similares. Aunque es posible encontrar diferencias en cuanto al grado de dificultad de cada uno de ellos según los contenidos en los que se encuentren formulados (Pérez Echeverría, Carretero y Pozo, 1986).

A tenor de lo expuesto, nuestro estudio se propone delimitar las características y peculiaridades de las tareas en dos aspectos:

1. Comparar su grado de dificultad.
2. Comprobar el grado de asociación entre ellas.

EXPERIMENTO 1

Método

Sujetos

Las pruebas se aplicaron de forma colectiva a una muestra de 103 sujetos. Formada por dos grupos de distinta edad y nivel de estudios.

El primer grupo de sujetos estaba constituido por 53 alumnos de séptimo de EGB de un colegio privado subvencionado al que acudían, primordialmente,

niños de clase media-alta. La edad media era de trece años.

El segundo grupo estaba formado por 50 estudiantes de segundo de Psicología de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Málaga. La edad media era de veinte años.

Procedimiento

Todos los sujetos fueron sometidos a tres tareas: una tarea de proporciones, una tarea de probabilidad y una tarea de covariación.

Las tareas se realizaron consecutivamente en el orden anteriormente explicitado sin ninguna limitación de tiempo.

Descripción de las pruebas

La tarea de proporciones que empleamos fue una adaptación de la tarea del Zumo de Naranja de Noeiting (1980a, b; Noeiting, 1981). Esta prueba ha sido utilizada y adaptada por diversos autores, tales como Pérez Echeverría (1986), Pérez Echeverría, Carretero y Pozo (1986), Flieller (1986), Corral (1987)... dada la fácil comprensión por los sujetos del procedimiento a seguir. El contenido de la prueba se modificó ligeramente, los sujetos en nuestra versión tenían que decidir entre dos naranjadas hechas al mezclar vasos de zumo de naranja y cucharadas de azúcar cuál era la más dulce o si estaban igual de dulces, mientras que en la de Noeiting se mezclaban vasos de zumo de naranja y agua.

Para la tarea de probabilidad se utilizaron los mismos «cocientes» (a/b) que para los ítems de la prueba de proporciones, pero con otra historia, con lo que se intentaba que la complejidad de las pruebas fuera casi idéntica. El contenido de la prueba versaba sobre averiguar en cuál de dos tarros, que contenían diferente número de bombones de trufa y de licor, era más probable coger bombones de licor o si era igual de probable.

La tarea de covariación que empleamos fue la de Shaklee y Hall (1983), que consta de 12 ítems de progresivo nivel de dificultad. La probabilidad de dar la respuesta correcta por puro azar era de 0,11 para los ítems más fáciles y de 0,005 para los más difíciles. El contenido de la prueba hacía referencia a la asociación de que diferentes plantas estuvieran sanas o enfermas según se les tratara con vitaminas o sin ellas.

Resultados

Con respecto a la comparación del grado de dificultad de las pruebas, el cuadro 1 muestra las diferentes medias para cada esquema y grupo de edad. Las diferencias de ejecución entre los alumnos de séptimo de EGB y los de Universidad se vieron reflejadas en las tres tareas ($p < 0,0001$), aunque con especial relevancia en la tarea de probabilidad.

CUADRO 1

Diferencias de ejecución entre EGB y Universidad

Tareas	Medias para		F
	EGB	Universidad	
Proporciones	8,18	9,76	31,77*
Probabilidad	6,68	9,06	53,03*
Covariación	8,16	9,78	16,77*

* p < 0,0001.

El cuadro 2 indica el grado de dificultad de las diferentes tareas para los alumnos de EGB. La más difícil resultó ser la de probabilidad, no encontrándose diferencias significativas entre proporciones y covariación. Sólo el 13 por 100 obtuvo un resultado óptimo en proporciones (léase, en términos piagetianos, que dieron una respuesta de tipo formal), el 6 por 100 en probabilidad y el 37 por 100 en covariación.

CUADRO 2

Grado de dificultad de las pruebas para EGB

Esquemas	Medias EGB	F. de contraste con	
		Covariac.	Probab.
Proporciones	8,18	0	21,55**
Probabilidad	6,68	12,47*	
Covariación	8,16		

* p < 0,001.
** p < 0,0001.

El cuadro 3, ahora para los estudiantes de segundo de Psicología, incide en los resultados anteriores, aunque las diferencias se han atenuado; igualmente no existen diferencias entre proporción y covariación. El 56 por 100 de los sujetos dieron una respuesta óptima en la tarea de proporciones, el 52 por 100 en la de probabilidad y el 52 por 100 en covariación.

CUADRO 3

Grado de dificultad de las pruebas para Universidad

Esquemas	Medias Univers.	F. de contraste con	
		Covariac.	Probab.
Proporciones	9,76	0	5,94*
Probabilidad	9,06	7,72**	
Covariación	9,78		

* p < 0,05.
** p < 0,001.

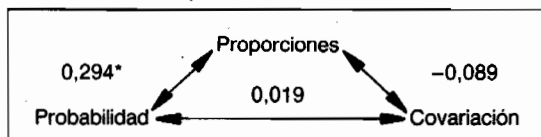
En cuanto a los resultados alcanzados por los sujetos del grupo universitario, parecen coincidir con los datos obtenidos por las investigaciones recientes sobre el pensamiento adulto, que cifran entre un 40 y un 50 por 100 el número de sujetos con una ejecución óptima (léase, en términos piagetianos, que dieron una respuesta de tipo formal); para una revisión, véase Carretero (1955); García Madruga y Carretero (1985) y Pozo y Carretero (1986).

Para delimitar el grado de asociación entre las tres tareas optamos por correlacionarlas.

Tal como se muestra en el cuadro 4, la única correlación significativa, para el grupo de sujetos de segundo de Psicología, es la que se establece entre proporciones y probabilidad (0,294). Correlación que no deja de ser modesta, dada la relación estrecha que se preveía para ellas. La correlación cercana a cero para las restantes tareas indica la independencia de unas con respecto a las otras.

CUADRO 4

Grado de asociación entre las pruebas para Universidad

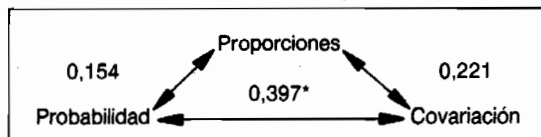


* p < 0,05.

El cuadro 5 representa las correlaciones de las tareas realizadas por los alumnos de séptimo de EGB; para esta muestra la independencia de las tareas se mantiene, ahora incluso para proporciones y probabilidad, estableciéndose, por contrario, una correlación apreciable (0,397) entre probabilidad y covariación, resultado más acorde con nuestras predicciones.

CUADRO 5

Grado de asociación entre las pruebas para EGB



* p < 0,05.

Discusión

De forma evidente, la conclusión más general que se desprende de nuestros datos es que, a pesar de los progresos relativos de los componentes del grupo universitario con respecto al de EGB, el rendimiento en las tareas propuestas es muy bajo, sobre todo si tenemos en cuenta que los sujetos habían

recibido un curso de formación en estadística. Aunque este hallazgo no resulta, a finales de la década de los ochenta, sorprendente tras las investigaciones de Chapman y Chapman (1967, 1982) sobre la «correlación ilusoria», las de Kahneman y Tversky (1972) sobre los sesgos en el razonamiento probabilístico, tanto de legos como de expertos, o las de Capon y Kuhn (1979) sobre el uso erróneo de estrategias de proporciones por los usuarios que compran en el supermercado.

Con respecto al grado de dificultad de las pruebas esperábamos que las tareas de probabilidad y proporciones fueran igual de fáciles, especialmente si tenemos en cuenta que los cocientes empleados (a/b) eran los mismos. Alguna peculiaridad del contenido de la tarea y de las características de los sujetos de nuestra muestra, imposible de determinar a partir de nuestra investigación, convierte a la prueba de probabilidad en la más difícil de las empleadas por nosotros.

Igualmente, el escaso grado de asociación de las pruebas nos inclina a considerarlas como tareas independientes unas de otras, exceptuando la asociación entre probabilidad y covariación para séptimo de EGB y la de probabilidad y proporciones para segundo de Psicología.

EXPERIMENTO 2

El hecho de que nuestra primera investigación ofreciera tales resultados sobre el grado de dificultad y asociación de las diferentes pruebas pudiera deberse al tamaño tan limitado de la muestra para una investigación correlacional. Decidimos por ello replicar el estudio con una muestra mayor y cuya edad estuviera comprendida entre los 11 y los 15 años, más acorde con la edad de los sujetos de los estudios de Wavering (1984) y de Lawson y Bealer (1984).

Dado que el elevado tamaño de la muestra lo permitía, se estudiaron también, con carácter exploratorio, el efecto de las variables sexo, edad y curso académico.

Método

Sujetos

Los sujetos fueron 386 niños, de ambos sexos, alumnos del tercer ciclo de EGB en el Colegio Nacional San José de Calasanz de Málaga, colegio sito en una zona céntrica y al que acuden niños de clase media. La edad de los niños oscilaba de 11 a 15 años, siendo la media de edad de 12,08 años.

Procedimiento

Los sujetos realizaban individualmente tres pruebas que versaban sobre las tareas de proporciones, probabilidad y covariación; en concreto, las pruebas que se utilizaron en el experimento 1.

Resultados

El cuadro 6 muestra las medias referentes a las diferencias de ejecución de los sujetos en cada una de las tareas. Los resultados coinciden con los obtenidos en el experimento 1; la tarea que resultó más difícil fue la de probabilidad y la más fácil la de covariación, aunque en este estudio sí se encuentran unas ligeras diferencias de dificultad entre proporciones y covariación ($p < 0,05$).

CUADRO 6

Diferencias de dificultad entre las tareas

Tareas	Medias	F. de contraste con	
		Covariac.	Probab.
Proporciones	7,65	5,35*	44,59**
Probabilidad	6,72	66,96**	
Covariación	8		

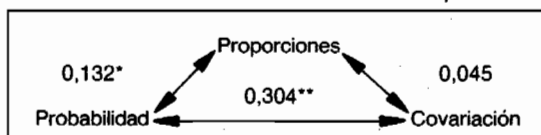
* $p < 0,05$.
** $p < 0,00000000001$.

Sólo el 11 por 100 obtuvo un resultado óptimo en proporciones (léase, en términos piagetianos, que dieron una respuesta de tipo formal), el 4,41 por 100 en probabilidad y el 30 por 100 en covariación.

Para delimitar el grado de asociación de las tres tareas optamos por correlacionar las variables.

CUADRO 7

Grado de asociación entre los tres esquemas



* $p < 0,05$.
** $p < 0,01$.

El cuadro 7 muestra que la correlación entre la tarea de probabilidad y proporciones es, a pesar de ser significativa, bastante modesta y la correlación entre proporciones y covariación cercana a cero; resultados que coinciden con los encontrados en el estudio 1, en el sentido de que las tres tareas guardan entre sí una relación de independencia. Sólo para la correlación entre probabilidad y covariación puede hablarse de cierta relación apreciable (0,30).

Con respecto a variables tales como sexo, edad y curso no se tenían predicciones y expectativas especiales, por lo que su análisis se realizó a título exploratorio.

Referente a la variable sexo, se encontró cierta facilidad por parte de las chicas para realizar mejor

las tareas de proporciones y probabilidad, no siendo las diferencias con respecto a covariación significativas (cuadro 8).

CUADRO 8

Diferencias en las tareas según el sexo

Tareas	Medias para		F
	chicos	chicas	
Proporciones	7,478	7,889	4,56**
Probabilidad	6,576	6,932	3,089*
Covariación	7,946	8,086	0,331

* $p < 0,08$.

** $p < 0,05$.

En cambio, resultan más sorprendentes los resultados encontrados con respecto a las variables edad y curso académico que cursan los alumnos. Como se muestra en el cuadro 9, los resultados indican una correlación cercana a cero de la variable edad con las tareas de probabilidad y covariación; igualmente, la correlación del curso académico con éstas es muy baja. Con el concepto de proporciones las correlaciones se incrementan, pero no por ello dejan de ser modestas.

CUADRO 9

Diferencias en las tareas según la edad y el curso académico

Esquemas	Edad	Curso
Proporciones	0,169*	0,287**
Probabilidad	-0,003	0,158*
Covariación	-0,044	0,124*

* $p < 0,05$.

** $p < 0,01$.

Discusión

La variable sexo suele tenerse en cuenta en los estudios sobre resolución de problemas matemáticos, dado que un cúmulo amplio de investigaciones sobre este tema ha encontrado sistemáticamente un mejor rendimiento de los chicos con respecto a las chicas en los problemas de matemáticas. Algunos investigadores han llegado a extrapolar estos resultados hasta el punto de hacer afirmaciones sobre la posible existencia de un «gen matemático» (Benbow y Stanley, 1980). Más allá de estas aseveraciones sin ningún apoyo empírico, nuestro estudio plantea unos resultados contrarios a los usuales, pues las chicas puntúan ligeramente por encima de los chi-

cos. Los resultados que se pueden obtener a partir de la variable sexo son contradictorios y poco predecibles y nos hacen recapacitar sobre el valor de este tipo de variables. Tal como señala Mayer (1983), las diferencias atribuibles al sexo son insignificantes cuando se comparan con los efectos de otras variables como el nivel profesional de los padres o el número de horas que ven los niños la televisión. Hasta tal punto que los efectos del sexo desaparecen cuando eliminamos los efectos de las variables antes citadas.

El hecho de que las tareas utilizadas por nosotros correlacionen tan escasamente con variables como edad y curso es sorprendente en el sentido de que un niño de sexto de EGB puede hacer tan bien o tan mal un problema de probabilidad, proporciones o covariación como un alumno de octavo.

Esto resulta peculiar por el hecho de que tales esquemas se consideran básicos para el aprendizaje de las matemáticas. Si los alumnos de segunda etapa de EGB no adquieren a lo largo de los diferentes cursos estos conceptos básicos, ¿cómo aprenderán los subsiguientes conceptos matemáticos y cómo solucionarán los problemas que les exige el currículum de cada curso?

Con respecto a la dificultad y grado de asociación de las tareas, insistir en la coincidencia con los resultados del experimento 1.

Conclusiones

La conclusión general acerca de los dos estudios realizados es que resulta insuficiente delimitar las características estructurales de cada una de las tareas, o problemas, para poder predecir el grado de dificultad con que los sujetos se van a encontrar en su resolución, así como el grado de asociación que van a presentar. No basta que el espacio de resolución lógico de un problema sea más difícil que otro, para concluir que su ejecución será más difícil también (como sería de esperar, por ejemplo, con la tarea de covariación); o que las estructuras de dos problemas sean isomórficas, para esperar una asociación entre ellos (como se postula para los esquemas de proporciones y probabilidad). Parece más adecuado, por tanto, averiguar cuáles son las representaciones internas que tienen los sujetos de la estructura del problema para poder predecir su ejecución.

Las peculiares interrelaciones entre el contenido de la tarea, los datos objetivos y los esquemas del sujeto (Crocker, 1981, Finn, 1985) no eran el propósito de la investigación, aunque se proponen como una explicación ad hoc de las diferencias de dificultad en la ejecución y en el grado de asociación de las tareas. Por ello, sería necesario un estudio específico de los procesos acaecidos para poder delimitar con exactitud el sentido de las interrelaciones entre el contenido, los datos y los esquemas del sujeto.

Nota: Agradecemos a Alfredo Fierro Bardají la revisión y discusión de este artículo.

Referencias

- Bart, W., y Airasian, P. (1974): Determination of the ordering among seven Piagetian tasks by an ordering-theoretical method, *Journal of Educational Psychology*, 66, 277-284.
- Benbow, C., y Stanley, J. (1980): Sex differences in mathematics ability: Fact or artifact?, *Science*, 210, 1262-1264.
- Capon, N., y Kuhn, D. (1979): Logical reasoning in the supermarket: Adult females' use of a proportional reasoning strategy in an everyday context, *Developmental Psychology*, 15, 445-450.
- Carretero, M. (1980a): Investigaciones sobre el pensamiento formal, *Revista de Psicología General y Aplicada*, 35, 1-28.
- Carretero, M. (1980b): Desarrollo intelectual durante la adolescencia: Competencia, actuación y diferencias individuales, *Infancia y Aprendizaje*, 12, 81-98.
- Carretero, M. (1985): El desarrollo cognitivo en la adolescencia y la juventud: Las operaciones formales. En M. Carretero, J. Palacios y A. Marchesi (comps.): *Psicología Evolutiva (vol. 3)*, Madrid, Alianza Psicología.
- Carretero, M., y García Madruga, J. A. (comp.) (1984): *Lecturas de psicología del pensamiento*, Madrid, Alianza Psicología.
- Carretero, M.; Pérez Echeverría, M., y Pozo, J. L. (1985): El extraño caso del aceite de colza y la solución de problemas de correlación, *Revista de Psicología General y Aplicada*, 40, 703-772.
- Chapman, L. J., y Chapman, J. P. (1967): Genesis of popular but erroneous psychodiagnostic observation, *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 74, 271-280.
- Chapman, L. J., y Chapman, J. P. (1982): Test results are you think they are. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (eds.): *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Corral, A. (1987): El aprendizaje y la estrategia de comparación de proporciones, *Infancia y Aprendizaje*, 37, 33-43.
- Crocker, J. (1981): Judgment of covariation by social perceivers, *Psychological Bulletin*, 90, 272-292.
- De Vega, M. (1984): *Introducción a la psicología cognitiva*, Madrid, Alianza Psicología.
- Finn, G. P. T. (1985): L'intelligibilité sociale de la tâche. En G. Mugny (ed.): *Psychologie sociale du développement cognitif*, Berne, Peter Lang.
- Flieller, A. (1986): *La coeducation de l'intelligence*, Nancy, Presses Univer. de Nancy.
- Fong, G. T.; Krantz, D. H., y Nisbett, R. E. (1986): The effects of statistical training on thinking about everyday problems, *Cognitive Psychology*, 18, 253-259.
- Inhelder, B., y Piaget, J. (1955): *De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescent*, Paris, PUF. (Trad. cast. en Paidós, 1972.)
- Inhelder, B., y Piaget, J. (1964): *The Early Growth of Logic*, New York, Norton.
- Kahneman, D., y Tversky, A. (1972): Subjective probability: A judgment of representativeness, *Cognitive Psychology*, 3, 430-445.
- Kahneman, D.; Slovic, P., y Tversky, A. (eds.) (1982): *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Kanhey, H. (1986): *Problem Solving: A Cognitive Approach*, Milton Keynes, Philadelphia, Open University Press.
- Lawson, A. E., y Bealer, J. M. (1984): The acquisition of basic quantitative reasoning skills during adolescence: Learning or development?, *Journal of Research in Science Teaching*, 21, 417-42.
- Mayer, R. E. (1983): *Thinking, Problem Solving, Cognition*, New York, Freeman & Company. (Trad. cast. en Paidós, 1986.)
- Nisbett, R. E., y Ross, L. (1980): *Human Inference. Strategies and Shortcoming of Social Judgment*, New Jersey, Prentice-Hall.
- Noelting, G. (1980a): The development of proportional reasoning and the ratio concept. Parte I: Differentiation of stages, *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217-225.
- Noelting, G. (1980b): The development of proportional reasoning and the ratio concept. Parte II: Problem-structure at successive stages. Problem-solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring, *Educational Studies in Mathematics*, 11, 331-36.
- Noelting, G. (1981): Qualitative and quantitative aspects in the development of proportional reasoning. En M. P. Friedman, J. P. Das y N. O'Connor (eds.): *Intelligence and Learning*, New York, Plenum Press.
- Pérez Echeverría, M. P. (1986): *Relación entre estrategias de cálculo proporcional y tipo de problema*, Resumen publicado en II Jornadas Internacionales de Psicología y Educación, Madrid.
- Pérez Echeverría, M. P.; Carretero, M., y Pozo, J. I. (1986): los adolescentes ante las matemáticas: Proporción y probabilidad, *Cuadernos de Pedagogía*, 133, 9-13.
- Peterson, C. R., y Beach, L. R. (1967): Man as an intuitive statistician, *Psychological Bulletin*, 68, 29-46.
- Pozo, J. I., y Carretero, M. (1986): Desarrollo cognitivo y aprendizaje escolar, *Cuadernos de Pedagogía*, 133, 15-19.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1975): *The Origin of the Chance in Children*, New York, Norton.
- Seoane, J. (1982): Psicología cognitiva y psicología del conocimiento, *Boletín de Psicología de la Universidad de Valencia*, Universidad de Valencia.
- Shaklee, H., y Hall, L. (1983): Methods of assessing strategies for judging covariation between events, *Journal of Educational Psychology*, 75, 583-589.
- Tversky, A., y Kahneman, D. (1974): Judgment under uncertainty: Heuristic and biases. En trad. cast. de M. Carretero y J. A. García Madruga (comps.): *Lecturas de Psicología del Pensamiento*, Madrid, Alianza, 1984.
- Wavering, M. J. (1984): Interrelationships among Piaget's formal operational schemata: Proportions, probability, and correlation, *The Journal of Psychology*, 118, 57-64.