

Ensayos sobre automática. — Su definición. Extensión teórica de sus aplicaciones

Leonardo Torres y Quevedo

I. La denominación de autómeta se aplica á menudo á una máquina que imita la apariencia y los movimientos de un hombre ó de un animal. Se trata, generalmente, en este caso de una máquina que lleva en si misma la fuente de energía que la hace marchar (un resorte, por ejemplo) y que ejecuta ciertos actos, siempre los mismos, sin recibir ninguna influencia exterior.

Hay otra clase de autómetas que ofrecen un interés mucho más considerable: los que imitan, no los gestos, sino las acciones del hombre, y algunas veces pueden reemplazarle.

El torpedo automóvil, que *sabe* maniobrar para llegar al término de su carrera; la balanza que pesa las piezas de moneda para *elegir* las que tienen el peso legal, y mil aparatos más, muy conocidos, pueden servir como ejemplo de autómetas de esta última especie.

Se hallan otros mucho más interesantes en las fábricas.

El progreso industrial se realiza principalmente sustituyendo al trabajo del hombre el trabajo de la máquina; poco á poco llegan á hacerse mecánicamente la mayor parte de las operaciones primitivamente ejecutadas por obreros, y se dice que una fabricación ha llegado á ser automática cuando puede ser completamente ejecutada por medio de máquinas.

Convendrá, antes de pasar adelante, para precisar bien el objeto de esta nota, dividir los autómetas en dos grupos, según que las circunstancias que regulan su acción actúen de un modo continuo, ó que, por el contrario, lo hagan bruscamente, por intermitencias.

Podemos tomar como ejemplo del primer grupo el torpedo automóvil. El timón horizontal, destinado á mantenerle á una profundidad aproximadamente invariable, es gobernado por la acción de un depósito de aire comprimido, que hace equilibrio á la presión del agua, y por un péndulo: las variaciones de altura producen el desplazamiento de una pared que separa el depósito de aire del agua que le rodea; las variaciones de inclinación producen el movimiento, con relación al torpedo, del péndulo, que permanece vertical; el timón horizontal está unido al péndulo y á la pared del depósito por medio de mecanismos que le hacen tomar en cada momento la posición conveniente para que el torpedo vuelva á la profundidad que se desea.

Se trata, pues, de establecer entre tres móviles: el péndulo, la pared y el timón, enlaces mecánicos invariables. Este es un problema de la misma especie que todos los estudiados en la Cinemática aplicada á la construcción de máquinas. Su estudio no presenta aquí un interés especial.

En los autómatas del segundo grupo, el automatismo no se obtiene por medio de enlaces mecánicos invariables; se trata, por el contrario, de alterar bruscamente estos enlaces cuando las circunstancias lo exigen; será necesario que el autómata —por medio de una maniobra generalmente muy rápida— embrague ó desembrague una polea, abra ó cierre una válvula, etc. Se requiere, en definitiva, que el autómata intervenga en un momento dado para alterar bruscamente la marcha de las máquinas, las cuales puede decirse que serán gobernadas por él.

Se encuentran en las descripciones de máquinas ejemplos muy numerosos de estas intervenciones bruscas; pero es evidente que el estudio de esta forma de la automatización no pertenece á la Cinemática. Así es que nunca se ha estudiado sistemáticamente, que yo sepa.

Esa deficiencia debería corregirse agregando á la teoría de las máquinas una sección especial: la *Automática*, que examinara los procedimientos que pueden aplicarse á la construcción de autómatas dotados de una *vida de relación* más ó menos complicada¹.

Los autómatas deberán tener *sentidos*: termómetros, brújulas, dinamómetros, manómetros... aparatos sensibles á las circunstancias que deben influir en su marcha.

La impresión recibida por cada uno de estos aparatos se traduce, generalmente, por un movimiento, por ejemplo, el desplazamiento de una aguja sobre un limbo graduado.

Los autómatas deberán tener *miembros*: las máquinas ó los aparatos capaces de ejecutar las operaciones que les sean encomendadas. La *orden* de ejecutar una operación será transmitida al aparato encargado de realizarla por procedimientos muy sencillos, aunque se trate de operaciones complicadas; esto se ve, por ejemplo, en algunos relojes, en los cuales una pieza que se dispara permite que se ponga en marcha un mecanismo, el cual actúa sobre muñecos que ejecutan diversos movimientos.

Los autómatas deberán tener la *energía* suficiente: los acumuladores, las corrientes de agua, los depósitos de aire comprimido que han de suministrarla á las máquinas destinadas á ejecutar las operaciones necesarias.

Además, se necesita —y éste es el principal objeto de la Automática— que los autómatas tengan *discernimiento*, que puedan en cada momento, *teniendo en cuenta las impresiones que reciben, y también, á veces, las que han recibido anteriormente*, ordenar la operación deseada. *Es necesario que los autómatas imiten á los seres vivos, ejecutando sus actos con arreglo á las impresiones que reciban y adaptando su conducta á las circunstancias.*

La construcción de aparatos que hagan las veces de los sentidos no presenta, *en teoría*, dificultad alguna. Todos los días se inventan aparatos nuevos destinados á medir y registrar las variaciones de los elementos que intervienen en el mundo físico; las que no pueden ser medidas hoy lo serán mañana, ó, por lo menos —y creo expresar con esto una opinión generalmente admitida— no hay razón alguna para afirmar que no ocurrirá así.

La misma observación se puede hacer respecto de las máquinas que hayan de ejecutar el trabajo encomendado al autómata. A buen seguro que nadie marcará límites al progreso de la Mecánica; nadie se negará á admitir que se pueda inventar una máquina que realice una determinada operación.

No ocurre lo mismo cuando se trata de si será posible construir un autómata que, para determinar sus actos, *pese* las circunstancias que le rodean. Se piensa, generalmente, que sólo en algunos casos muy sencillos puede conseguirse esto; se cree que es posible automatizar las operaciones mecánicas, puramente manuales de un obrero, y que, por el contrario, las operaciones que exigen la intervención de las facultades mentales nunca se podrán ejecutar mecánicamente.

Esta distinción carece de valor, pues, exceptuando el caso de los movimientos reflejos, de los cuales no hemos de ocuparnos aquí, en todas las acciones humanas intervienen las facultades mentales.

Intentaré demostrar en esta nota —desde un punto de vista puramente teórico— que siempre es *posible construir un autómata cuyos actos, todos, dependan de ciertas circunstancias más ó menos numerosas, obedeciendo á reglas que se pueden imponer arbitrariamente en el momento de la construcción.*

Evidentemente, estas reglas deberán ser tales que basten para determinar en cualquier momento, sin ninguna incertidumbre, la conducta del autómata.

El problema podría resolverse de mil modos diferentes; pero —para hacerme comprender más fácilmente— en vez de limitarme á abstracciones puras, indicaré un método electro mecánico que puede dar, en mi opinión, la solución general del problema.

Los esquemas que acompañan á esta nota no tienen, de ningún modo, la pretensión de representar soluciones prácticas; para nada hemos de preocuparnos de las dificultades, ó imposibilidades más bien, que ofrecería su ejecución; se han trazado para que resulten más claras las explicaciones teóricas, y únicamente desde este punto de vista podrán ser útiles.

II. El principio del método electromecánico que voy á exponer es sumamente sencillo.

Hace un momento hemos admitido que la variación de cada una de las circunstancias que intervienen en la dirección del autómata sea representada por cierto desplazamiento; podemos suponer que la pieza que se mueve sea un conmutador: *En lugar de un índice que recorre una escala graduada, ten-*

dremos entonces una escobilla que barre una línea de plots y entra sucesivamente en contacto con cada uno de ellos.

Si hay n conmutadores, y si designamos por $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ el número de plots conjugados con cada uno de ellos, el número de las posiciones del sistema será $P_1 \times P_2 \times P_3 \times \dots \times P_n$.

A cada una de estas posiciones corresponderá, según acabamos de ver, cierta operación cuya realización debe ser provocada por algún medio muy sencillo. Puesto que se trata de una máquina electro mecánica, lo más sencillo será hacer que el movimiento de una armadura, al ser atraída por su electroimán, dé lugar á que se dispare el mecanismo encargado de ejecutar la operación de que se trata. Deberá haber un electroimán para cada posición del sistema, y *para realizar la automatización, bastará establecer las conexiones eléctricas de tal modo que cada electroimán entre en actividad en el momento en que se produzca la posición correspondiente de los conmutadores.*

En el caso más sencillo —cuando la marcha del autómeta dependa de un solo elemento—, la solución es la indicada esquemáticamente en la fig. 1.^a.

Las variaciones de este elemento se representan por los movimientos del conmutador M , que, al girar, entra sucesivamente en contacto con cada uno de los plots A, B, C, D . Actualmente la corriente pasa por el electroimán E ; la operación provocada por éste (al atraer á su armadura, como queda dicho más arriba) será la que se realice si el manipulador k cierra el circuito en este momento. Por lo demás, este manipulador puede ser accionado automáticamente cuando se produzca cierta circunstancia prevista al construir el autómeta, por ejemplo, al dar una hora determinada.

Se tropezaría á veces con dificultades para llevar á cabo la ejecución de este aparato; pero su posibilidad teórica (de la que únicamente nos ocupamos) no presenta la menor duda.

Y no es menos evidente en el caso más general, cuando hay que considerar varios conmutadores en lugar de uno solo.

En el esquema (fig. 2.^a) hay tres conmutadores: M, N, P .

El segundo arrastra en su movimiento, por medio de la barra T , otro conmutador: N' .

El tercero arrastra los cinco conmutadores $P', P'', P''', P^{iv}, P^v$.

M puede tomar las dos posiciones A y B .

N las tres E, F y G .

P las cuatro R, S, T, U .

El sistema admite en total veinticuatro posiciones diferentes, y á cada posición corresponde un electroimán que entra en actividad en cuanto se establece el contacto.

Se puede aumentar cuanto se quiera el número de conmutadores y el número de plots conjugados con cada uno de ellos. Dicho de otro modo, puede aumentarse indefinidamente el número de casos particulares que el autó-

mata tendrá que considerar para regular sus actos; *se puede complicar cuanto se quiera su vida de relación.*

Y esto sin la menor dificultad teórica. No hay ninguna diferencia esencial entre la máquina más sencilla y el autómata más complicado; una y otro se reducen á un sistema material sometido á leyes físicas, que se derivan de su composición; pero cuando estas leyes son complicadas, cuando es necesario un razonamiento importante para deducir de estas leyes las maniobras correspondientes, la máquina que las ejecutase parecería que razonaba por sí misma, y esto es lo que generalmente extravía el juicio de las personas que se ocupan de esta cuestión.

Recordaré, á modo de ejemplo, las ideas de Descartes sobre este punto (Discours sur la Methode, 5^{me} partie).

Admite sin dificultad que se pueda considerar el cuerpo de un animal “como una máquina que, habiendo sido hecha por la mano de Dios, está incomparablemente mejor ordenada y lleva en sí movimientos más admirables que ninguna de las que pueden ser inventadas por los hombres”.

Añade que “si hubiese máquinas tales que tuviesen los órganos y la forma exterior de un mono ó de cualquier otro animal sin razón, no tendríamos ningún medio de reconocer que no eran en todo de la misma naturaleza que dichos animales”.

Pero Descartes niega, aun á la infinita potencia divina, la facultad de construir autómatas capaces de imitar las acciones humanas que son guiadas por la razón. Juzga metafísicamente imposible, por ejemplo, que un autómata pueda emplear palabras ni otros signos “para responder al sentido de todo lo que se diga en su presencia, como los hombres más atontados pueden hacerlo”.

Admite fácilmente que el autómata pueda hablar, pero no concibe que pueda hablar *razonablemente.*

Imaginemos una máquina análoga á la representada por el esquema (fig. 2.^a), pero en la cual, en vez de tres conmutadores, haya miles ó millones, si hace falta; y que, en vez de tres ó cuatro posiciones diferentes, cada conmutador tenga una posición correspondiente á cada uno de los signos de la escritura (letras, cifras, signos de ortografía, etc.).

Se comprende perfectamente que se puede, valiéndose de estos conmutadores, escribir una frase cualquiera, y hasta un discurso más ó menos largo; esto dependerá del número de conmutadores de que se disponga.

A cada discurso corresponderá una posición del sistema, y, por consiguiente, un electroimán.

Podemos suponer que éste dispare un fonógrafo sobre el cual se halle inscrita la respuesta á la pregunta que ha provocado su movimiento, y de este modo tendremos un autómata capaz de discutir *de omni re scibile.*

Ciertamente, el estudio preliminar de todas las preguntas posibles, la redacción de la respuesta á cada una de ellas, y, finalmente, la construcción de una máquina semejante, no sería una cosa muy llana; pero no sería mucho más

difícil que la construcción de un mono, ó de otro animal bastante bien imitado para que pudiera ser clasificado por los naturalistas entre las especies vivas.

No hay entre los dos casos la diferencia que veía Descartes. Pensó sin duda que el autómeta, para responder razonablemente, tendría necesidad de hacer él mismo un razonamiento, mientras que en este caso, como en todos los otros, sería su constructor quien pensara por él de antemano.

III. Creo haber mostrado, con todo lo que precede, que se puede concebir fácilmente para un autómeta la posibilidad teórica de determinar su acción en un momento dado, pesando todas las circunstancias que debe tomar en consideración para realizar el trabajo que se le ha encomendado.

Se puede concebir igualmente un autómeta *que obre con una finalidad*; un autómeta que realice una serie de actos tendiendo á conseguir un objeto determinado.

El asunto es demasiado complicado para que me sea posible tratarle de un modo abstracto; correría el riesgo de no expresarme claramente. Será mejor, por lo pronto, estudiar la aplicación del método á un caso particular.

El ejemplo que he de escoger, para ilustrar mis explicaciones, está bien indicado: las máquinas analíticas. Los demás que pudieran elegirse presentarían grandes dificultades de exposición, debidas principalmente á la necesidad de representar (aunque fuera sólo esquemáticamente) los *sentidos* y los *miembros* del autómeta: los aparatos destinados á ponerle en relación con el medio ambiente, y los *operadores* que deberían ejecutar operaciones más ó menos complicadas.

Estos inconvenientes no existen en las máquinas de calcular. Cada valor de los que deben intervenir en los cálculos, sean los datos, sean los resultados provisionales de las operaciones sucesivas, será representado en nuestros esquemas por el desplazamiento de un móvil, como en las figs. 1.^a y 2.^a.

Calcular un valor será, pues, para el autómeta, desplazar el móvil correspondiente para llevarle á la posición necesaria, y esta operación —repetida cuantas veces sea necesario— es la única que el autómeta tiene que ejecutar.

Además, creo que estas máquinas nos ofrecerán el caso más general que se pueda examinar, y todas las conclusiones que se obtengan de su estudio teórico serán fácilmente generalizadas por el lector.

Una máquina analítica, tal como la entiendo aquí, debe ejecutar unos cálculos cualesquiera, por complicados que sean, sin auxilio de nadie.

Se le dará una fórmula y uno ó varios sistemas de valores particulares de las variables independientes, y ella deberá calcular é inscribir todos los valores de las funciones explícitas ó implícitas definidas por la fórmula. Deberá seguir una marcha análoga á la de un calculista: ejecutará necesariamente una á una las operaciones indicadas, tomando los resultados de unas como factores ó argumentos de las siguientes, hasta llegar á obtener los resultados definitivos.

Antes de entrar en la descripción del conjunto, describiré los aparatos destinados á ejecutar cada una de las operaciones elementales que el autómatá ha de llevar á cabo para realizar sus cálculos en debida forma:

a) *Anotar un valor particular* desplazando el móvil correspondiente.

La regla A (fig. 3.^a) puede deslizarse entre el tope B y el resorte B' , que ejerce una presión moderada y, además, es guiada por uno de los dos rodillos Q, Q' .

Lleva dos plots P, P' conjugados con siete escobillas, $r'_1, r'_2, r'_3, \dots, r'_7$, y una escobilla R conjugada con los siete plots r_1, r_2, \dots, r_7 .

Los dos rodillos están constantemente girando en el sentido indicado por las flechas; pero su separación es algo mayor que el ancho de la regla M , por cuya razón ésta no es arrastrada; la retiene el roce del tope B y el resorte B' .

Supongamos que hacemos positiva² la escobilla r'_i .

Si esta escobilla está en contacto con el plot P , se establecerá un circuito que pasa por el electroimán E^3 , el cual atraerá a la regla A , que vendrá á apoyarse sobre el rodillo Q ; el rozamiento que se produce entonces en el k punto de tangencia es suficiente para arrastrar a la regla hasta el momento en que la escobilla r'_i caiga sobre el espacio que separa los dos plots y corte la corriente, dejando de este modo inactivo el electroimán E .

Si la escobilla r'_i estuviese en contacto con el plot P' , todo pasaría de un modo análogo; el electroimán E' sería el que recibiese la corriente, y la regla A , arrastrada por el rodillo Q' , marcharía hacia arriba, hasta que la escobilla r'_i viniera á colocarse entre los dos plots P, P' .

Si la escobilla r'_i se encontrase ya en esta posición en el momento en que se hace positiva, la regla A no se movería.

En todos los casos, por el hecho de haber puesto en contacto con el plot positivo la escobilla r'_i habremos llevado la regla á esta posición, y, por medio de la escobilla montada en la parte superior de la regla A , habremos establecido el contacto entre el conductor R y el plot r_i . Diremos entonces *que hemos anotado en este aparato el valor R_i* .

b) Ejecutar una de las cuatro operaciones aritméticas: sumar, restar, multiplicar ó dividir.

Desde el punto de vista de la construcción no hay diferencia alguna esencial entre estas cuatro operaciones; he representado, para fijar las ideas, en el esquema 4 el aparato que ejecuta la multiplicación.

Los factores están representados por las reglas X', X'' , Y el producto, por el haz m .

Cada una de las reglas puede maniobrarse, haciendo positiva una de las escobillas conjugadas con ellas, por medio de un dispositivo análogo al que acabamos de describir; pero, para simplificar el dibujo, se han suprimido los topes, los electroimanes y los rodillos.

La regla X' arrastra en su movimiento un tablero T con varios plots, y la regla X'' lleva una escobilla, siempre activa, cuya extremidad se apoya sobre uno de los plots, dependiendo cuál sea éste de la posición de X' y de X'' .

Poniendo activos —simultánea ó sucesivamente— una escobilla del grupo m' y otra del grupo m'' , se moverán, como queda explicado, las reglas X' y X'' de tal modo que vengan á representar los valores particulares que se desee de los factores. Se ven representados en el dibujo los valores 4 por la regla X' y 3 por la regla X'' .

Con estas maniobras se conducirá la extremidad de la escobilla H á hacer contacto con un plot determinado, y, por consiguiente, con uno de los conductores del grupo m .

El aparato está construido de tal modo, que el valor representado por este conductor sea el producto de las dos cantidades anotadas en las reglas X' , X'' .

Basta, pues, inscribir los factores para poner en contacto el conductor M con el conductor del haz m que corresponde al producto.

La construcción es fácilmente comprensible. La tabla T es, en suma, el nomograma de la multiplicación, en el cual las curvas están materializadas por los conductores que reúnen los plots correspondientes á todos los productos iguales entre sí.

Actualmente tenemos escrita, por decirlo así, en el aparato la operación $4 \times 3 = 12$.

Es suficiente cambiar la tabla T y sus conexiones con las escobillas M para que el aparato ejecute una cualquiera de las otras operaciones aritméticas. Se debe observar, sin embargo, que en la multiplicación y en la suma puede representarse indiferentemente una ú otra de las cantidades dadas en cualquiera de las reglas X' , X'' , mientras que en las otras dos operaciones no ocurre lo mismo, porque no se trata entonces de calcular funciones simétricas.

En la división se obtienen dos resultados: cociente y resto; si se desea obtener ambos con el mismo aparato, se puede hacer que la regla X' lleve dos tablas y la X'' dos escobillas; pero éste es un detalle sin importancia ninguna por el momento.

En todos los aritmómetros, lo mismo que en el de la multiplicación, *bastará inscribir los dos argumentos de la operación para que la escobilla establezca contacto, entre M y el conductor del haz m que corresponda al resultado de la operación.*

c) Comparar dos cantidades (fig. 5.^a).

Las dos reglas X' , X'' se manejan como queda dicho, por medio de las escobillas conjugadas con ellas.

Una de ellas, X' , lleva una escobilla H , y la otra, X'' , tres plots: P , P' , P'' . Cuando los valores representados por las dos reglas son iguales, como en el caso actual, el extremo de la escobilla hace contacto sobre el plot P ; cuando no existe dicha igualdad, la escobilla H hace contacto sobre el plot P' , si la cantidad de la izquierda es mayor, y con el plot P'' en caso contrario.

d) Impresión de los valores dados ó calculados.

Puede ejecutarse con una máquina de escribir; cada tecla correspondería á un valor diferente, y en vez de empujarla con el dedo, sería accionada por un electroimán. Habría, pues, tantos electroimanes como teclas.

Todos estos aparatos pueden ser utilizados por un calculador, y el esquema 6 muestra una disposición que facilitaría su empleo con este objeto.

Los aparatos que acaban de ser descritos están representados por símbolos muy sencillos⁴.

Para comprender su marcha en un caso particular, examinaremos lo que va á ocurrir, suponiendo que el manipulador c acaba de llegar á la posición dibujada de puntos.

Ha hecho positivo el conductor R y también —según lo que acabamos de ver (fig. 3.^a)— uno de los conductores del haz r (y por consiguiente del haz H) el que corresponda al valor anotado en este momento en el aparato R .

Supondremos que el conductor activo es el que ha sido representado por una línea de trazos. Una rama de este conductor penetra en el aparato destinado á la multiplicación, pero no puede llegar — como se ve en la fig. 4.^a— mas que á un plot aislado ó á la escobilla H , y por ahí al conductor actualmente aislado M (fig. 6.a). Otro tanto puede decirse del aparato destinado á la suma; pero las que van á parar á m'' y á e se hallan en contacto: una, con uno de los conductores del aritmómetro, y la otra, con uno de los de la máquina de escribir. El primero (véase la fig. 4.^a) hará funcionar el valor anotado en el aparato R ; es decir, que este mismo valor será el representado por la regla X'' cuando, una vez la operación terminada permanezca en su nueva posición.

El conductor que penetra en la máquina de escribir hará que este valor se imprima al mismo tiempo. El resultado de la operación ha sido, pues:

1.º Inscibir como factor, por el cambio de posición de la regla X'' , el valor que estaba anotado en R .

2.º Imprimir este mismo valor.

Si ahora se desea multiplicar este valor por un número conocido será necesario:

1.º Mover las correderas μ' y e hacia la izquierda para incomunicar las escobillas que se apoyan sobre ellas.

2.º Poner activo, por medio del conmutador c , el conductor m correspondiente al valor dado.

3.º Mover μ' hacia la derecha para establecer las comunicaciones en esta corredera.

Un razonamiento semejante en todo al que acabamos de hacer demostrará que en estas condiciones se obtiene como resultado de la operación ejecutada por la máquina la inscripción sobre la regla X' (fig. 4.^a) del valor representado por el conductor r puesto activo.

Supongamos aún, que después que se ha realizado esta operación, movemos las correderas e y α' hacia la derecha, y la m' hacia la izquierda, y que ponemos activo el conductor M .

Al mismo tiempo que éste pondremos activo —teniendo en cuenta lo dicho al describir el aritmómetro (fig. 4.^a)— uno de los conductores del haz m , el que corresponde al producto de las cantidades inscritas en las reglas X' y X'' , y, por las razones ya explicadas, este producto se encontrará anotado en el inscriptor R y en la regla X' del aritmómetro destinado á las sumas. Puede continuarse así indefinidamente para calcular una fórmula más ó menos complicada.

La operación ejecutada por el autómeta, en el fondo, es siempre la misma: inscribir en uno ó varios aparatos⁵ una operación siempre la misma. Esta cantidad puede determinarse arbitrariamente, ó bien tomarse de uno de los aparatos elementales donde ha sido anotada como consecuencia de las operaciones anteriores.

El gobierno de esta máquina es muy sencillo; se comprende que la tarea del calculista que la utilizase se reduciría á oprimir de tiempo en tiempo ciertas teclas, y que este trabajo puede automatizarse por un procedimiento análogo al usado para la escritura amusical de los pianos mecánicos.

IV. El esquema de la fig. 7.^a representa un autómeta dispuesto para calcular el valor de la fórmula $\alpha = ax(y - z)^2$ sin el auxilio de nadie.

Se le dará el valor del parámetro a y varios sistemas de valores particulares de las tres variables. El autómeta debe ejecutar todos los cálculos, imprimir los resultados y advertir que la operación ha concluido.

Su economía general es fácil de comprender.

En la parte superior se ven todos los operadores necesarios en este caso particular:

Dos aritmómetros, uno para la resta y otro para la multiplicación, que son las únicas operaciones indicadas por la fórmula.

Un comparador, que determinará en cada caso cuál de las dos variables, y ó z , es la mayor, para inscribirlas, cada una en su lugar, en el aparato que ha de hacer la resta. Una máquina de escribir.

Dos inscriptores, cuya utilidad veremos pronto.

Y un aparato L , cuyo objeto se explicará más adelante.

Algo más abajo hay una fila de correderas análogas á las ya vistas en la fig. 6.^a Todas las que hemos de tener en cuenta ahora están dispuestas del mismo modo (fig. 8.^a): cuando funciona el electroimán, atrae á la corredera y establece las comunicaciones entre las escobillas; cuando la corriente del electroimán cesa, el resorte antagonista corta las comunicaciones.

En la fig. 7.^a se han suprimido los resortes y los electroimanes, y se han dejado solamente las correderas y los conductores s', s'', m', m'' , destinados á

activar los electroimanes que atraen á estas correderas. Su funcionamiento es sencillo: cada vez que se pone activo uno de esos conductores, e ó r' , por ejemplo, se restablecen las conexiones de la corredera correspondiente (el de la máquina de escribir ó el del inscriptor R).

La marcha de esta máquina es dirigida por el tambor T (figura 7.^a), conjugado con un grupo de escobillas. Este tambor es análogo al de un organillo; lleva varios plots, que vienen á hacer contacto con las escobillas á medida que el tambor gira en el sentido de la flecha. La distribución de estos plots viene determinada en el aparato por la fórmula que ha de calcular, lo mismo que en el organillo por la pieza que ha de tocar.

En el esquema fig. 7.^a esta distribución aparece visible, porque se ha representado el desarrollo de la superficie del tambor. Esta superficie está dividida en 16 zonas horizontales numeradas. Cuando el tambor gira en el sentido indicado por la flecha, todas estas zonas pasan, una tras otra, por debajo de las escobillas; claro está que la primera zona se presenta inmediatamente en contacto después de la décimosexta, puesto que las líneas ab y $a'b'$ representan, en realidad, una misma generatriz del cilindro. El tambor está dividido en tres secciones (t , t' , t''), separadas en la figura por bandas negras verticales. Todos los plots de cada sección están unidos metálicamente entre sí y aislados de los correspondientes á otras secciones. Además, hay contacto metálico permanente entre la sección t y el plot τ , y lo mismo entre t' y τ' y entre t'' y τ'' .

Se ve también en el esquema la placa rectangular P , de longitud indefinida, conjugada con las escobillas v . Se escriben en esta placa, por medio de los plots que se hallan distribuidos sobre ella, los valores particulares de las variables x , y , z . Cada valor particular será inscrito sobre una banda horizontal. Sobre la primera (y así está indicado en la figura), el valor de x_1 ; sobre la segunda, y_1 ; sobre la tercera, z_1 , y sobre las bandas cuarta, quinta y sexta, el segundo sistema de valores particulares dados: x_2 , y_2 , z_2 , y así sucesivamente. Se supone en el dibujo que en este caso particular el cálculo ha de hacerse para cuatro sistemas de Valores.

Además del grupo de escobillas destinadas á la representación de las variables, se ve una escobilla, π , cuyo objeto es indicar el fin de la operación.

Esta placa P tiende á marchar en el sentido de la flecha (arrastrada, por ejemplo, á rozamiento suave por una pieza que está marchando mientras el autómatu funciona), pero no se le permite el trinquete Q . Todos los plots que lleva comunican con el conductor V .

Antes de empezar la operación se debe poner también en comunicación la escobilla α . con el conductor que representa el valor del parámetro a ; lo cual se indica en el esquema suponiendo que se ha clavado una clavija sobre el plot correspondiente á este valor.

Ahora ya nos será fácil seguir la marcha del autómata. Consideraremos sucesivamente varios intervalos de tiempo que correspondan cada uno al paso de una de las zonas horizontales del tambor T bajo la línea formada por las extremidades de las escobillas.

He indicado en la tabla, que se ve á la izquierda de la figura principal, cuáles son las escobillas que durante cada intervalo se encuentran en contacto con los plots de las tres secciones t, t', t'' ; esta tabla no es mas que la traducción de lo que igualmente puede leerse en el desarrollo del tambor.

Las explicaciones dadas en la descripción del esquema anterior bastan para comprender lo que va á pasar en cada intervalo.

1. Se hacen positivas las escobillas V, m', e . La escobilla V , por su parte, pone positivos á todos los plots de la placa P , y, por consiguiente, á la escobilla del haz v que corresponde al valor particular x_1 .

Las escobillas m' y e establecen (fig. 8.^a) las comunicaciones de las correderas correspondientes, y, por lo tanto, el valor x_1 , al mismo tiempo que se imprime en la máquina, es representado como factor en el aritmómetro.

2. La escobilla ϕ , que se hace positiva momentáneamente, hace funcionar al electroimán E . Éste atrae á su armadura y permite que la placa P avance un paso. Avanza lentamente, para que no pueda correrse más de un paso, mientras E permanece activo.

3. La escobilla α pone activo el conductor que representa el parámetro designado por la letra a , y la escobilla m'' hace que este valor sea inscrito como segundo factor en el aritmómetro. Hemos anotado, pues, en este aritmómetro el producto $a x_1$.

4. La escobilla V vuelve á ponerse positiva; pero como la placa P ha avanzado un paso, es el conductor correspondiente al valor de y_1 el que se pone positivo ahora.

Este valor, según indica la figura, será anotado en R_1 , será impreso por la máquina de escribir, y al mismo tiempo será representado como primer término de comparación en el aparato C .

5. La placa P avanza un paso.

6. El valor de z_1 es anotado en R_2 , impreso por la máquina, y representado como segundo término de comparación en el aparato C .

7. La escobilla ϕ hace que la placa P avance un paso más. La acción de la escobilla K es más interesante.

Pone activo:

El conductor β , si $y_1 = z_1$;

» γ , si $y_1 > z_1$

» δ , si $y_1 < z_1$

Primer caso: $y = z$. Puesto que $y = z_1$, no es necesario llevar los cálculos más adelante; puede escribirse $\alpha = 0$; Y esto es lo que hace el autómata poniendo activo el conductor β que va á pasar á la máquina á escribir y que co-

rresponde precisamente al valor 0. Además, hace funcionar al electroimán E' , que corta el contacto en h . Cuando esto ocurre, ninguno de los aparatos puede seguir funcionando porque está cortada la corriente de la pila. La incomunicación durará mientras dure el contacto entre la escobilla K y el plot que se extiende sin interrupción hasta la décimoquinta banda inclusive; el tambor T continuará su marcha; pero el autómata no ejecutará operación alguna.

Segundo caso: $y_1 > z_1$. El conductor γ hace positivos los plots de la sección t' , y la marcha de la operación continúa como sigue:

8. Las escobillas activas R_1 y s' hacen que el valor anotado en R_1 (el valor y) sea transportado á la regla X' del aparato destinado á la resta.

9. El valor de z_1 se inscribe en la regla X'' del mismo aparato. El valor anotado en éste como resultado de la operación será, pues, $y_1 - z_1$.

Tercer caso: $y < z_1$. El conductor δ hace activos los plots de la sección t'' , y como se ve en la tabla y en la figura, se altera, con relación al caso anterior, el orden en el cual se hacen positivos los conductores s' y s'' , lo cual da lugar á que se inscriba z_1 en la regla X'' é y_1 en la regla X' . El valor inscrito en el aparato será $z_1 - y_1$. En realidad, ahora $y_1 - z_1$ es una cantidad negativa; pero el autómata no necesita ocuparse de los signos en este caso particular, porque el cuadrado de la diferencia, que es el que interviene en los cálculos es siempre positivo.

A partir de este momento, la marcha de los cálculos es la misma en los dos últimos casos.

10. El autómata, para continuar el cálculo, debe elevar al cuadrado la cantidad $y_1 - z_1$ (positiva ó negativa). Esto le es muy fácil utilizando el aritmómetro de la multiplicación; pero al realizar esta nueva operación, el valor del producto ax_1 , que estaba inscrito, va á desaparecer; y como este valor debe figurar ulteriormente en los cálculos, es necesario anotarlo antes de borrarlo, y así lo hace el autómata en el intervalo actual: inscribe el valor ax_1 en el aparato R_1 . Borra al mismo tiempo el valor y_1 ; pero éste ya no se necesita.

11. La diferencia $y_1 - z_1$ se inscribe al mismo tiempo en las dos reglas m' , m'' del aparato M .

12. El valor $(y_1 - z_1)^2$ es inscrito en R_2 .

13. El producto ax_1 es inscrito como primer factor en el aparato M .

14. El valor $(y_1 - z_1)^2$ es inscrito como segundo factor.

15. El valor α es impreso por la máquina, y la operación concluye para el primer sistema de valores particulares dados.

16. Es preciso que la máquina de escribir deje un espacio en blanco entre el primer sistema de valores y el segundo que va á ser impreso inmediatamente. Con este objeto hay que hacer positivo el conductor B , y esto en los tres casos que hemos considerado; esta es la razón por la cual el plot que entra en contacto con la escobilla K no se prolonga mas que hasta la banda décimosexta; de modo que al fin del intervalo décimoquinto, el electroimán E'

suelta su armadura, el contacto se restablece y la máquina de escribir funciona en cuanto la escobilla B se activa, aunque estemos en el caso de $y_1 = z_1$.

Pero el tambor T no se para, sino que continúa girando. Como más arriba hemos visto, el fin del período décimosexto coincide con el principio del período primero; los mismos cálculos van á empezar de nuevo pero, como la placa P ha avanzado tres pasos durante la primera vuelta del tambor T , los valores x_1, y_1, z_1 serán respectivamente sustituidos por x_2, y_2, z_2 . El autómata calculará un segundo valor de α , y del mismo modo todos los otros consecutivamente.

Se ve en la placa P , á continuación de todos los plots que corresponden á los valores particulares de las variables x, y, z , un plot que entra en contacto con la escobilla π , cuyo objeto es señalar el fin de los cálculos y parar el autómata.

Esta maniobra se comprende fácilmente: después que el último valor de α ha sido calculado, el tambor empieza una nueva vuelta, hace positiva la escobilla V , y, por consiguiente, la escobilla π ; ésta produce una corriente que atraviesa el aparato L , en el cual, por efecto de esta corriente, se dispara un mecanismo que desembraga el tambor T , corta la comunicación de la pila con el autómata, y, en fin, hace lo necesario para suspender la operación, y al mismo tiempo, si se desea, lo anuncia, haciendo sonar un timbre ó utilizando cualquier otra señal convenida.

V. Este ejemplo es suficiente para hacernos ver la generalidad del método. El autómata toma cada valor que necesita, sea en la placa P , cuando figura entre los datos, sea en uno de los aparatos, en el cual se halla inscrita como resultado de una operación anterior. Ejecuta una por una todas las operaciones indicadas en la fórmula que se trata de calcular, y escribe todos los resultados que conviene conservar.

El autómata procede en todo como un ser inteligente que sigue ciertas reglas, y me interesa hacer observar especialmente que procede como un ser inteligente en el momento en que hay que escoger un camino en cada caso particular; antes de hacer la sustracción indicada en la fórmula, compara las dos cantidades que deben ser restadas una de otra; si son iguales, escribe para α el valor cero y espera sin hacer nada á que el tambor T haya concluido la vuelta; si las dos cantidades no son iguales, las operaciones se continúan; pero pueden seguir dos caminos diferentes; la diferencia sólo consiste en que el orden de inscripción de las variables y, z varía de un caso á otro, porque es preciso inscribir la mayor de las dos en la regla X' y la menor en la X'' .

Es verdad que se ha considerado un caso muy sencillo; pero el método es completamente general.

En otros casos, las reglas impuestas al autómata para determinar el camino que debe seguir serán mucho más complicadas; para tomar una decisión

deberá conocer muchos valores, dados ó calculados en las operaciones anteriores; deberá saber si cierto hecho ha ocurrido, y quizá el número de veces que ha ocurrido, ó bien, si cierta cantidad que figura en los cálculos es real ó imaginaria, etc. Pero cada una de estas circunstancias, ó de otras que pueden tener influencia en sus decisiones, se escribirán una por una, durante la marcha de las operaciones, en un aparato análogo al que ha sido descrito al empezar (fig. 2.^a).

Le bastará al autómeta, para decidir el camino que debe seguir, hacer positivo el conmutador M en el momento deseado. Este camino quizá llegue á otros puntos de bifurcación, y en cada uno de ellos el autómeta hará su elección aplicando el mismo procedimiento.

He insistido sobre este punto por ser de una importancia capital para definir la extensión de la Automática.

Se afirma generalmente que un autómeta jamás puede proceder por tanteos, y convenía demostrar que esta afirmación está mal fundada, por lo menos cuando se conocen con precisión las reglas que es necesario seguir en los tanteos y ése es el único caso que nos interesa.

VI. Es evidentemente imposible de realizar el esquema de la fig. 7.^a en condiciones de utilidad práctica; pero esta dificultad proviene exclusivamente del gran número de valores particulares que pueden tomar las variables que intervienen en los cálculos. La automatización, propiamente dicha, se obtendría sin inconveniente; depende de la disposición del tambor T y de las escobillas conjugadas con él; en el tambor es donde se ha escrito por medio de plots la fórmula que hay que calcular, y el tambor y las escobillas podrían muy bien construirse.

Si aquel número fuese muy limitado —quince, veinte, y hasta ciento, por ejemplo—, el esquema se podría construir, poco más ó menos, según queda descrito.

Puede salvarse la dificultad (se ha salvado en todos los aritmómetros conocidos) aplicando el principio de la numeración decimal.

Un número de varias cifras se trata en las operaciones aritméticas usuales, no como una cantidad sencilla, sino como una cantidad compleja; como una suma de varias cantidades, cada una de las cuales es igual al producto de un número de una sola cifra por una potencia entera de diez.

La operación más sencilla, una suma, una multiplicación, se transforma de este modo en una serie de operaciones parciales; pero esta complicación ha sido absolutamente necesaria para hacer posibles los cálculos numéricos, por el hecho de que en cada una de las operaciones elementales no es necesario tomar en cuenta más que números inferiores á diez.

Cada aritmómetro utilizado por el autómeta para sus cálculos no será ya un aparato elemental, sino una máquina complicada del género del autómeta (fig. 7.^a).

El autómata, en el momento deseado, le dará los dos valores particulares que deben figurar como factores ó argumentos, é iniciará la operación. Una vez que ésta se termine y se inscriba el resultado, el autómata recibirá noticia de ello por un conductor análogo al π (fig. 7.^a) y continuará sus cálculos.

No sería de este lugar entrar en detalles sobre el modo de realizar las operaciones; pero son análogas á aquellas cuya descripción queda esbozada, y espero que se admitirá su posibilidad⁶.

Por este medio salvaremos la primera dificultad: haremos posibles las operaciones elementales.

De todos modos los números muy grandes son tan embarazosos en los cálculos mecánicos como en los usuales⁷. En éstos se evitan ordinariamente los inconvenientes que resultan representando cada cantidad por un número pequeño de cifras significativas (seis ú ocho, á lo más, salvo en casos excepcionales) é indicando con una coma y con ceros, si hace falta, el orden de magnitud de las unidades representadas por cada cifra.

También á veces, para no escribir muchos ceros, se escriben las cantidades en esta forma: $n \times 10^m$.

Podríamos simplificar mucho esta notación estableciendo arbitrariamente tres reglas muy sencillas:

1.^a n tendrá siempre el mismo número de cifras (seis, por ejemplo).

2.^a La primera cifra de n será del orden de las décimas, la segunda, del de las centésimas, etc.

3.^a Se escribirá cada cantidad en esta forma: $n; m$.

Así, en vez de 2.435,27 y de 0,00000341862 se escribirá, respectivamente, 243527; 4 y 341862; - 5.

No he señalado límite al valor del exponente; pero es evidente que en todos los cálculos usuales será menor de ciento; de modo que en este sistema se escribirán todas las cantidades que intervienen en los cálculos sólo con ocho cifras.

Puede aplicarse esto á los aritmómetros, de los cuales nos estamos ocupando, y reducir suficientemente de este modo el número de las operaciones elementales.

Las reglas para la coordinación de todas éstas serán, por el contrario, más complicadas; pero no hay ningún inconveniente en formularlas primero é inscribirlas después en el tambor del aritmómetro.

Creo que es posible llegar por este camino á soluciones prácticas; pero no pretendo aquí demostrar esta afirmación. Esto exigiría desarrollos impropios de la presente nota. He querido solamente señalar el camino que me parece más practicable para conseguir dicho objeto.

VII. Sólo diré algunas palabras sobre las ventajas del sistema electro-mecánico que he tratado de aplicar en mis estudios y en mis experiencias.

Generalmente, se preconizan para estos aparatos las soluciones exclusivamente mecánicas, y hasta se recomienda limitarse, en cuanto sea posible, á los mecanismos rígidos, suprimiendo los resortes. En suma: se desea tener una confianza absoluta en la buena marcha de la máquina; se desea que mientras la máquina no se rompa, los resultados de sus cálculos sean seguramente exactos.

Pero es evidente que este resultado no se obtendrá por medios electro-mecánicos; un contacto puede fallar, y el resultado de la operación resultará entonces generalmente falseado.

Así es que empecé, como todo el mundo, pensando en las soluciones mecánicas; pero las dificultades me parecieron absolutamente invencibles.

El gran número de mecanismos que hay que tener en cuenta, las múltiples conexiones que hay que establecer entre ellos, la necesidad de dispositivos que permitan alterar á cada momento estas conexiones, la dificultad de combinarlo todo sin que los mecanismos se estorben unos á otros y sin que los rozamientos impidan la buena marcha de la máquina, y muchas mas dificultades prácticas que podría citar, hacen el problema casi inabordable.

Fué necesario el genio mecánico de Babbage para afrontarle, y, sin embargo, aunque durante largos años de ímprobo trabajo le dedicó por entero su gran inteligencia, aunque gastó á manos llenas en estos estudios su dinero y el de su país, no obtuvo ningún resultado satisfactorio.

Babbage tenía, cuando emprendió el proyecto de máquina analítica, una preparación teórica y práctica completamente excepcional: era un matemático distinguido; había trabajado, además, diez años en la construcción de la *máquina de diferencias*, y, según el informe de Mr. Merrifield á la Asociación Británica, estos trabajos son una maravilla de mecánica. Además, todos los hombres de ciencia que han juzgado la obra de Babbage se han asombrado de la ingeniosidad y de la fecundidad que ha demostrado en su invención.

Babbage tuvo á su disposición un taller, instalado por el Gobierno inglés, para la construcción de la máquina, y un laboratorio que montó en su casa, á sus expensas, para los estudios y los ensayos. Gastó muy cerca de un millón de francos: 500.000 de su fortuna personal y 425.000 que le suministró el Gobierno.

Elaboró un sistema de notaciones mecánicas, sistema que representa un trabajo enorme, para que pudieran entenderse sus dibujos.

Estudió un gran número de soluciones; hizo, en suma, de esta obra la obra de su vida y trabajó sin descanso en ella durante treinta años.

Pero á pesar de sus grandes méritos, indiscutibles é indiscutidos; á pesar de su inteligencia, su entusiasmo y su constancia, fracasó. Sus dibujos y sus modelos se conservan en el museo de Keusington; pero es de temer que jamás sean útiles para nadie.

Babbage pensaba escribir un libro: "Historia de la máquina analítica", pero la muerte le sorprendió sin que hubiera podido realizar este proyecto, y

su mismo hijo, que fue su colaborador, declara que no conoce sus trabajos con todos sus detalles.

Quizá otro triunfe donde fracasó Babbage; pero la cosa no parece fácil, y será temerario, á mi juicio, seguir sus pasos mientras no poseamos principios mecánicos nuevos que nos den la esperanza de vencer las dificultades del camino. No estoy en ese caso.

Las dificultades de una solución puramente mecánica me parecen invencibles, por lo menos, con los medios de que podría disponer. Mejor dicho: mientras en mis estudios sobre las máquinas de calcular no he pensado mas que en soluciones mecánicas, he participado de la opinión general; no creía posible resolver el problema de los cálculos mecánicos, con toda la generalidad que lleva en sí, tal como aquí lo he examinado.

El estudio del telekino, fue el que me encaminó en esta nueva dirección.

El telekino es, en suma, un autómeta que ejecuta las órdenes que le son enviadas por medio de la telegrafía sin hilos. Además, para interpretar las órdenes y obrar en cada momento en la forma que se desea, debe tener en consideración varias circunstancias. Su vida de relación es, pues, bastante complicada.

Durante la construcción de los diversos modelos del telekino que ensayé, tuve ocasión de apreciar prácticamente la gran facilidad que dan para estas construcciones los aparatos electromecánicos, y pensé que se les podría aplicar con éxito á las máquinas de calcular.

La inseguridad que se les atribuye se combate eficazmente á menudo. Se ven muchas máquinas electromecánicas que marchan largo tiempo sin sufrir ninguna alteración. Las grandes redes telegráficas ó telefónicas funcionan, en general, con mucha regularidad, y las interrupciones ó los errores que todo el mundo tiene ocasión de observar, casi siempre pueden ser imputados al viento ó la lluvia, que producen averías en las líneas.

Creo que con una construcción muy esmerada se llegará á obtener una seguridad suficiente.

Es verdad que no será absoluta, ni siquiera tan grande como la que se podría obtener empleando aparatos exclusivamente mecánicos; pero me parece que será igual ó superior á la que podría ofrecernos un calculador hábil. Y esto basta, evidentemente, puesto que los calculadores obtienen resultados á los cuales otorgamos toda nuestra confianza.

Llegan á esto repitiendo los cálculos, y más á menudo efectuándolos á dos manos, y los dos procedimientos podrían ser imitados automáticamente; pero, por desgracia, todavía no es necesario ocuparnos de estas cuestiones.

NOTAS

¹ El estudio teórico y experimental de estos procedimientos es el fin principal del *Laboratorio de Automática*, de cuyos trabajos me propongo dar cuenta en notas sucesivas que formarán la continuación de estos ensayos.

² Diremos que un conductor es positivo cuando está en comunicación directa con el polo positivo del manantial de electricidad.

³ Supondremos en estos dibujos: 1.º, que las líneas rojas —tales como la α — indican que las dos piezas en las cuales se terminan están constantemente en comunicación eléctrica, pero no representan un conductor de forma invariable; por ejemplo, la línea α significa que el alambre arrollado en el electroimán E está en contacto, nunca interrumpido, con el plot P por medio de una escobilla, de un hilo flexible ó por cualquier otro medio que no estorbe en nada el movimiento de la regla A ; 2.º, que los círculos con dos diámetros perpendiculares representan plots que están siempre metálicamente unidos al polo positivo de la pila; por consiguiente, forman un solo conductor unido á dicho polo positivo; 3.º, que los dos círculos que hay en las figuras 3.^a y 7.^a con una ω en su interior, representan plots unidos ordinariamente al polo negativo; estos plots comunican entre si, formando un conductor único, que llamaremos ω , el cual se halla unido metálicamente, de un modo invariable, á los plots negativos de todos los electroimanes que figuran en los esquemas, menos el E' (figura 7.^a). También se halla unido dicho conductor ω al polo negativo de la pila por el contacto de la armadura h (fig. 7.^a) del electroimán E' contra su tope. Cuando este electroimán atrae á su armadura, interrumpe dicho contacto é impide que funcionen todos los demás electroimanes.

⁴ Puede verse un aritmómetro para la suma, otro para la multiplicación, un aparato inscriptor y la máquina de escribir. Supondremos que estos aparatos, análogos á los descritos más arriba, se hallan encerrados en cajas (representadas por los rectángulos del dibujo) que no permiten ver de cada uno de ellos mas que los haces de factores (a', a'', m', m'', r'), los del resultado (a, m, r) y el conductor (A, M, R) destinado á poner activo en el momento que se desee el resultado anotado en el aparato.

⁵ La máquina de escribir es un aparato en el cual las cantidades se imprimen en vez de ser representadas por el desplazamiento de un móvil.

⁶ Se podría de este modo, según lo que se ha dicho al empezar, construir un autómata que manipulase un aritmómetro ordinario. Debería entonces ordenar á tiempo la operación necesaria: hacer que diera una vuelta el manubrio, correr el totalizador, etcétera, etc.

⁷ Babbage preveía cincuenta ruedas para representar cada variable, y todavía serían pocas, de no recurrir á los medios que indicaré en seguida ó á otros análogos.

FIGURAS

Fig 1.

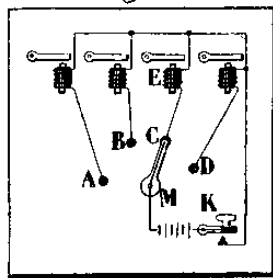


Fig 2.

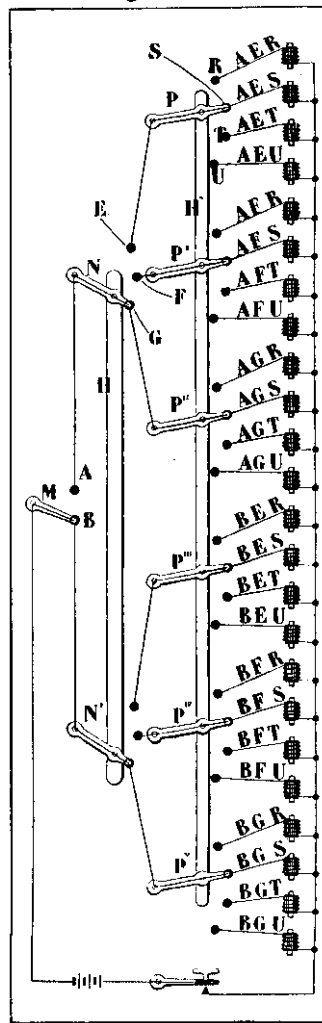
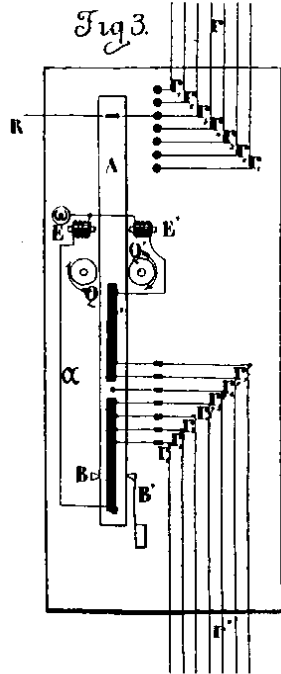


Fig 3.



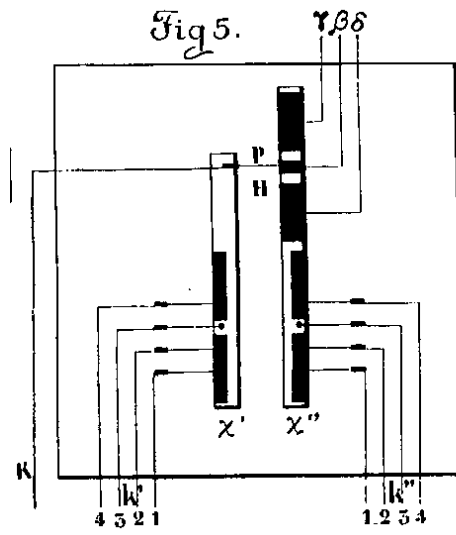
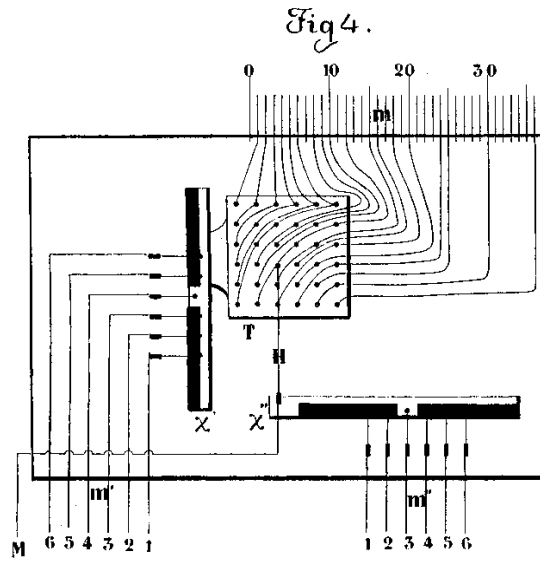
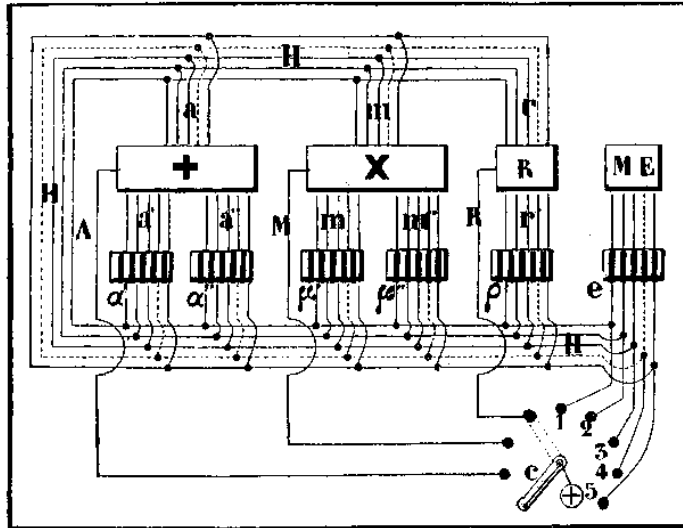


Fig 6



I	v - m' - e		
II	∅		
III	α' - m''		
IV	v - k' - r' - e		
V	∅		
VI	v - k'' - r'' - e		
VII	∅ - K		
VIII	R ₁ - K	s'	s''
IX	R ₂ - K	s''	s'
X	M - K - r'		
XI	S - K - m' - m''		
XII	M - K - r''		
XIII	R ₁ - K - m'		
XIV	R ₂ - K - m''		
XV	M - K - e		
XVI	B		

