

# DESARROLLO DE ECUACIONES DE COPA PARA *PINUS PINASTER* AIT. EN EL SISTEMA IBERICO MERIDIONAL

I. Lizarralde Torre, C. Ordóñez Alonso y F. Bravo Oviedo

Departamento de Producción Vegetal y Recursos Forestales. E.T.S. de Ingenierías Agrarias. Universidad de Valladolid. Avda. de Madrid, 44. 34004-PALENCIA (España). Correo electrónico: iliza@pvs.uva.es

## Resumen

Las ecuaciones predictivas de los parámetros de copas son habitualmente utilizadas como relaciones auxiliares para la construcción de modelos de crecimiento. En el presente trabajo, se han desarrollado ecuaciones de copa para *Pinus pinaster* Ait., que servirán para un proceso de retrotraer los datos (backdating) para la creación de un modelo de crecimiento diamétrico. Además, se utiliza la predicción de los parámetros de copa para demostrar la escasa influencia de la zona de la copa comprendida entre la altura a la base de la copa y la altura donde la copa adquiere su máxima anchura.

Palabras clave: *Modelización, Pino negral, Competencia*

## INTRODUCCION

Las masas naturales de *Pinus pinaster* Ait. en el Sistema Ibérico Meridional suponen una gran extensión arbolada dentro de la Península Ibérica y el estudio de la dinámica de rodales de dichas masas permitirá en un futuro llevar a cabo una gestión más adecuada a sus características, cumpliendo con los principios de Gestión Forestal Sostenible.

El desarrollo de un complejo de ecuaciones que predigan la dinámica de rodales de una especie requiere la creación de unas ecuaciones básicas preliminares para conocer ciertos parámetros ya sea a nivel de masa o a nivel de árbol. En este caso, el futuro desarrollo de un modelo de crecimiento diamétrico de las masas naturales de *Pinus pinaster*, al no disponer de medidas repetidas, precisa retrotraer los datos de un periodo anterior para poder predecir el escenario en un periodo futuro.

Las dimensiones de la copa son componentes importantes de los modelos de producción y cre-

cimiento (SOARES & TOME, 2001) pero también pueden ser muy útiles como medidas individuales ya que permiten definir variables que caracterizan la estructura del rodal o el nivel de competencia entre árboles. De esta manera, el tamaño de la copa es una significativa medida del vigor del árbol (HASENAUER & MONSERUD, 1996). La copa de un árbol refleja el nivel competitivo acumulado a lo largo del tiempo (MITCHELL, 1975). El ratio de copa y la longitud de copa explican la capacidad de un árbol liberado de competencia, de utilizar los recursos disponibles, como por ejemplo, el aumento del espacio potencial para el crecimiento (DANIELS *et al.*, 1979).

Existen pocos antecedentes sobre estudios de copa en Europa. HASENAUER & MONSERUD (1996) propusieron algunas ecuaciones de copa para diferentes especies en Austria, mientras que en Portugal se han estudiado los parámetros de copa para Eucalipto (SOARES & TOMÉ, 2001). Este tipo de estudios ha atraído mucha más aten-

ción en Estados Unidos para diferentes coníferas (DYER & BURKHART, 1987; BIGING & WENSEL, 1990; RITCHIE & HANN, 1997; HANN, 1997; HANN, 1999; HANUS et al., 2000; MARSHALL et al., 2003).

## OBJETIVOS

Además de desarrollar las ecuaciones predictivas de ciertos parámetros de copa de las masas naturales de *Pinus pinaster* Ait., se pretende estudiar la influencia de una zona concreta de la copa sobre el desarrollo de estas ecuaciones, y por lo tanto, sobre la dinámica de las masas que se analizan. Esta zona es la comprendida entre la altura a la base de la copa y la altura donde se da la máxima anchura de esta copa, que se llamará parte baja de la copa. La idea viene precedida de estudios en los que se demuestra el escaso impacto de podas en altura sobre el crecimiento diamétrico (NEILSEN & PINKARD, 2003).

## MATERIAL Y METODOS

Para el desarrollo de las ecuaciones de copa, se utilizaron datos provenientes de 3617 árboles de 92 parcelas situadas en el Sistema Ibérico Meridional (comarcas de Almazán y Bayubas en Soria, rodinales de Molina de Aragón en Guadalajara, Sierra de Albarracín y Mora de Rubielos en Teruel y Talayuelas y Cañete en Cuenca). Todas las parcelas se instalaron en masas adultas, puras y regulares de *Pinus pinaster* y procurando que estuvieran representadas todas las combinaciones posibles de edad, calidad de estación y densidad. Dichas parcelas tienen tres radios concéntricos (5, 10 y 15 metros) y en cada una de ellas, se tienen en cuenta todos los pies vivos con un diámetro mínimo en cada caso (7,5, 12,5 y 22,5 cm respectivamente).

Con los datos recogidos en estas parcelas, se procedió a la construcción de las ecuaciones para predecir tres parámetros de la copa: i) la máxima anchura de copa (LCW), ii) la altura a la base de la copa (HCB), y iii) la altura a la máxima anchura de copa (HLCW). En primer lugar, y utilizando como grupo de datos del modelo, y al azar, el 70% de los datos totales, se ajustó la ecuación de máxima anchura de copa mediante regresión no

lineal ponderada a través del procedimiento PROC NLIN de SAS V8 (SAS INS., 1999). Los parámetros iniciales para la regresión no lineal fueron tomados de un trabajo anterior referente a la misma especie (ORTEGA, 2001) en el caso en el que coincidieran las variables. En caso contrario, los parámetros iniciales fueron igual a cero. El factor de ponderación utilizado fue la inversa del diámetro al cuadrado. Con el fin de comprobar la poca influencia de la zona de la copa a estudio, se ajustó otra ecuación, modificando las variables referentes a la longitud de la copa, tomando sólo la longitud de copa por encima de la máxima anchura.

Por otro lado, para construir los modelos de altura a la base de la copa y de altura a la máxima anchura de copa, se realizaron modificaciones en las propias ecuaciones de manera que se pudieran ajustar mediante regresión lineal ponderada, utilizando el procedimiento PROC REG de SAS V8 (SAS INS., 1999). Una vez se consiguieron unas ecuaciones en las que todas las variables fueran significativas y de un tamaño y signo adecuado, se utilizaron los parámetros estimados en dichos ajustes como parámetros iniciadores de las consiguientes regresiones no lineales. En estos casos, el factor de ponderación utilizado fue la inversa de la altura total al cuadrado.

Una vez obtenidas las tres ecuaciones, todos los modelos fueron analizados para asegurar que el tamaño y los signos de los parámetros estimados cumplieran el comportamiento esperado y se utilizó una submuestra obtenida al azar con el 30% de los datos para la validación de los modelos. Los estadísticos utilizados para poder comparar entre ecuaciones fueron el error cuadrático medio (MSE) y la *Pseudo-R*<sup>2</sup>, calculada de la siguiente manera:

$$Pseudo - R^2 = \frac{(SSC - SSR)}{SSC}$$

donde:

SSC: Suma de cuadrados total corregida

SSR: Suma de cuadrados del residuo

## RESULTADOS Y DISCUSION

Para poder ver con mayor claridad los resultados desde el punto de vista del objetivo de

conocer la influencia de la zona de la copa que se encuentra por debajo de la máxima anchura, se presentan por separado los resultados de la máxima anchura de copa y de las dos alturas (a la base de la copa y a la máxima anchura de copa).

**Máxima anchura de copa**

La ecuación propuesta para la predicción de este parámetro expresa un máximo tamaño potencial y un modificador de este tamaño máximo. Dicho tamaño máximo potencial descrito en la primera parte de la ecuación, está generalmente descrito por la máxima anchura potencial de la copa. En este caso, al no tener datos de árboles aislados y de gran edad, se ha optado por la sustitución de este parámetro por una combinación del diámetro y del diámetro al cuadrado. La segunda parte de la ecuación, el modificador, está basado en la longitud de la copa, tanto en su estimación directa como mediante el ratio de copa (CR), que se define como el cociente entre la longitud de copa y la altura total del árbol. Por último, también se incluye la relación entre el diámetro y la altura total como medida de la concidad del árbol.

Así, la ecuación obtenida, los parámetros estimados y el error standard (en paréntesis) son los siguientes:

$$LCW = \left[ 8.9785 + (0.8181 \cdot DBH) + (0.0393 \cdot DBH^2) \right] \cdot \left[ CR^{(0.00649 \cdot CL) + \left( 0.6569 \cdot \left( \frac{DBH}{HT} \right) \right)} \right]$$

(1.1790)      (0.1116)      (0.0035)                      (0.0005)      (0.0481)

donde:

LCW: Máxima anchura de copa (dm)

DBH: Diámetro a la altura del pecho (cm)

CR: Ratio de copa

CL: Longitud de copa (dm)

HT: Altura total (dm)

Para poder conocer la influencia de la parte baja de la copa, se ajusta a continuación la misma ecuación pero con las modificaciones en el ratio de copa y en la longitud de copa, teniendo solo en cuenta la parte alta de la copa:

$$LCWA = \left[ 10.3067 + (0.7679 \cdot DBH) + (0.0523 \cdot DBH^2) \right] \cdot \left[ CRA^{(0.0083 \cdot CLA) + \left( 0.7774 \cdot \left( \frac{DBH}{HT} \right) \right)} \right]$$

(1.3897)      (0.1310)      (0.0055)                      (0.0007)      (0.0526)

donde:

LCWA: Máxima anchura de copa calculada sólo con la parte de la copa por encima de la máxima anchura.

CRA: Ratio de copa teniendo sólo en cuenta la parte alta de la copa.

CLA: Longitud de la copa comprendida entre la máxima anchura y el final de la copa.

Los estadísticos utilizados para poder comparar entre las dos ecuaciones son el Error Cuadrático Medio (MSE) y la Pseudo-R<sup>2</sup>. Como se muestra a continuación (Tabla 1), los estadísticos calculados son muy parecidos entre las dos variantes del cálculo de la máxima anchura.

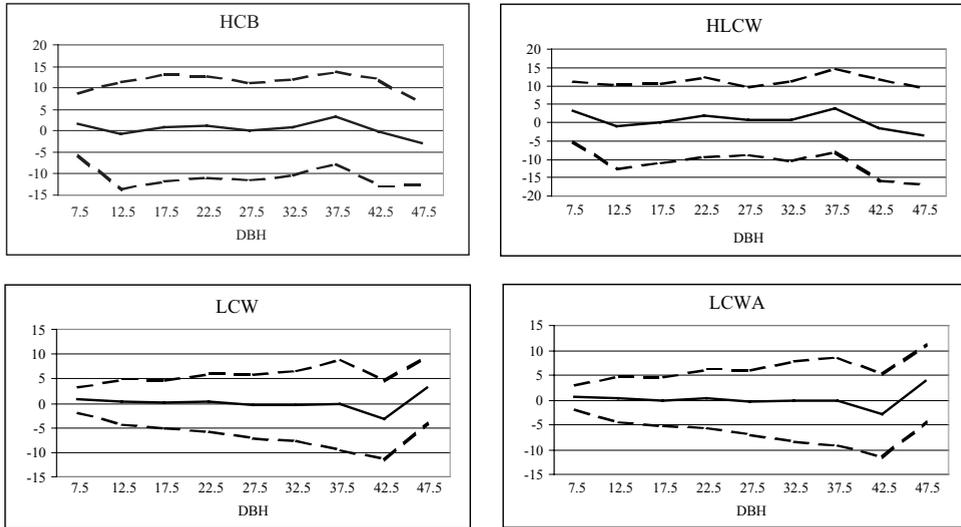
Una vez obtenidas las ecuaciones, se lleva a cabo la validación utilizando el 30% de los datos. Para facilitar la comprensión del similar comportamiento de las dos ecuaciones, se realizó un análisis de varianza de los datos de validación. Así, se calculan las medias y los intervalos de confianza de los residuos para cada clase diamétrica con el objetivo de observar las tendencias de los errores en ambas ecuaciones. Estos datos se muestran gráficamente en la figura 1:

Como se puede ver, el hecho de modificar la ecuación teniendo sólo en cuenta la parte alta de la copa, no influye ni en la significación de las varia-

bles, ni en los estadísticos calculados ni en el comportamiento de los residuos durante la validación.

**Altura a la base de la copa y Altura a la máxima anchura de copa**

Estos dos parámetros de copa fueron ajustados de manera independiente, pero sus resultados se analizan de manera conjunta ya que la forma de las ecuaciones es idéntica para ambos parámetros. Además de variables de árbol (HT), también se introducen variables de masa (SBA)



**Figura 1.** Medias e intervalos de confianza de los residuos por clases diamétricas para las ecuaciones de máxima anchura de copa (LCW), máxima anchura de copa calculada teniendo en cuenta sólo la parte alta de la copa (LCWA), altura a la base de la copa (HCB) y altura a la máxima anchura de copa (HLCW) para el conjunto de datos de validación (30% del total de los datos)

e índices de competencia (BAL) para formar una ecuación con forma similar a una regresión logística. Los modelos son los siguientes:

Ecuación	MSE	Pseudo-R2
LCW	0.0631	0.7857
LCWA	0.0641	0.7824

**Tabla 1.** Estadísticos calculados (Error cuadrático medio y Pseudo-R2) para las ecuaciones de máxima anchura de copa (LCW) y máxima anchura de copa calculada teniendo en cuenta sólo la parte alta de la copa (LCWA)

$$HCB = \frac{HT}{1 + e^{[2.4249 + (-0.0031 \cdot HT) + (-0.060 \cdot BAL) + (-0.7045 \cdot \ln SBA)]}}$$

(0.1500) (0.0003) (0.0008) (0.0449)

$$HLCW = \frac{HT}{1 + e^{[1.8887 + (-0.0052 \cdot HT) + (-0.0059 \cdot BAL) + (-0.6272 \cdot \ln SBA)]}}$$

(0.1630) (0.0004) (0.0009) (0.0491)

donde:

BAL: Area Basimétrica (por árbol, m<sup>2</sup>/ha) de los árboles con mayor DBH que el árbol sujeto.

SBA: Area Basimétrica (m<sup>2</sup>/ha) de la parcela.

Al igual que en el caso de la máxima anchura de copa, los estadísticos analizados para cada

ecuación fueron el Error Cuadrático Medio y la Pseudo-R<sup>2</sup>. Los datos obtenidos se muestran en la tabla 2. Igualmente, se realizó la validación con el 30% de los datos, y se muestran los gráficos de las medias y los intervalos de confianza de los residuos por clase diamétrica (Figura 1).

Ecuación	MSE	Pseudo-R2
HCB	0.0103	0.8010
HLCW	0.00863	0.8598

**Tabla 2.** Estadísticos calculados (Error cuadrático medio y Pseudo-R<sup>2</sup>) para las ecuaciones de altura a la base de la copa (HCB) y altura a la máxima anchura de copa (HLCW)

Las dos ecuaciones predictivas de parámetros de altura tienen características muy similares, desde la forma de la ecuación y la significación de variables hasta el resultado de los estadísticos o el comportamiento de los residuos, lo que nos lleva a pensar que las dos ecuaciones explican básicamente lo mismo. Una de las razones que podrían explicar esta mínima influencia es la escasa incidencia de luz que recibe esta parte de la copa.

Al no utilizarse datos externos para la validación del modelo, los procesos utilizados

sobreestiman la bondad de los ajustes. Todos los parámetros estimados son significativamente diferentes de cero ( $\alpha = 0.05$ ).

## CONCLUSIONES

A tenor de los resultados, las conclusiones más destacadas que se pueden extraer del trabajo son las siguientes:

- La forma de las ecuaciones de copa ajustadas resulta ser muy robusta, ya que este mismo tipo de construcción se ha demostrado eficaz para otras especies en otras localizaciones (HANN, 1997; HANUS et al., 2000).
- La zona de la copa situada entre la altura a la base de la copa y la altura a la máxima anchura de copa tiene una influencia prácticamente nula sobre el desarrollo de ecuaciones de copa, y por lo tanto, sobre los futuros modelos de crecimiento a desarrollar.
- Los resultados obtenidos pueden proporcionar una ayuda importante a la hora de desarrollar futuros protocolos de toma de datos, lo que permitiría una mejor utilización de los recursos necesarios para el trabajo de campo y el posterior desarrollo del conjunto de ecuaciones que expliquen la dinámica de rodales de las masas estudiadas.

## BIBLIOGRAFÍA

- BIGING, G.S. & WENSEL, L.C.; 1990. Estimation of crown form for six conifer species of northern California. *Can. J. For. Res.* 20: 1137-1142.
- DANIELS, R.F.; BURKHART, H.E.; SPITTLE, G.D. & SOMERS, G.L.; 1979. *Methods for modeling individual tree growth and stand development in seeded loblolly pine stands*. Publ. FWS-5-75. College of Forestry and Wildlife Resources. Virginia Technical Institute. Blacksburg.
- DYER, M.E.; BURKHART, H.E.; 1987. Compatible crown ratio and crown height models. *Can. J. For. Res.* 17: 572-574.
- HANN, D.W.; 1997. *Equations for predicting the largest crown width of stand-grown trees in western Oregon*. Forest Research Laboratory. Oregon State University. Corvallis, Oreg. Res. Contribution 17.
- HANN, D.W.; 1999. An adjustable predictor of crown profile for stand-grown Douglas-fir trees. *For. Sci.* 45: 217-225.
- HANUS, M.; HANN, D.W. & MARSHALL, D.; 2000. *Predicting height to crown base for undamaged and damaged trees in southwest Oregon*. Forest Research Laboratory. Oreg. Res. Contribution 29. Oregon State University. Corvallis.
- HASENAUER, H. & MONSERUD, R.A.; 1996. A crown ratio model for Austrian forests. *For. Ecol. Manage.* 84: 49-60.
- MARSHALL, D.D.; JOHNSON, G.P. & HANN, D.W.; 2003. Crown profile equations for stand-grown western hemlock trees in northwestern Oregon. *Can. J. For. Res.* 33: 2059-2066.
- MITCHELL, K.J.; 1975. Dynamics and simulated yield of Douglas-fir. *For. Sci. Monog.* 17.
- NEILSEN, W.A. & PINKARD, E.A.; 2003. Effects of green pruning on growth of *Pinus radiata*. *Can. J. For. Res.* 33: 2067-2073.
- ORTEGA, M.; 2001. *Estudio de la eficiencia de crecimiento de Pinus pinaster Ait. en relación con la competencia y los grupos familiares*. Proyecto Fin de Carrera. ETSIIAA-UVa.
- RITCHIE, M.W. & HANN, D.W.; 1997. *Equations for predicting height to crown base for fourteen tree species in southwest Oregon*. Oreg. Res. Contribution 50. Forest Research Laboratory. Oregon State University. Corvallis.
- SAS INS. INC.; 1999. *SAS/STAT User's guide Version 8*. SAS Institute Inc. Cary, NC.
- SOARES, P. & TOMÉ, M.; 2001. A tree crown ratio prediction equation for eucalypt plantations. *Ann. For. Sci.* 58: 193-202.