

ELABORACIÓN DE CURVAS DE PRODUCTIVIDAD A PARTIR DE REGRESIÓN PONDERADA. APLICACIÓN AL CHOPO (*POPULUS X EURAMERICANA*) EN EL VALLE DEL CINCA

F. Rodríguez Puerta, R. Blanco Ortiz y A. Aunós Gómez

Dpto. de Producción Vegetal y Ciencia Forestal. ETSEA. Universitat de Lleida. Av. Rovira Roure 179. 25198-LLEIDA (España). Correo electrónico: francisco.rodriguez@pvcf.udl.es

Resumen

Se analiza la mejora producida en la diagnosis del modelo, ajustado por regresión ponderada, en la elaboración de curvas de productividad, sobre datos de un clon de chopo (*Populus x euramericana* cv I-214) del valle de río Cinca (Huesca). Se ensayan cinco modelos ampliamente utilizados en el ámbito forestal (HOSSFELD, STRAND, RICHARDS, WEIBULL Y KORF), empleando el diámetro normal como variable conductora. Los datos proceden de 610 chopos, de plantaciones coetáneas, con una densidad de 277 pies \cdot ha $^{-1}$ y con edades comprendidas entre 2 y 15 años. Todos los modelos formulados presentan una fuerte heterocedasticidad, que invalidaría la construcción de las bandas de confianza de predicción; pero ha sido corregida, sin exclusión, mediante la ponderación de los residuos, de cuyo análisis se desprende una mayor bondad de ajuste, reduciendo el sesgo y consiguiendo mejorar la precisión. Además, para aquellos modelos más parsimoniosos, en nuestro caso los biparamétricos, el comportamiento de sus parámetros es muy próximo a la linealidad, y la colinealidad entre los mismos no es severa; permitiendo, de esta forma, no cuestionar los contrastes individuales de cada uno de los parámetros ni su interpretación.

Palabras clave: *Heterocedasticidad, Regresión ponderada, Crecimiento*

INTRODUCCIÓN

La altura de los árboles dominantes en rodales coetáneos ha sido usada como una medida de la productividad forestal y como una variable conductora en muchos modelos de crecimiento y producción forestal, debido a que es sensible a las condiciones ambientales entre las diferentes calidades de estación, y a que está fuertemente correlacionada con el crecimiento en volumen del rodal y débilmente correlacionada con la densidad y la composición específica (DAVIS & JOHNSON, 1987; WANG et al., 1994). Dada la

“dificultad” que resulta la medición de la altura dominante, en comparación con el diámetro normal, en las masas que habitualmente no son objeto de claras, como es el caso de las choperas en la zona de estudio, se ha empleado habitualmente como índice de calidad el área basimétrica (HALL, 1983), o cualquiera de sus derivados, como son el diámetro (o circunferencia) medio y/o dominante (PADRÓ, 1982; BRAVO et al., 1996; RODRÍGUEZ et al., 2002), así, se entiende por Curva de Productividad aquella que relaciona la edad con el diámetro medio de una chopera, en la que se define el índice de productividad (IP)

como el diámetro medio que un rodal bien poblado alcanza a la edad base, típica o de referencia.

Distintos trabajos han sido elaborados en España sobre modelos de crecimiento en masas artificiales de *Populus x euramericana* y en todos ellos la variable conductora ha sido el diámetro normal o alguno de sus derivados. PADRÓ (1982) sobre I-214 en el Valle del Ebro y con marco de plantación de 6x6 utiliza polinomios de segundo grado. PADRÓ Y HERNÁNDEZ (1983) construyen curvas de crecimiento para el clon I-214 (sólo hasta la edad de 10 años), mediante ecuaciones parabólicas, para diferentes marcos de plantación (desde 5x5 a tresbolillo hasta 7x7 a marco real) para la Cuenca del Ebro. GONZÁLEZ-ANTOÑANZAS (1986) realiza unas tablas de producción para el clon “Campeador” ajustando polinomios de segundo grado en plantaciones con marco de 8x5 en la Meseta Central. BRAVO et al. (1996) también sobre “Campeador” de la Cuenca del Duero y mismo marco de plantación, utilizan el modelo Richards. Finalmente, RODRÍGUEZ et al. (2003) evalúan mediante el modelo Richards el índice de productividad para tres clones (LA, MC e I-214) en el Bajo Cinca (Valle Medio del Ebro, Huesca).

En este trabajo, se ensaya la metodología del ajuste de regresión ponderada con el fin de corregir la heterocedasticidad presente en los modelos de crecimiento y en las curvas de calidad de estación. Se evalúa el comportamiento de los parámetros a partir de su colinealidad y asimetría, con el fin de comparar la arquitectura de los modelos empleados.

MATERIALES Y MÉTODOS

La zona de estudio comprende el valle del Cinca, en la provincia de Huesca, con coordenadas de longitud que van desde 0°11'30"E hasta 0°08'03"E y de latitud, desde 41°54'52"N hasta 41°31'17"N, presentando una altitud media sobre el nivel del mar de 188 m. Los suelos son de tipo aluvial, situados en ambas márgenes del río Cinca, formados principalmente por gravas con abundantes elementos gruesos a poca profundidad donde el nivel freático se encuentra sobre los 2 m de profundidad.

La gestión silvícola en la zona se concreta en plantaciones superficiales a marco real 6 x 6 m, con planta de 1 año de tallo y de raíz (R1T1), sometidas a laboreo superficial anual durante los primeros años y periódicos los años posteriores, con riego a manta cada 15 días durante los meses de estío y en dosis de unos 2.000 m³ de agua por hectárea (se suministran en total cerca de 15.000 m³ anuales), y con podas de guiado y de limpieza de fuste. El clon analizado es I-214, un clon algo antiguo (seleccionado por JACOMETTI el año 1929), pero referente de la populicultura mundial. Su ramificación es verticilada y con gran número de ramas gruesas, es sensible a la *Marssonina brunnea* y presenta una madera apreciada dada su baja densidad y su color muy claro, casi blanco.

Para el ajuste de los modelos se empleó una base de datos obtenida de la medición de 610 árboles procedentes de parcelas temporales inventariadas los años 2000, 2001 y 2002, siempre sobre parcelas distintas, en periodo de parada vegetativa, con edades comprendidas entre 2 y 15 años, diámetro normales entre 2,3 y 52,5 cm y alturas totales entre 2,4 y 36,8 m. Sobre cada árbol se midió su diámetro normal (D_{AP}) en dos direcciones perpendiculares (N-S y E-W) medido con forcípula milimétrica y su altura total, medida con Vertex[®] dada su alta precisión (AUNÓS Y RODRÍGUEZ, 2002).

La formulación matemática de los modelos de crecimiento es la siguiente:

$$\text{Hossfeld } y = \frac{t^2}{a + bt^2} \quad \text{Richards } y = a(1 - \exp^{-bt})^c$$

$$\text{Strand } y = \left(\frac{t}{a + bt}\right)^3 \quad \text{Weibull } y = a(1 - \exp^{-bt^c})$$

$$\text{Korf } y = e^{\frac{a-b}{t^c}}$$

donde y es el diámetro medio, t es la edad y a , b y c son los parámetros a estimar.

Para construir la curva de productividad se utilizó el método de la curva guía, donde se ajusta una curva media para la totalidad de los datos. El ajuste se realizó con el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS/STAT[™] (2001). Como los datos para la construcción de curvas de calidad procedentes de parcelas temporales y por el método de la curva guía acostumbran a ser hete-

rocedásticos, se ajustaron los modelos ponderados por la inversa del cuadrado de la edad (con la opción WEIGHT y denotados en los resultados con subíndice W). También se ajustaron los modelos sin ponderar con el fin de comparar los resultados obtenidos por una u otra metodología.

Para evaluar la bondad de ajuste se analizaron gráfica y numéricamente sus residuos, es decir la diferencia entre el diámetro observado y el diámetro predicho, y se calcularon los siguientes estadísticos (VANCLAY, 1994; SOARES *et al.*, 1995; GADOW & HUI, 1999; RODRÍGUEZ Y MOLINA, 2003): el sesgo medio (s) que evalúan la desviación del modelo con respecto a los valores observados, el error absoluto medio (eam) y la raíz del error cuadrático medio ($recm$) que analizan la precisión de las estimaciones, y el pseudo coeficiente de determinación (pR^2). La colinealidad en los modelos se estudió mediante el máximo índice de condición (IC), o raíz cuadrada del cociente entre el mayor valor propio de la matriz de covarianzas y cada valor propio individual. BELSEY *et al.* (1980) sugieren que, cuando este número está alrededor de 10, existe una colinealidad débil, mientras que si es mayor que 100, las estimaciones pueden verse afectadas. PEÑA (1995) sugiere un valor límite de 60 para asegurar una alta colinealidad. Para analizar el comportamiento de los parámetros, se comprobó su linealidad mediante el estadístico de Hougaard (H), el cual analiza la asimetría de su distribución. Según RATKOWSKY (1990), si el valor absoluto de este estadístico es menor que 0.1 el comportamiento del parámetro es prácticamente lineal, si está comprendido entre 0.1 y 0.25 lo es razona-

blemente; mientras que si es superior a la unidad su no linealidad es considerable, por lo que el estimador puede ser sesgado y difícilmente interpretable. Finalmente, para comprobar si se corregía la heterocedasticidad se llevó a cabo la prueba de White, en la que se contrasta si la varianza de los residuos es constante a lo largo del eje X.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Excepto en el modelo Weibull sin ponderar, en el que el parámetro b no fue significativo, en el resto de casos, todos los parámetros fueron estadísticamente significativos. En la tabla 1 se muestran los parámetros estimados (a , b y c) por el ajuste de la curva guía de todos los modelos (ponderados y sin ponderar), el valor de la asíntota (K) de cada modelo y su punto de inflexión (PI). Bajo la estimación de los parámetros y entre paréntesis se presenta el estadístico de asimetría de Hougaard. En la tabla 2 se presentan los estadísticos para evaluar la bondad de ajuste del modelo (sesgo, error absoluto medio, raíz del error cuadrático medio y R^2 ajustada), el estadístico para evaluar la heterocedasticidad (W) y el índice de condición (IC) para evaluar la colinealidad, tanto para los modelos ajustados por regresión ponderada como los sin ponderar.

Los estadísticos de sesgo y precisión prácticamente iguales en todos los modelos ajustados, no existiendo grandes diferencias respecto al ajuste de la curva guía entre los distintos modelos (biparamétricos o triparamétricos). El sesgo es prácticamente nulo, mientras que el error

	Sin Ponderar					Ponderado				
	a	b	c	K	PI	a	b	c	K	PI
Hossfeld	0,78 (0,07)	0,11 (0,04)	--	81,6	3,5	0,74 (0,08)	0,11 (0,04)	--	75,6	3,4
Strand	0,87 (0,07)	0,24 (0,05)	--	72,4	3,6	0,81 (0,08)	0,25 (0,04)	--	64,1	3,2
Richards	84,66 (3,09)	0,05 (0,09)	1,15 (0,34)	84,7	2,8	68,09 (1,95)	0,07 (0,03)	1,27 (0,22)	68,1	3,4
Weibull	80,52 (3,38)	0,03 (2,06)	1,12 (0,10)	80,5	3,1	63,40 (2,01)	0,04 (0,99)	1,20 (0,03)	63,4	3,3
Korf	7,26 (3,04)	6,57 (3,37)	0,22 (0,08)	1418	2,2	6,40 (2,25)	5,85 (2,34)	0,28 (0,05)	600	2,4

Tabla 1. Parámetros estimados, asimetría de los parámetros, asíntota y punto de inflexión de todos los modelos, ponderados y sin ponderar. Entre paréntesis bajo la estimación del parámetro se presenta el estadístico de Hougaard

	Sin Ponderar						Ponderado					
	s	eam	recm	pR ²	IC	W	s	eam	recm	pR ²	IC	W
Hossfeld	0,07	4,03	5,17	75,4	8,17	75,1*	0,02	4,03	5,17	75,4	6,21	4,7
Strand	0,10	4,09	5,21	75,1	7,78	72,6*	0,06	4,09	5,22	75,0	5,81	7,0
Richards	-0,01	3,99	5,15	75,6	133,93	74,5*	-0,00	3,99	5,15	75,6	69,19	9,5
Weibull	-0,01	3,99	5,15	75,6	107,44	74,4*	-0,00	3,99	5,15	75,6	52,13	9,5
Korf	-0,01	3,98	5,14	75,7	563,86	75,2*	-0,00	3,98	5,14	75,7	257,72	7,6

Tabla 2. Estadísticos de sesgo, precisión, criterio de selección, pseudo-R² (en porcentaje) y estadístico de White, para los ajustes ponderados y sin ponderar. El modelo presenta una heterocedasticidad estadísticamente significativa ($p < 0.05$)

absoluto medio es en torno a 4 cm, tanto en los modelos sin ponderar como en los modelos ponderados, teniendo en cuenta sus residuos sin ponderar. En los dos modelos más parsimoniosos (Hossfeld y Strand), los parámetros tienen un comportamiento muy próximo a la linealidad ($H < 0.1$); mientras que en los modelos triparmétricos, siempre el parámetro relacionado con la asíntota posee una no linealidad considerable ($H > 1$). El diagnóstico de la colinealidad vuelve a mostrar que los modelos biparmétricos poseen una colinealidad aceptablemente baja ($IC < 10$), mientras que la de los modelos triparmétricos es muy elevada. Estos resultados son imprescindibles para seleccionar entre distintos modelos de crecimiento, puesto que conforme los parámetros se desvían de su comportamiento lineal y aumenta la colinealidad entre ellos, se deterioran las propiedades de los estimadores.

Con el ajuste de regresión ponderada mejoran los estadísticos de diagnóstico del modelo, se mejora el comportamiento de los parámetros (menor H y menor IC) y se corrige la heterocedasticidad de los residuos, tal y como muestran los resultados del contraste de White, al aceptarse que la varianza de los residuos no es significativamente diferente ($p > 0.05$) a lo largo del eje X. Así, mientras en los modelos sin ponderar su valor fue en torno a 75, en los modelos ponderados se obtiene valores comprendidos entre 7 y 10. Se selecciona el modelo Hossfeld ponderado, al presentar todos sus parámetros un comportamiento muy próximo a la linealidad, corrigiéndose la heterocedasticidad y obteniéndose unos buenos estadísticos de bondad de ajuste.

La figura 1 presenta gráficamente el análisis de residuos sin ponderar (parte izquierda) y ponderado (derecha), observándose como se corrige

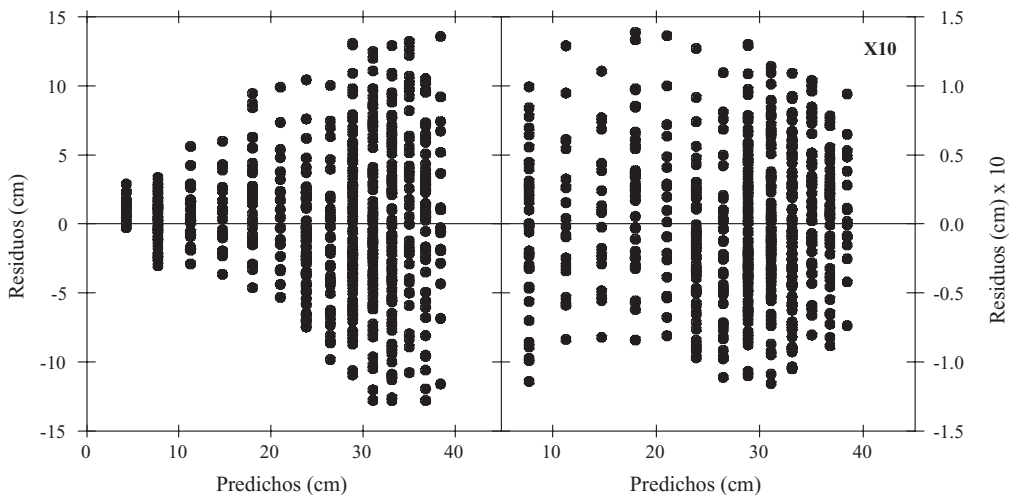


Figura 1. Análisis de residuos del modelo Hossfeld sin ponderar (izquierda) y ponderado (derecha) y a una escala diez veces menor

la heterocedasticidad. Finalmente en la Figura 2 se muestra el ajuste de la curva guía (a la izquierda sin ponderar y a la derecha ponderada) con sus respectivos intervalos de confianza de predicción al 95%. Destacar que en el caso de la regresión ponderada, en edades tempranas los intervalos son más estrechos, y en edades tardías son más amplios.

CONCLUSIONES

Con el uso de la técnica de regresión ponderada se reduce y corrige, en todos los casos, la heterocedasticidad. Al mismo tiempo, se consigue una mejor diagnosis del modelo, por lo que representa una herramienta eficaz para el ajuste de modelos de crecimiento.

Los parámetros de los modelos Hossfeld y Strand, presentan baja colinealidad y un comportamiento que no se desvía de la linealidad. En el resto de modelos, que son más complejos, la colinealidad es elevada y al menos un parámetro posee un comportamiento muy alejado de la linealidad.

Agradecimientos

Nuestro agradecimiento al Gobierno de Aragón, a la Universitat de Lleida y a la CICYT

que a través del proyecto AGL2000-1255 ha financiado este trabajo.

BIBLIOGRAFIA

- AUNÓS, A. Y RODRÍGUEZ, F.; 2002. Precisión y rendimientos comparativos de dos tipos de hipsómetros en la medición de alturas en choperas. *Montes* 68: 21-24.
- BELSEY, D.A.; KUH, E. & WELCH, R.E.; 1980. *Regression diagnostics: Identifying influential data and sources of collinearity*. Wiley. New York.
- BRAVO, F.; GRAU, J.M. Y GONZÁLEZ, F.; 1996. Análisis de modelos de producción para *Populus x euramericana* en la Cuenca del Duero. *Inv. Agr., Sist. Rec. For.* 5(1): 77-95.
- DAVIS, L. & JOHNSON, K.; 1987. *Forest Management*. 3ª Ed. Mc Graw-Hill.
- GADOW, K.V. & HUI, G.; 1999. *Modelling forest Development*. Kluwer Ac. Pub. For. Sc. 57. Kluwer. Londres
- GONZÁLEZ ANTOÑANZAS, F.; 1986. Crecimiento y producción, en la Meseta Central, según calidades de estación, de plantaciones de *Populus x euramericana* (Dode) Guinier "Campeador". *Com. INIA. Ser. Rec. Nat.* 44: 1-56.

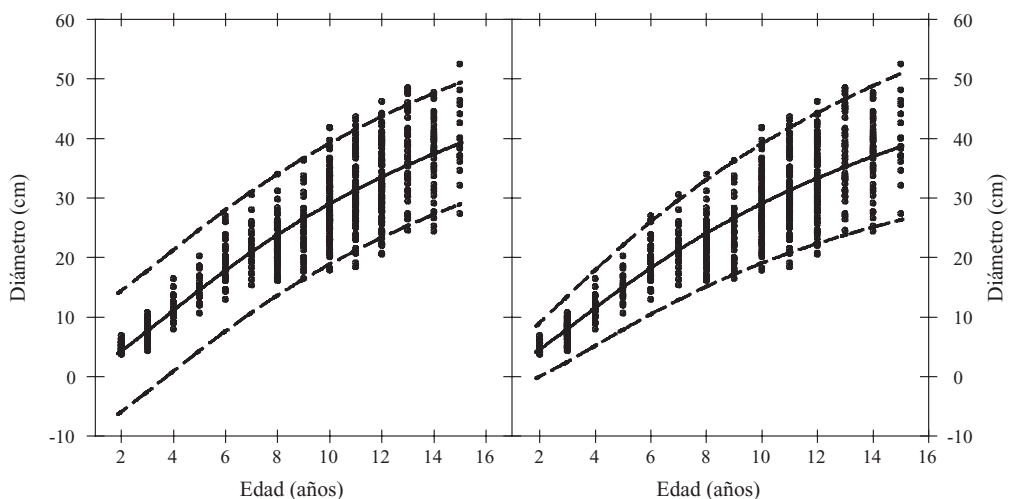


Figura 2. Gráfico de dispersión de los datos observados sobre el ajuste de la curva guía e intervalos de confianza de predicción al 95%, para el modelo Hossfeld sin ponderar (izquierda) y ponderado (derecha)

- HALL, F.C.; 1983. Growth basal area: a field method for appraising forest site potential for stockability. *Can. J. For. Res.* 13: 70-77
- PADRÓ, A. Y HERNÁNDEZ, M.; 1983. Dualidad turno-espaciamento en choperas. Estudio de un caso concreto. *An. INIA. Ser. For.* 7: 83-97.
- PADRÓ, A.; 1982. Curvas de productividad del clon "I-214" en regadío con planta R2T2 y marco 6x6 en el valle medio del Ebro. *An. INIA Ser. For.* 6: 63-73.
- PEÑA, D.; 1995. *Estadística. Modelos y métodos. Modelos lineales y series temporales.* 2ª Edición. Alianza Universidad. Madrid.
- RATKOWSKY, D.A.; 1990. *Handbook of nonlinear regression models.* Marcel Dekker, Inc. New York.
- RODRÍGUEZ, F.; DE LA ROSA, J.A. & AUNÓS, A.; 2003. Modelling the diameter at breast height growth of *Populus x euramericana* plantations in Spain. In: A. Puerta, D. Reed & P. Soares (eds.), *Modelling Forest Systems.* 181-187. CABI Publishing. Wallingford.
- RODRÍGUEZ, F. Y MOLINA, C.; 2003. Análisis de modelos de perfil del fuste y estudio de la cilindridad para tres clones de chopo (*Populus x euramericana*) en Navarra. *Inv. Agr., Sist. Rec. For.* 12(3): 73-85
- SAS INSTITUTE INC., 2001. *SAS/STAT User's Guide, Version 8.0.* SAS Publishing. USA.
- SOARES, P.; TOMÉ, M.; SKOVSGAARD, J.P. & VANCLAY, J.K.; 1995. Evaluating a growth model for forest management using continuous forest inventory data. *For. Ecol. Manage.* 71: 251-265.
- VANCLAY, J.K.; 1994. *Modelling forest growth and yield. Applications to Mixed Tropical Forest.* CABI Publishing. Wallingford.
- WANG, G.; MARSHALL, P. & KLINKA, K.; 1994. Height growth pattern of white Spruce in relation to site quality. *For. Ecol. Manage.* 68: 137-147.